

DISEÑO DE ESTRUCTURAS DE CONCRETO ARMADO

Tercera Edición

Teodoro E. Harmsen



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL PERÚ
FONDO EDITORIAL 2002

Prólogo a la 1ra. Edición

El presente trabajo se ha desarrollado bajo un objetivo claro que es proveer a estudiantes y profesionales de una herramienta que les permita obtener información actualizada y clara acerca del diseño de estructuras de concreto armado. A los primeros como un primer acercamiento al diseño en concreto armado y a los segundos, como un apoyo en su desempeño profesional. En nuestro medio, lamentablemente, es difícil conseguir este tipo de información en nuestro idioma.

El trabajo ha sido desarrollado bajo la iniciativa original del Ingeniero Teodoro E. Harmsen quien imparte la cátedra de Concreto Armado en la Pontificia Universidad Católica del Perú. Esta iniciativa pudo plasmarse después de casi dos años de trabajo conjunto, en los cuales se organizaron sus apuntes de clase complementándolos con información adicional y ejemplos de aplicación.

El libro busca dar énfasis a los principios del comportamiento del concreto armado los cuales sirven de base al desarrollo de la formulación propuesta por los códigos de diseño. En este sentido, la presentación de los temas ha buscado partir del comportamiento del material bajo diversas sollicitaciones para llegar a la formulación del “Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI 318-95)”, código que ha sido tomado para el presente trabajo.

Los temas han sido expuestos en el orden en que son presentados en el curso de Concreto Armado dictado en la Pontificia Universidad Católica del Perú. El texto ha sido desarrollado en veinticuatro capítulos. Los tres primeros son una introducción al concreto armado: su desarrollo histórico, los métodos de diseño empleados, los materiales que lo constituyen y el concepto de adherencia concreto-acero.

Los capítulos 4, 5, 6, 7 y 10 están orientados a presentar las características del comportamiento del concreto armado frente a diversas sollicitaciones: carga axial, flexión, corte, torsión, flexo-compresión, etc. El esquema de desarrollo de los temas es básicamente el mismo. En primer lugar, se presenta una descripción del comportamiento del material frente a la sollicitación analizada seguida del desarrollo de la formulación propuesta por el American Concrete Institute. Finalmente, se incluye un grupo de ejemplos para completar la información presentada.

El capítulo 8 trata el tema de las condiciones de servicio de las estructuras de concreto armado: control de deflexiones y control de fisuras.

Los capítulos 9, 11, 12, 13, 15, 17, 18, 19, 20, 22 y 24 presentan criterios de diseño orientados a tipos particulares de estructuras: vigas, losas armadas en una y dos direcciones, muros, muros de sostenimiento, estructuras compuestas, tanques, silos, chimeneas, etc. Los capítulos 18, 19,

20, 22 y 24 buscan dar un panorama general del diseño de las estructuras que desarrollan siendo necesario complementarlo con bibliografía más especializada.

El capítulo 14 desarrolla un tema que en versiones anteriores del código no se presentaba en su cuerpo principal: el concreto simple y sus aplicaciones. El capítulo 16 presenta los principios propuestos por el código del ACI para el detallado de estructuras dúctiles las cuales son requeridas en las zonas de actividad sísmica como la nuestra. El capítulo 21 constituye una síntesis de los procedimientos que se emplean para la evaluación de estructuras existentes y finalmente, el capítulo 23 es una introducción al tema del diseño de encofrados.

Mi agradecimiento muy especial al Ingeniero Teodoro E. Harmsen por la oportunidad de participar en este proyecto. Asimismo, me uno a sus agradecimientos a la Pontificia Universidad Católica del Perú y en especial al Dr. Salomón Lerner y a los Ingenieros Luis Guzmán Barrón, Manuel Olcese y Hugo Sarabia.

J. Paola Mayorca

Prólogo a la 2da. Edición

En esta segunda edición hemos adecuado el texto al nuevo reglamento “Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI-318-99) que tiene cambios importantes en la parte correspondiente a estructuras sometidas a la acción de cargas sísmicas, así como al control de rajaduras y a los empalmes entre barras. También tiene nuevas reglamentaciones relativas a muros. En cuanto a muros de sótano se ha corregido la forma del empuje de acuerdo a las nuevas teorías de mecánica de suelos.

El apéndice C correspondiente a los diagramas de interacción para diseño de columnas se ha cambiado totalmente, reproduciéndose los diagramas de las publicaciones SP-19(97) con autorización del ACI que tienen la ventaja de ser adimensionales.

También se ha modificado los Capítulos de Tanques para mejor claridad y el capítulo de Chimeneas para adecuarlos a la reglamentación ACI-307-98.

En esta edición también estamos corrigiendo los errores tipográficos de la primera edición.

Nuevamente agradezco a la Pontificia Universidad Católica y a sus autoridades por el apoyo para la publicación de este libro.

Agradezco también la colaboración de mi exalumna Srta. Angelina Sakata por la revisión de esta segunda edición.

Teodoro E. Harmsen



Prólogo a la 3ra. Edición

Esta tercera edición tiene como base la primera edición que publiqué conjuntamente con mi exalumna la Ing. Paola Mayorca y la segunda edición que publiqué con la colaboración de mi otra exalumna Ing. Angelina Sakata, quién también ha colaborado conmigo en esta tercera edición, actualizando todos los ejemplos de acuerdo al nuevo código ACI-318-02, así como en las relaciones con el Fondo Editorial de la Pontificia Universidad Católica, encargada de la publicación de este libro. Agradezco muy cordialmente la eficiente colaboración de la Srta. Sakata, sin cuya ayuda no hubiera sido posible esta publicación.

En esta tercera edición se adecúa al nuevo código ACI-318-02 que modifica sustancialmente los códigos anteriores sobre todo en lo relativo a los factores U y a los factores ϕ que han cambiado completamente.

Se ha ampliado el criterio para el cálculo de f'_r resistencia de los cilindros de prueba. Se ha modificado los requisitos de recubrimientos. Se toma en cuenta la nueva forma de redistribuir los momentos negativos en elementos continuos. Se aclara los conceptos de secciones controladas por compresión y por tracción. Se actualiza la forma de diseño de vigas peraltadas. Se indican las nuevas formas de diseño de refuerzo al corte en losas sin vigas. Se toman en cuenta los nuevos requisitos de integridad estructural. Se dan las nuevas reglamentaciones para pórticos y muros estructurales sísmicos y para las conexiones entre elementos de la estructura.

Se incluye un nuevo capítulo relativo al nuevo apéndice A del reglamento sobre el método de puntales y tirantes y otro nuevo capítulo sobre pernos de anclaje de acuerdo al apéndice D del código del ACI y por último un capítulo sobre elementos de concreto pretensado escrito por el Ing. Luis Zegarra C. profesor principal de la facultad de ingeniería de la Pontificia Universidad Católica, de este curso, a quien agradezco profundamente su colaboración.

Teodoro E. Harmsen

Contenido

1. Introducción

1.1	Historia del concreto armado	1
1.2	Ventajas y desventajas del concreto armado frente a otros materiales	2
1.2.1	Ventajas del concreto armado frente a otros materiales	2
1.2.2	Desventajas del concreto armado frente a otros materiales	3
1.3	Métodos de diseño	3
1.4	Métodos de diseño propuestos por el código del ACI.....	4
1.4.1	Combinaciones de cargas	6
1.4.2	Reducción de resistencia	8

2. Materiales

2.1.	El Concreto y sus componentes	11
2.1.1	Cemento	11
2.1.2	Agregado fino o arena	12
2.1.3	Agregado grueso o piedra	13
2.1.4	Agua	13
2.1.5	Aditivos	13
2.2	Mezclado, transporte, colocación y curado del concreto	16
2.2.1	Mezclado del concreto	16
2.2.2	Transporte y colocación del concreto	16
2.2.3	Curado del concreto	17
2.3	Resistencia del concreto	21
2.3.1	Resistencia del concreto ante solicitaciones uniaxiales	21
	Resistencia del concreto a la compresión	21
	Resistencia del concreto a la tracción	24
2.3.2	Resistencia del concreto al esfuerzo cortante	26
2.3.3	Resistencia del concreto ante solicitaciones biaxiales y triaxiales	26
2.4	Propiedades mecánicas del concreto	27
2.4.1	Relación esfuerzo-deformación del concreto a compresión	27
2.4.2	Módulo de Poisson	30
2.4.3	Módulo de corte	30
2.5	Variación en el volumen del concreto	31
2.5.1	Variaciones de volumen por contracción de fragua	31
2.5.2	Deformación plástica o creep.....	33
2.5.3	Variaciones de volumen por temperatura	34
2.6	Concreto sometido a cargas de compresión repetidas	35
2.7	El acero	36
2.7.1	Varillas corrugadas y alambres	36
2.7.2	Mallas electrosoldadas	38
2.7.3	Tipos especiales de acero de refuerzo	39

2.8	Propiedades mecánicas del acero	39
2.8.1	Relación esfuerzo-deformación del acero	39
2.8.2	Coeficiente de dilatación térmica	40
2.8.3	Maleabilidad	40
2.9	Oxidación del acero	41
2.10	Fatiga del acero	41
2.11	Soldadura del acero	41

3. Nociones preliminares

3.1	Mecanismo de adherencia entre refuerzo y concreto	43
3.2	Recubrimiento y espaciamiento mínimo del refuerzo	46
3.2.1	Recubrimiento mínimo del acero	46
3.2.2	Espaciamientos mínimos entre varillas	48
3.3	Longitud de anclaje o desarrollo del refuerzo	49
3.3.1	Longitud de anclaje en varillas de acero en tensión	49
	Anclaje de mallas electrosoldadas en tracción	52
3.3.2	Longitud de anclaje en varillas de acero en compresión	53
3.4	Ganchos estándar	54
3.5	Empalmes de varillas	58
3.5.1	Empalme traslapado	58
	Empalmes a tracción	59
	Empalmes a compresión	60
3.5.2	Empalmes soldados y empalmes mecánicos	61
3.5.3	Empalmes a tope	63
3.6	Paquetes de varillas	63
3.7	Tuberías empotradas en estructuras de concreto armado	64
3.8	Tolerancias	65

4. Carga axial

4.1	Introducción	67
4.2	Compresión pura en elementos de concreto armado	67
4.3	Aplastamiento en elementos de concreto armado	70
4.4	Tracción pura	71

5. Flexión pura

5.1	Comportamiento de una viga de concreto armado sometida a flexión	77
5.2	Hipótesis básicas para el estudio de elementos sometidos a flexión según el código del ACI	80
5.3	Tipos de falla de los elementos sometidos a flexión	81
5.4	Análisis de elementos de sección rectangular con refuerzo en tracción sometidos a flexión	83
5.4.1	Análisis de una sección rectangular con comportamiento dúctil	83
5.4.2	Determinación de la cuantía balanceada o cuantía básica	84
5.4.3	Cuantía mínima de refuerzo	86
5.5	Diseño de una sección rectangular con refuerzo en tensión	88
5.6	Análisis de elementos de sección rectangular con refuerzo en compresión sometidos a flexión	91
5.6.1	Análisis de una sección rectangular con refuerzo en compresión	92
5.6.2	Determinación de la cuantía básica	93

5.7	Diseño de una sección rectangular con refuerzo en compresión	95
5.8	Análisis de elementos de sección T sometidos a flexión	96
5.8.1	Análisis de una sección tipo T con falla dúctil	99
5.8.2	Determinación de la cuantía básica	101
5.8.3	Cuantía mínima de secciones T	101
5.9	Diseño de una sección T	101
5.10	Corte del refuerzo y Desarrollo del refuerzo longitudinal	103
5.10.1	Desarrollo del refuerzo positivo en elementos sometidos a flexión	106
5.10.2	Desarrollo del refuerzo negativo	108
Ejemplos	109

6. Esfuerzo Cortante y Tracción Diagonal

6.1	Introducción	127
6.2	Análisis de una viga de concreto armado sometida a fuerza cortante	127
6.2.1	Comportamiento de una viga sin refuerzo en el alma	131
6.2.2	Comportamiento de una viga con refuerzo en el alma	133
6.3	Diseño de elementos prismáticos sometidos a fuerza cortante según el código del ACI	135
6.3.1	Resistencia del concreto a la fuerza cortante	137
6.3.2	Tipos de refuerzo transversal	140
6.3.3	Resistencia al corte aportada por el acero transversal	142
6.3.4	Requerimientos mínimos de refuerzo	144
6.3.5	Espaciamiento máximo del refuerzo transversal	145
6.3.6	Aporte máximo del refuerzo transversal a la resistencia al corte	147
6.4	Vigas peraltadas	147
6.4.1	Diseño por flexión de vigas peraltadas	148
	Para vigas simplemente apoyadas	149
	Para vigas continuas	149
6.4.2	Diseño por corte de vigas peraltadas según el código del ACI	150
6.5	Corte-fricción	151
6.5.1	Diseño de elementos sometidos a corte-fricción según el código de ACI	153
6.6	Consolas	156
6.6.1	Diseño de consolas según el código del ACI	156
6.6.2	Otras consolas	159
Ejemplos	160

7. Torsión

7.1	Introducción	171
7.2	Comportamiento de elementos de concreto armado sometidos a torsión	171
7.2.1	Elementos de concreto armado sin refuerzo en el alma	172
7.2.2	Elementos de concreto armado con refuerzo en el alma	174
	Teoría de la flexión asimétrica	174
	Teoría de la armadura	177
7.3	Diseño de elementos sometidos a torsión según el código del ACI	181
7.3.1	Resistencia a la torsión aportada por el acero	184
Ejemplos	187

8. Control de las condiciones de servicio

8.1	Control de deflexiones	197
8.1.1	Método del ACI para el control de deflexiones	198
8.1.2	Cálculo de deflexiones	199
	Deflexión instantánea	200
	Deflexión a largo plazo	204
8.2	Control de rajaduras	205
8.2.1	Ancho de las fisuras	206
8.2.2	Vigas de gran peralte	207
Ejemplos	209

9. Vigas y losas armadas en una dirección

9.1	Métodos de análisis	213
9.2	Método de los coeficientes del ACI	215
9.2.1	Limitaciones	215
9.2.2	Coefficientes de diseño	215
9.3	Alternancia de cargas	218
9.4	Redistribución de momentos	220
9.5	Vigas simplemente apoyadas y vigas continuas	224
9.6	Losas macizas armadas en una dirección	225
9.6.1	Refuerzo por contracción y temperatura	226
9.6.2	Aberturas en losas	226
9.7	Losas nervadas o losas aligeradas	226
9.7.1	Recomendaciones del código del ACI referentes a las losas nervadas	229
9.8	Escaleras	232
9.9	Requisitos de integridad estructural (ACI-7.13)	237
Ejemplos	238

10. Columnas

10.1	Introducción	249
10.2	Análisis y diseño de columnas cortas de concreto armado	249
10.2.1	Análisis de columnas cortas sometidas a compresión pura	249
10.2.2	Análisis de columnas cortas sometidas a flexo-compresión	250
10.2.3	Diseño de columnas cortas de concreto armado	256
	Limitaciones del refuerzo en miembros a compresión	257
10.3	Detalles del diseño de columnas	258
10.3.1	Columnas con estribos	259
10.3.2	Columnas con refuerzo en espiral	260
10.3.3	Cambios de sección en columnas	261
10.3.4	Empalme del refuerzo longitudinal de columnas	262
10.3.5	Transmisión de cargas a través de los pisos	262
10.4	Columnas esbeltas	263
10.4.1	Columnas esbeltas sometidas a flexo-compresión	263
10.4.2	Columnas esbeltas de concreto armado	268
10.5	Diseño de columnas esbeltas de concreto armado según el código del ACI	272
10.5.1	Método de amplificación de momentos	272

	Método de amplificación aplicado columnas de pórticos sin desplazamiento horizontal	274
	Método de amplificación aplicado columnas de pórticos con desplazamiento horizontal ...	276
10.6	Diseño de columnas de concreto armado sometidas a flexión biaxial	279
10.6.1	Método de Bresler o de la carga recíproca	280
10.6.2	Método del contorno de carga	282
Ejemplos	287

11. Muros

11.1	Refuerzo mínimo en muros	299
11.2	Muros de concreto armado	301
11.2.1	Compresión y flexo-compresión en muros de concreto armado	301
	Método empírico	301
	Método general de diseño de muros	302
11.2.2	Esfuerzo cortante en muros de concreto armado	304
	Esfuerzo cortante generado por cargas perpendiculares al muro	304
	Esfuerzo cortante generado por cargas paralelas a la cara del muro	305
11.2.3	Diseño alternativo de muros esbeltos	307
Ejemplos	311

12. Cimentaciones

12.1	Introducción	317
12.2	Tipos de cimentaciones	318
12.3	Presión del suelo	319
12.3.1	Cimentación con carga excéntrica	319
12.4	Consideraciones generales para el diseño	322
12.5	Zapatas aisladas	322
12.5.1	Determinación de la presión neta del suelo y dimensionamiento de la zapata	323
12.5.2	Reacción amplificada del suelo	324
12.5.3	Verificación del corte	324
	Corte por flexión	326
	Corte por punzonamiento	327
12.5.4	Refuerzo longitudinal por flexión	328
12.5.5	Verificación de la conexión columna-zapata o muro-zapata y desarrollo del refuerzo	329
12.6	Zapatas de muros	331
12.7	Zapatas sobre pilotes	332
12.8	Zapatas combinadas	334
12.9	Zapatas conectadas	339
12.10	Pilotes	341
12.10.1	Pilotes de madera	341
12.10.2	Pilotes de acero	341
12.10.3	Pilotes de concreto	342
	Pilotes fabricados “in situ” mediante tubos recuperables	342
	Pilotes fabricados “in situ” con tubos no recuperables	342
	Pilotes perforados	342
	Pilotes prefabricados de hormigón armado e hincados	344
	Pilotes pretensados	344

Pilotes prefabricados de hormigón armado y roscados	344
Ejemplos	346

13. Muros de sostenimiento

13.1 Introducción	361
13.2 Cargas que actúan sobre los muros de sostenimiento	362
13.2.1 Empuje del suelo	363
13.2.2 Peso del relleno	364
13.2.3 Reacción del terreno	365
13.2.4 Fricción en la base	365
13.2.5 Sobrecarga en el relleno	365
13.2.6 Subpresión	366
13.3 Criterios de estabilidad	366
13.4 Drenaje	368
13.5 Muros de gravedad	369
13.6 Muros en voladizo	370
13.7 Muros con contrafuertes	374
13.8 Muros celulares	377
13.9 Muros de sótano	378
Ejemplos	380

14. Concreto simple

14.1 Criterios de diseño	393
14.2 Muros de concreto simple	395
14.2.1 Limitaciones	395
14.2.2 Método empírico	396
14.3 Pedestales	396
14.3.1 Dados de concreto zunchado	397
14.4 Zapatas	399

15. Losas Armadas en dos direcciones

15.1 Introducción	401
15.2 Tipos de losas armadas en dos sentidos	402
15.3 Criterios para el dimensionamiento de losas armadas en dos sentidos	402
15.3.1 Espesor mínimo de la losa	403
15.3.2 Ábacos o paneles	406
15.3.3 Capiteles	406
15.4 Diseño de losas armadas en dos direcciones según el joint comité ASCE-ACI 1940	407
15.5 Principios generales para el diseño de losas armadas en dos direcciones según el código del ACI	409
15.6 Método directo	412
15.6.1 Limitaciones del método directo	413
15.6.2 Determinación del momento total estático	414
15.6.3 Distribución de los momentos positivos y negativos	415
15.6.4 Distribución de los momentos en la franja de columna y en la franja central	417
Momento negativo interior	417

	Momento negativo exterior	417
	Momento positivo	418
15.6.5	Momentos en las columnas	419
15.7	Método del pórtico equivalente.....	420
15.7.1	Características geométricas de los elementos del pórtico equivalente	421
	Elementos horizontales: losas y vigas	421
	Columnas	422
	Elementos de rigidez torsional	422
15.7.2	Alternancia de cargas vivas	427
15.8	Transmisión de cargas de la losa a los elementos verticales	428
15.8.1	Transferencia del corte en losas con vigas y en losas sin vigas	428
	Losas con vigas	428
	Losas sin vigas	429
15.8.2	Refuerzo de corte en losas armadas en dos direcciones	432
15.8.3	Transferencia del momento flector de la losa a la columna.....	436
15.9	Consideraciones finales para el diseño de losas armadas en dos sentidos	440
15.9.1	Aberturas en la losa.....	440
15.9.2	Refuerzo	441
15.10	Diseño de refuerzo de corte en losas armadas en dos direcciones según el reglamento canadiense	443

16. Estructuras sometidas a la acción de cargas sísmicas

16.1	Introducción	447
16.2	Requerimientos generales para el diseño de estructuras dúctiles	448
16.2.1	Análisis de la estructura	449
16.2.2	Factor de reducción de resistencia	449
16.2.3	Materiales	450
16.2.4	Empalmes	450
16.2.5	Anclajes	451
16.3	Estructuras ubicadas en regiones de alto riesgo sísmico	451
16.3.1	Elementos que resisten cargas inducidas por sismo	451
	Elementos sometidos a flexión	451
	Elementos sometidos a flexión y carga axial	455
	Nudos	459
	Muros especiales de concreto armado y vigas de conexión	463
	Elementos de bordes en muros especiales de concreto armado	467
	Diafragmas estructurales y tijerales	470
	Fuerza cortante en diafragmas	470
	Elementos de borde en diafragmas	471
	Desarrollo del refuerzo en tensión	471
16.3.2	Cimentaciones de estructuras asísmicas	473
	Vigas de cimentación y losas sobre terreno	473
	Pilotes, pilares y caissons	473
16.3.3.	Elementos que no resisten cargas inducidas por sismo	474
16.4	Estructuras en regiones de riesgo sísmico moderado	475
16.5	Concreto simple en estructuras asísmicas	479

17. Estructuras compuestas

17.1 Vigas compuestas de acero y concreto	481
17.1.1. Resistencia a la flexión de la pieza	482
17.1.2 Conectores de corte	486
Método del AISC	487
Método del AASHTO	489
17.2. Columnas compuestas de acero y concreto	491
17.2.1 Columnas compuestas por perfiles tubulares	492
17.2.2 Columnas compuestas con refuerzo en espiral	493
17.2.3 Columnas compuestas con estribos	494
17.3 Elementos compuestos de concreto sometidos a flexión	494
17.3.1 Esfuerzo cortante horizontal	495

18. Tanques

18.1 Consideraciones generales para el diseño	500
18.1.1 Recubrimiento del refuerzo	500
18.1.2 Método de diseño a la rotura	501
18.1.3 Control de rajaduras	501
18.1.4 Juntas y detallado de las uniones	501
18.2 Análisis de tanques rectangulares y circulares	502
18.2.1 Tanques rectangulares	502
18.2.2 Tanques circulares	504
18.3 Tanques enterrados	504
18.4 Tanques superficiales	506
18.5 Tanques elevados	507
18.5.1 Diseño de la cuba	507
18.5.2 Diseño de la estructura portante	508
18.5.3 Tipos especiales de tanques elevados	510

19. Silos

19.1 Cargas de diseño	512
19.1.1 Presión ejercida por el material almacenado	512
19.1.2 Cargas de sismo	517
19.1.3 Carga de viento	517
19.2 Criterios generales de diseño	517
19.3. Diseño de las paredes	517
19.3.1 Fuerzas que actúan sobre las paredes	517
Fuerzas internas debidas a la presión horizontal	518
Flexión en el plano de la pared	518
Efectos térmicos	518
19.3.2 Determinación del refuerzo requerido en las paredes	521
Refuerzo requerido por tracción, flexo-tracción y fuerza cortante	521
19.3.3 Control de rajaduras en las paredes de los silos	523
19.4 Diseño del fondo	525
19.5 Diseño de las vigas de soporte	528

20. Chimeneas

20.1	Consideraciones generales para el diseño	529
20.1.1	Revestimiento interior	529
20.1.2	Dimensiones de la estructura	530
20.1.3	Refuerzo	530
20.1.4	Aberturas	531
20.1.5	Puerta de limpieza	532
20.1.6	Deflexiones	532
20.2	Cargas de diseño	532
20.2.1	Cargas sísmicas	532
	Estimación del periodo fundamental de vibración	533
	Estimación de la fuerza cortante en la base	533
	Distribución de la fuerza cortante en la base	534
	Fuerzas internas en los segmentos de la chimenea	534
20.3	Diseño de chimeneas	536
20.3.1	Combinaciones de carga y factores de reducción de resistencia	536
20.3.2	Diseño del refuerzo vertical por flexo-compresión	537
20.3.3	Diseño del refuerzo vertical por flexo-compresión y temperatura	541
20.3.4	Diseño del refuerzo horizontal por temperatura	544

21. Evaluación de estructuras existentes

21.1	Pruebas analíticas	547
21.2	Pruebas de carga	548

22. Estructuras prefabricadas

22.1	Criterios de diseño de estructuras prefabricadas	551
22.1.1	Elementos prefabricados	551
22.1.2	Conexiones	552
22.1.3	Pórticos especiales prefabricados	555
22.1.4	Muros estructurales prefabricados	556
22.2	Recomendaciones para la fabricación	557
22.3	Evaluación de estructuras prefabricadas	557

23. Encofrados

23.1	Introducción	559
23.2	Materiales para encofrados	559
23.2.1	Madera	559
23.2.2	Acero	560
23.3	Utilización	560
23.4	Diseño de encofrados	562
23.4.1	Cargas de diseño	562
23.4.2	Encofrado de vigas y losas	564
23.4.3	Encofrado de columnas	565
23.4.4	Criterio general para el diseño de encofrados	565
23.5	Encofrados típicos	565

24. Estructuras de grandes luces	
24.1 Estructuras pretensadas y postensadas	571
24.2 Estructuras de arco	571
24.2.1 Articulaciones de concreto armado	572
Apoyos metálicos	572
Articulación alemana	572
Articulaciones Mesnager	573
Articulación Considère	575
Articulación formada por dos superficies curvas	575
24.2.2 Tijerales de concreto armado	576
Viga Vierendeel	578
25. Método de los puntales y tirantes	
25.1 Introducción	583
25.2 Diseño en regiones B	584
25.3 Diseño en regiones D	585
26. Nociones de concreto presforzado	
26.1 Historia del concreto presforzado	587
26.2 Pretensado y postensado	588
26.3. Conceptos básicos del presforzado	588
26.4 Materiales	592
26.5 Pérdidas de tensión	593
26.6 Diseño de estructuras	594
26.6.1 Esfuerzos admisibles	594
26.6.2 Módulos mínimos de una sección	595
26.6.3 Resistencia en flexión	596
26.6.4 Seguridad respecto a la fisuración	597
Ejemplos	598
27. Pernos de anclaje	
27.1 Tipo de pernos	603
27.2 Tipo de fallas	604
27.3. Resistencia de los pernos a la tracción	606
27.4 Pruebas a la tracción	609
27.5 Rotura lateral del concreto en pernos a tracción	610
27.6 Diseño de pernos sometidos a fuerza cortante	610
27.7 Interacción de las fuerzas de tracción y de corte	614
27.8 Recubrimientos y distancias entre pernos	615
Apéndice A	617
Apéndice B	621
Apéndice C	625
Apéndice D	659
Apéndice E	667
Apéndice F	675
Bibliografía	681

1. Introducción

1.1 HISTORIA DEL CONCRETO ARMADO

El concreto fue usado por primera vez en Roma alrededor de la tercera centuria antes de Cristo. Estaba constituido por agregados unidos mediante un aglomerante conformado por una mezcla de cal y ceniza volcánica. Este material podía sumergirse en agua manteniendo sus propiedades a diferencia de los morteros de cal usados siglos antes en la antigua isla de Creta. La obra más grande erigida por los romanos fue el Panteón con su bóveda de 43.20 m. de diámetro. El uso de este material en la construcción paso al olvido con la caída del Imperio y no fue sino hasta mediados del siglo XVIII que su uso se extendió nuevamente.

El primer registro del uso de concreto en los tiempos modernos, se remonta a 1760 cuando, en Inglaterra, John Smeaton descubrió, mientras proyectaba el faro Eddystone, que una mezcla de caliza calcinada y arcilla daba lugar a un conglomerante hidráulico resistente al agua. En 1824, Joseph Aspdin elaboró cemento mezclando arcilla y caliza de diferentes canteras y calentándolas en un horno. El concreto obtenido con este aglomerante se asemejaba a las piedras propias de la isla de Portland, al sur de Inglaterra, motivo por el cual se le llamó cemento Portland, material que comenzó a fabricarse con mayor fuerza desde entonces. En ocasiones, la mezcla era calentada en exceso y se endurecía, siendo desechada por considerarse inútil. En 1845, I. C. Johnson descubrió que el mejor cemento provenía de la pulverización de esta sustancia “inútil” denominada *clinker*. Este es el cemento que se conoce hoy en día.

El concreto armado se usó desde la tercera década del siglo XIX. Entre 1832 y 1835, Sir Marc Isambard Brunel y François Martin Le Brun erigieron, en Inglaterra y Francia, respectivamente, estructuras de este material tales como arcos y edificaciones. En 1848, Joseph Louis Lambot construyó un bote de concreto reforzado el cual presentó en la Exposición de París en 1854 y patentó en 1855. En Inglaterra, W.B. Wilkinson, registró, en 1855, un piso de concreto reforzado con cuerdas de acero desechadas en las minas. Un año después, François Coignet patentó un sistema de refuerzo para pisos consistente en barras de acero embebidas en el concreto.

A pesar de los precedentes antes indicados, Joseph Monier, francés, es considerado el creador del concreto reforzado. Dedicado a la jardinería, fabricó macetas de concreto con refuerzo de mallas de alambre, registrando el sistema en 1867. En los años siguientes patentó el uso de esta técnica para la construcción de tanques, puentes, tuberías, vigas, columnas y escaleras. En 1879, G.A. Wayss, de la firma Wayss and Freitag de Alemania, compró la patente de Monier y en 1887, publicó un libro acerca de sus métodos constructivos. Por su parte, Rudolph Schuster, de Austria, adquirió también los derechos de patente. De este modo, el nombre de Monier, como creador del concreto armado, se extendió por todo Europa.

En Estados Unidos, Thaddeus Hyatt, abogado e ingeniero, realizó experimentos en vigas de concreto reforzado alrededor de 1850. Sus resultados no se publicaron sino hasta 1877. Inves-

tigó acerca de la resistencia del concreto al fuego y llegó a la conclusión que los coeficientes de dilatación térmica, tanto del concreto como del acero eran muy similares. Con sus estudios, Hyatt sentó los principios sobre los cuales se desarrolla el análisis y diseño de los elementos de concreto reforzado.

En Francia, el desarrollo del uso del concreto reforzado se debió en gran parte a François Hennebique quien estableció un estudio de ingeniería y proyectó cientos de estructuras del nuevo material. En 1900, el Ministerio de Obras Públicas de Francia convocó a un comité a cargo de Armand Considère para la elaboración de especificaciones técnicas para concreto armado. Estas fueron publicadas en 1906.

En los años siguientes, Perret, Ribera, Garnier, Freyssinet, Maillart, Boussiron, Mex Berg, entre otros, proyectan y construyen obras en concreto armado que van descubriendo poco a poco las múltiples posibilidades de este nuevo material.

En el Perú, los primeros barriles de cemento llegaron en 1850. El concreto con él elaborado se usó para la construcción de cimentaciones y para mejorar los acabados de las estructuras. Posteriormente, se le utilizó en combinación con acero para la construcción de edificios, puentes, acueductos, etc. En 1915, llegaron los primeros hornos para la fabricación de cemento encargados por la empresa estadounidense Foundation Co. Un año después, éstos fueron comprados por la Compañía Peruana de Cemento Portland. En los años 50, se estableció, en Lima, la primera empresa de concreto premezclado. De ahí a la fecha, han ido apareciendo numerosas empresas productoras de cemento y de concreto premezclado. En la actualidad, este material es el más utilizado en la construcción en nuestro país.

1.2 VENTAJAS Y DESVENTAJAS DEL CONCRETO ARMADO FRENTE A OTROS MATERIALES

Frente a otros materiales como el acero, la madera, etc., el concreto presenta las siguientes ventajas y desventajas.

1.2.1 Ventajas del concreto armado frente a otros materiales

1. Es durable a lo largo del tiempo y no requiere de una gran inversión para su mantenimiento. Tiene una vida útil extensa.
2. Tiene gran resistencia a la compresión en comparación con otros materiales.
3. Es resistente al efecto del agua.
4. En fuegos de intensidad media, el concreto armado sufre daños superficiales si se provee un adecuado recubrimiento al acero. Es más resistente al fuego que la madera y el acero estructural.
5. Se le puede dar la forma que uno desee haciendo uso del encofrado adecuado.
6. Le confiere un carácter monolítico a sus estructuras lo que les permite resistir más eficientemente las cargas laterales de viento o sismo.

7. No requiere mano de obra muy calificada.
8. Su gran rigidez y masa evitan problemas de vibraciones en las estructuras erigidas con él.
9. En la mayoría de lugares, es el material más económico.
10. Por su gran peso propio, la influencia de las variaciones de cargas móviles es menor.

1.2.2 Desventajas del concreto armado frente a otros materiales

1. Tiene poca resistencia a la tracción, aproximadamente la décima parte de su resistencia a la compresión. Aunque el acero se coloca de modo que absorba estos esfuerzos, la formación de grietas es inevitable.
2. Requiere de encofrado lo cual implica su habilitación, vaciado, espera hasta que el concreto alcance la resistencia requerida y desencofrado, con el tiempo que estas operaciones implican. El costo del encofrado puede alcanzar entre un tercio y dos tercios del costo total de la obra.
3. Su relación resistencia a la compresión versus peso está muy por debajo que la correspondiente al acero, el cual es más eficiente cuando se trata de cubrir grandes luces. El concreto requiere mayores secciones y por ende el peso propio es una carga muy importante en el diseño.
4. Requiere de un permanente control de calidad, pues ésta se ve afectada por las operaciones de mezcla, colocación, curado, etc.
5. Presenta deformaciones variables con el tiempo. Bajo cargas sostenidas, las deflexiones en los elementos se incrementan con el tiempo.

1.3 MÉTODOS DE DISEÑO

En la actualidad existen, básicamente, dos métodos de diseño en concreto armado: diseño elástico o por cargas de servicio y diseño a la rotura o por resistencia última. El primero fue utilizado con mucha fuerza hasta mediados del siglo y el segundo ha adquirido impulso en los últimos cuarenta años.

El diseño elástico parte de la hipótesis que es posible predecir la distribución de esfuerzos en el refuerzo y el concreto, al ser sometidos a cargas de servicio. Asume un comportamiento elástico de ambos materiales. El diseño consiste en conseguir que los esfuerzos no excedan los esfuerzos admisibles que son una fracción de la resistencia del concreto y del esfuerzo de fluencia del acero. En la actualidad, pruebas de laboratorio han permitido comprobar que el complejo comportamiento del concreto con el paso del tiempo conlleva a una constante redistribución de esfuerzos entre éste y el acero. En el diseño elástico sólo se considera una de éstas distribuciones. Con el tiempo, las condiciones no consideradas pueden ocasionar la falla. Por otro lado, en el diseño de estructuras, es importante considerar el tipo de falla, dúctil o frágil, que presenta un elemento bajo determinadas sollicitaciones y, en la medida de lo posible, orientar la falla según sea conveniente. El método elástico no considera este punto. El método

elástico tampoco determina la carga que ocasiona la rotura de la pieza y por ello, su factor de seguridad no es conocido.

El diseño por rotura se fundamenta en la predicción de la carga que ocasiona la falla del elemento en estudio y analiza el modo de colapso del mismo. En pruebas de laboratorio se ha podido comprobar que es posible predecir estas cargas con precisión suficiente. Este método toma en consideración el comportamiento inelástico del acero y el concreto y por lo tanto, se estima mejor la capacidad de carga de la pieza. Algunas de las ventajas de este procedimiento son:

1. El diseño por rotura permite controlar el modo de falla de una estructura compleja considerando la resistencia última de las diversas partes del sistema. Algunos elementos se diseñan con menor margen de seguridad que otros para inducir su falla primero.
2. Permite obtener un diseño más eficiente, considerando la distribución de esfuerzos que se presenta dentro del rango inelástico.
3. Este método no utiliza el módulo de elasticidad del concreto, el cual es variable con la carga. Esto evita introducir imprecisiones en torno a éste parámetro.
4. El método de diseño a la rotura permite evaluar la ductilidad de la estructura.
5. Este procedimiento permite usar coeficientes de seguridad distintos para los diferentes tipos de carga.

La desventaja de usar este método es que sólo se basa en criterios de resistencia. Sin embargo, es necesario garantizar que las condiciones de servicio sean óptimas, es decir, que no se presenten deflexiones excesivas, ni agrietamientos críticos. Con la mejora en la calidad del concreto y la obtención de secciones cada vez menores, se tiende a perder rigidez e incrementar las deflexiones y el ancho de fisuras. Por ello, es conveniente usar este método en combinación con otros procedimientos para verificar el adecuado comportamiento de las piezas bajo cargas de servicio.

1.4 MÉTODOS DE DISEÑO PROPUESTOS POR EL CÓDIGO DEL ACI

El código del ACI en su última edición de 1999 presenta los dos métodos de diseño presentados en la sección previa. Sin embargo, da mayor énfasis al diseño a la rotura y el diseño elástico está relegado a un apéndice. A lo largo del presente trabajo se desarrollará tan sólo el primer método de diseño, al cual el código denomina método de diseño por resistencia.

El diseño por resistencia, como ya se indicó, presenta la ventaja que el factor de seguridad de los elementos analizados puede ser determinado. El código del ACI introduce el factor de seguridad en el diseño a través de dos mecanismos: amplificación de las cargas de servicio y reducción de la resistencia teórica de la pieza.

Las cargas de servicio se estiman haciendo uso de los códigos, reglamentos o normas y el análisis estructural se efectúa bajo la hipótesis de un comportamiento elástico de la estructura. El código del ACI clasifica las cargas en: permanentes, sobrecarga, sismo, viento, empuje del suelo, etc. y propone expresiones para calcular la carga última de diseño.

La carga última de diseño es la suma de las diversas cargas actuantes en la estructura afectadas por un factor de amplificación. Este factor pretende mostrar la probabilidad que existe de que la carga estimada sea superada en la realidad. La carga permanente, por ejemplo, es evaluada con mayor precisión que la sobrecarga, por ésto su factor de amplificación es menor. La carga de sismo, proveniente de un análisis probabilístico, es mucho más incierta, por ello su factor de amplificación es mayor que el de las dos anteriores.

Las expresiones que permiten determinar la carga última se denominan combinaciones de cargas y se presentan en la sección 9.2 del código. De acuerdo a las solicitaciones que actúan sobre un elemento, se propone un juego de combinaciones. Deberá evaluarse cada una de ellas y desarrollar el diseño haciendo uso de las solicitaciones más críticas.

Simultáneamente a la amplificación de las cargas de servicio, el código propone la reducción de la resistencia teórica de los elementos de concreto armado como un medio para incrementar el factor de seguridad del diseño. La resistencia teórica o nominal de una pieza es la determinada haciendo uso de los principios presentados en el código del ACI. La naturaleza misma del concreto armado y fundamentalmente su procedimiento constructivo generan que la resistencia calculada en el papel, no sea igual a la verificada en la realidad. Los factores de reducción de resistencia indican la fracción de la resistencia nominal que está disponible en un elemento determinado con una cierta certeza probabilística.

El código del ACI aprovecha el uso de los factores de resistencia no sólo para tomar en consideración las posibles imperfecciones constructivas del concreto sino que además los usa para incrementar los factores de seguridad en piezas sometidas a determinadas solicitaciones, ya sea por su tipo de falla o por la importancia de estos elementos dentro del conjunto estructural total. Una columna con refuerzo transversal en espiral, tiene un comportamiento más dúctil que una columna con estribos. Por ello el factor de reducción de la primera es mayor. Por otro lado, cuando se analiza una solicitación de flexo-compresión, propia de columnas, el factor de reducción es menor que cuando se analiza flexión pura, propia de vigas. Esto se debe a que el colapso de una viga es mucho menos perjudicial que el colapso de una columna.

En síntesis, el método de diseño del código del ACI consiste en determinar las cargas de servicio y amplificarlas de acuerdo a las combinaciones de carga que se presentan en la sección 1.4.1. Los elementos se diseñan para que la siguiente relación siempre se verifique:

$$\gamma_1 Q_1 + \gamma_2 Q_2 + \dots + \gamma_n Q_n \leq \phi R_n \quad (1-1)$$

donde: γ : Factor de amplificación de la carga.

Q : Carga.

ϕ : Factor de reducción de resistencia.

R_n : Resistencia nominal o teórica del elemento.

Posteriormente al diseño de la estructura, el código propone una verificación de las condiciones de servicio de los elementos: control de rajaduras y control de deflexiones. En caso de ser necesario, el diseño original debe replantearse.

1.4.1 Combinaciones de cargas

Se utiliza la siguiente nomenclatura:

D = Carga muerta

E = Cargas debidas a los sismos

F = Cargas debidas a líquidos o presión lateral de los mismos

H = Cargas debidas a terrenos o presión lateral de los mismos

L = Cargas vivas, incluyendo impacto si lo hay

L_r = Cargas vivas en azoteas o tejados

R = Cargas debidas a lluvias

S = Cargas debidas a nieve

T = Efectos de temperatura, contracción de fragua, deformación por el tiempo, asentamientos diferenciales o deformaciones debidas a concretos con deformación controlada

U = Resistencia requerida para soportar las cargas amplificadas o sus momentos o fuerzas internas

W = Carga debida al viento

La resistencia requerida U deberá ser igual o mayor que las cargas amplificadas que se indican a continuación en las ecuaciones (9-1) a (9-7), investigando siempre cuando una o más cargas no actúan simultáneamente.

$$U \geq 1.4 (D + F) \quad (9-1) \text{ ACI}$$

$$U \geq 1.2 (D + F + T) + 1.6 (L+H) + 0.5 (L_r \text{ ó } S \text{ ó } R) \quad (9-2) \text{ ACI}$$

$$U \geq 1.2 D + 1.6 (L_r \text{ ó } S \text{ ó } R) + (1.0 L \text{ ó } 0.8 W) \quad (9-3) \text{ ACI}$$

$$U \geq 1.2 D + 1.6 W + 1.0 L + 0.5 (L_r \text{ ó } S \text{ ó } R) \quad (9-4) \text{ ACI}$$

$$U \geq 1.2 D + 1.0E + 1.0 L + 0.2S \quad (9-5) \text{ ACI}$$

$$U \geq 0.9 D + 1.6 W + 1.6 H \quad (9-6) \text{ ACI}$$

$$U \geq 0.9 D + 1.0 E + 1.6 H \quad (9-7) \text{ ACI}$$

Se tendrán en cuenta las siguientes excepciones:

- El factor de L en las ecuaciones (9-3) a (9-5) se puede reducir a 0.5 excepto para garajes, áreas de asambleas públicas y las áreas donde $L > 500 \text{ kg/m}^2$.
- Se puede usar 1.3 W en lugar de 1.6 W en las ecuaciones (9-4) y (9-6) cuando la carga W no ha sido reducida por un factor de dirección.

- c) Cuando la carga E se toma como carga de servicio se colocará 1.4 E en lugar de 1.0 E en las ecuaciones (9-5) y (9-7).
- d) Se usará $H = 0$ en las ecuaciones (9-6) y (9-7) si la acción de H contrarresta a las acciones de W ó E. Cuando la presión lateral del terreno resiste a la acción estructural de otras fuerzas, no se incluirá en H, pero se tendrá en cuenta en el diseño de los elementos.
- e) En zonas de posibles inundaciones se usará las combinaciones de cargas de A.S.C.E.-7.
- f) En las zonas de anclaje de pretensados se usará un factor de 1.2 sobre la carga máxima de la gata.

La estimación del asentamiento diferencial, contracción, *creep* o variaciones de temperatura deberá basarse en una evaluación realista de los efectos que ocurren bajo condiciones de servicio. Es decir, en el diseño no se deben considerar los efectos más críticos esperados sino los de ocurrencia más probable.

Si en el diseño se toman en cuenta los efectos de impacto, éstos serán considerados como carga viva, con sus factores de amplificación respectivos.

En la Tabla 1. 1 se incluyen algunos valores típicos de carga viva para el diseño de edificaciones (Ref. 34).

Tipo de edificación	Carga Viva (kg/m ²)
Viviendas	200
Oficinas	
Exceptuando salas de archivo y computación	250
Salas de archivo	500
Salas de computación	350
Corredores y escaleras	400
Centros educativos	
Aulas	200
Talleres	350
Auditorios, gimnasios	300
Laboratorios	300
Corredores y escaleras	400
Hospitales	
Salas de operación, laboratorios y áreas de servicio	300
Cuartos	200
corredores y escaleras	400
Bibliotecas	
Salas de lectura	300
Salas de almacenaje	750
Corredores y escaleras	400

Tabla 1.1 Cargas vivas típicas para el diseño de edificaciones

1.4.2 Reducción de resistencia

A continuación se presentan los factores ϕ de reducción de resistencias para diversas solicitaciones de acuerdo a la sección 9.3.2 del código ACI-318-2002.

- Secciones controladas por tracción $\phi = 0.9$
 - Secciones controladas por compresión:
 - a) Elementos con refuerzo en espiral $\phi = 0.70$
 - b) Otros elementos $\phi = 0.65$
- Cuando la deformación en el acero a tracción a la resistencia nominal está en los límites entre la sección controlada por tracción o por compresión, el factor ϕ se puede aumentar linealmente entre el valor de ϕ de la sección controlada por compresión hasta 0.9 cuando la deformación unitaria por tracción tiene un límite de 0.005 (ver análisis de columnas cortas sometidas a flexo-compresión, diagramas de interacción).
- Fuerza cortante o torsión $\phi = 0.75$
 - Compresión pura, aplastamiento (bearing) $\phi = 0.65$
 - Zonas de anclaje de pretensado $\phi = 0.85$
 - En modelos de elementos reticulados idealizados (tirantes y puntales) del apéndice A. $\phi = 0.75$
 - Flexión pura en elementos pretensados cuando el anclaje es menor que la longitud l_d $\phi = 0.75$
 - Longitudes de desarrollo del capítulo 12 del código $\phi = 1.00$
 - En estructuras que dependen de pórticos especiales o de nuevos estructurales para resistir sismos, los factores ϕ se modifican como sigue:
 - a) Para cualquier elemento estructural que se diseña para resistir efectos de sismo, si su resistencia nominal al corte V_u/ϕ es menor que el corte necesario para desarrollar la resistencia nominal a la flexión, V_e , determinado para las cargas axiales amplificadas más críticas, incluyendo los efectos de sismo. $\phi = 0.6$
 - b) En diafragmas el factor de reducción del corte no excederá el factor mínimo de reducción del corte usado para los componentes verticales del sistema primario para resistir cargas laterales.
 - c) Para corte en nudos o uniones o vigas de conexión $\phi = 0.85$
 - Para concreto simple, sin armar, para todos los refuerzos: flexión, compresión, fuerza cortante o aplastamiento. $\phi = 0.55$

- Para estructuras hidráulicas:

a) A flexión

$$\phi = \frac{1}{1.3} = 0.769$$

b) A tracción

$$\phi = \frac{1}{1.65} = 0.606$$

c) A fuerza cortante

$$\phi = 0.75$$



2. Materiales

2.1 EL CONCRETO Y SUS COMPONENTES

El concreto es una mezcla de cemento, agregado grueso o piedra, agregado fino o arena y agua. El cemento, el agua y la arena constituyen el mortero cuya función es unir las diversas partículas de agregado grueso llenando los vacíos entre ellas. En teoría, el volumen de mortero sólo debería llenar el volumen entre partículas. En la práctica, este volumen es mayor por el uso de una mayor cantidad de mortero para asegurar que no se formen vacíos.

Para obtener un buen concreto no sólo basta contar con materiales de buena calidad mezclados en proporciones correctas. Es necesario también tener en cuenta factores como el proceso de mezclado, transporte, colocación o vaciado y curado.

2.1.1 Cemento

El cemento se obtiene de la pulverización del *clinker*, el cual es producido por la calcinación hasta la fusión incipiente de materiales calcáreos y arcillosos. Está constituido por los siguientes componentes (Ref. 30):

1. Silicato tricálcico, el cual le confiere su resistencia inicial y influye directamente en el calor de hidratación.
2. Silicato dicálcico, el cual define la resistencia a largo plazo y no tiene tanta incidencia en el calor de hidratación.
3. Aluminato tricálcico, es un catalizador en la reacción de los silicatos y ocasiona un fraguado violento. Para retrasar este fenómeno, es preciso añadirle yeso durante la fabricación del cemento.
4. Alumino-Ferrito Tetracálcico, influye en la velocidad de hidratación y secundariamente en el calor de hidratación.
5. Componentes menores: óxidos de magnesio, potasio, sodio, manganeso y titanio.

Existen diversos tipos de cemento, los cuales están especificados en la norma ASTM-C- 150-99a. Ellos son:

Tipo 1. que es de uso general y sin propiedades especiales.

2. Tipo II, de moderado calor de hidratación y alguna resistencia al ataque de los sulfatos.
3. Tipo III, de resistencia temprana y elevado calor de hidratación.
4. Tipo IV, de bajo calor de hidratación.
5. Tipo V, de alta resistencia al ataque de sulfatos.

Los tres primeros tipos de cemento son susceptibles de adicionarles incorporadores de aire, en cuyo caso, se le agrega el sufijo A, por ejemplo, cemento tipo IIIA.

En la norma ASTM-C-595-00 se especifica las características de los cementos adicionados, los cuales contienen, además de los compuestos ya mencionados, escoria y puzolanas, que modifican el comportamiento del conjunto. Entre ellos se tiene:

1. Tipo IS, cemento al que se le ha añadido entre 25% y 70% en peso de escoria de alto horno.
2. Tipo ISM, cemento al que se ha añadido menos del 25% en peso de escoria de alto horno.
3. Tipo IP cemento al que se le ha añadido entre 15% y 40% en peso de puzolana.
4. Tipo IPM, cemento al que se le ha añadido menos del 15% en peso de puzolana.

Las puzolanas son materiales que al reaccionar con los productos de la hidratación del cemento, como los hidróxidos de calcio, y el agua adquieren propiedades aglomerantes que no presentan individualmente.

En la actualidad, en el Perú se fabrican los cementos Tipo I, Tipo II, Tipo V, Tipo IP y Tipo IPM (Ref. 30). También se usan cementos que reducen la contracción de fraguas como el CTS-Tipo K que cumple la especificación ASTM-C-845-96.

2.1.2 Agregado fino o arena

Tanto el agregado fino como el grueso, constituyen los elementos inertes del concreto, ya que no intervienen en las reacciones químicas entre cemento y agua. El agregado fino debe ser durable, fuerte, limpio, duro y libre de materias impuras como polvo, limo, pizarra, álcalis y materias orgánicas. No debe tener más de 5% de arcilla o limos ni más de 1.5% de materias orgánicas. Sus partículas deben tener un tamaño menor a 1/4" y su gradación debe satisfacer los requisitos propuestos en la norma ASTM-C-33-99a, los cuales se muestran en la Tabla 2.1.

Requisitos granulométricos que deben ser satisfechos por el agregado fino	
Tamiz estándar	% en peso del material que pasa el tamiz
3/8"	100
#4	95 a 100
#8	80 a 100
#16	50 a 85
#30	25 a 60
#50	10 a 30
#100	2 a 10

Tabla 2.1 Requisitos granulométricos del agregado fino

2.1.3 Agregado grueso o piedra

El agregado grueso está constituido por rocas graníticas, dioríticas y sieníticas. Puede usarse piedra partida en chancadora o grava zarandeada de los lechos de los ríos o vacimientos naturales. Al igual que el agregado fino, no deben contener más de un 5% de arcillas y finos ni más de 1.5% de materias orgánicas, carbón, etc. Es conveniente que su tamaño máximo sea menor que 1/5 de la distancia entre las paredes del encofrado, 3/4 de la distancia libre entre armaduras y 1/3 del espesor de las losas (ACI-3.3.2). Para concreto ciclópeo se puede emplear piedra de hasta 15 y 20 cm. Se puede usar tamaños mayores si a criterio del ingeniero, no inducirán la formación de vacíos. Al igual que para la arena, la norma La norma ASTM-C-33-99a también establece una serie de condiciones para su gradación. Estas se muestran en la Tabla 2.2. La piedra se denomina por el tamaño máximo del agregado.

2.1.4 Agua

El agua empleada en la mezcla debe ser limpia, libre de aceites, ácidos, álcalis, sales y materias orgánicas. En general, el agua potable es adecuada para el concreto. Su función principal es hidratar el cemento, pero también se le usa para mejorar la trabajabilidad de la mezcla.

Podrá emplearse agua no potable en la elaboración del concreto, siempre que se demuestre su idoneidad. Para ello se fabricarán cubos de mortero elaborados con ella y se ensayarán según la norma ASTM-C-109/109M-99. Si las resistencias obtenidas a los 7 y 28 días son por lo menos el 90% de las esperadas en morteros similares elaborados a base de agua potable el líquido es aceptable (ACI-3.4.3). Es conveniente verificar, adicionalmente, que no contenga agentes que puedan reaccionar negativamente con el refuerzo.

2.1.5 Aditivos

Los aditivos son sustancias que, añadidas al concreto, alteran sus propiedades tanto en estado fresco como endurecido. Por su naturaleza, se clasifican en aditivos químicos y aditivos minerales. Entre los primeros, se tiene, principalmente, los plastificantes y super-plastificantes, los incorporadores de aire y los controladores de fragua. Las normas ASTM C-260-00 y C-1017/1017M-98 presentan especificaciones para estos aditivos. Los aditivos incorporadores de aire están estandarizados por la norma ASTM-C-260-00. La norma ASTM-1017/1017M-98 incluye especificaciones para los aditivos químicos a ser utilizados en concretos bombeables, entre los que se incluyen los plastificantes y retardadores. Entre los aditivos minerales se tiene, principalmente: los aditivos naturales, cenizas volantes o *fly ash*, microsílíce o *sílica fume* y escoria de la producción del acero. Las normas ASTM-C-618-99 y C-989-99 incluyen especificaciones en torno a ellos. La primera se refiere a *fly ash* y a las puzolanas y la segunda a la escoria de la producción del acero. La norma ASTM C-124-00 se refiere al *sílica fume*.

Los aditivos plastificantes sirven para lograr concretos más trabajables y plásticos. Permiten reducir la cantidad de agua en la mezcla. Si se mantiene constante la cantidad de cemento, la resistencia del concreto aumenta. Si la relación entre la cantidad de agua y el cemento no varía, al reducir la cantidad de agua disminuirá la cantidad de cemento y se obtendrá un concreto con

Tamaño Nominal (mm.)	Porcentaje que pasa por los tamices normalizados												
	100 mm	90 mm	75 mm	63 mm	50 mm	37.5 mm	25 mm	19 mm	12.5 mm	9.5 mm	4.75 mm	2.36 mm	1.18 mm
90.0 a 37.5 (3½" a 1½")	100	90-100		25-60		0-15		0-5					
63.0 a 37.5 (2½" a 1½")			100	90-100	35-70	0-15		0-5					
50.0 a 25.0 (2" a 1")				100	90-100	35-70		10-30			0-5		
50.0 a 4.75 (2" a #4)				100	95-100				10-30		0-5		
37.5 a 19.0 (2½" a ¾")					100	90-100	20-55	0-15		0-5			
37.5 a 4.75 (1½" a #4)					100	95-100		35-70		10-30	0-5		
25.0 a 12.5 (1" a 1½")						100	90-100	20-55	0-10	0-5			
25.0 a 9.50 (1" a 3/8")						100	90-100	40-85	10-40	0-15	0-5		
25.0 a 4.75 (1" a #4)						100	95-100		25-60		0-10	0-5	
19.0 a 9.50 (¾" a 3/8")							100	90-100	20-55	0-15	0-5		
19.0 a 4.75 (¾" a #4)							100	90-100		20-55	0-10	0-5	
12.5 a 4.75 (½" a #4)								100	90-100	40-70	0-15	0-5	
9.50 a 2.36 (3/8" a #8)									100	85-100	10-30	0-10	0-5

Tabla 2.2 Requisitos granulométricos del agregado grueso

igual resistencia pero con menos cemento en la mezcla. Es posible una reducción de hasta 15% de cemento en la mezcla sin pérdida de resistencia. El periodo de efectividad de los aditivos plastificantes es limitado. Entre ellos se tiene: ácido cítrico, ácido glucónico y los lignosulfonatos.

Los aditivos super-plastificantes permiten reducir hasta tres o cuatro veces el agua que puede ser reducida a través del uso de plastificantes. Esta reducción puede variar entre 20% y 25% del contenido total de agua. Estas sustancias permiten se utilizan en la elaboración de concretos de alta resistencia y de concretos muy fluidos. Además, aceleran la hidratación del cemento, obteniéndose mayores resistencias al primer, tercer y séptimo día. Algunas sustancias usadas como super-plastificantes son: naftalinas condensadas, mezclas de melaninas y sales de ácido naftalínico sulfúrico.

Los aditivos incorporadores de aire se usan con objeto de añadir a la mezcla burbujas de aire uniformes. Está demostrado que esta circunstancia favorece la resistencia del concreto al deterioro producido por el calor y heladas alternadas. Los incorporadores de aire se usan, también, para mejorar la trabajabilidad de la mezcla. Entre ellos se tiene: sales de resinas de la madera, detergentes sintéticos, sales de los ácidos de petróleo, ácidos resinosos y sus sales, etc.

Los aditivos controladores de fragua pueden ser aceleradores o retardadores. Los primeros, como su nombre lo indica, incrementan la velocidad de fraguado. La resistencia del concreto se incrementa a un mayor ritmo y esto permite reducir el tiempo de utilización de los encofrados, el tiempo de curado y, en general, la duración del proceso constructivo. Esto es particularmente útil en la producción, en planta, de piezas prefabricadas. Los aditivos retardadores, por el contrario, incrementan el tiempo de reacción del cemento. Son usados en el vaciado de estructuras grandes en las cuales es preciso mantener el concreto trabajable por un periodo más o menos largo. También se utilizan para contrarrestar la fragua rápida que se presenta en climas cálidos. Algunos químicos usados con frecuencia como controladores de fragua son: cloruro de calcio, nitrato de calcio, carbonato de potasio, carbonato de sodio, sulfato de calcio, etc. El primero ya casi no se usa pues ataca las armaduras. Es importante destacar que en algunos casos, las mismas sustancias actúan como aceleradores o retardadores de fragua dependiendo de las proporciones en las que se incluyen en la mezcla.

Los aditivos minerales son materiales silíceos muy finos que son adicionados al concreto en cantidades relativamente grandes. Su función es reaccionar con algunas sustancias producto de la hidratación del cemento que no contribuyen a mejorar la resistencia del concreto obteniendo otros compuestos que sí incrementan dicha propiedad. Son usados para:

1. Mejorar la trabajabilidad del concreto.
2. Reducir el agrietamiento por el calor de hidratación
3. Mejorar la durabilidad del concreto a los ataques químicos
4. Reducir su potencial de corrosión
5. Producir concretos de alta resistencia.

2.2 MEZCLADO, TRANSPORTE, COLOCACIÓN Y CURADO DEL CONCRETO

El mezclado, transporte, colocación y curado del concreto son operaciones que influyen directamente en la calidad del material elaborado. Un control de calidad pobre puede ocasionar que, aún utilizando las proporciones adecuadas de piedra, arena, agua y cemento, no se obtenga el concreto deseado. En esta sección se pretende dar algunos criterios, muy generales, en torno a estos procesos.

2.2.1 Mezclado del concreto

El proceso de mezclado del concreto consiste en recubrir el agregado con la pasta de cemento hasta conseguir una masa uniforme. Debe efectuarse a máquina y para ello se hace uso de mezcladoras. Entre ellas se tiene la de volteo, la inversa y la de artesa. El tamaño de la mezcladora se determina en función del volumen de concreto a batir.

La mezcladora de volteo tiene un tambor en forma cónica y aspas en su interior. Se denomina así, pues el concreto es retirado inclinando el tambor después de su mezclado. Es recomendada para el batido de concretos poco trabajables ya que el retirado de la mezcla no presenta mayores dificultades. La mezcladora inversa es similar a la anterior pero el concreto es retirado girando el tambor en sentido contrario al mezclado. La velocidad de descarga es lenta y el concreto es susceptible de segregarse. La mezcladora de artesa no es móvil y tiene la forma de una batidora doméstica grande. Es eficiente cuando se trabaja con mezclas cohesivas, poco fluidas.

Los concretos premezclados son aquéllos cuya elaboración se efectúa en plantas especiales y son distribuidos a través de camiones concreteros. Son de mejor calidad que los concretos mezclados a pie de obra pues el control de calidad del mezclado es más riguroso.

El tiempo mínimo de mezclado del concreto es función de la cantidad de mezcla a preparar y del número de revoluciones de la mezcladora. Se mide a partir del instante en que todos los ingredientes están en la máquina. Una especificación usual es la de un minuto por 0.7 m^3 (=1 yarda³) de concreto más un cuarto de minuto por cada 0.7 m^3 adicionales (Ref. 7). Sin embargo, el código del ACI requiere un tiempo mínimo de mezcla de un minuto y medio (ACI-5.8.3).

2.2.2 Transporte y colocación del concreto

El concreto debe transportarse de modo que se prevenga la segregación y pérdida de materiales. Se emplean camiones concreteros, fajas transportadoras, canaletas metálicas, etc. Las fajas y canaletas deberán tener una pendiente que no favorezca la segregación o pérdida del concreto para lo cual deberán tener una inclinación que varíe entre 20° y 25°. El concreto transportado por ellas deberá ser protegido contra el secado. Los camiones concreteros permiten trasladar el concreto a lugares alejados de la planta dosificadora, sin embargo, la mezcla no debe permanecer en él más de una hora y media, a menos que se tomen provisiones especiales.

La colocación debe efectuarse en forma continua mientras el concreto se encuentra en estado plástico, evitando la formación de juntas frías. Los elementos monolíticos se colocarán en capas horizontales que no excedan los 50 cm. de espesor y que sean capaces de ser unidas por vibración. El objetivo principal de este proceso es evitar la segregación para lo que se hace uso de mangueras, chutes, etc. En la figura 2.1 se muestran algunos métodos correctos e incorrectos de colocación y transporte del concreto.

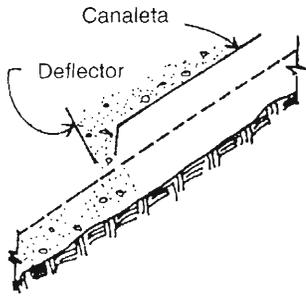
El llenado sólo debe detenerse al llegar a una junta la cual se ubica de modo que el concreto vaciado en dos etapas no reduzca la resistencia del elemento. Estas juntas deben ser indicadas por el proyectista y no improvisadas en obra. El código del ACI (ACI-6.4) indica que para reiniciar el vaciado, debe limpiarse la superficie del concreto endurecido, humedecerla y retirar el agua en exceso. No se debe hacer uso de lechada de cemento. Para garantizar la transmisión de fuerzas cortantes se suele dejar rugosa la superficie de contacto. En losas y vigas, las juntas se suelen ubicar en el tercio central de la luz donde el momento de flexión es máximo y la fuerza cortante, mínima. Vigas, losas, paneles y capiteles deben ser vaciados simultáneamente, a menos que se especifique lo contrario y se tomen las previsiones del caso. Estos elementos horizontales no deben colarse hasta que el concreto de las columnas y muros que los soportan haya fraguado.

La compactación o vibrado del concreto consiste en eliminar el exceso de aire atrapado en la mezcla, logrando una masa uniforme que se distribuya adecuadamente en el encofrado y alrededor del refuerzo. Este proceso también es de suma importancia para conseguir un buen concreto. La compactación puede efectuarse manualmente mediante el chuceo o haciendo uso de vibradores. Los vibradores son de varios tipos: interno o de inmersión, externos y de superficie. Los primeros actúan sumergidos en el concreto y son los más efectivos por estar en contacto directo con el concreto fresco, transmitiéndole toda su energía. Los vibradores externos se fijan a la parte exterior del encofrado que está en contacto con el concreto. No son tan efectivos como los primeros pues parte de su energía es absorbida por el encofrado. Los vibradores de superficie se usan para compactar losas, pisos y pavimentos pues dejan de ser efectivos para profundidades mayores a 30 cm. Pueden ser planchas o reglas vibratoras. Las últimas se apoyan en los encofrados laterales y cuentan con vibradores, generalmente cada 60 ó 90 cm.

2.2.3 Curado del concreto

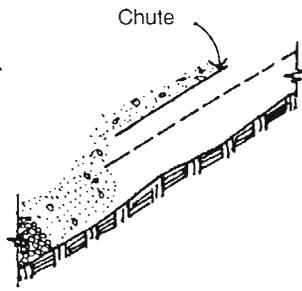
El curado es el proceso por el cual se busca mantener saturado el concreto hasta que los espacios de cemento fresco, originalmente llenos de agua sean reemplazados por los productos de la hidratación del cemento. El curado pretende controlar el movimiento de temperatura y humedad hacia dentro y hacia fuera del concreto. Busca, también, evitar la contracción de fragua hasta que el concreto alcance una resistencia mínima que le permita soportar los esfuerzos inducidos por ésta.

La falta de curado del concreto reduce drásticamente su resistencia como se muestra en la figura 2.2. En ella, también se puede apreciar que a mayor tiempo de curado, la resistencia alcanzada por el concreto es mayor. Como se puede apreciar, esta etapa del proceso constructivo es decisiva para la obtención de un buen concreto.



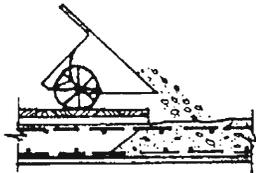
CORRECTO

Colóquese el deflector en el extremo de la canaleta de tal manera que se evite la segregación y el concreto conserve su pendiente



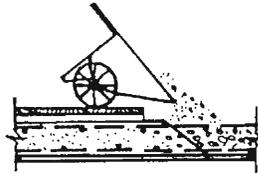
INCORRECTO

Descargar el concreto desde el extremo libre de una canaleta en una pendiente que va a pavimentarse. La grava se segrega y va al fondo de la pendiente. La velocidad tiende a arrasar al concreto hacia abajo



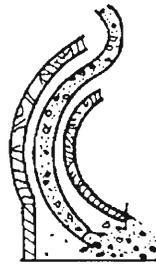
CORRECTO

Descargar el concreto hacia atrás del concreto ya colocado

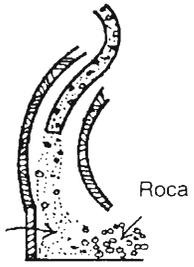


INCORRECTO

Descargar el concreto sobre el concreto ya colocado

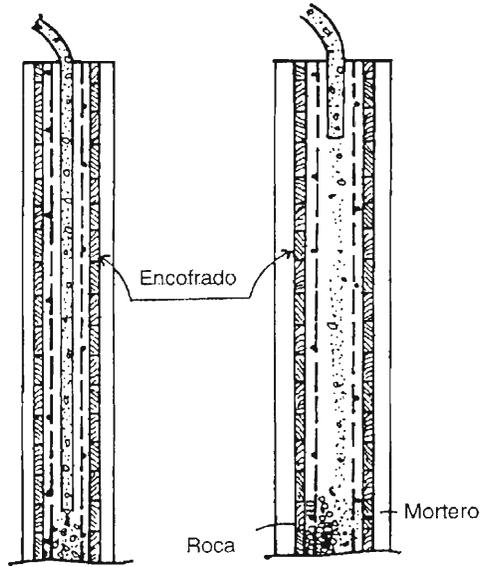


CORRECTO



INCORRECTO

Vaciado del concreto por medio de bomba y mangueras, en encofrados hondos y curvos.

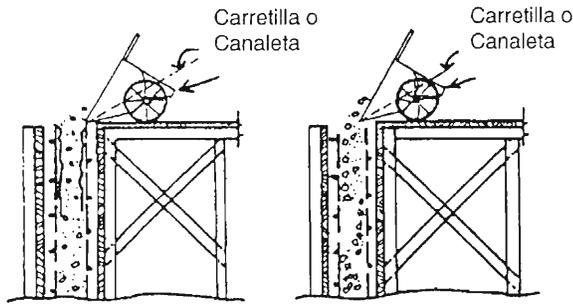


CORRECTO

INCORRECTO

El concreto bombeado es vaciado en encofrado angosto por medio de mangueras

Figura 2.1.a. Métodos correctos e incorrectos de colocación de concreto (Ref. 7)

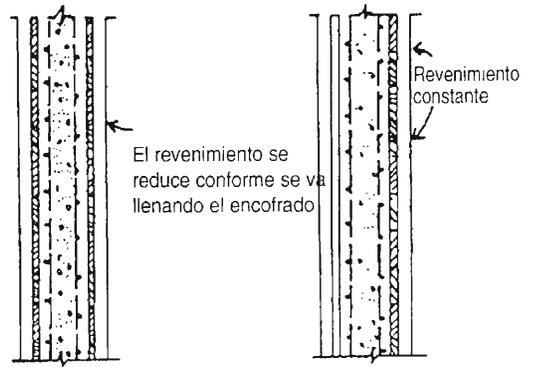


CORRECTO

Descárguese el concreto en un colector con una manguera ligera y flexible. Esto evita la segregación. El encofrado y el acero estarán limpios hasta que los cubra el concreto.

INCORRECTO

Permite que el concreto del canalón o la carretilla se golpeen contra el encofrado y reboten en las varillas y el encofrado causando segregación y huecos en el fondo.

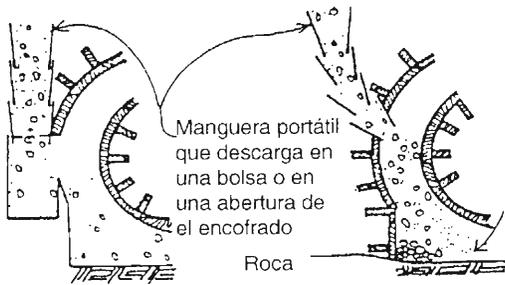


CORRECTO

Necesariamente el concreto es más húmedo en el fondo de los encofrados estrechos y profundos y se hace más seco conforme se alcanza la parte superior. El aumento de agua tiende a reducir la calidad del concreto. La contracción por asentamiento es mínima.

INCORRECTO

Usar el mismo revenimiento en la parte superior como se requiera en el fondo del colado. Un alto revenimiento en la parte superior produce en exceso de agua y de colocación, pérdida de calidad y durabilidad en la capa superior

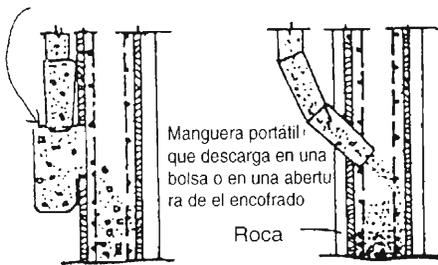


CORRECTO

Caída vertical del concreto en bolsas exteriores debajo de cada abertura del encofrado permitiendo que el concreto se detenga y fluya fácilmente al encofrado sin segregación

INCORRECTO

Permite que el concreto fluya a gran velocidad dentro el encofrado o que forme un ángulo con la vertical. Esto invariablemente resulta en segregación.



CORRECTO

INCORRECTO

Cubo manejado por grúa y que permanece unida a ella

Aire comprimido de la grúa para la compuerta del cubo

Estructura para proteger de daños el cono del colector

El cono del colector debajo de la compuerta del cubo unido permanentemente a la estructura

Cuerda para operar la compuerta neumática desde el encofrado

Conducto de caída flexible conectado al cono colector. El conducto se dobla en plano cuando no está cayendo nada de concreto permitiendo que se le emplee para el menor tamaño de agregado, además de ser lo suficientemente grande para el mayor.

Figura 2.1.b. Métodos correctos e incorrectos de colocación de concreto. (Ref. 7)

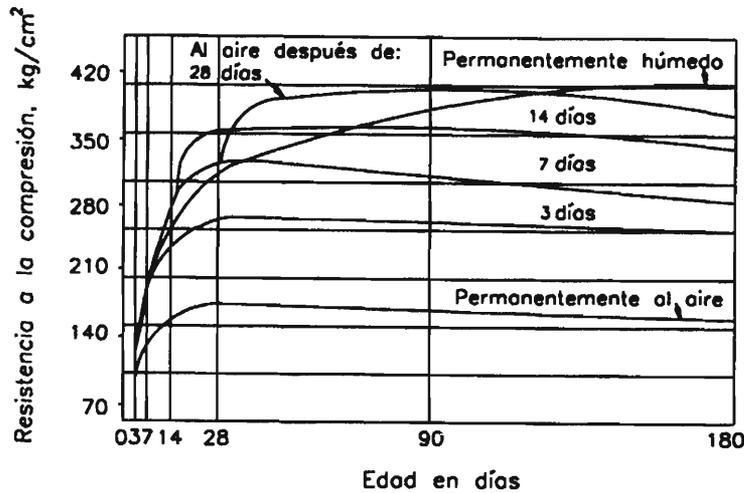


Figura 2.2 Efecto del tiempo de curado del concreto en la resistencia del concreto a la compresión. (Ref. 28)

Existen diversos métodos de curado: curado con agua, con materiales sellantes y curado al vapor. El primero puede ser de cuatro tipos: por inmersión, haciendo uso de rociadores, utilizando coberturas húmedas como yute y utilizando tierra, arena o aserrín sobre el concreto recién vaciado.

Los materiales sellantes pueden ser películas de plástico, papel impermeable o compuestos de curado. Estos últimos son sustancias que al ser aplicadas sobre el concreto forman una membrana que retiene la humedad. Generalmente, están provistos de pigmentos de modo que se pueda identificar las superficies que los tienen. Además, permiten reflejar los rayos solares. El color desaparece aproximadamente en una semana.

El curado al vapor tiene la gran ventaja que permite ganar resistencia rápidamente. Se utiliza tanto para estructuras vaciadas en obra como para las prefabricadas, siendo más utilizado en las últimas. El procedimiento consiste en someter al concreto a vapor a presiones normales o superiores, calor, humedad, etc. El concreto curado al vapor, deberá tener una resistencia similar o superior a la de un concreto curado convencionalmente (ACI-5.11.3.2) Los cambios de temperatura no deben producirse bruscamente pues sino, ocasionan que el concreto se resquebraje.

Es difícil determinar el tiempo de curado necesario, pero el ACI especifica un mínimo de siete días para cemento Portland normal (ACI-5.11.1). Si se usa cementos de fraguado lento, este periodo debe incrementarse, mientras que si se usa cementos de fragua rápida, puede disminuirse pero nunca a menos de tres días (ACI-5.11.2). En caso de concretos de alta resistencia, el curado debe iniciarse a edad temprana para conseguir resultados satisfactorios. Los concretos curados al vapor pueden reducir el periodo de curado a la décima parte. En general, el proceso no se suspenderá hasta que se haya alcanzado el 70% de la resistencia a la compresión en las probetas curadas bajo las mismas condiciones que el concreto vaciado en obra.

2.3 RESISTENCIA DEL CONCRETO

2.3.1 Resistencia del concreto ante solicitaciones uniaxiales

Resistencia del concreto a la compresión

Este parámetro es obtenido a través del ensayo de un cilindro estándar de 6" (15 cm) de diámetro y 12" (30 cm) de altura. El espécimen debe permanecer en el molde 24 horas después del vaciado y posteriormente debe ser curado bajo agua hasta el momento del ensayo. El procedimiento estándar requiere que la probeta tenga 28 días de vida para ser ensayada, sin embargo este periodo puede alterarse si se especifica. Durante la prueba, el cilindro es cargado a un ritmo uniforme de 2.45 kg/cm²/s. La resistencia a la compresión (f'_c) se define como el promedio de la resistencia de, como mínimo, dos probetas tomadas de la misma muestra probadas a los 28 días. El procedimiento se describe en detalle en las normas ASTM-C-192M-95 y C-39-96.

Para concreto estructural $f'_c \geq 175$ Kg/cm², la resistencia teórica a la compresión es f'_c , sin embargo los cilindros de prueba no deben romperse a f'_c sino a una resistencia mayor llamada f'_{CR} que depende de la desviación estándar del número de pruebas realizadas.

a) Cuando no hay información:

$$\text{Sólo para concretos de } f'_c \leq 350 \text{ Kg/cm}^2 \quad f'_{CR} = f'_c + 85 \text{ Kg/cm}^2$$

Para $f'_c > 350$ Kg/cm² es obligatorio hacer pruebas

b) Cuando hay menos de 15 pruebas:

$$\text{Para concretos de } f'_c \leq 210 \text{ Kg/cm}^2 \quad f'_{CR} = f'_c + 70 \text{ Kg/cm}^2$$

$$\text{Para concretos } 210 < f'_c \leq 350 \text{ Kg/cm}^2 \quad f'_{CR} = f'_c + 85 \text{ Kg/cm}^2$$

$$\text{Para concretos de } f'_c > 350 \text{ Kg/cm}^2 \quad f'_{CR} = 1.1f'_c + 50 \text{ Kg/cm}^2$$

c) Cuando hay más de 15 pruebas pero menos de 30 el factor de la desviación estándar se modificará como sigue:

15 pruebas: se multiplica por 1.16

20 pruebas: se multiplica por 1.08

25 pruebas: se multiplica por 1.03

30 pruebas o mas: se multiplica por 1.00

La desviación estándar se calcula por:

$$s = \left[\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n - 1} \right]^{1/2}$$

Donde x_i = Resistencia individual de una prueba de 2 cilindros

\bar{x} = Promedio de n pruebas

n = número de pruebas consecutivas

d) Cuando hay más de 30 pruebas:

$$\text{Para } f'_c \leq 350 \text{ Kg/m}^2 \quad f'_{CR} \geq f'_c + 1.34S \quad (5-1 \text{ ACI})$$

$$f'_{CR} \geq f'_c + 2.33S-35 \quad (5-2 \text{ ACI})$$

$$\text{Para } f'_c > 350 \text{ Kg/m}^2 \quad f'_{CR} \geq f'_c + 1.34S \quad (5-1 \text{ ACI})$$

$$f'_{CR} \geq 0.9f'_c + 2.35S \quad (5-3 \text{ ACI})$$

Ninguna prueba debe estar menor de 35 kg/m² de f'_c para concreto de $f'_c \leq 350$ kg/m² ni menos de 0.1 f'_c para concretos de más de 350 kg/m².

En ocasiones un período de 28 días para determinar la resistencia del concreto puede resultar muy largo, por lo que se suele efectuar ensayos a los 7 días. La relación entre la resistencia obtenida a los 7 días y la resistencia a los 28 días, es aproximadamente:

$$f'_{c7} \approx 0.67f'_{c28}$$

Empíricamente se puede tomar:

$$f'_{c28} = f'_{c7} + 8 \sqrt{f'_{c7}}$$

En la siguiente tabla se muestra la relación entre la resistencia del concreto a una determinada edad y su resistencia a los 28 días.

Tiempo	7 días	14 días	28 días	90 días	6 meses	1 año	2 años	5 años
$f'_{c(t)}/f'_{c28}$	0.67	0.86	1	1.17	1.23	1.27	1.31	1.35

Tabla 2.3 Relación entre la resistencia la compresión del concreto en diferentes etapas y la resistencia a los 28 días

Actualmente la norma ASTM-C-39-96 permite utilizar los resultados de ensayos a compresión de probetas no estándar siempre que se les apliquen factores de corrección. La resistencia obtenida constituye una fracción de la resistencia de un cilindro estándar. Los factores de corrección se muestran en la Tabla 2.4.

Relación h/d	2.00	1.75	1.50	1.25	1.10	1.00	0.75	0.50
a	1.00	0.98	0.96	0.93	0.90	0.87	0.70	0.50
b	1.00	1.02	1.04	1.06	1.11	1.18	1.43	2.00

Tabla 2.4 Factores de corrección de resistencia para diferentes relaciones h/d (Tomado de la norma ASTM-C-39-96)

- donde:
- h: Altura de la probeta ensayada
 - d: Diámetro de la probeta ensayada
 - a: Factor de corrección de resistencia de la probeta ensayada
 - b: Razón entre las resistencias de la probeta ensayada y del cilindro estándar

Los factores de corrección antes mencionados se aplican a concretos ligeros de 1600 a 1920 kg/m³ y a concretos normales con resistencia a la compresión entre 140 kg/cm² y 420 kg/cm².

Del mismo modo, existen factores de corrección para las probetas que aún teniendo la misma relación h/d que la probeta estándar, no tienen las dimensiones de ésta. Estos se presentan en la Tabla 2.5.

Dimensiones del cilindro(cm)	$f'_{c \text{ cilindro}} / f'_{c \text{ estándar}}$
5x10	1.09
7.5x15	1.06
15x30	1.00
20x40	0.96
30x60	0.91
45x90	0.86
60x120	0.84
90x180	0.82

Tabla 2.5 Efecto del tamaño del espécimen en la resistencia del concreto.

En Inglaterra, Alemania y muchos otros países de Europa se usan probetas cúbicas para la determinación de la resistencia del concreto. El método de ensayo es descrito en las BS. 1881:1970 parte 3 y 4 (Ref. 28 y 21). El espécimen puede tener 15 ó 20 cm de lado y debe permanecer en el molde durante 24 horas. Luego de este período es curado hasta ser ensayado. Las probetas se prueban, generalmente, a los 3, 7, 28 y hasta 90 días. La carga se aplica a esfuerzo constante e igual a 155 kg/cm²/min. La relación entre las resistencias obtenidas a través del ensayo de cilindros y cubos se presenta en la Tabla 2.6.

f'_c (kg/cm ²)	70	155	200	245	270	345	370	415	450	515
$f'_{c \text{ cilindro}} / f'_{c \text{ cubo}}$	0.77	0.76	0.81	0.87	0.91	0.93	0.94	0.95	0.96	0.96

Tabla 2.6 Relación de la resistencia del cilindro a la del cubo (Tomado de la ref. 21).

Algunos de los factores que afectan la resistencia a la compresión del concreto son:

1. Relación w/c: Es el factor que más influye en la resistencia del concreto y constituye la razón entre el peso del agua y el peso del cemento utilizados en la mezcla. Si w/c disminu-

ye, la porosidad decrece consiguiéndose un concreto denso, de buena calidad y alta resistencia. Esta relación no debe ser menor que 0.25 pues ésta es la cantidad mínima de agua necesaria para la completa hidratación del cemento. Mientras mayor es la relación w/c, menor es la resistencia del concreto.

2. Tipo de cemento: De acuerdo al tipo de cemento, el desarrollo de la resistencia a la compresión varía con el tiempo como se aprecia en la figura 2.3. Sin embargo, puede observarse que después de un cierto tiempo, los concretos elaborados con cementos diferentes alcanzan aproximadamente las mismas características.

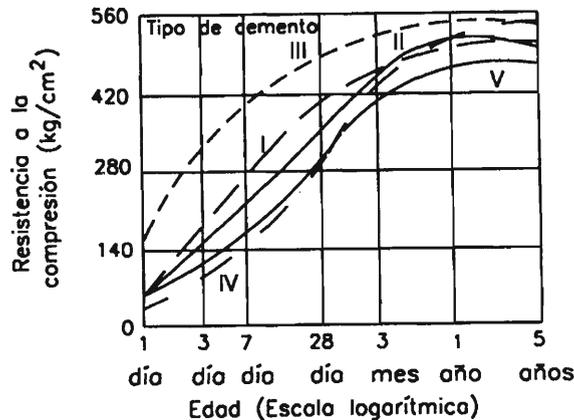


Figura 2.3. Desarrollo de la resistencia a la compresión del concreto en función del tipo de cemento. (ref. 24)

3. Tipo de agregado: La probeta ensayada puede romperse a través de la piedra o en la interfase agregado-pasta. Si el agregado es resistente, el primer caso no se presenta. En cambio, la falla en la interfase piedra-mortero depende del grado de unión de ambos elementos. Este es función de la textura de su superficie, gradación, tamaño máximo, etc. En concretos de alta resistencia, la resistencia del agregado juega un papel muy importante en la resistencia del concreto.
4. Duración del curado: Como se indicó en la sección 2.2.3, la duración del curado influye en la resistencia del concreto.

Resistencia del concreto a la tracción

La resistencia del concreto a la tracción es mucho menor que su resistencia a la compresión constituyendo aproximadamente entre un 8% a 15% de ésta. Para la determinación de este parámetro no se suele usar ensayos directos debido a las dificultades que se presentan sobretodo por los efectos secundarios que generan los dispositivos de carga. Para estimarlo se ha diseñado dos métodos indirectos.

El primero, llamado prueba brasilera o *split-test* consiste en cargar lateralmente el cilindro estándar, a lo largo de uno de sus diámetros hasta que se rompa. El procedimiento está espe-

cificado en la norma ASTM-C-496-96. En la figura 2.4 se muestra los esfuerzos que se generan a lo largo del diámetro cargado. La resistencia a la tensión es igual a:

$$f_{ct} = \frac{2P}{\pi h d} \quad (2-1)$$

donde: f_{ct} : Resistencia a la tracción del concreto

P: Carga de rotura

h: Longitud del cilindro

d: Diámetro del cilindro

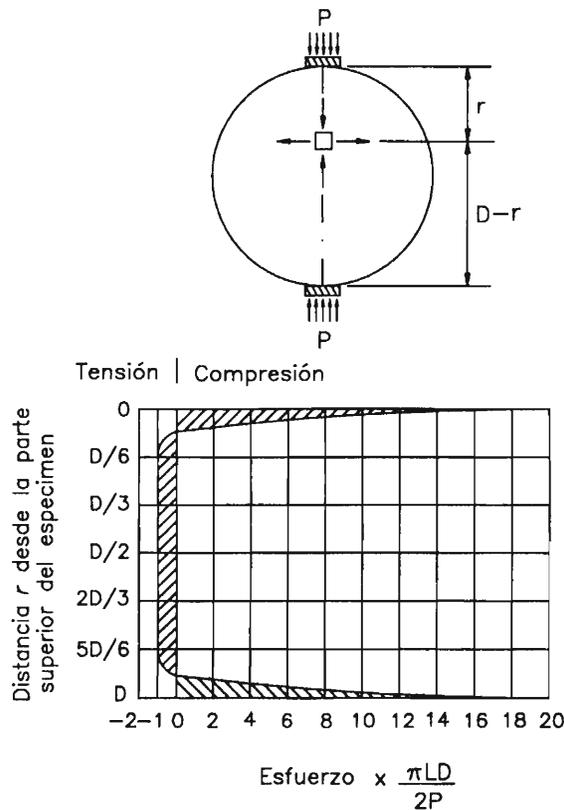


Figura 2.4. Distribución del esfuerzo horizontal en un cilindro cargado sobre un ancho igual a 1/12 del diámetro. (Ref. 28)

El valor de f_{ct} oscila entre $1.59\sqrt{f'_c}$ y $2.2\sqrt{f'_c}$ para concretos normales (Ref. 21, 24). Generalmente se toma:

$$f_{ct} = 1.6\sqrt{f'_c} \quad (2-2)$$

El segundo método consiste en evaluar la resistencia a la tracción a través de pruebas de flexión. Para este ensayo se usa una viga con sección transversal cuadrada de 6" (15 cm) de lado y una longitud igual a 70 cm, con apoyos en los 60 cm. centrales, la cual se

carga en los tercios de la luz entre apoyos. La falla se produce entre los puntos de aplicación de las cargas. El parámetro obtenido recibe el nombre de módulo de ruptura y es igual a:

$$f_r = \frac{M}{S} = \frac{Mc}{I}$$

$$f_r = \frac{6M}{bh^2}$$
(2-3)

- donde:
- f_r : Módulo de ruptura.
 - M: Momento flector en la sección de falla.
 - c: Distancia del eje neutro al extremo de la sección.
 - S: Módulo de sección de la viga.
 - b: Ancho de la sección rectangular.
 - h: Peralte de la sección rectangular.

El código del ACI sugiere para este parámetro los siguientes valores (ACI-9.5.2.3):

$$f_r = 2\sqrt{f'_c}$$
(2-4)

(ACI-Ec(9-10))

Los resultados de ambas pruebas se han relacionado y se ha determinado que el módulo de ruptura, f_r , es igual a 1.25 a 1.50 veces la resistencia a la tracción del concreto, f_{ct} (Ref. 21).

En general, para el diseño, la resistencia a la tracción del concreto es despreciada, excepto en el diseño de algunas estructuras de concreto simple, como cimientos o zapatas sin armar.

2.3.2 Resistencia del concreto al esfuerzo cortante

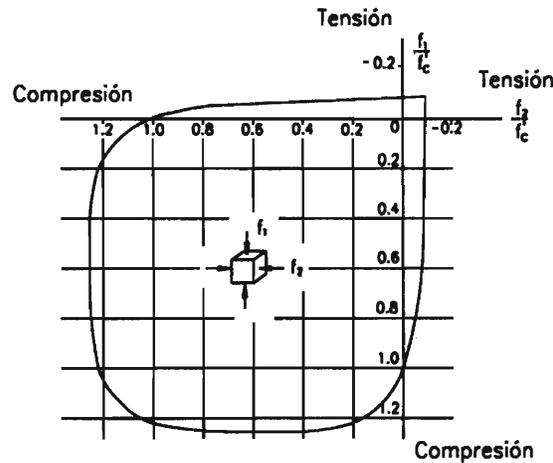
El esfuerzo cortante es una sollicitación que se presenta individualmente en casos muy excepcionales y la mayor de las veces actúa en combinación con esfuerzos normales. La resistencia al corte es difícil de evaluar pues no se puede aislar este esfuerzo de la tensión diagonal.

En el laboratorio, se han obtenido resistencias que varían de $0.2f'_c$ a $0.85f'_c$ (Ref. 27). Este rango tan amplio es explicable dada la dificultad que se tiene para aislar esta sollicitación de otras, en los ensayos utilizados para su determinación. En el diseño, los esfuerzos cortantes se limitan a valores bajos a fin de evitar fallas por tensión diagonal. Este concepto se explicará con más detalle en el capítulo 6.

2.3.3 Resistencia del concreto ante sollicitaciones biaxiales y triaxiales

Kupfer, Hilsdorf y Rüsck han efectuado ensayos en especímenes de concreto sometidos a esfuerzos en dos direcciones perpendiculares. Los resultados de estos experimentos se muestran en la figura 2.5. Como se puede apreciar la resistencia a la compresión biaxial puede ser hasta 27% mayor que la resistencia uniaxial. Además, si ambas cargas son de igual magnitud la resistencia se puede incrementar en aproximadamente 16%. La resistencia a la tracción biaxial prácticamente no difiere de la resistencia a la tracción uniaxial, sin embargo, cargas de tracción

y compresión combinadas tienden a disminuir tanto la resistencia a la compresión como a la tracción.



Aunque no existe en la actualidad una teoría que explique el comportamiento del concreto sometido a compresión triaxial, se han efectuado ensayos de probetas sumergidas en fluidos, los cuales ejercen presiones laterales sobre ellas. Richart, Brandtzaeg y Brown encontraron la siguiente relación empírica para la compresión axial del espécimen confinado:

$$f'_{cc} = f'_c + 4.1f_1 \quad (2-5)$$

donde: f'_{cc} : Resistencia a la compresión axial del espécimen confinado
 f'_c : Resistencia a la compresión uniaxial del espécimen no confinado
 f_1 : Presión de confinamiento lateral

El coeficiente correspondiente a la presión de confinamiento lateral en la expresión (2-5) ha sido discutido por investigadores como Balmer el cual ha encontrado un valor promedio de 5.6 en lugar de 4.1.

2.4 PROPIEDADES MECÁNICAS DEL CONCRETO

2.4.1 Relación esfuerzo-deformación del concreto a compresión

En la figura 2.6 se muestran curvas esfuerzo-deformación para concretos normales de diversas resistencias a la compresión. Las gráficas tienen una rama ascendente casi lineal cuya pendiente varía de acuerdo a la resistencia y se extiende hasta aproximadamente 1/3 a 1/2 de f'_c . Posteriormente adoptan la forma de una parábola invertida cuyo vértice corresponde al esfuerzo

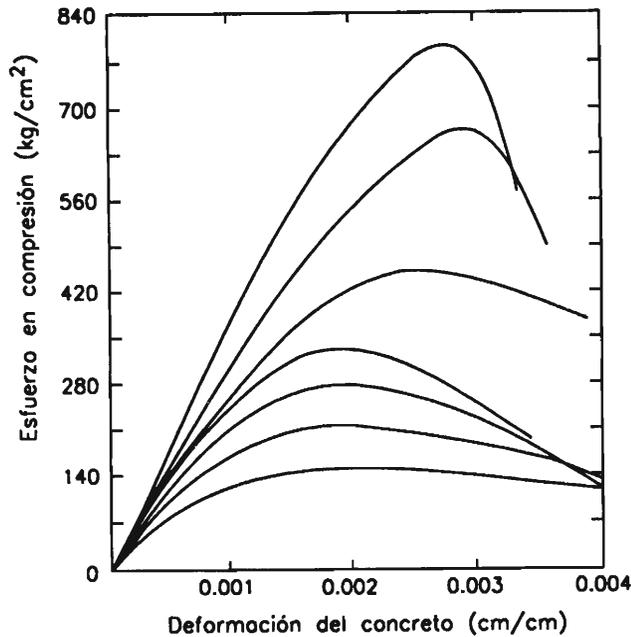


Figura 2.6. Curva esfuerzo-deformación del concreto en compresión. (Ref. 24)

máximo en compresión. La deformación correspondiente a este punto es mayor para los concretos más resistentes. Sin embargo, para los de menor resistencia es casi constante e igual 0.002. La rama descendente de las gráficas tiene una longitud y pendiente que varía de acuerdo al tipo de concreto. Para concretos de resistencias bajas tiende a tener menor pendiente y mayor longitud que para concretos de resistencias mayores. De ello se deduce que los concretos menos resistentes son los más dúctiles. Hognestad y Todeschini han propuesto idealizaciones de la curva esfuerzo-deformación del concreto, las cuales se muestran en la figura 2.7.

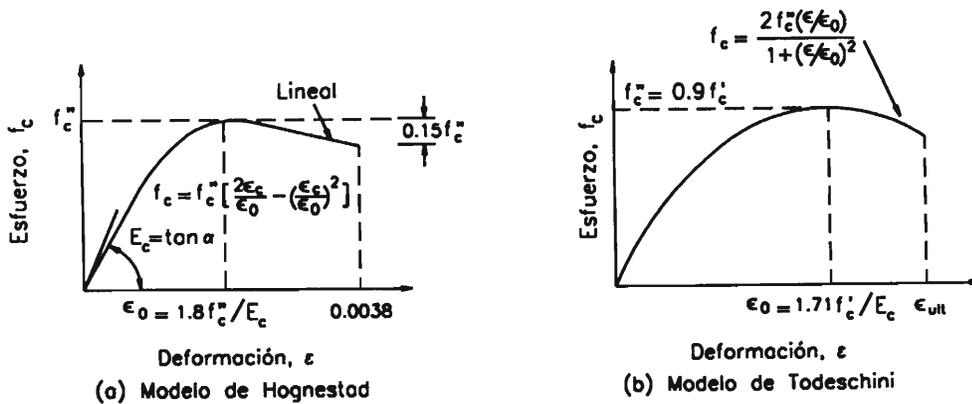


Figura 2.7. Idealización de la curva esfuerzo-deformación de concreto. (Ref. 24)

La curva esfuerzo-deformación del concreto varía de acuerdo a la velocidad de aplicación de la carga como se muestra en la figura 2.8. Si ésta se incrementa a un ritmo mayor, la resistencia máxima obtenida es mayor que si la carga se incrementa a razón menor. Este efecto debe tenerse presente cuando se analice los resultados de las pruebas estándar elaboradas en el laboratorio.

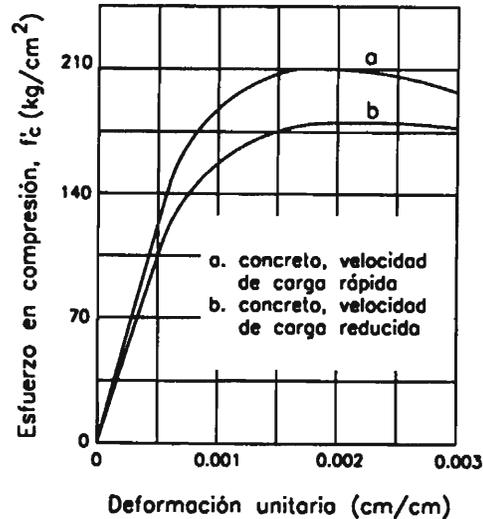


Figura 2.8. Efecto de la velocidad de carga en la resistencia a la compresión del concreto

El módulo de elasticidad de un material es un parámetro que mide la variación de esfuerzo en relación a la deformación en el rango elástico. Es función del ángulo de la línea esfuerzo-deformación y es una medida de la rigidez o resistencia a la deformación de dicho material. El concreto presenta un comportamiento elastoplástico y por ello los esfuerzos no son directamente proporcionales a la deformación. Por lo anterior, ha sido necesario definir términos como módulo secante y módulo tangente en un intento por convenir un valor para el módulo de elasticidad del concreto.

El módulo tangente se define como la pendiente de la recta tangente a la curva esfuerzo-deformación en un punto de ella. En particular, el módulo tangente que corresponde al esfuerzo nulo se denomina módulo tangente inicial. La determinación de este parámetro es difícil pues la recta tangente en el origen no está bien definida. Por su parte, el módulo secante es la pendiente de una recta secante a la curva, que une el punto de esfuerzo cero con otro cualquiera de la curva. El módulo secante es más fácil de determinar que el módulo tangente, por ello, es el más utilizado (ver figura 2.9).

Para definir el módulo de elasticidad del concreto, el ACI emplea el concepto de módulo secante y propone (ACI-8.5.1):

$$E_c = 0.14w^{1.5} \sqrt{f'_c} \quad (2-6)$$

donde: E_c : Módulo de elasticidad del concreto

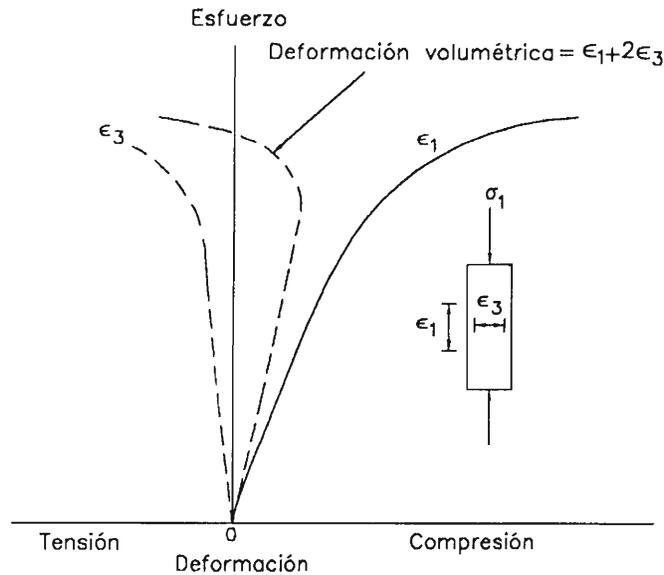


Figura 2.10. Deformaciones longitudinales, transversales y volumétricas de una probeta sometida a carga axial (Adaptado de la ref. 24)

2.5 VARIACIÓN EN EL VOLUMEN DEL CONCRETO

El volumen del concreto varía principalmente por tres causas: contracción de fragua, deformación plástica o *creep* y cambios de temperatura.

2.5.1 Variaciones de volumen por contracción de fragua

El agua que se añade a la mezcla de concreto es casi el doble de la necesaria para hidratar el cemento, pero se incluye para mejorar la trabajabilidad del material. Después del curado, el agua en exceso comienza a evaporar. La contracción de fragua se debe a la pérdida de humedad durante el endurecimiento y secado del concreto. Si éste puede deformarse libremente, disminuye su volumen, pero si contiene armadura o está fijo en alguno de sus extremos se raja. Los concretos vaciados bajo agua están constantemente en un medio húmedo por lo cual no presentan este fenómeno.

A la contracción originada por la pérdida de agua se suma la debida al enfriamiento del concreto después de la fragua, pues como se sabe, este proceso es exotérmico. Estos cambios de temperatura afectan también el volumen del concreto.

Además de la contracción por secado, existe otro tipo de contracción. Se trata de la contracción por carbonatación. Bajo condiciones especiales, ésta puede llegar a igualar la magnitud de las deformaciones por secado.

Algunos de los factores que afectan la contracción del concreto son:

1. Relación agua/cemento: A mayor relación agua/cemento, mayor cantidad de agua disponible para ser evaporada y por lo tanto mayor posibilidad de contracción.
2. Relación volumen/superficie del elemento de concreto: El agua evapora a través de la superficie y por lo tanto mientras ésta sea mayor, las deformaciones por contracción se incrementarán.
3. Humedad del ambiente: El agua evapora por la diferencia de humedad entre dos medios. Si el medio ambiente es muy húmedo, entonces la evaporación será menor.
4. Porcentaje de refuerzo: El refuerzo restringe la contracción del concreto. Una cantidad de refuerzo elevada origina una pequeña contracción con la aparición de gran número de grietas.
5. Tipo de cemento utilizado: Los cementos de fragua rápida y los de bajo calor de hidratación generan concretos con mayor tendencia a la contracción.
6. Agregados: Los agregados restringen la contracción de la pasta de cemento. Los más ásperos y con elevado módulo de elasticidad son los que más la limitan. Si el agregado es pequeño, la contracción aumenta.
7. Aditivos: El cloruro de calcio y las puzolanas aumentan la contracción. Existen aditivos que expanden el concreto.
8. Cantidad de cemento en la mezcla: Las mezclas más ricas contraen más que las pobres.
9. Tamaño de la pieza de concreto: La contracción disminuye con el aumento del volumen del elemento de concreto, pues, el proceso de desecación demora más tiempo ya que el agua debe efectuar un recorrido mayor para llegar a la superficie.

Las deformaciones unitarias finales debidas a la contracción de fragua varían entre 200×10^{-6} y 700×10^{-6} (Ref. 21). Generalmente se toma un promedio de 400×10^{-6} . En las dos primeras semanas se desarrolla del 15% a 30% de la deformación total; en el primer mes del 40% al 80% y en un año, del 70% al 85%. En la figura 2.11 se muestra la deformación por contracción de fragua en el tiempo.

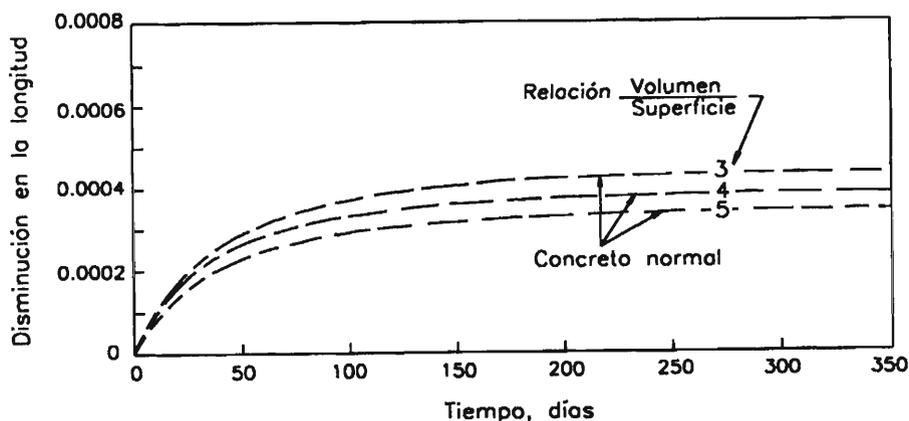


Figura 2.11. Deformación por contracción de fragua. (Adaptado de ref. 23)

Para reducir la contracción de fragua en el concreto es conveniente:

1. Reducir el contenido de agua de la mezcla.
2. Usar agregados no porosos.
3. Curar bien el concreto.
4. Usar juntas de contracción y construcción en la estructura.
5. Proveer refuerzo adicional, llamado de contracción, para limitar el ancho de las grietas.

La contracción es un proceso que puede revertirse sumergiendo el concreto en agua, pero no es totalmente reversible.

2.5.2 Deformación plástica o *creep*

En la figura 2.12 se muestra una gráfica deformación vs tiempo de una muestra sometida temporalmente a la acción de una carga. Inmediatamente después que ésta es aplicada se produce una deformación elástica que se mantiene mientras la carga actúa y una deformación plástica o *creep* que se incrementa con el tiempo. Al retirar la carga, la muestra presenta, instantáneamente, una recuperación elástica de la deformación. Esta, sin embargo, no iguala la deformación elástica inicial. Así mismo se produce una recuperación plástica, la cual después de un cierto periodo de tiempo se estabiliza, manteniéndose una deformación permanente en la muestra.

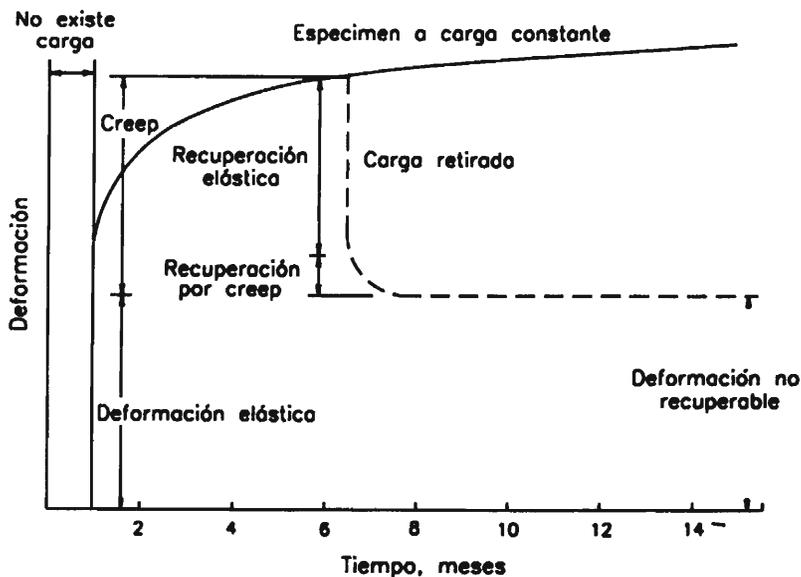


Figura 2.12. Deformación de un espécimen de concreto sometido temporalmente o carga axial. (Ref. 23)

La deformación plástica se debe a la disminución del espesor de la capa de agua que rodea las partículas de los compuestos de la hidratación del cemento. Estas se acercan y con el tiempo algunas se unen. Si la carga se retira parte de la deformación se recupera pero la unión de algunas de las partículas ocasiona que se presenten deformaciones permanentes.

La deformación plástica es de una a tres veces la deformación instantánea elástica. El fenómeno de *creep* incrementa las deflexiones en el tiempo y ocasiona redistribución de esfuerzos en la estructura. Algunos factores que afectan este proceso son:

1. Nivel de esfuerzo a que está sometido el concreto, ya que la deformación es proporcional al esfuerzo.
2. Duración de la carga, mientras la carga se mantenga más tiempo, el efecto del *creep* es mayor. Por eso, las cargas permanentes producen mayor deformación que las cargas vivas.
3. Resistencia y edad a la cual se aplica la carga, si el concreto es cargado a edad avanzada la deformación es menor.
4. Condiciones ambientales, a mayor humedad del medio ambiente, menor deformación plástica. Con una humedad de 50% la deformación es el doble que con una humedad de 100%.
5. Velocidad de carga, mientras más rápido se aplique, más se deforma el concreto.
6. Cantidad y distribución del refuerzo, pues éste restringe las deformaciones.
7. Tipo, finura y contenido de cemento, ya que el cemento presenta deformaciones plásticas que son, aproximadamente, quince veces mayores que las del concreto.
8. Relación w/c, a mayor cantidad de agua, mayor efecto del *creep*.
9. Tipo y gradación del agregado, mientras más denso sea el concreto, el *creep* será menos crítico.
10. Temperatura, se ha demostrado que durante incendios el concreto acentúa su deformación plástica.

La magnitud de la deformación por *creep* puede variar de 2.86×10^{-6} a 28.57×10^{-6} por kg/cm^2 por unidad de longitud (Ref. 21). En promedio, se puede tomar valores entre 1×10^{-6} a 1.5×10^{-6} . En pruebas efectuadas a lo largo de 20 años, se ha comprobado que en dos semanas se alcanzó del 18% a 35% de la deformación total registrada, en 3 meses, del 30% al 70% y en un año, del 64% al 83%. La deformación con el tiempo puede llegar a 2.5 a 3 veces la deformación inicial.

2.5.3 Variaciones de volumen por temperatura

El concreto se expande con el incremento de temperatura y se contrae con su disminución. El coeficiente de dilatación térmica varía con la calidad del concreto y con su edad. Su valor oscila entre $9.2 \times 10^{-6}/^{\circ}\text{C}$ y $12 \times 10^{-6}/^{\circ}\text{C}$ para temperaturas entre -15°C y $+50^{\circ}\text{C}$. El reglamento alemán recomienda tomar $10^{-5}/^{\circ}\text{C}$ como promedio; otros autores sugieren tomar $11 \times 10^{-6}/^{\circ}\text{C}$.

2.6 CONCRETO SOMETIDO A CARGAS DE COMPRESIÓN REPETIDAS

El efecto de la acción de cargas repetidas en el concreto varía de acuerdo a la velocidad de su aplicación. Si éstas son de elevada intensidad y se aplican rápidamente, se produce un efecto pronunciado de histéresis en la curva esfuerzo-deformación. Sinha, Gerstle y Tulin han efectuado ensayos de este fenómeno y han obtenido gráficas como la figura 2.13. Como se puede apreciar, la envolvente de los lazos se asemeja mucho a la curva analizada para la aplicación de una sola carga continua. Se observa que existen deformaciones remanentes considerables después de cada descarga. Esto sugiere que el concreto se degrada sucesivamente.

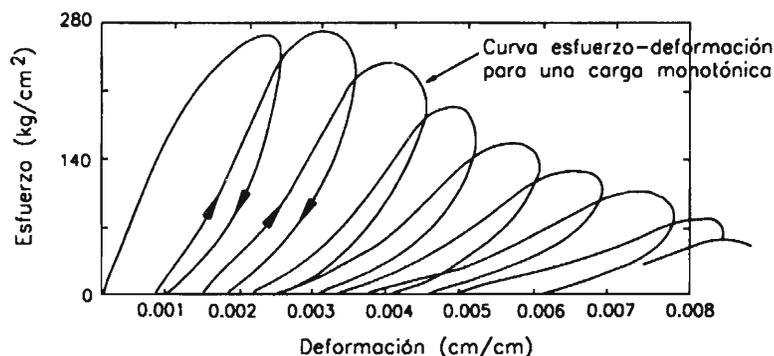


Figura 2.13. Curva esfuerzo-deformación de un espécimen de concreto sometido a cargas cíclicas. (Ref. 24)

Si las cargas repetidas se aplican más lentamente, la gráfica deformación versus tiempo que se obtiene se asemeja a la presentada en la figura 2.14. La deformación plástica toma importancia en este fenómeno. Los ciclos de carga y descarga van disminuyendo la capacidad resistente del concreto. Se ha probado que después de los 10'000,000 de ciclos la resistencia disminuye a aproximadamente un 55 del original (Ref. 16). Este resultado es válido cuando las cargas varían desde un mínimo cercano a cero hasta un máximo predeterminado.

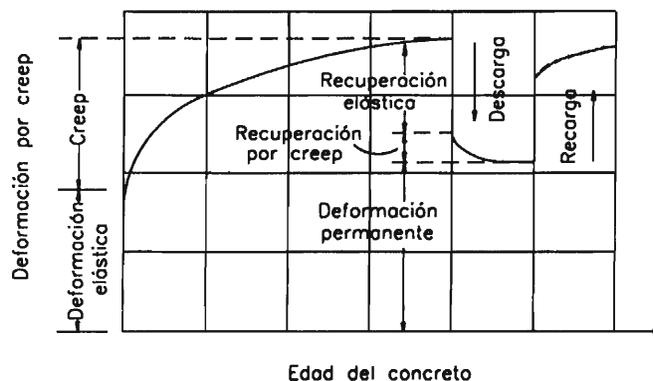


Figura 2.14. Deformación con el tiempo de un espécimen de concreto sometido a cargas repetidas. (Ref. 21)

2.7 EL ACERO

En las secciones precedentes se han mostrado algunas de las características del concreto entre ellas su limitada resistencia a la tracción. Para que este material pueda ser utilizado eficientemente en la construcción de obras de ingeniería se requiere de elementos que le permitan salvar esta limitación. En el caso del concreto armado, el acero es el encargado de esta función.

El acero es una aleación de diversos elementos entre ellos: carbono, manganeso, silicio, cromo, níquel y vanadio. El carbono es el más importante y el que determina sus propiedades mecánicas. A mayor contenido de carbono, la dureza, la resistencia a la tracción y el límite elástico aumentan. Por el contrario, disminuye la ductilidad y la tenacidad. El manganeso es adicionado en forma de ferro-manganeso. Aumenta la forjabilidad del acero, su templabilidad y resistencia al impacto. Así mismo, disminuye su ductilidad. El silicio se adiciona en proporciones que varían de 0.05% a 0.50%. Se le incluye en la aleación para propósitos de desoxidación pues se combina con el oxígeno disuelto en la mezcla. El cromo incrementa la resistencia a la abrasión y la templabilidad; el níquel, por su parte, mejora la resistencia al impacto y la calidad superficial. Finalmente, el vanadio mejora la temperabilidad.

El acero para ser utilizado en concreto armado se fabrica bajo las normas ASTM-A-615/615M-00, y A-706/706M-00. En el Perú es producido a partir de la palanquilla pero en el extranjero también se suele conseguir el reciclaje de rieles de tren y ejes usados. Estos últimos son menos maleables, más duros y quebradizos.

El refuerzo del concreto se presenta en tres formas: varillas corrugadas, alambre y mallas electrosoldadas.

2.7.1 Varillas corrugadas y alambres

Las varillas corrugadas son de sección circular y, como su nombre lo indica, presentan corrugaciones en su superficie para favorecer la adherencia con el concreto. Estas corrugaciones deben satisfacer requisitos mínimos para ser tomadas en cuenta en el diseño. Existen tres calidades distintas de acero corrugado: grado 40, grado 60 y grado 75 aunque en nuestro medio sólo se usa el segundo. Las características de estos tres tipos de acero se muestran en la Tabla 2.7.

	f_y (kg/cm ²)	f_s (kg/cm ²)
Grado 40	2800	4900
Grado 60	4200	6300
Grado 75	5300	7000

Tabla 2.7 Características resistentes de los aceros grado 40, 60 y 75.

donde: f_y : Esfuerzo de fluencia del acero.

f_s : Resistencia mínima a la tracción a la rotura.

Las varillas se denominan por números y sus características geométricas se presentan en la Tabla 2.8.

#	d_b (in)	d_b (cm)	P(cm)	A_s (cm ²)	w(kg/m)	e(cm)	h(cm)	c(cm)	NEMP
2	1/4	0.635	2	0.32	0.250	–	–	–	
3	3/8	0.952	3	0.71	0.560	0.662	0.038	0.363	
4	1/2	1.270	4	1.29	0.994	0.888	0.051	0.485	
5	5/8	1.588	5	2.00	1.552	1.110	0.071	0.608	
6	3/4	1.905	6	2.84	2.235	1.335	0.096	0.728	
7	7/8	2.222	7	3.87	3.042	1.538	0.111	0.850	x
8	1	2.540	8	5.10	3.973	1.779	0.127	0.973	
9	1 1/8	2.865	9	6.45	5.060	2.010	0.142	1.100	x
10	1 1/4	3.226	10	8.19	6.403	2.250	0.162	1.240	x
11	1 3/8	3.580	11	10.06	7.906	2.500	0.180	1.370	
14	1 11/16	4.300	14	14.52	11.384	3.020	0.215	1.640	x
18	2 1/4	5.733	18	25.81	20.238	4.010	0.258	2.190	x

Tabla 2.8 Varillas corrugadas y sus características

- donde:
- d_b : Diámetro nominal de la varilla.
 - P: Perímetro de la varilla.
 - A_s : Área de la sección transversal de la varilla.
 - w: Peso lineal de la varilla.
 - e: Máximo espaciamiento entre corrugaciones de la varilla.
 - h: Altura mínima de las corrugaciones de la varilla.
 - c: Cuerda de las corrugaciones de la varilla.
 - NEMP: No existe en el mercado peruano.

En la figura 2.15 se muestra claramente el significado de los términos e , h y c .

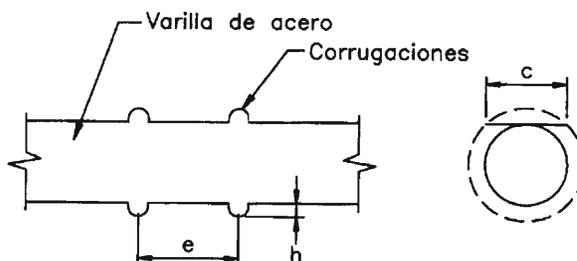


Figura 2.15. Características de las corrugaciones de las varillas de acero

Las varillas de la #3 a la #8 corresponden a un diámetro igual a su denominación en octavos de pulgada. Antiguamente las barras se hacían cuadradas y circulares. Las barras #9, #10, #11, #14 y #18 tienen una sección transversal cuya área es igual a la de barras con sección

cuadrada y lado de 1", 1 1/8", 1 1/4", 1 1/2" y 2". Sus diámetros se calcularon en función a esta característica.

La norma ASTM-A-615/615M-00 especifica aceros grado 40 y 60 en todas las denominaciones y acero grado 75 en varillas #11, #14 y #18. La norma ASTM-A-706/706M-00 especifica aceros de baja aleación soldables, grado 60. La norma ASTM-A-996/996M-00 permite el uso de acero provenientes de rieles y ejes.

En el Perú, las varillas #2 se comercializan en rollos y no presentan corrugaciones. Las varillas entre la #3 y #11 se expiden en largos de 30' o 9 m. pudiendo conseguirse en 6 m o 12 m bajo pedido.

El alambre de refuerzo puede ser liso o corrugado y es fabricado bajo las normas ASTM-A-82-97a y A-496-97a, respectivamente. Se usa, principalmente, como refuerzo transversal en columnas.

El código del ACI establece que para aceros con esfuerzo de fluencia mayor que 4200 kg/cm². se considerará como esfuerzo de fluencia, el esfuerzo correspondiente a una deformación de 0.35%. Este esfuerzo no deberá ser superior a los 5600 kg/cm² (ACI-3.5.3.2, 9.4).

Actualmente, se están desarrollando nuevos tipos de corrugaciones que aumentan la adherencia entre acero y concreto.

2.7.2 Mallas electrosoldadas

Las mallas electrosoldadas se usan en elementos como losas, pavimentos, estructuras laminares y muros en los cuales se tiene un patrón regular de distribución del refuerzo. Están constituidas por alambres lisos o corrugados dispuestos en mallas cuadradas o rectangulares y soldados en los puntos de unión del refuerzo. Sus características están especificadas en las normas, ASTM-A-496-97a y ASTM-497-99 para alambre liso y corrugado, respectivamente. En el primer caso, se requiere un esfuerzo de fluencia mínimo de 4550 kg/cm² y un esfuerzo último de 5250 kg/cm² y en el segundo, 4900 y 5600 kg/cm², respectivamente. La norma especifica que el esfuerzo de fluencia se mide a una deformación de 0.5%. Sin embargo, el código del ACI señala que siempre que éste exceda 4200 kg/cm². se considerará, para efectos de diseño, que es igual al esfuerzo correspondiente a una deformación de 0.35% (ACI-3.5.3.5, ACI-3.5.3~6). Esta salvedad se debe a que los aceros con esfuerzo de fluencia mayor que 4200 kg/cm² dan resultados poco conservadores cuando se asume un comportamiento elastoplástico del material, tal como lo asume el código.

Por otro lado, el código del ACI, en los mismos artículos, señala que en mallas de alambres lisos, el espaciamiento entre hilos, no será mayor a 30 cm salvo que se utilicen como estribos y en mallas de alambre corrugado, esta separación no será superior a 40 cm. (ACI-3.5.3.5, 3.5.3.6).

El acero de las mallas suele tener menor ductilidad que el convencional pues el procedimiento de fabricación elimina el escalón de fluencia. La deformación de rotura oscila entre 1 y 3% la cual está muy por debajo de la correspondiente a los aceros normales.

2.7.3 Tipos especiales de acero de refuerzo

Existen aceros de refuerzo que presentan protección contra la corrosión. Se trata de los aceros con recubrimiento epóxico y aceros con cubierta de zinc o galvanizados, los cuales están sujetos a las normas ASTM-A-775/775M-00 y ASTM-A-767/767-00b. Este tipo de refuerzo aún no se utiliza en el Perú. Se emplea en puentes, estacionamientos, plantas de tratamiento de aguas servidas, pistas y estructuras expuestas al agua, agua de mar, intemperie o ambientes corrosivos o sales para deshielo. El refuerzo con recubrimiento epóxico debe manipularse con cuidado para no estropear la cobertura y, en el diseño, debe tenerse en cuenta que no tiene buena adherencia con el concreto por lo que se deben tomar las previsiones del caso.

2.8 PROPIEDADES MECÁNICAS DEL ACERO

2.8.1 Relación esfuerzo-deformación del acero

En la figura 2.16 se puede apreciar una porción de la curva esfuerzo-deformación para aceros de diversos grados. Como se observa, en la fase elástica, los aceros de distintas calidades tienen un comportamiento idéntico y las curvas se confunden. El módulo de elasticidad es definido como la tangente del ángulo α . Por lo tanto, este parámetro es independiente del grado del acero y se considera igual a:

$$E_s = 2'039,000 \text{ kg/cm}^2 \quad (2-9)$$

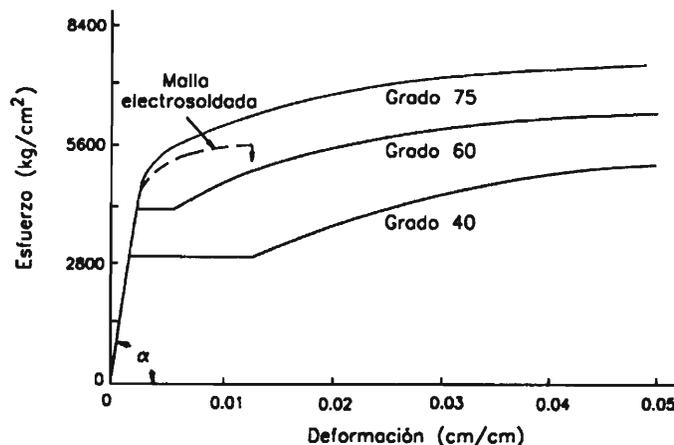


Figura 2.16. Curva esfuerzo-deformación y módulo de elasticidad del acero. (Adaptado de la ref. 27)

A diferencia del comportamiento inicial, la amplitud del escalón de fluencia varía con la calidad del acero. El acero grado 40 presenta una fluencia más pronunciada que los aceros grado 60 y 75.

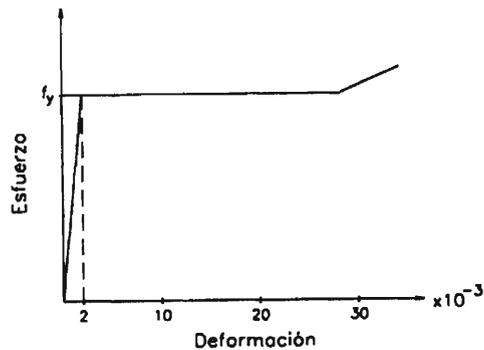


Figura 2.17. Idealización de la curva esfuerzo-deformación del acero asumido por el código del ACI

El código del ACI asume, para el diseño, que el acero tiene un comportamiento elastoplástico (ACI-10.2.4) para pequeñas deformaciones (ver figura 2.17).

El acero es un material que a diferencia del concreto tiene un comportamiento muy similar a tracción y a compresión. Por ello, se asume que la curva estudiada es válida para tracción y compresión.

2.8.2 Coeficiente de dilatación térmica

Su valor es muy similar al del concreto: $11 \times 10^{-6}/^{\circ}\text{C}$. Esto es una gran ventaja pues no se presentan tensiones internas entre refuerzo y concreto por los cambios de temperatura del medio. Ambos tienden a dilatarse y contraerse de modo similar.

2.8.3 Maleabilidad

Esta propiedad se garantiza a través de una prueba que consiste en doblar en frío una varilla de acero alrededor de un pin sin que ésta se astille en su parte exterior. El doblar debe ser de 180° para las varillas de todas las denominaciones excepto para las #14 y #18 cuyo doblar es de 90° para A-615, A-616, A-617 y 180° para A-706. El diámetro del pin varía de acuerdo a la varilla ser ensayada y se indica en la Tabla 2.9.

Denominación	Diámetro del pin acero A-615, A-616 y A-617	Diámetro del pin acero A-706
#3, #4 y #5	$3.5 d_b$	$3 d_b$
#6, #7 y #8	$5 d_b$	$4 d_b$
#9, #10 y #11	$7 d_b$	$6 d_b$
#14 y #18	$9 d_b$	$8 d_b$

Tabla 2.9 Diámetros del pin para la prueba de maleabilidad del acero (Ref. 11).

donde: d_b : Diámetro de la varilla ensayada

2.9 OXIDACIÓN DEL ACERO

El acero debe estar libre de óxido durante su colocación pues éste perjudica la adherencia con el concreto. Si las varillas lo presentan, deben limpiarse con escobilla de acero o con chorro de arena. El óxido reduce la sección transversal de las varillas afectando directamente su capacidad resistente. Durante el proceso constructivo debe verificarse que esta disminución no sea crítica.

El volumen del óxido es igual a siete veces el volumen del acero. Si el refuerzo se oxida dentro del concreto, aumentará de volumen y el recubrimiento se desprenderá. Con el ingreso del oxígeno la reacción se llevará a cabo más rápidamente y la armadura terminará por corroerse totalmente.

2.10 FATIGA DEL ACERO

La fatiga en el acero se presenta si el material es sometido a ciclos de carga y descarga siempre que por lo menos uno de los límites de carga corresponda a una sollicitación de tracción. Existe un rango de variación de esfuerzos bajo el cual se puede someter indefinidamente al acero sin que pierda resistencia. Este es independiente de su esfuerzo de fluencia. Para barras rectas bajo la especificación ASTM A-615, es del orden de 1680 kg/cm². Si se presentan dobleces o soldaduras en los puntos de máximo esfuerzo este valor se reduce en un 50%.

2.11 SOLDADURA DEL ACERO

En general, todos los aceros son soldables si se emplea el electrodo y la soldadura adecuada, que no recalienten el acero y lo hagan perder sus propiedades. Los puntos de soldadura deben indicarse en los planos, con sus detalles y debe especificarse el procedimiento de soldado, el cual será compatible con las características del acero por soldar. Es conveniente realizar análisis de la composición química del refuerzo para determinar la soldadura adecuada. Estas previsiones no son necesarias si se utiliza acero de la especificación ASTM-A-706/706M-00 pues su composición química está diseñada especialmente para hacerlo soldable. No se deben soldar estribos a la armadura principal.

3. Nociones preliminares

En este capítulo se presenta el concepto de adherencia entre acero y concreto y los que se derivan de él: longitud de anclaje, recubrimiento y espaciamiento mínimo, etc., así como algunos criterios básicos para el detallado del refuerzo que es la fase final del proceso de diseño. Aunque no se ha discutido aún el comportamiento del concreto armado sometido a compresión, flexión, corte o torsión, es conveniente presentar estos conceptos primero pues son generales y aplicables a todos estos casos. El detallado final del refuerzo depende de la solicitación que actúa sobre el elemento y por ello se incluye en el capítulo correspondiente.

3.1 MECANISMO DE ADHERENCIA ENTRE REFUERZO Y CONCRETO

La teoría que se desarrolla en los capítulos siguientes se fundamenta, entre otros principios, en que el concreto se deforma igual que el acero y en que el acero es capaz de desarrollar su esfuerzo de fluencia. Estas hipótesis son válidas siempre que se tomen provisiones para garantizar la adherencia entre ambos materiales.

Son tres los mecanismos que permiten desarrollar la adherencia entre acero y concreto:

1. Adhesión química
2. Fricción
3. Aplastamiento del concreto por las corrugaciones de las varillas

El primero de ellos se presenta cuando los esfuerzos en el acero son pequeños, del orden de 14 a 21 kg/cm². Cuando la adhesión química se rompe entran a actuar los otros dos mecanismos, siendo el aplastamiento del concreto más efectivo que la fricción lo que queda demostrado al observar que las varillas sin corrugaciones se desprenden casi inmediatamente después de perder la adhesión química.

En la figura 3.1 se muestran las fuerzas que actúan en la varilla cuando la adhesión se ha roto. Como se aprecia, la reacción en el concreto no es paralela al acero sino forma un ángulo β con él. Esta inclinación varía entre 45° y 80° y, por lo tanto, la componente radial de esta fuerza no es despreciable. El concreto que rodea el refuerzo está sometido a un estado de esfuerzos como el mostrado en la figura 3.2, similar al de un recipiente de pared delgada sometido a presión interna.

Ante los esfuerzos a que está sometido, el concreto puede presentar dos tipos de falla. La primera se produce cuando los esfuerzos de tensión alrededor del acero superan la resistencia a la tracción del concreto. En la sección de menor espesor, se iniciará la formación de grietas que al desarrollarse ocasionarán la pérdida de adherencia con el refuerzo. El recubrimiento y el

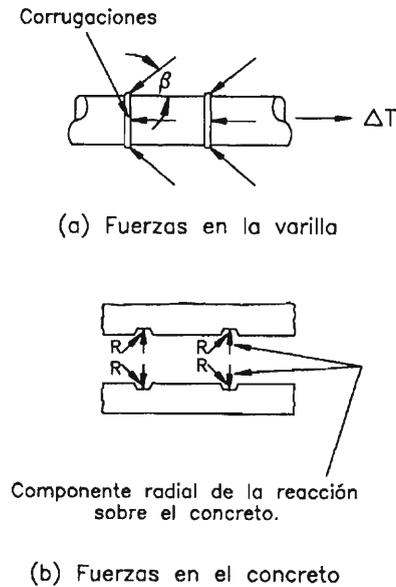


Figura 3.1. Interacción del concreto con las varillas de acero

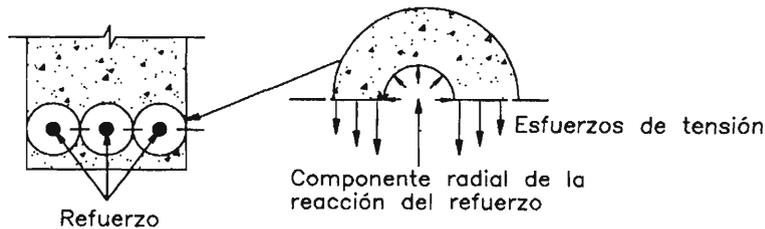


Figura 3.2. Tensión en el concreto generada por las varillas de acero

espaciamiento entre varillas son factores críticos en este caso, como se muestra en la figura 3.3. El segundo tipo de falla se presenta cuando el concreto entre las corrugaciones del acero falla por aplastamiento o desprendimiento, con el consecuente deslizamiento del refuerzo. Esta situación se presenta en la figura 3.4.

Se han diseñado una serie de ensayos para cuantificar la adherencia entre acero y concreto. Uno de ellos consiste en preparar un dado de concreto con una varilla embebida en él. La varilla es traccionada haciendo uso de una gata que se apoya en el dado, comprimiéndolo. La distribución de esfuerzos de adherencia se muestra en la figura 3.5. Esta prueba tiene el inconveniente que el concreto no presenta fisuras, las cuales, en la práctica, alteran la distribución de los esfuerzos. Además, la plancha de apoyo del dado limita las deformaciones laterales del concreto debidas al efecto Poisson y por consiguiente, eleva la adherencia entre acero y concreto. Este ensayo fue muy usado hasta antes de 1950.

Otro tipo de ensayo, desarrollado en la Universidad de Texas, consiste en cargar la viga mostrada en la figura 3.6. Este procedimiento supera de algún modo las deficiencias del anterior

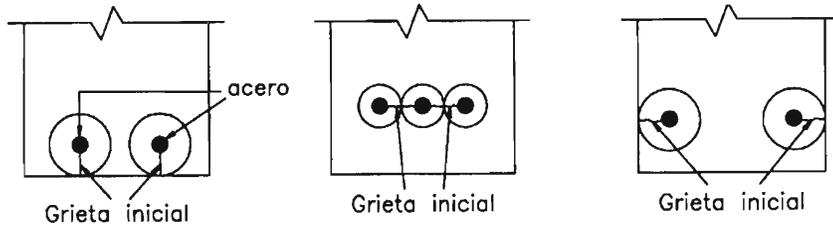


Figura 3.3. Grietas potenciales en el concreto debido a los esfuerzos de adherencia

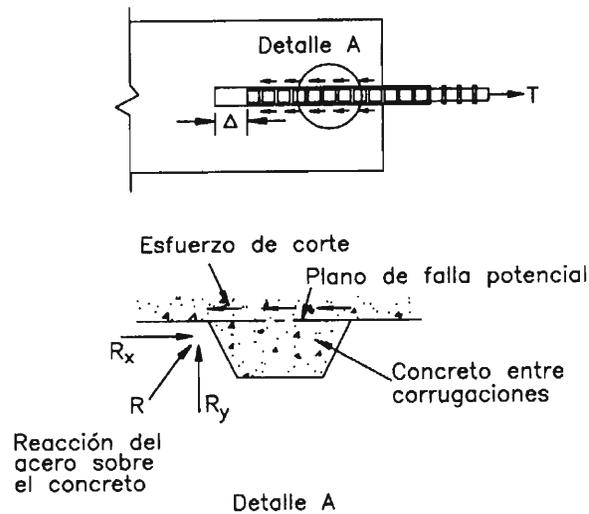


Figura 3.4. Aplastamiento del concreto entre corrugaciones de las varillas de acero

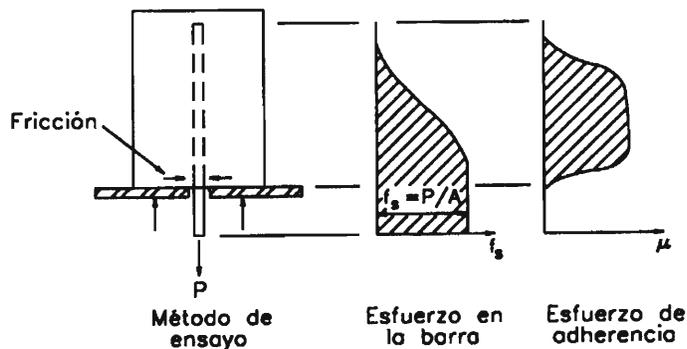


Figura 3.5. Ensayo para la determinación de la adherencia concreto-acero. (Ref. 24)

y conduce a esfuerzos de adherencia mayores que aquél. En los apoyos, el ancho de la viga se aumenta para evitar que la compresión inducida por ellos, influya en los resultados del ensayo. Siendo u_u el esfuerzo de adherencia entre acero y concreto, supuesto uniforme, se ha podido determinar experimentalmente que:

$$u_u = 6.44 \frac{\sqrt{f'_c}}{d_b} \quad (3-1)$$

Multiplicando la ecuación (3-1) por el perímetro de la varilla, se obtiene la fuerza de adherencia por unidad de longitud:

$$U_u = 6.44 \frac{\sqrt{f'_c}}{d_b} \pi d_b$$

$$U_u = 20 \text{ á } 23 \sqrt{f'_c} \quad (3-2)$$

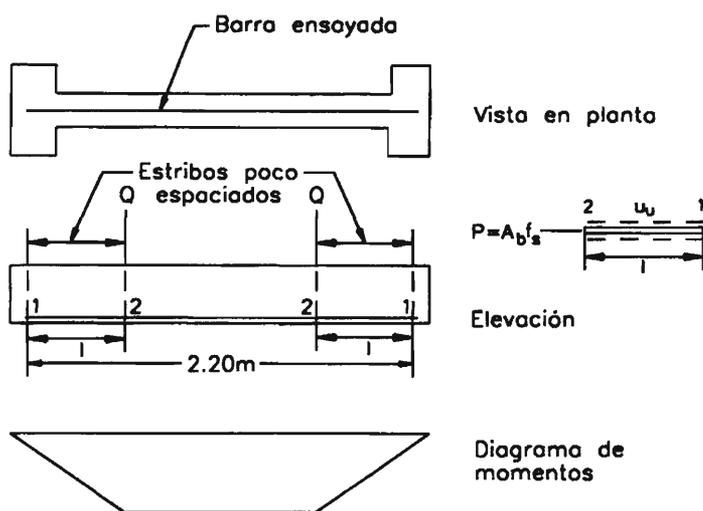


Figura 3.6. Ensayo para la determinación de la adherencia concreto-acero

3.2 RECUBRIMIENTO Y ESPACIAMIENTO MÍNIMO DEL REFUERZO

El recubrimiento y espaciamiento del refuerzo deben ser controlados para evitar las fallas por adherencia descritas en la sección precedente y para garantizar una distribución del acero que facilite el procedimiento constructivo. Además, es necesario asegurar un recubrimiento mínimo de concreto para proteger el refuerzo contra la corrosión, el fuego, la abrasión, etc. Las varillas colocadas muy cerca de los bordes del elemento pueden ser atacadas por agentes externos pues el concreto es un material poroso y siempre presenta fisuras debidas a la contracción de fragua. Sin embargo, el recubrimiento no debe ser demasiado grueso pues esto puede ocasionar rajaduras en el concreto por falta de refuerzo.

3.2.1 Recubrimiento mínimo del acero

El código del ACI sugiere algunos valores para el recubrimiento mínimo los cuales se indican en las Tabla 3.1 y Tabla 3.2 (ACI-7.7.1,7.7.2).

Concreto vaciado en obra	Recubrimiento mínimo (cm)
1. Concreto vaciado directamente sobre el terreno sin encofrado	7.5
2. Concreto en contacto con el terreno o expuesto a la intemperie Varillas #6 a #18 Varillas #5, alambres W31 o D31 y menores	5.0 4.0
3. Concreto vaciado al interior de edificaciones · Losas, muros y aligerados Varillas #14 y #18 Varillas #11 y menores · Vigas y columnas: refuerzo longitudinal, estribos y espirales · Bóvedas y elementos laminares Varillas #6 y mayores Varillas #5 y menores	4.0 2.0 4.0 2.0 1.5

Tabla 3.1 Recubrimiento mínimo del refuerzo para concreto vaciado en obra, normal

Concreto en elementos pretensados	Recubrimiento mínimo (cm)
1. Concreto sobre el terreno	7.5
2. Concreto expuesto al terreno o a la intemperie Muros, losas y viguetas Otros	2.5 4.0
3. Concreto no expuesto al terreno o a la intemperie Vigas y columnas: Refuerzo longitudinal Estribos y espirales Losas, muros y viguetas Bovedas y elementos laminares Varillas # 6 y mayores Varillas # 5 y menores	4.0 2.5 2.0 2.0 ó d_b 1.3

Tabla 3.2 Recubrimiento mínimo del refuerzo para concreto pretensado

Concreto en elementos prefabricados (Elaborado bajo estricto control de calidad)	Recubrimiento mínimo (cm)
1. Concreto en contacto con el terreno o expuesto a la intemperie Paneles para paredes: Varillas # 14, y # 18 ó tendones $\geq 1\frac{1}{2}$ " Varillas # 11 ó menores ó tendones $< 1\frac{1}{2}$ " ó alambres \leq W.31 ó D.31 Otros elementos: Barras # 14 y # 18 ó tendones $\geq 1\frac{1}{2}$ " Barras # 6 a # 11 ó tendones $\geq 5/8$ y $< 1\frac{1}{2}$ " Barras # 5 ó menores y tendones $\leq 5/8$ ó alambres \leq W.31 ó D.31	4.0 2.0 5.0 4.0 3.3
2. Concreto no expuesto al terreno ó intemperie Losas, paredes y aligerados: Varillas # 14 y # 18 ó tendones $\geq 1\frac{1}{2}$ " Tendones $< 1\frac{1}{2}$ " Varillas # 11 ó menores ó alambre menores a W.31 ó D.31	3.3 2.0 1.6

Tabla 3.3 Recubrimiento mínimo del refuerzo en elementos prefabricados normales o pretensados

El refuerzo puede ser protegido contra la intemperie por medios, alternativos al recubrimiento de concreto, siempre que se demuestre que son equivalentes a éste. En cualquier caso, el recubrimiento no será menor que el requerido por el acero no expuesto a la intemperie.

En ambientes corrosivos ó para exposiciones severas se recomienda un recubrimiento 5% mayor que los especificados anteriormente.

Para protección especial contra incendios es recomendable un recubrimiento de 5 cm. para muros y losas y 6 cm. para otros elementos. En estos casos, es conveniente armar el recubrimiento con malla de alambre.

3.2.2 Espaciamientos mínimos entre varillas

El código del ACI sugiere los espaciamientos mínimos indicados en la figura 3.7(a) (ACI-7.6).

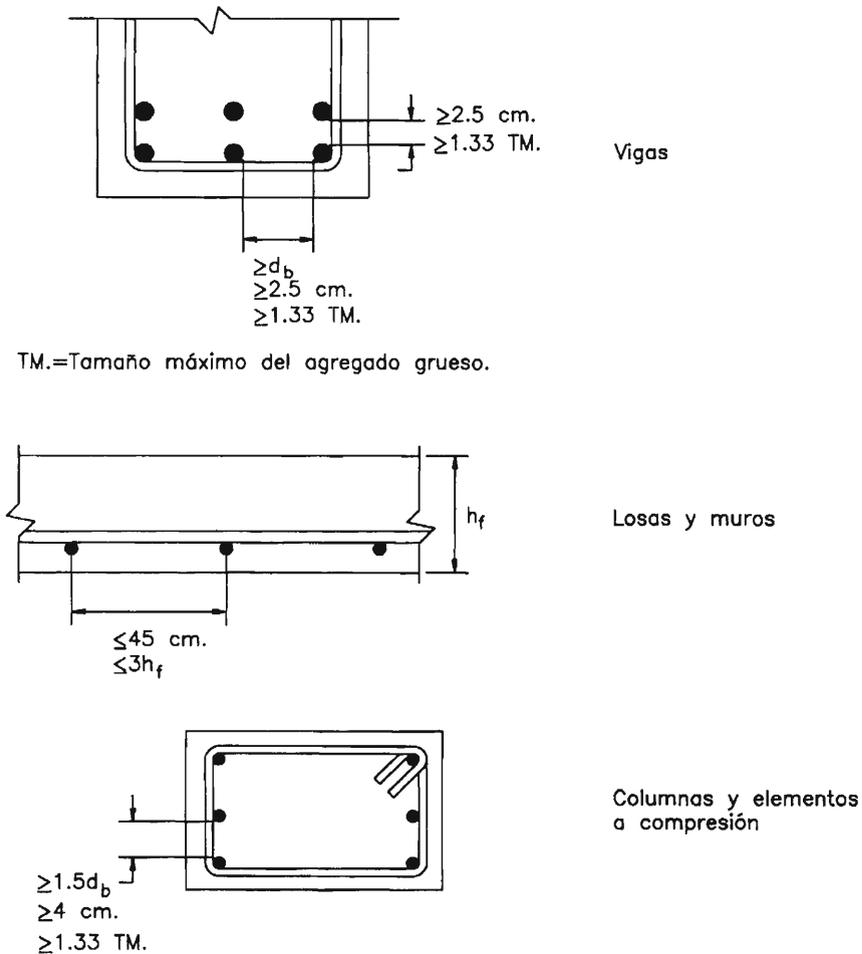


Figura 3.7(a). Espaciamiento mínimo entre varillas

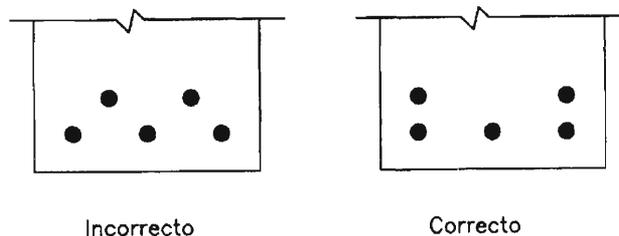


Figura 3.7(b). Distribución del refuerzo

Las barras de acero colocadas en varias capas deberán alinearse para facilitar el colado del concreto e impedir que los agregados sean retenidos en la armadura (ver figura 3.7(b)).

3.3 LONGITUD DE ANCLAJE O DESARROLLO DEL REFUERZO

En la sección 3.1 se ha presentado el mecanismo de desarrollo de adherencia entre concreto y acero y los esfuerzos que se generan en ambos. Estos últimos se presentan bajo una distribución variable que es función del patrón de fisuras que exhibe el elemento. Dado que este patrón es impredecible, no es práctico garantizar el anclaje del refuerzo analizando los esfuerzos a lo largo de el acero.

En la práctica, el código del ACI hace uso del concepto de longitud anclaje para asegurar la adecuada adherencia acero-concreto. Se define longitud de anclaje como la longitud de la varilla de acero que se requiere embeber en concreto para garantizar el desarrollo de su resistencia de diseño a partir de una determinada sección crítica. La longitud de anclaje dependerá de las características de la barra: diámetro, ubicación, recubrimiento, y del concreto que la rodea: normal o ligero.

En lo que sigue se presentará las expresiones que permiten determinar la longitud de anclaje del refuerzo bajo situaciones diversas. En la formulación presentada, el valor del término $\sqrt{f'_c}$ está limitado a 26.5 (ACI-12.1.2) pues experimentalmente se ha demostrado que para concretos de alta resistencia, la longitud de anclaje no se reduce proporcionalmente al incremento de $\sqrt{f'_c}$.

3.3.1 Longitud de anclaje en varillas de acero en tensión

En versiones anteriores del código, el procedimiento para evaluar la longitud de anclaje en tensión era sumamente laborioso, por lo que en la presente versión el proceso se ha simplificado notablemente. Anteriormente, era necesario evaluar un parámetro denominado longitud básica de anclaje y posteriormente afectarlo de una serie de factores que tenían en cuenta la ubicación de la barra, su recubrimiento, el tipo de concreto que la embebía, etc. En la formulación actual, los factores más importantes que afectan la adherencia acero-concreto están presentes en la expresión propuesta para evaluar, directamente, la longitud de anclaje.

La longitud de anclaje del acero en tensión está dada por:

$$l_d = \frac{d_b}{3.54} \frac{f_y}{\sqrt{f'_c}} \left(\frac{\alpha\beta\gamma\lambda}{c + K_{tr}} \right) \frac{1}{d_b} \quad (3-3)$$

(ACI-Ec(12-1))

- donde:
- α : Factor de ubicación de la barra.
 - β : Factor de tratamiento superficial del acero.
 - γ : Factor de diámetro de la barra.
 - λ : Factor de agregado ligero.
 - c : Recubrimiento o espaciamiento de la barra entre ejes, el que sea menor.
 - K_{tr} : Índice de refuerzo transversal.

En la expresión (3-3), el término $(c+K_{tr})/d_b$ no se tomará mayor que 2.5. En cualquier caso, la longitud de anclaje en tensión no será menor que 30 cm.

Los valores de los diversos factores que intervienen en la ecuación (3-3) para diversas condiciones se presentan en la Tabla 3.3 (ACI-12.2.4).

Factor	Descripción de las condiciones	Valor
Ubicación de la barra α	Varillas superiores	1.3
	Otras varillas	1.0
Tratamiento superficial del acero β	Varillas o alambres con recubrimiento epóxico y recubrimiento menor que $3d_b$ y espaciamiento libre menor que $6d_b$	1.5
	Otras varillas o alambres con recubrimiento epóxico	1.2
	Varillas sin recubrimiento epóxico	1.0
Diámetro de la barra γ	Alambres y varillas menores a la #6	0.8
	Varillas iguales y mayores a la #7	1.0
Agregado ligero λ	Concreto con agregado ligero	1.3
	Concreto con agregado ligero y f_{ct} especificado	$1.77\sqrt{f'_c}/f_{ct} \geq 1.0$
	Concreto con agregado convencional	1.0

Tabla 3.3 Factores que intervienen en la expresión (3-3).

Es conveniente efectuar algunas aclaraciones en torno a la Tabla 3.3. En primer lugar, se denominan varillas superiores a aquéllas que se ubican de modo que tienen por lo menos 30 cm. de concreto fresco debajo de ellas y que, por lo tanto, tienen más burbujas de aire rodeando la

varilla. En estos casos, la adherencia acero-concreto, se ve reducida por lo que el factor de ubicación del refuerzo es mayor que la unidad. En segundo lugar, el producto de los dos primeros factores no debe exceder 1.7.

El término c de la expresión (3-3) será igual a la distancia del centro de la varilla a la superficie de concreto más cercana o a la mitad de la distancia centro a centro de las varillas o alambres desarrollados, la que sea menor.

El índice de refuerzo transversal será evaluado con la siguiente expresión:

$$K_{tr} = \frac{A_{tr} f_{yt}}{105.6sn} \quad (3-4)$$

donde: A_{tr} : Área de refuerzo transversal en una longitud igual a s .

f_{yt} : Límite elástico del refuerzo transversal.

s : Espaciamiento máximo del refuerzo transversal a lo largo de l_d .

n : Número de barras ancladas o empalmadas a lo largo del plano de deslizamiento.

Para simplificar el diseño, el código permite considerar nulo el índice de refuerzo transversal aunque los estribos estén presentes.

Para situaciones particulares que se presentan comúnmente en el diseño, el código del ACI propone como alternativa, expresiones más sencillas para evaluar la longitud de anclaje en tensión (ACI-12.2.2) las cuales se presentan en la Tabla 3.4.

	Alambres, varillas #6 y menores o alambre corrugado	Varillas #7 y mayores
Espaciamiento libre entre varillas desarrolladas o empalmadas no menor que d_b , recubrimiento mayor o igual que d_b y estribos superiores al mínimo a lo largo de l_d o espaciamiento libre entre varilla desarrolladas o empalmadas no menor que $2d_b$ y recubrimiento mayor o igual que d_b .	$l_d = \frac{f_y \alpha \beta \lambda}{6.63 \sqrt{f'_c}} d_b$	$l_d = \frac{f_y \alpha \beta \lambda}{5.31 \sqrt{f'_c}} d_b$
Otros casos	$l_d = \frac{f_y \alpha \beta \lambda}{4.42 \sqrt{f'_c}} d_b$	$l_d = \frac{f_y \alpha \beta \lambda}{3.54 \sqrt{f'_c}} d_b$

Tabla 3.4 Expresiones para evaluar la longitud de anclaje en situaciones específicas.

Si en las fórmulas anteriores reemplazamos los valores normales para $\alpha = 1$, $\beta = 1$ y $\lambda = 1$ obtendremos: para $f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$ y $f'_c = 210 \text{ kg/cm}^2$

	$\leq \#6$	$\geq \#7$
Espaciamiento $\geq d_b$ Recubrimiento $\geq d_b$ Estribos a lo largo del anclaje ó espaciamiento $\geq 2 d_b$	$l_d = 44 d_b$	$l_d = 55 d_b$
Otros casos	$l_d = 66 d_b$	$l_d = 22 d_b$

Donde se puede ver que si no se cumplen los requisitos de espaciamientos y estribos, las longitudes de anclaje deben ser 50% mayores.

En los miembros sometidos a flexión, la longitud de anclaje en tensión podrá ser reducida si el área de refuerzo requerida por análisis es menor que la provista (ACI-12.2.5). En este caso el factor de reducción será: $A_{s \text{ requerida}} / A_{s \text{ provista}}$. Esta provisión no es válida cuando se requiera, específicamente, que el refuerzo sea anclado para desarrollar su esfuerzo de fluencia. Tampoco es válida en zonas de riesgo sísmico. Siempre que se cuente con espacio suficiente para desarrollar totalmente el refuerzo, es aconsejable no tomar en cuenta este factor para tener mayor margen de seguridad ante una eventual sobrecarga de la estructura.

Anclaje de mallas electrosoldadas en tracción

Las mallas electrosoldadas de hilos lisos se considerarán convenientemente ancladas si cumplen las condiciones presentadas en la figura 3.8. La sección crítica es aquella donde se requiere que el refuerzo desarrolle su esfuerzo de fluencia. Adicionalmente, la longitud de anclaje, medida de la sección crítica al alambre más alejado de ella, deberá satisfacer (ACI-12.8):

$$l_d \geq 1.02 \frac{A_w}{S_w} \frac{f_y}{\sqrt{f'_c}} \lambda \quad (3-5)$$

$$l_d \geq 15\text{cm.}$$

donde: A_w : Área de un alambre de la malla electrosoldada.

s_w : Espaciamiento entre los alambres de la malla electrosoldada.

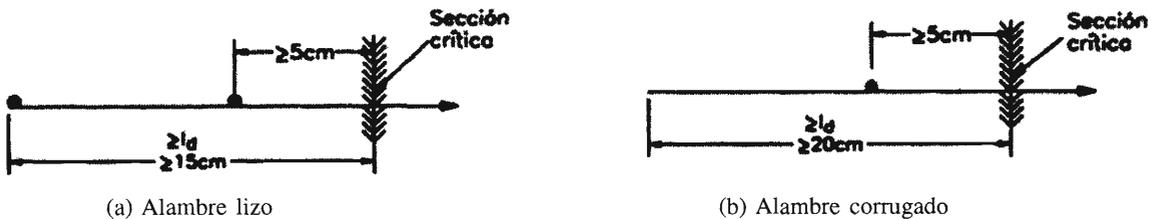


Figura 3.8. Longitud de anclaje en tracción de mallas electrosoldadas

La longitud de anclaje de las mallas electrosoldadas de alambres lisos podrá ser reducida por exceso de refuerzo de modo similar al provisto en la sección precedente. La longitud de anclaje no se considerará menor que 15 cm. salvo para el cálculo de longitudes de empalme.

La longitud de anclaje de las mallas de alambre corrugado será igual al producto de la longitud de anclaje de los hilos individuales por uno de los siguientes factores (ACI-12.7.2, 12.7.3):

1. Para mallas con, por lo menos, un hilo paralelo a la sección crítica, a lo largo de la longitud de anclaje, ubicado a no menos de 5 cm. de ésta, el factor será el mayor de los siguientes:

$$\left(\frac{f_y - 2465}{f_y} \right) \leq 1$$

$$\left(\frac{5d_b}{s_w} \right) \leq 1$$

2. Para mallas sin hilo paralelo a la sección crítica a lo largo de la longitud de anclaje o si éste se encuentra a menos de 5 cm. de ésta, el factor será igual a la unidad.

Si se utiliza el primer factor para el cálculo de la longitud de anclaje, entonces se podrá considerar que el factor de tratamiento superficial de las barras, β , es igual a la unidad.

La longitud de anclaje de mallas electrosoldadas de alambres corrugados podrá ser reducida por exceso de refuerzo pero no será menor que 20 cm. a menos que sea para efecto del cálculo de longitudes de empalme. Si la malla electrosoldada cuenta con algún hilo liso en la dirección en que ésta es anclada, la determinación de su longitud de anclaje se efectuará tomando en cuenta las provisiones propuestas para mallas de alambres lisos (ACI-12.7.4).

3.3.2 Longitud de anclaje en varillas de acero en compresión

La longitud de anclaje en compresión es menor que la longitud de anclaje en tensión pues el concreto no presenta rajaduras que generen una distribución irregular de esfuerzos. Además, parte de la compresión se transmite por aplastamiento del concreto en el extremo de la varilla.

Para la determinación de la longitud de anclaje en compresión, la versión actual del código ha mantenido el procedimiento utilizado anteriormente. Primeramente, se evalúa la longitud básica de anclaje y posteriormente, ésta es afectada por los factores que son aplicables a cada caso.

La longitud básica de anclaje a compresión es (ACI-12.3.2):

$$l_{dc} = 0.08d_b \frac{f_y}{\sqrt{f'_c}} \quad (3-6)$$

y deberá cumplirse:

$$l_{dc} \geq 0.004d_b f_y \quad (3-7)$$

La longitud básica de anclaje podrá ser multiplicada por los siguientes factores, en caso de satisfacer los requerimientos necesarios (ACI-12.3.3):

1. Factor de corrección por exceso de refuerzo

Si el refuerzo provisto es mayor que el requerido, la longitud básica de anclaje se podrá multiplicar por $A_{s \text{ requerida}} / A_{s \text{ provista}}$.

2. Factor de corrección por refuerzo transversal

Si las varillas están sujetas por refuerzo transversal espiral de diámetro no menor a 1/4" y con paso menor que 10 cm, o por estribos de diámetro no menor al #4 y espaciados a menos de 10 cm, centro a centro, la longitud básica de anclaje podrá ser multiplicada por 0.75.

La longitud de anclaje en compresión, en ningún caso, será menor que 20 cm

3.4 GANCHOS ESTÁNDAR

Los ganchos se utilizan cuando el espacio disponible en el elemento no es suficiente para desarrollar toda la longitud de anclaje del refuerzo. En la figura 3.9 se muestran los tipos de ganchos estándar, propuestos por el código del ACI (ACI-7.1) y sus dimensiones para diferentes diámetros de varillas. Los ganchos sirven de anclaje sólo a varillas que se encuentran en tracción siendo inútiles para acero en compresión. El gancho a 135° es el único permitido en zonas de riesgo sísmico, para estribos.

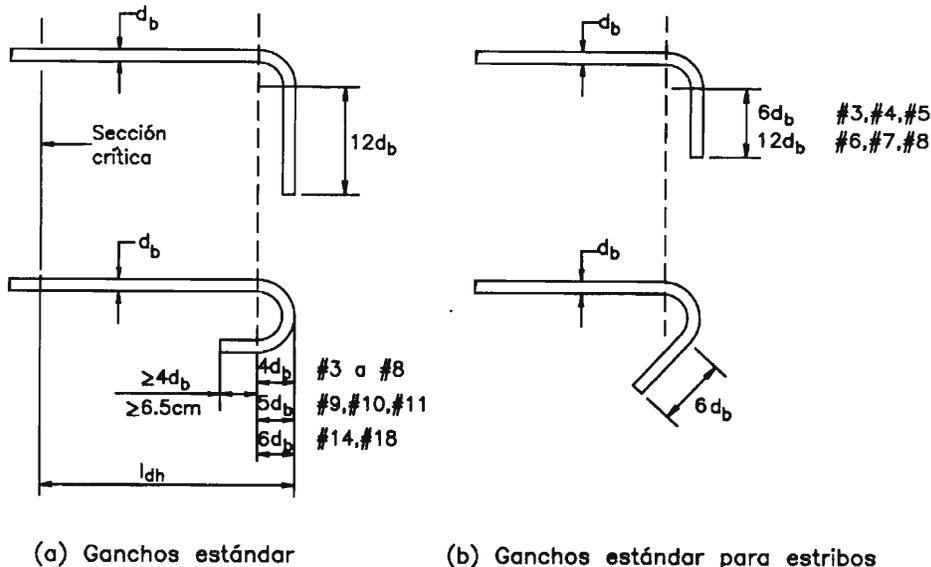


Figura 3.9. Tipos de gancho estándar

Las dimensiones del gancho son muy importantes para asegurar su eficiencia. En la porción recta se desarrollan esfuerzos de adherencia y en la porción curva, esfuerzos de aplastamiento en el concreto. Existen dos mecanismos de falla en este tipo de anclaje. El

primero se presenta si no se cuenta con recubrimiento suficiente, en cuyo caso el concreto se desprende debido a los esfuerzos radiales que genera la presencia de las corrugaciones de la varilla. El segundo tiene su origen en el aplastamiento del concreto adyacente a la porción curva del gancho.

Se ha demostrado que la longitud de varilla requerida para fabricar un gancho estándar desarrolla aproximadamente la misma capacidad de adherencia que una varilla recta de la misma longitud, es decir, la curvatura del gancho no le agrega adherencia adicional al refuerzo. Incrementar la extensión del gancho no mejora su comportamiento debido a que la falla se produce por aplastamiento del concreto en la porción curva.

Al igual que para determinar la longitud de anclaje del refuerzo en compresión, para calcular la longitud de anclaje del gancho estándar se determina primero una longitud básica de anclaje y luego ésta es afectada de una serie de factores.

La longitud básica de anclaje de una barra corrugada con gancho estándar será:

$$l_{dh} \geq \frac{0.0754\beta\lambda f_y}{\sqrt{f'_c}} d_b \quad (3-8)$$

donde: $\beta = 1.2$ para barra con refuerzo epóxico y $\lambda = 1.3$ para agregados livianos. Para otros casos $\beta = 1$ y $\lambda = 1$.

Los factores que afectan la longitud básica de anclaje del gancho estándar se presentan en la Tabla 3.5.

Condición	Factor
a) Ganchos a 180° fabricados con varillas iguales o menores a la # 11 cuyo recubrimiento lateral es mayor que 6.5 y ganchos a 90° que satisfacen las condiciones anteriores y además tienen un recubrimiento detrás del extremo del gancho mayor que 5 cm. (Ver figura 3.10)	0.7
b) Para ganchos de 90° en barras iguales o menores al #11 encerradas con estribos perpendiculares a la barra con $s \leq 3d_b$ a todo lo largo de l_{dh} con el primer estribo ubicado a $\leq 2d$ de la cara del gancho o con estribos paralelos a la barra con $s \leq 3d_b$ a lo largo del gancho. (ver figura 3.10)	0.8
c) Para ganchos de 180° en barras #11 o menores con estribos perpendiculares a la barra a todo lo largo de l_{dh} y espaciados a $s \leq 3d_b$ con el primer estribo a 2d de la cara del gancho	0.8
d) Ganchos ubicados en secciones donde el refuerzo provisto es mayor que el refuerzo requerido.	$A_{s \text{ requerida}} / A_{s \text{ provista}}$
e) Ganchos embebidos en concreto ligero.	1.3
f) Ganchos fabricados de acero con recubrimiento epóxico.	1.2

Tabla 3.5 Factores que afectan la longitud de anclaje de ganchos estándar

La longitud de anclaje con gancho deberá satisfacer (ACI-12.5.1):

$$l_{dh} \geq 8d_b \quad (3-9)$$

y no deberá ser menor que 15 cm.

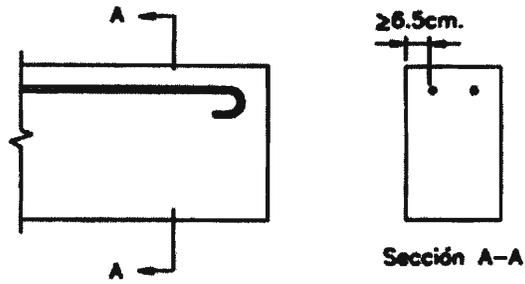
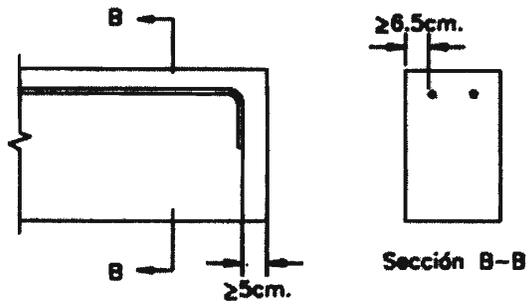
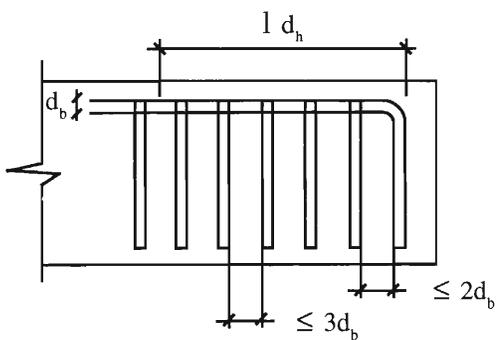
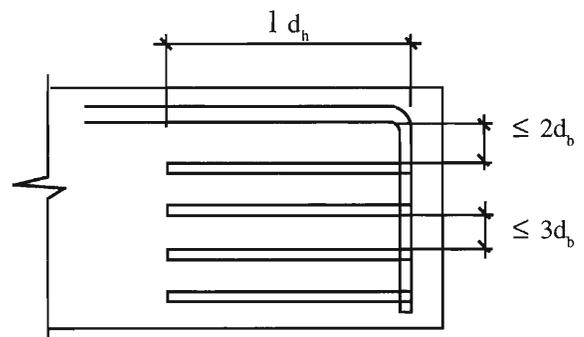
(a) Gancho a 180° (b) Gancho a 90° (c) Gancho a 90° (d) Gancho a 90°

Figura 3.10. Condiciones para la aplicación de los factores de corrección para la determinación de la longitud de anclaje de los ganchos estándar

Si se utiliza ganchos para anclar el refuerzo en extremos discontinuos, como volados o extremos de vigas simplemente apoyadas, cuyo recubrimiento lateral, superior e inferior es menor que 6.5 cm. se requerirá estribos con espaciamiento menor que $3d_b$, a lo largo de la longitud de anclaje y con el primer estribo a $\leq 2d_b$ de la cara del gancho (ver figura 3.11). En este caso, los factores presentados en la Tabla 3.5 no son aplicables (ACI-12.5.4).

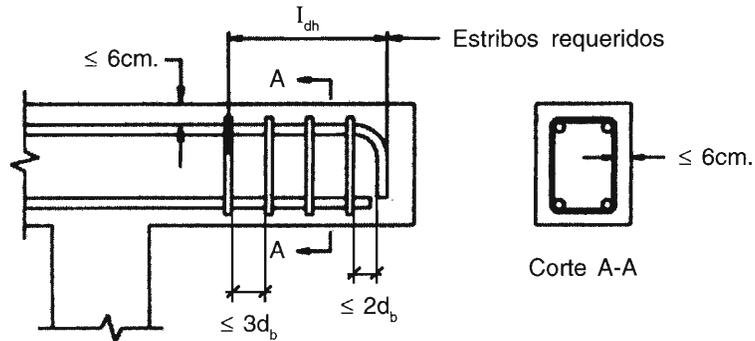


Figura 3.11. Ganchos estándar en extremos discontinuos

3.5 EMPALMES DE VARILLAS

Los empalmes son utilizados cuando la longitud del refuerzo en un elemento excede la longitud comercial de las varillas de acero y es necesario unir dos de ellas para conseguir el largo adecuado. También se presentan en los nudos o apoyos y cuando se desea cambiar el diámetro de las varillas. Deben ubicarse en las zonas menos esforzadas para no disminuir la resistencia de la pieza y su distribución será especificada en los planos. Existen tres tipos de empalme: empalme traslapado, empalme soldado y empalme mecánico.

3.5.1 Empalme traslapado

El empalme traslapado consta de las dos varillas a empalmar, una a continuación de la otra, con una cierta longitud de traslape. La fuerza en una barra se transfiere al concreto que la rodea por adherencia y, simultáneamente, por el mismo efecto, del concreto a la otra barra. La distribución de esfuerzos es similar a la mostrada en la figura 3.12. La eficiencia de un empalme depende del desarrollo de la adherencia a lo largo de la superficie de las varillas y de la capacidad del concreto para transferir los elevados esfuerzos cortantes que se generan. Los empalmes traslapados tienen la desventaja que el concreto que los rodea presenta grietas locales irregulares.

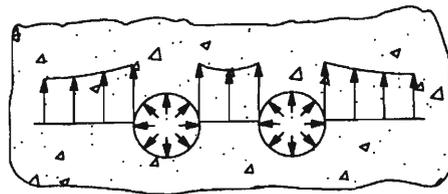
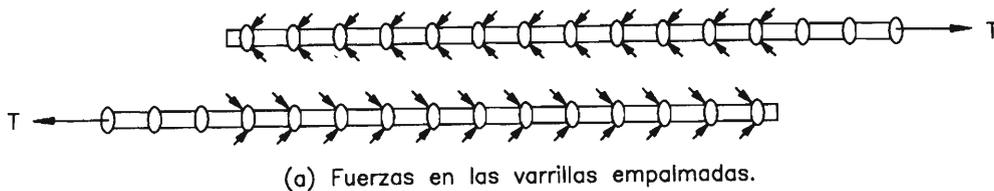


Figura 3.12. Fuerzas en el acero y el concreto en empalmes traslapados

El empalme traslapado con contacto es mejor pues se puede amarrar el acero con alambres. Si las varillas empalmadas no están en contacto directo, no deberán separarse más de un quinto de la longitud del empalme ni más de 15 cm. pues sino se genera una sección no reforzada entre varillas que favorece el agrietamiento (ACI-12.14.2.3).

El código del ACI recomienda que no se debe usar empalmes traslapados para varillas mayores a la #11 (ACI-12.14.2.1).

Empalmes a tracción

El empalme a tracción genera compresión diagonal en el concreto ubicado entre varillas. La presencia de estribos en el elemento limita el desarrollo de grietas originadas por estos esfuerzos y asegura una falla dúctil. Experimentalmente se ha demostrado que resulta beneficioso escalonar los traslapes. Esto se debe a que los extremos de las barras son fuentes de discontinuidad e inician grietas en la zona de tensión.

Existen dos clases de empalmes a tracción (ACI-12.15):

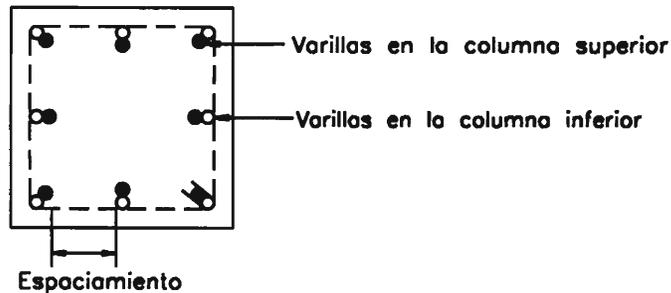
$$\text{Clase A: } l_s = 1.0 l_d$$

$$\text{Clase B: } l_s = 1.3 l_d$$

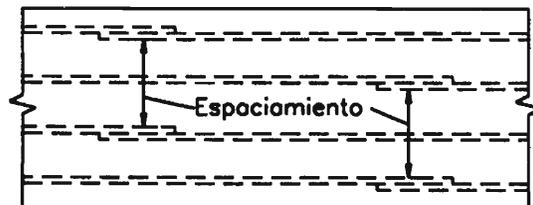
donde: l_s : Longitud de traslape o empalme, que será siempre ≥ 30 cms.

l_d : Longitud de anclaje en tensión de la varilla sin incluir reducción por exceso de refuerzo. La reducción por exceso de refuerzo es considerada a través de los factores 1.0 y 1.3.

Para la determinación de la longitud de anclaje de varillas empalmadas simultáneamente, se considerará que su espaciamiento es igual al espaciamiento entre varillas fuera de la zona de empalme menos el diámetro de una barra. Para columnas con varillas cuyos ejes no están alineados y para empalmes escalonados, se tendrán en cuenta las consideraciones mostradas en la figura 3.13.



(a) Empalme en columnas con varillas no alineadas.



(b) Empalme escalonado.

Figura 3.13. Espaciamiento entre varillas para la determinación de los factores de corrección de la longitud de empalme

$$l_s = 0.007f_y d_b \quad (3-10)$$

2. Si $f_y > 4200 \text{ kg/cm}^2$, entonces:

$$l_s = (0.013f_y - 24)d_b \quad (3-11)$$

Si $f'_c < 210 \text{ kg/cm}^2$ entonces la longitud de traslape será incrementada en un 33%. En ningún caso se tomará una longitud de traslape menor que 30 cm. (ACI-12.16.1)

El empalme de barras mayores a la #11 está permitido por el código del ACI siempre que se unan a varillas #11 o de menor diámetro (ACI-12.16.2). Cuando se empalman varillas de diferente diámetro, la longitud del traslape será la mayor entre la longitud de anclaje de la barra mayor y la longitud de traslape de la barra menor.

3.5.2 Empalmes soldados y empalmes mecánicos

Normalmente se usan para empalmar varillas de diámetros grandes (# 6 ó mayores). Deben poder desarrollar por lo menos 125% del límite elástico del acero de la varilla f_y .

La soldadura debe cumplir con las especificaciones del "Structural Welding Code-Reinforcing Steel (ANSI/AWS D 1.4).

Los empalmes soldados no deben producir excentricidades en el esfuerzo. En la figura 13.15 se muestran algunos de los más utilizados.

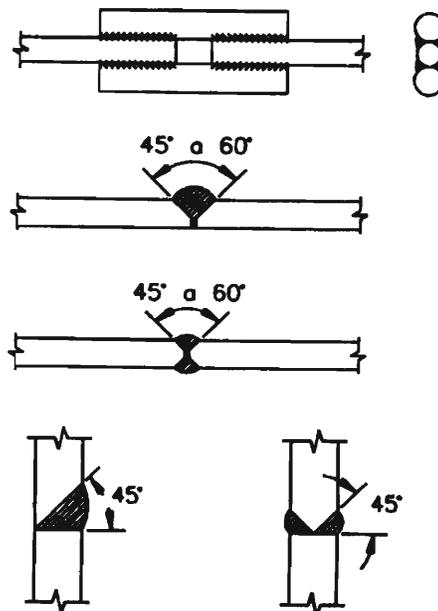


Figura 3.15(a). Tipos de empalmes soldados

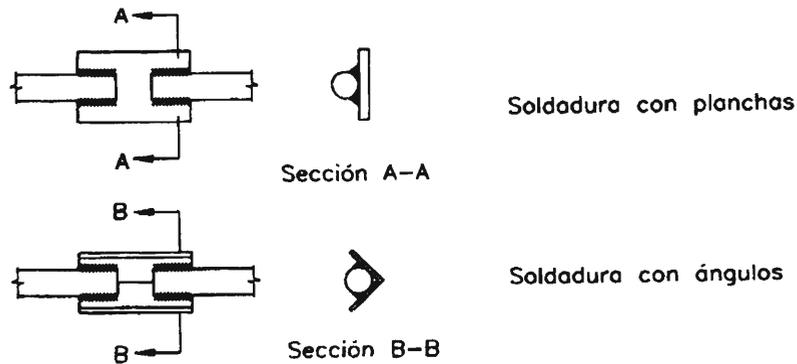


Figura 3.15(b) Tipos de empalmes soldados

Los empalmes mecánicos son los más usados actualmente y son más seguros que los empalmes soldados. Existen en el mercado diversos dispositivos patentados para los empalmes mecánicos como manguitos que se presionan mecánicamente a las varillas, dispositivos con rosca en la varilla, manguitos que se presionan con tornillos etc.

En la parte correspondiente a diseño sísmico clasifican los empalmes mecánicos como sigue:

- Empalme mecánico tipo 1 que debe desarrollar por lo menos 125% de f_y .
- Empalme mecánico tipo 2 que debe desarrollar por lo menos la carga de rotura del acero de la varilla f'_s .

Los empalmes tanto mecánicos como soldados se colocarán escalonados con distancias iguales o mayores que 60 cm.

En varillas $\leq \#5$ si el área del acero es mayor que el doble de la requerida por el análisis, se puede usar empalmes mecánicos o soldados que no cumplan el requisito de resistir por lo menos 125% de f_y y los empalmes se colocarán alternados y con varillas continuas y a escalonados por lo menos 60 cms.

En elementos a tracción se colocarán empalmes soldados o mecánicos que cumplan las especificaciones de resistir por lo menos 125% de f_y y se colocarán escalonados por lo menos 75 cm. En otros elementos, no a tracción pura, no es necesario escalonar estos empalmes.

En cualquier sección la fuerza total de tracción a desarrollarse debe ser por lo menos el doble que la requerida por el análisis y por lo menos mayor que 1400 multiplicado por el área total del refuerzo.

3.5.3 Empalmes a tope

Este tipo de empalme se emplea sólo para varillas en compresión encerradas con estribos cerrados o espirales. Las varillas empalmadas deberán terminar en superficies planas con un error de alineación menor que 1.5° respecto a una recta perpendicular al eje de las barras. Para conseguir un correcto alineamiento, se suelen emplear manguitos como el que se muestra en la figura 3.16.

Los empalmes a tope se colocarán escalonados o sino, se colocarán barras adicionales, las cuales tendrán una resistencia a la tracción mayor que el 25% del esfuerzo de fluencia (ACI-12.17.4).

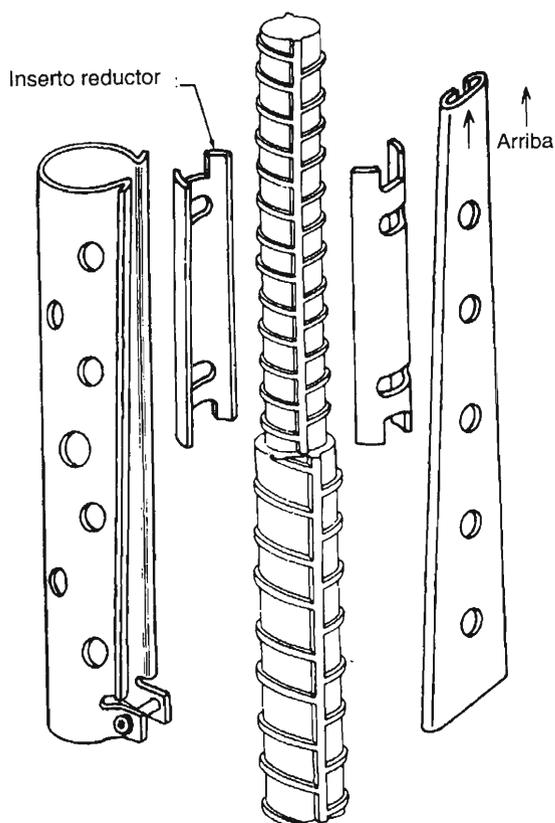


Figura 3.16. Dispositivo para empalme a tope. (Ref. 24)

3.6 PAQUETES DE VARILLAS

En ocasiones, el proyectista tiene la necesidad de distribuir un gran número de varillas en elementos de dimensiones reducidas que no permiten cumplir los requerimientos mínimos de recubrimiento y espaciamiento. En estos casos es conveniente hacer uso de los paquetes de barras.

Para que los varillas que conforman los paquetes funcionen como una unidad es necesario que estén limitadas a cuatro como máximo y que estén unidas mediante alambre. No es conveniente usar varillas mayores a la #11 para elaborar paquetes a ser usados en vigas (ACI-7.6.6).

Las barras que conforman un paquete no deben ser empalmadas simultáneamente. Los empalmes deben escalonarse a una distancia de por lo menos $40d_b$, donde d_b es el diámetro de las varillas del paquete.

Para efectos de calcular espaciamientos entre paquetes, recubrimiento, longitudes de anclaje, etc. se tomará d_b igual al diámetro de una varilla hipotética cuya área es igual al área total del paquete. Las longitudes de anclaje, tanto a tensión como a compresión, serán afectadas por un factor de 1.2 si se trata de un paquete de tres barras y de 1.33 si son cuatro. Esta corrección toma en consideración el hecho que el perímetro efectivo para desarrollar adherencia es menor en este caso que en el caso de varillas separadas.

El recubrimiento de paquetes de barras es igual a su diámetro equivalente pero no se requiere que sea mayor que 5 cm. salvo para concreto vaciado contra el terreno donde será 7.5 cm.

3.7 TUBERÍAS EMPOTRADAS EN ESTRUCTURAS DE CONCRETO ARMADO

El tendido de tuberías es inevitable en cualquier estructura ya que éstas constituyen los elementos básicos de los sistemas de instalaciones eléctricas, sanitarias, electromecánicas, etc. Lo ideal es que ellas no estén empotradas en el concreto, principalmente las sanitarias, para que de este modo el mantenimiento de los sistemas sea rápido y sin complicaciones. Sin embargo, esto no siempre es posible y por ello, el código del ACI propone algunas recomendaciones al respecto (ACI-6.3).

Las tuberías podrán empotrarse en el concreto si son de un material que no lo afecte y si se considera, para el diseño, que no reemplazan estructuralmente al concreto desplazado. Los conductos de aluminio serán utilizados sólo si están adecuadamente recubiertos para prevenir la reacción aluminio-concreto o la acción electrolítica entre aluminio y acero, la cual se desarrolla en presencia de iones cloruros.

Las tuberías empotradas en losas, vigas o muros no afectan significativamente la resistencia de la estructura. Salvo que el ingeniero estructural apruebe lo contrario, su diámetro exterior debe ser menor que un tercio el espesor de la losa, viga o muro y su espaciamiento, centro a centro, no será menor que tres veces su diámetro. En losas, se ubicarán entre el refuerzo superior e inferior excepto si pertenecen al sistema de calefacción. Los conductos dentro de columnas, incluyendo las piezas de empalme, no deberán desplazar más del 4% del área de la sección transversal utilizada para el cálculo de su resistencia.

Se podrá considerar que los conductos y tuberías reemplazan estructuralmente el concreto que desplazan si:

1. No están expuestos al deterioro o herrumbe.
2. Están hechas de fierro, fierro galvanizado o acero de espesor mayor que Schedule 40.
3. Tienen un diámetro interno nominal menor que 5cm. Y su espaciamiento, centro a centro es mayor que tres veces su diámetro exterior.

Los conductos deberán instalarse de modo que no se requiera mover el refuerzo de su posición prevista. Su recubrimiento será mayor que 4 cm. para concreto expuesto al terreno o intemperie y mayor que 2 cm. para concreto en el interior de edificaciones. No deberán conducir líquidos, gas o vapor de agua a una presión mayor que 3.5 kg/cm² ni a una temperatura superior a los 32 °C hasta que el concreto haya alcanzado la resistencia de diseño.

3.8 TOLERANCIAS

Las tolerancias en la colocación longitudinal del refuerzo serán:

- a) Dobleces y términos del refuerzo ± 5 cm.
- b) Término del refuerzo en extremos libres ± 2.5 cm.
- c) Término del refuerzo en extremos libres de braquetes y consolas ± 1.25 cm.

4. Carga axial

4.1 INTRODUCCIÓN

En este capítulo se inicia el estudio del comportamiento del concreto armado sometido a diferentes solicitaciones simples de compresión y tracción.

El concreto no es un material homogéneo y por lo tanto no es posible establecer un criterio general para su análisis. En algunas situaciones va a ser posible el desarrollo de fórmulas que estimen su comportamiento en base a unas pocas hipótesis iniciales. Este es el caso del análisis del concreto sometido a flexión pura. En otras, la única herramienta con la que se cuenta para el diseño es una serie de expresiones obtenidas al correlacionar los resultados de gran cantidad de ensayos. El diseño por corte y torsión son un ejemplo de esta situación.

Los elementos de concreto armado raras veces se encuentran sometidos exclusivamente a carga axial pura. Sin embargo, su estudio es importante para, posteriormente, comprender los principios del comportamiento del concreto armado cuando actúa en combinación con otro tipo de solicitaciones.

4.2 COMPRESIÓN PURA EN ELEMENTOS DE CONCRETO ARMADO

Desde 1900 se han efectuado ensayos en elementos de concreto armado sometidos a compresión. A lo largo de estos años se ha llegado a la conclusión que es imposible establecer, exactamente, cómo se distribuye la compresión entre acero y concreto bajo condiciones de servicio. Los esfuerzos calculados a través de la teoría elástica no corresponden a los verificados experimentalmente, aunque las cargas aplicadas sean lo suficientemente pequeñas para que tanto el acero como el concreto se comporten dentro del rango elástico. Se ha comprobado que los efectos de *creep*, la contracción y la historia de carga del elemento juegan un papel muy importante en la distribución de los esfuerzos. Por otro lado, los estudios han permitido concluir que la resistencia última de una pieza sometida a compresión no varía con su historia de cargas. Esto constituye una ventaja más del análisis bajo condiciones últimas sobre el análisis bajo condiciones de servicio.

Teóricamente, la resistencia última de un elemento de concreto armado sometido a compresión pura es:

$$P_n = A_{st} f_y + (A_g - A_{st}) f'_c$$

donde: A_{st} : Área de refuerzo longitudinal

A_g : Área de la sección bruta de la columna

Sin embargo, esta carga está por encima de los valores registrados experimentalmente, lo cual se debe a que las probetas utilizadas para la determinación de la resistencia máxima del concreto se elaboran en condiciones diferentes que los elementos ensayados. Se ha determinado que la resistencia de rotura del concreto en compresión en estos miembros es igual al 85% de la resistencia máxima obtenida en la prueba del cilindro. Por lo tanto, la resistencia última es:

$$P_n = A_{st} f_y + 0.85(A_g - A_{st}) f'_c \quad (4-1)$$

En la figura 4.1 se muestra la curva carga versus deformación para columnas con estribos y con espirales de diferente paso. Se observa que una vez alcanzada la carga última, el comportamiento de las columnas depende del tipo de refuerzo transversal.

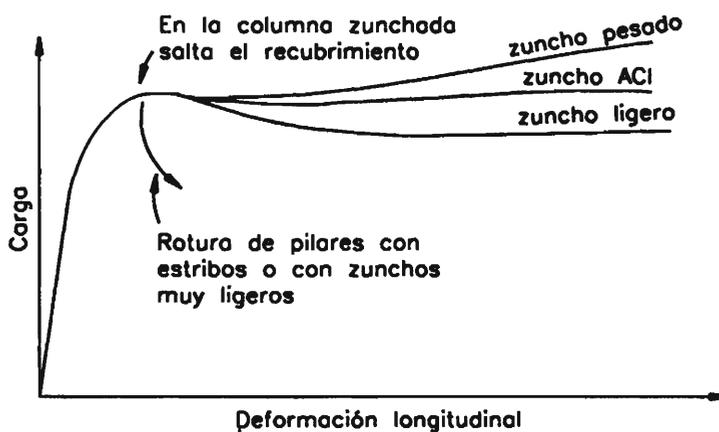


Figura 4.1. Comportamiento de elementos de concreto armado sometidos a compresión pura

Si el elemento está provisto de estribos, la falla es inmediata y frágil al alcanzar la resistencia última. Por el contrario, si la pieza cuenta con refuerzo en espiral, es capaz de desarrollar grandes deformaciones con una pequeña pérdida de resistencia. En el primer caso, el acero longitudinal se pandea entre estribos y el recubrimiento de concreto se desprende reduciendo la sección de la pieza. En el segundo, desprendido el recubrimiento, el refuerzo transversal comienza a actuar impidiendo la deformación transversal y la resistencia se incrementa nuevamente. El núcleo de concreto, sometido a compresión, tiende, por efecto de la deformación transversal de Poisson, a ensancharse transversalmente y tracciona el refuerzo transversal. Por equilibrio, éste comprime el núcleo en dirección radial y lo somete a un estado triaxial de esfuerzos que incrementa su resistencia como se discutió en la sección 2.3.3. Finalmente, se produce la falla de la pieza luego de haber alcanzado grandes deformaciones.

El incremento de la resistencia a la compresión en elementos con refuerzo en espiral depende básicamente del confinamiento conseguido a través del acero transversal, el cual, a su vez, es función del paso de la hélice. La resistencia alcanzada en la etapa final de carga puede ser mayor, menor o igual que la obtenida inicialmente. En la figura 4.2 se muestra el diagrama

de cuerpo libre del refuerzo en espiral del cual se puede plantear la siguiente ecuación de equilibrio:

$$2A_e f_y = f_z s d_c$$

$$f_z = \frac{2A_e f_y}{s d_c} \quad (4-2)$$

donde: A_e : Área de la sección del refuerzo en espiral.
 f_z : Presión de ejercida por el espiral sobre el concreto.
 s : Paso de la espiral.
 d_c : Diámetro del núcleo de concreto.

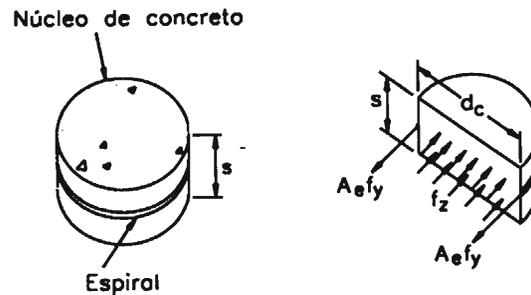


Figura 4.2. Diagrama de cuerpo libre de elemento zunchado

Se define, ρ_s como la relación entre el volumen del zuncho y el volumen de concreto zunchado:

$$\rho_s = \frac{\pi d_c A_e}{\frac{\pi d_c^2}{4} s} = \frac{4A_e}{d_c s} \quad (4-3)$$

Para que la resistencia aportada por el refuerzo en espiral, sea igual que la perdida por desprendimiento del recubrimiento, se debe cumplir:

$$(A_g - A_c) 0.85 f'_c \approx 2 f_y \rho_s A_c \quad (4-4)$$

donde: A_g : Área de la sección bruta de la columna.
 A_c : Área del núcleo de la columna medido al exterior del espiral.

De (4-3) y (4-4) se deduce que:

$$\rho_s \approx 0.425 \frac{f'_c}{f_y} \left(\frac{A_g}{A_c} - 1 \right)$$

Por seguridad, el código del ACI cambia el coeficiente 0.425 por 0.45 con lo que se obtiene la cuantía mínima del refuerzo en espiral:

$$\rho_s = 0.45 \frac{f'_c}{f_y} \left(\frac{A_g}{A_c} - 1 \right) \quad (4-5)$$

(ACI-Ec(10-6))

4.3 APLASTAMIENTO EN ELEMENTOS DE CONCRETO ARMADO

Los elementos de concreto armado sufren aplastamiento cuando una carga concentrada proveniente de otro miembro se aplica sobre ellos en una pequeña área, como se muestra en la figura 4.3. En estos casos, el concreto bajo el área cargada es sometido a esfuerzos internos de tensión. Un exceso de la carga aplicada ocasiona, en principio, la aparición de fisuras perpendiculares a la dirección de las tensiones. Posteriormente, estas grietas se extienden diagonalmente, desprendiendo una porción cónica del concreto debajo del punto de aplicación de la carga. Este cono tiende a introducirse en el elemento ocasionando la formación de grietas radiales las que se desarrollan y conllevan a la falla por aplastamiento de la pieza (ver figura 4.4).

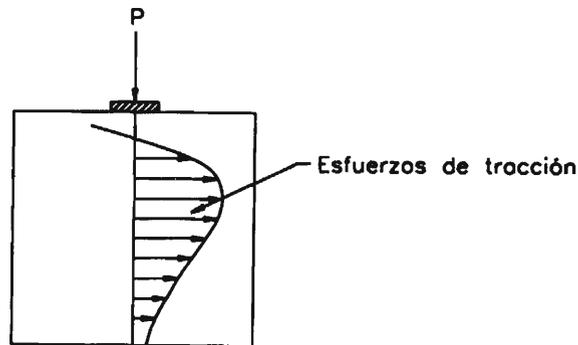


Figura 4.3. Elemento de concreto sometido a aplastamiento

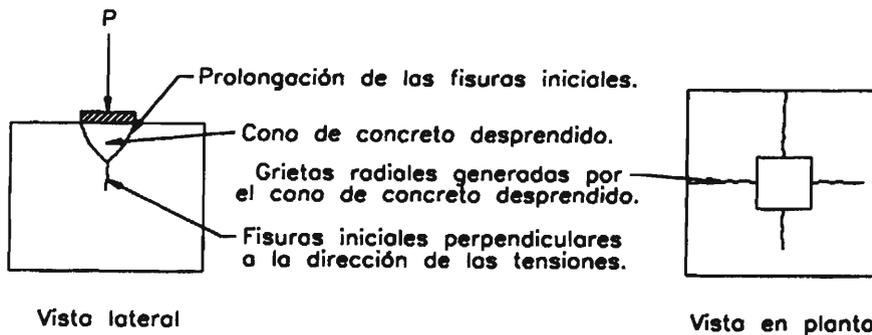


Figura 4.4. Mecanismo de falla del concreto por aplastamiento

Para evitar el problema anteriormente descrito, el código del ACI recomienda limitar las cargas concentradas sobre un elemento a través de la siguiente expresión (ACI-10.17.1):

$$P_u = 0.85\phi f'_c A_1 \quad (4-6)$$

donde: A_1 : Área donde se aplica la carga.

Si el área de aplicación de la carga es menor que la sección transversal del elemento, el concreto que rodea el área cargada produce un efecto de confinamiento, aumentando la resistencia al aplastamiento de la pieza. En este caso, la resistencia última podrá ser incrementada a:

$$P_u = 0.85\phi f'_c A_1 \sqrt{\frac{A_2}{A_1}} \quad (4-7)$$

donde: A_2 : Área de la base inferior del mayor tronco de pirámide o tronco de cono contenido íntegramente en el elemento cargado, cuya base superior es A_1 y cuyos lados tienen una inclinación 1V:2H (Ver figura 4.5).

En esta fórmula se tomará $\sqrt{\frac{A_2}{A_1}} \leq 2$

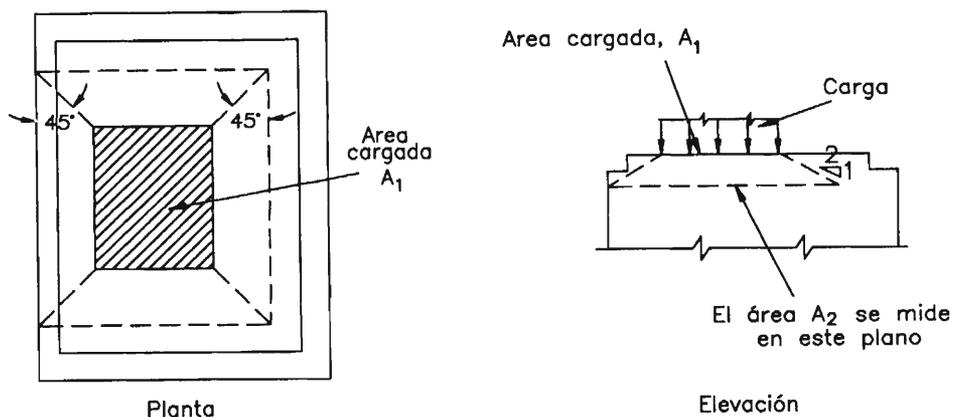


Figura 4.5. Elemento de concreto sometido a aplastamiento

4.4 TRACCIÓN PURA

Las piezas sometidas a tracción pura se presentan, básicamente, en los tensores de elementos colgados, puentes de arco, tuberías y reservorios cilíndricos, etc. El concreto es débil en tracción y su función principal en estas piezas no es aportar resistencia sino proporcionar protección al acero, fijarlo en su posición y brindar rigidez al conjunto.

Los elementos cargados a tracción axial son diseñados bajo la hipótesis que el acero longitudinal resiste toda la carga por sí solo. El refuerzo debe anclarse de modo que pueda desarrollar el íntegro de la tensión por adherencia y es recomendable el uso de ganchos en sus extremos. Los empalmes deben ser soldados aunque también pueden emplearse manguitos roscados o empalmes mecánicos. Si el refuerzo está constituido por platinas éstas se unen a través de remaches o pernos. Para evitar el agrietamiento longitudinal, el elemento se provee de estribos o armadura transversal similar a la usada para columnas.

El código del ACI no da ningún tipo de recomendación para el diseño de concreto en tensión, sin embargo, define el factor de reducción de resistencia para este caso, el cual es igual a 0.9 como se indicó en el capítulo 1.

En la figura 4.6 se muestra un elemento de concreto armado sometido a una carga axial N y su diagrama esfuerzo-deformación. Para esfuerzos pequeños y deformaciones unitarias del orden de 0.0005, el acero y el concreto se comportan elásticamente. Esta etapa corresponde al tramo OA de la curva. El concreto, que aún no se ha rajado, absorbe parte de la tracción con un esfuerzo f_t y por lo tanto, la siguiente expresión es válida:

$$N = A_c f_t + A_s f_s \quad (4-8)$$

donde: A_c : Área de concreto de la sección
 f_t : Esfuerzo de tracción en el concreto
 A_s : Área de acero transversal
 f_s : Esfuerzo en el acero

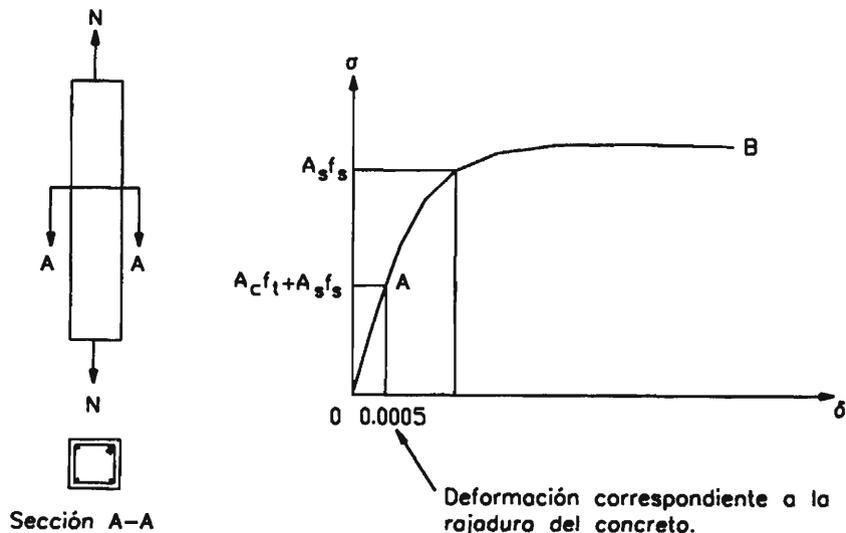


Figura 4.6. Elemento de concreto armado sometido a tensión pura

Dado que las deformaciones en el acero y el concreto son iguales, los esfuerzos en ellos son proporcionales a su módulo de elasticidad. Se define relación modular, n , a la relación entre los

módulos de elasticidad del acero y del concreto y está dada por un número entero. Algunos valores de n para diversas calidades de concreto se muestran en la Tabla 4.1.

f'_c (kg/cm ²)	210	280	350	420	560
n	9	8	7	6	5

Tabla 4.1 Relación modular para diversas calidades de concreto

Por compatibilidad de deformaciones:

$$f_s = n f_t \quad (4-9)$$

Combinando (4-8) y (4-9):

$$N = f_t (A_c + A_s n) \quad (4-10)$$

Si la carga N se incrementa, el concreto finalmente se rajará y sólo el acero aportará resistencia. Esta situación corresponde al tramo AB de la curva esfuerzo-deformación. En este caso:

$$N = A_s f_s \quad (4-11)$$

Al producirse el fisuramiento del concreto, las expresiones (4-10) y (4-11) son iguales:

$$A_s f_s = f_t (A_c + A_s n)$$

Despejando f_s :

$$f_s = \frac{A_c + A_s n}{A_s} f_t \quad (4-12)$$

El esfuerzo en el acero podrá incrementarse hasta que alcance su límite de fluencia. En esta etapa, la carga N será:

$$N = A_s f_y \quad (4-13)$$

Las expresiones presentadas se emplean para el diseño de piezas a tracción. Si la estructura, por su naturaleza y funcionalidad, admite fisuramiento entonces es posible efectuar un diseño bajo cargas últimas, es decir, amplificando las sollicitaciones y reduciendo la capacidad resistente. En este caso, se deberá verificar:

$$N_u \leq \phi A_s f_y \quad (4-14)$$

Si es preciso controlar la formación de grietas en el concreto, se debe analizar la situación en la que se produce el fisuramiento, es decir, bajo condiciones de servicio. La expresión (4-12) expresa el esfuerzo en el acero en términos del esfuerzo en el concreto, en el instante en que éste se agrieta. Si el esfuerzo en el concreto no sobrepasa su resistencia a tracción, entonces éste no presentará fisuras.

En el capítulo 2, se indicó que la resistencia a la tensión del concreto en la prueba brasilera es, aproximadamente, $1.6\sqrt{f'_c}$. Por seguridad, para el diseño se considerará una fracción de esta

resistencia. El código no incluye ninguna recomendación al respecto, sin embargo, la experiencia ha demostrado que es recomendable usar el 55% de la resistencia a la tensión, ó $0.9\sqrt{f'_c}$, en elementos no expuestos a la intemperie y el 30%, ó $0.5\sqrt{f'_c}$, en aquéllos expuestos a ella, al agua de mar o atmósferas corrosivas.

Para efectos de diseño, la expresión (4-12) puede replantearse en términos de la cuantía de refuerzo definida por:

$$\rho_g = \frac{A_s}{A_g} \quad (4-15)$$

donde: ρ_g : Cuantía de refuerzo

A_g : Área de la sección bruta

Reemplazando (4-15) en (4-12) y sabiendo que $A_c = A_g - A_s$, se obtiene:

$$f_s = \frac{1 + (n - 1)\rho_g}{\rho_g} f_t \quad (4-16)$$

Con esta expresión, el procedimiento de diseño es sencillo. Primeramente, se asume un valor de f_s . Para evitar deformaciones excesivas en los elementos sujetos a tracción axial, es conveniente utilizar:

$$f_s \leq 0.3f_y \text{ para } f_y = 2800 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_s \leq 0.25f_y \text{ para } f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$$

Con la expresión (4-11) se determina el área de refuerzo requerida para que éste asuma íntegramente la tensión. Debe recordarse que se está efectuando un diseño bajo cargas de servicio y por ende la fuerza de tensión no debe amplificarse. Con la expresión (4-16) se determina la cuantía de refuerzo y finalmente el área de la sección bruta.

Alternativamente se puede calcular f_s a partir del ancho deseado de las rajaduras w .

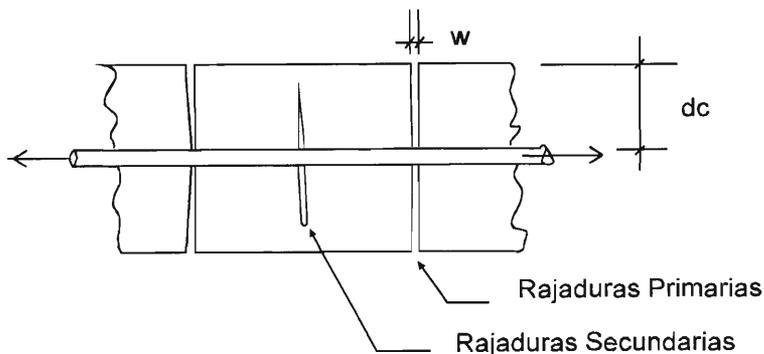


Figura 4.7. Rajaduras en concreto armado

Cuando un concreto armado está sometido a tracción se presentan dos tipos de rajaduras:

Las primarias, que se observan en la superficie y que están espaciados entre $2d_c$ y un máximo de $4d_c$ y las secundarias, intermedias que no llegan a la superficie. Las rajaduras aparecen cuando las tensiones en el acero llegan a valores entre 1400 á 2100 kg/cm². El ancho máximo de una rajadura será el máximo espaciamento por la deformación unitaria del acero.

$$W_{\max} = 4d_c \epsilon_s \quad (4-17)$$

Cuando hay varios fierros, en lugar de d_c se toma el recubrimiento efectivo t_e que es función de d_c y del espaciamento entre fierros s .

$$t_e = d_c \sqrt{1 + \left(\frac{s}{4d_c}\right)^2} \quad (4-18)$$

y entonces

$$w_{\max} = 4t_e \epsilon_s$$

donde $\epsilon_s = f_s/E_s$ o sea que reemplazando

$$w_{\max} = 4d_c \sqrt{1 + \left(\frac{s}{4d_c}\right)^2} \frac{f_s}{E_s} \quad (4-19)$$

De esta fórmula reemplazando E_s por su valor $E_s = 2'062,000 \text{ Kg/cm}^2$ y despejando f_s obtenemos

$$f_s = \frac{w_{\max} \times 10^6}{1.96 d_c \sqrt{1 + \left(\frac{s}{4d_c}\right)^2}} \quad (4-20)$$

f_s se calcula para los diferentes valores de w que corresponden a las diferentes condiciones de servicio que se indican en 8.2.1.

Conocido f_s aplicamos la fórmula (4-16) para lo cual se puede tomar alternativamente

$$f_t = 1,3 \varnothing \sqrt{f'_c} \quad (4-21)$$

empleando el valor $\varnothing = 0.9$ para estructuras normales y $\varnothing = 0.606$ para estructuras hidráulicas como se indica en 1.4.2.

De la fórmula (4-16) despejamos ρ_g con lo que podemos calcular A_g por la fórmula (4-15)

5. Flexión pura

En el presente capítulo se desarrollarán los principios básicos del comportamiento de los elementos de concreto armado sometidos a flexión. Es imprescindible comprender claramente este fenómeno para luego deducir las expresiones a usar tanto en el análisis como en el diseño. El análisis implica fundamentalmente la determinación del momento resistente de una sección completamente definida. El diseño es el proceso contrario: dimensionar una sección capaz de resistir el momento aplicado. Si bien es cierto ambos usan los mismos criterios, los procedimientos a seguir son diferentes y serán expuestos por separado.

5.1 COMPORTAMIENTO DE UNA VIGA DE CONCRETO ARMADO SOMETIDA A FLEXIÓN

La viga mostrada en la figura 5.1.a es de sección rectangular, simplemente apoyada y cuenta con refuerzo en la zona inferior. Está sometida a la acción de dos cargas concentradas iguales las cuales generan el diagrama de momento flector presentado en la figura 5.1.b. A lo largo de todo el elemento, la fibra superior está comprimida y la inferior, traccionada.

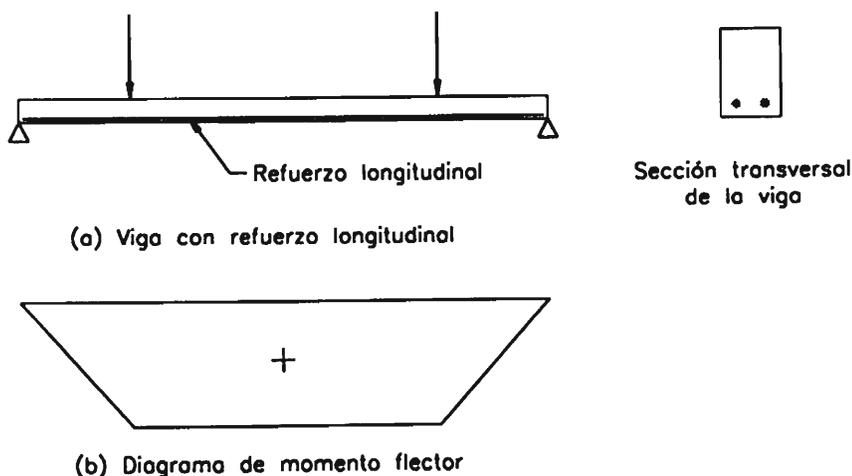


Figura 5.1. Viga simplemente apoyada sometida a cargas concentradas

Si las cargas se incrementan hasta la falla por flexión¹, la sección central de la viga, donde la fuerza cortante es nula, atraviesa por las siguientes etapas:

- 1^{era} etapa: La carga externa es pequeña. Los esfuerzos de compresión y tracción en la sección no superan la resistencia del concreto, por lo que no se presentan rajaduras. La distribución de esfuerzos en la sección es la mostrada en la figura 5.2.a.

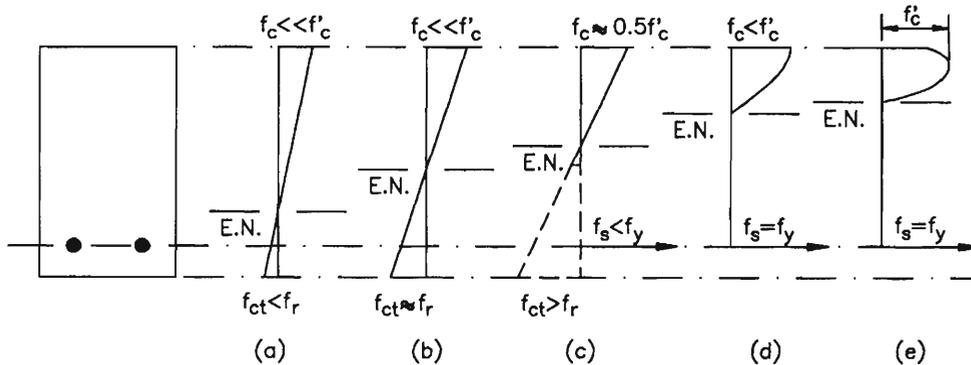


Figura 5.2. Variación de los esfuerzos y deformaciones con el incremento del momento aplicado

- 2^a etapa: La tensión en el concreto casi alcanza su resistencia a la tracción. Antes que se presente la primera rajadura toda la sección de concreto es efectiva y el refuerzo absorbe el esfuerzo ocasionado por su deformación. Puesto que acero y concreto se deforman igual por la adherencia que existe entre ellos, los esfuerzos en ambos materiales están relacionados a través de la relación modular, n , definida en el capítulo precedente:

$$f_s = n f_t$$

donde: f_s : Esfuerzo en el acero.
 f_t : Esfuerzo en el concreto.

La viga experimenta un comportamiento elástico y la distribución de esfuerzos es la mostrada en la figura 5.2.b.

- 3^a Etapa: Se alcanza el denominado momento crítico, M_{cr} , bajo el cual se desarrollan las primeras rajaduras en la zona central de la viga. El eje neutro asciende conforme la carga aumenta como se aprecia en la figura 5.2.c. El concreto, al agrietarse, no resiste el esfuerzo de tracción y éste es absorbido íntegramente por el refuerzo. La sección es menos rígida pues su momento de inercia disminuye. Esto ocasiona que las deflexiones sean progresivamente mayores. En esta etapa, el concreto tiene una distribución de esfuerzos casi lineal. Los esfuerzos en el concreto llegan hasta $0.5f'_c$. Conforme aumenta la carga, las rajaduras se van ensanchando y se dirigen hacia el eje neutro. Si se retira la carga repentinamente, las rajaduras se cerrarán pero si el elemento se recarga éstas reap-

¹ Se asumirá que la viga está preparada para fallar inicialmente por flexión y no por otra sollicitación.

recerán rápidamente. El comportamiento observado en las dos primeras etapas no se repetirá. La magnitud de las cargas en esta fase corresponde a las propias de las condiciones de servicio.

4. 4ª Etapa: El refuerzo alcanza el esfuerzo de fluencia aunque el concreto no llega a su resistencia máxima. Los esfuerzos en el concreto adoptan una distribución aproximadamente parabólica (figura 5.2.d). La deflexión se incrementa rápidamente y las rajaduras se ensanchan. Conforme se incrementa la carga, el acero entra a la fase de endurecimiento por deformación y finalmente el concreto falla por aplastamiento (figura 5.2.e)

Las cuatro fases descritas son claramente diferenciadas en el diagrama momento resistente versus curvatura mostrado en la figura 5.3.

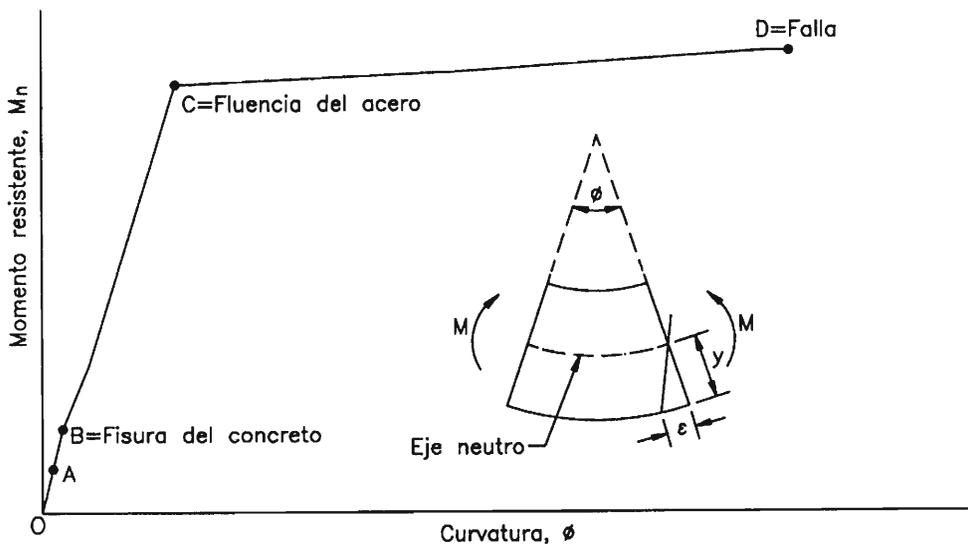


Figura 5.3. Diagrama momento resistente-curvatura de una sección de la viga sometida a carga uniformemente distribuido. (Adaptada de la ref. 24)

Se define curvatura como:

$$\phi = \frac{\epsilon}{y} \quad (5-1)$$

donde: ϵ : Deformación unitaria de la sección analizada a una distancia y del eje neutro de la misma.

Dado que se asume una distribución lineal de las deformaciones, ϵ e y son directamente proporcionales y en consecuencia el valor de ϕ es constante para cada momento resistente.

Los tramos OA y AB del diagrama momento versus curvatura corresponden a las dos primeras etapas analizadas. La pendiente de la curva es constante y corresponde a la rigidez de la sección

bruta de la viga. El concreto aún no se ha rajado y toda la sección trabaja eficientemente. En el tramo BC la pendiente de la curva disminuye lo cual es coherente con la pérdida de rigidez que se observa en la tercera etapa. El tramo CD corresponde al comportamiento de la viga antes del colapso. El acero ha entrado en fluencia y se puede apreciar que la pendiente de la gráfica es mínima. Se observan grandes deformaciones para escasos incrementos de momento.

Si la viga no contara con refuerzo, la falla se presentaría inmediatamente después que el concreto pierde su capacidad para resistir esfuerzos de tensión, es decir, al fisurarse. La presencia de acero en la viga de concreto incrementa apreciablemente su resistencia y ductilidad.

5.2 HIPÓTESIS BÁSICAS PARA EL ESTUDIO DE ELEMENTOS SOMETIDOS A FLEXIÓN SEGÚN EL CÓDIGO DEL ACI

Las hipótesis básicas para el análisis y diseño de elementos sometidos a flexión se presentan en la sección 10.2 del código y son las siguientes:

1. Las deformaciones en concreto y refuerzo son directamente proporcionales a su distancia al eje neutro de la sección excepto para vigas de gran peralte² para las cuales se asumirá una distribución no lineal de deformaciones. Esta suposición ha sido confirmada experimentalmente y es fundamental para la determinación de los esfuerzos en el refuerzo, tanto a tensión como a compresión.
2. El concreto falla al alcanzar una deformación unitaria última de 0.003. En laboratorio, se ha obtenido deformaciones superiores a 0.008 bajo condiciones especiales. Sin embargo, para concretos normales éstas varían entre 0.003 y 0.004.
3. El esfuerzo en el acero antes de alcanzar la fluencia es igual al producto de su módulo de elasticidad por su deformación unitaria. Para deformaciones mayores a la de fluencia, el esfuerzo en el refuerzo será independiente de la deformación e igual a f_y . Esta hipótesis refleja el modelo elasto-plástico de la curva esfuerzo-deformación del acero que asume el código del ACI.
4. La resistencia a la tensión del concreto es despreciada.
5. La distribución de los esfuerzos de compresión en la sección de concreto será asumida de modo que sea coherente con los resultados obtenidos en los ensayos. Esta hipótesis reconoce la naturaleza inelástica del comportamiento del concreto.
6. Los requerimientos del punto anterior son satisfechos por la distribución rectangular de esfuerzos, propuesta por Whitney, cuyas características se muestran en la figura 5.4. El valor de β_1 es 0.85 si la resistencia del concreto es menor que 280 kg/cm². Si este no es el caso, β_1 disminuirá en 0.05 por cada incremento de 70 kg/cm² en la

² Se considera viga de gran peralte a aquella cuya relación peralte/luz libre es mayor que 2/5, para vigas continuas, y que 4/5, para vigas simplemente apoyadas.

resistencia del concreto. En ningún caso β_1 será menor que 0.65, pues los ensayos han demostrado que para concretos de alta resistencia una reducción excesiva de β_1 conlleva a diseños poco conservadores. La resultante de la distribución rectangular de esfuerzos propuesta por Whitney coincide con la resultante de la distribución no lineal de esfuerzos.

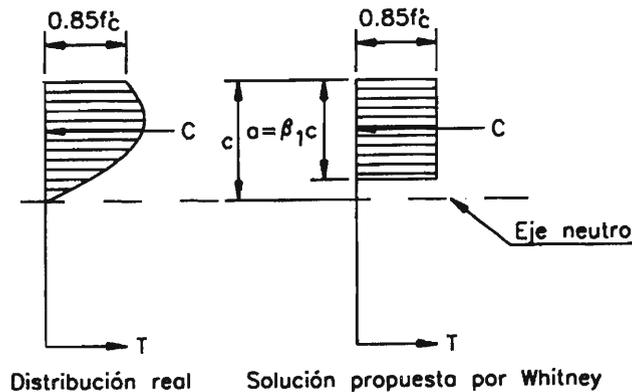


Figura 5.4. Distribución de esfuerzos en el concreto en compresión de la viga

5.3 TIPOS DE FALLA DE LOS ELEMENTOS SOMETIDOS A FLEXIÓN

Los elementos sometidos a flexión casi siempre fallan por compresión del concreto, sin embargo el concreto puede fallar antes o después que el acero fluya. La naturaleza de la falla es determinada por la cuantía de refuerzo y es de tres tipos:

1. **Falla por tensión:** Es la correspondiente a la viga analizada en la sección 5.1. El acero fluye y el elemento exhibe una falla dúctil. Se aprecian grandes deflexiones y rajaduras antes del colapso lo cual alerta a los usuarios acerca del peligro inminente. Estas secciones son llamadas también *sub-reforzadas*.
2. **Falla por compresión:** El acero no tiene oportunidad de fluir y el concreto falla repentinamente. Estas secciones son llamadas *sobre-reforzadas*. La resistencia de una sección sobre-reforzada es mayor que la de otra sub-reforzada de dimensiones similares. Sin embargo, la primera no tiene comportamiento dúctil y el tipo de colapso no es conveniente. En el diseño se evita este tipo de falla.
3. **Falla balanceada:** Se produce cuando el concreto alcanza la deformación unitaria última de 0.003 simultáneamente al inicio de la fluencia del acero (ACI-10.3.2). La falla es frágil y no deseada.

Para cada sección existe una cuantía única de acero que ocasiona una falla balanceada la que se denomina *cuantía balanceada o básica* ($\bar{\rho}_b$). Si la sección contiene mayor cantidad de refuerzo fallará por compresión y si contiene menor cantidad la falla será por tracción. Por seguridad, el código del ACI recomienda que todas las secciones se diseñen para fallar por tracción y por ello limita la cuantía del refuerzo a $0.75\bar{\rho}_b$ (ACI-10.3.3).

En la figura 5.5. se muestra la distribución de deformaciones para cada uno de los tres tipos de falla y en la figura 5.6, el diagrama momento versus curvatura para cada caso. En este último se puede apreciar la ductilidad que desarrollan las secciones sub-reforzadas y la mayor capacidad resistente de las secciones sobre-reforzadas.

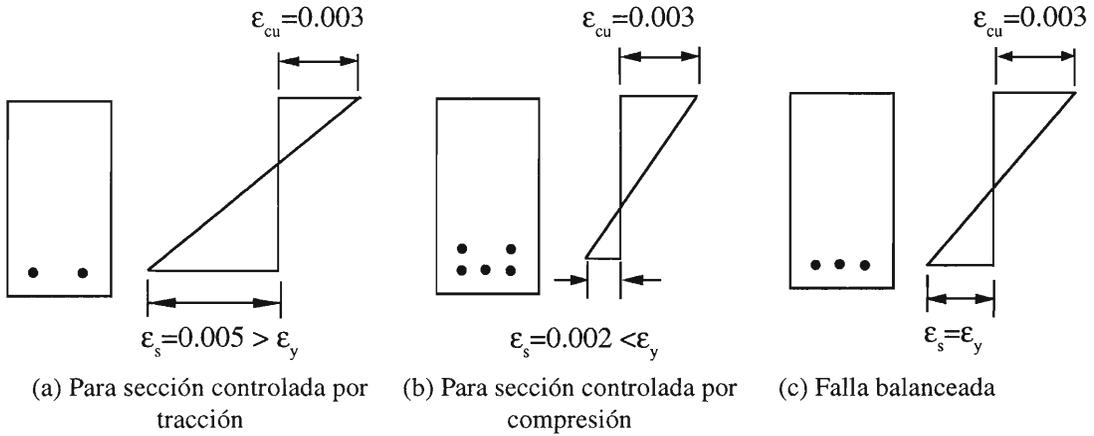


Figura 5.5 Distribución de deformaciones para los diversos tipos de fallas en flexión

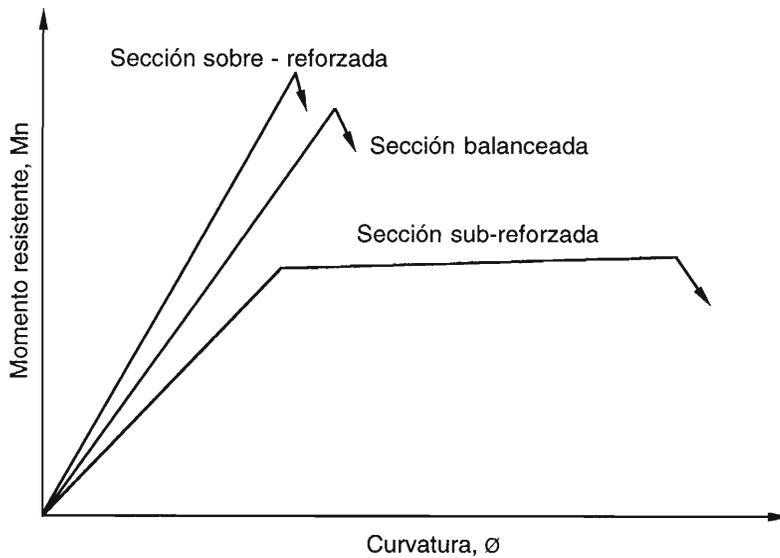


Figura 5.6 Diagrama momento-curvatura para los diversos tipos de fallas en flexión

5.4 ANÁLISIS DE ELEMENTOS DE SECCIÓN RECTANGULAR CON REFUERZO EN TRACCIÓN SOMETIDOS A FLEXIÓN

Para la determinación del momento resistente de una sección rectangular es preciso verificar, inicialmente, si el refuerzo alcanza o no el esfuerzo de fluencia. Dependiendo de la situación que se presente, se siguen procedimientos diferentes. La formulación usada en ambos casos es la misma. La única diferencia entre ellos es que en el primero el esfuerzo en el acero se conoce y es igual a f_y , mientras que en el segundo es una incógnita.

Los elementos sometidos a flexión se diseñan para fallar por tensión pues es el tipo de colapso más conveniente dada la ductilidad que desarrolla. Por ello que el procedimiento de análisis que se presenta es el que corresponde a este caso.

5.4.1 Análisis de una sección rectangular con comportamiento dúctil

Partiendo de la distribución de esfuerzos mostrada en la figura 5.7 se establece la condición de equilibrio:

$$C = T$$

$$0.85f'_c ba = A_s f_y \quad (5-2)$$

- donde:
- b: Ancho de la sección de concreto.
 - a: Altura del bloque rectangular de esfuerzos de compresión en el concreto.
 - A_s : Area de refuerzo en tensión de la sección.

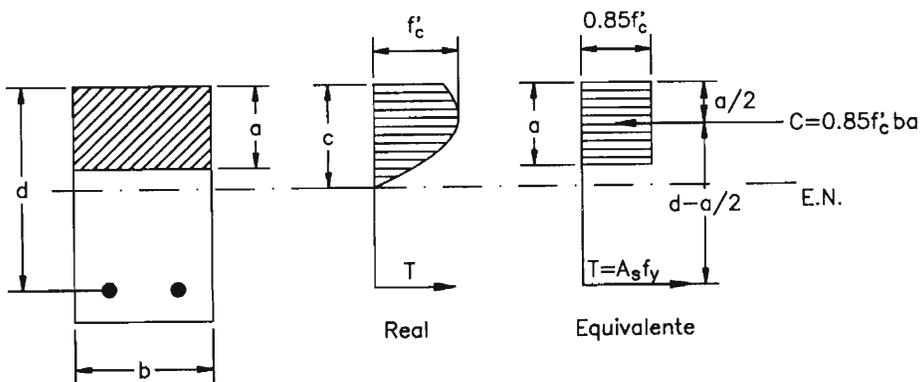


Figura 5.7. Esfuerzos en una sección rectangular con refuerzo en tensión sometida a flexión

Despejando de (5-2) se obtiene:

$$a = \frac{A_s f_y}{0.85 f'_c b} \quad (5-3)$$

Se define índice de refuerzo, w , como:

$$w = \rho f_y / f'_c \quad (5-4)$$

donde: ρ : Cuantía de acero en tensión definida a través de la siguiente expresión:

$$\rho = \frac{A_s}{bd} \quad (5-5)$$

ϵ_y : Peralte efectivo de la sección igual a la distancia de la fibra extrema en compresión al centroide del área del refuerzo en tensión.

El índice de refuerzo es un parámetro adimensional usado para medir el comportamiento de la sección ya que involucra las tres variables principales que lo afectan: ρ , f_y y f'_c . De (5-3), (5-4) y (5-5) se concluye:

$$a = \frac{\rho d f_y}{0.85 f'_c} = \frac{wd}{0.85} \quad (5-6)$$

Finalmente, el momento resistente nominal de la sección estará dado por:

$$M_n = C(d - a/2) = T(d - a/2) \quad (5-7)$$

de donde se obtiene:

$$M_n = 0.85 f'_c b a (d - a/2) \quad (5-8.1)$$

$$M_n = A_s f_y (d - a/2) \quad (5-8.2)$$

y haciendo uso de las ecuaciones (5-6) y (5-8.1):

$$M_n = b d^2 w f'_c (1 - 0.59w) \quad (5-8.3)$$

En la ecuación (5-8.1), el momento resistente nominal es función de la compresión en el concreto, mientras que en la (5-8.2), de la tensión en el refuerzo. La expresión (5-8.3) se suele usar para efectos de diseño.

5.4.2 Determinación de la cuantía balanceada o cuantía básica

Las expresiones deducidas en la sección anterior son válidas siempre que el esfuerzo en el acero sea igual a su esfuerzo de fluencia. Ello se verifica siempre que la cuantía de la sección sea menor o igual que la cuantía básica.

En la figura 5.8 se muestra las características de una sección balanceada en la rotura. En el diagrama de deformaciones, por semejanza de triángulos, se puede plantear la siguiente relación:

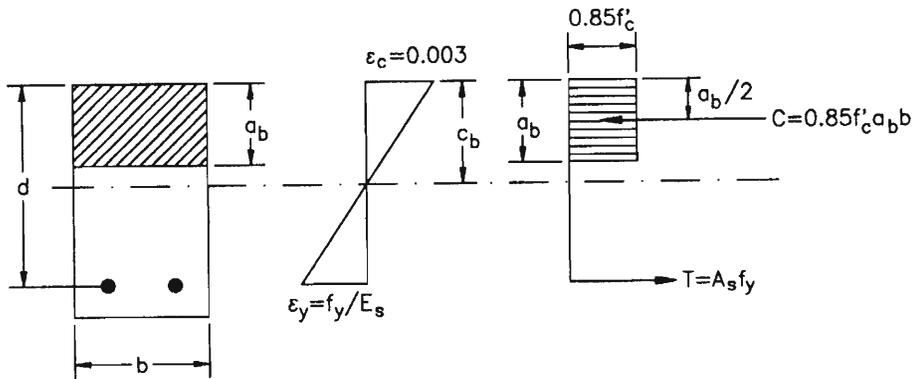


Figura 5.8. Esfuerzos y deformaciones en una sección rectangular con falla balanceada

$$\frac{0.003}{c_b} = \frac{\varepsilon_y}{d - c_b} = \frac{f_y/E_s}{d - c_b}$$

donde: c_b : Distancia del eje neutro a la fibra extrema en compresión en una sección con cuantía balanceada. En adelante, los parámetros que tengan el subíndice b estarán referidos a la condición particular de cuantía balanceada.

ε_y : Deformación unitaria correspondiente al esfuerzo de fluencia del acero.

Despejando c_b se obtiene:

$$c_b = \frac{0.003dE_s}{f_y + 0.003E_s}$$

Reemplazando el valor de E_s :

$$c_b = \frac{6117d}{f_y + 6117}$$

Sabiendo que $a_b = \beta_1 c_b$ y haciendo uso de (5-6) y (5-4):

$$a_b = \beta_1 c_b = \frac{w_b d}{0.85} = \frac{\bar{\rho}_b f_y d}{0.85 f'_c}$$

donde: $\bar{\rho}_b$: Cuantía balanceada o básica.

Finalmente:

$$\bar{\rho}_b = \frac{0.85 f'_c \beta_1 c_b}{f_y d} = \frac{0.85 f'_c \beta_1}{f_y} \left(\frac{6117}{f_y + 6117} \right) \quad (5-9)$$

Por razones de seguridad el código del ACI limita la cuantía de acero ρ a $0.75 \bar{\rho}_b$

En la práctica, una sección con este refuerzo es antieconómica, por lo que normalmente se procura usar cuantías menores a $0.5\bar{\rho}_b$. En la Tabla 5.1 se muestran los valores de $\bar{\rho}_b$, $0.75\bar{\rho}_b$ y $0.5\bar{\rho}_b$ para diferentes calidades de concreto.

f'_c (kg/cm ²)	210	280	350	420
β_1	0.85	0.85	0.80	0.75
$\bar{\rho}_b$	0.0214	0.0285	0.0335	0.0377
$0.75\bar{\rho}_b$	0.0160	0.0214	0.0252	0.0283
$0.5\bar{\rho}_b$	0.0107	0.0143	0.0167	0.0189

Tabla 5.1 Cuantía básica para concretos de diferentes calidades

5.4.3 Cuantía mínima de refuerzo

En la mayoría de los casos, el momento crítico que ocasiona el agrietamiento de una sección es mucho menor que su momento resistente. El acero, antes de la formación de grietas, presenta esfuerzos muy bajos pues su deformación, compatible con la del concreto, también lo es. Después del fisuramiento debe resistir, además del esfuerzo inicial, la tensión que el concreto no es capaz de asumir. Generalmente, ambos efectos no ocasionan la fluencia del refuerzo.

En algunas ocasiones, ya sea por razones arquitectónicas o funcionales, se emplea elementos cuyas secciones tienen dimensiones mayores que las requeridas para resistir las cargas que les son aplicadas. Las cuantías de refuerzo disminuyen propiciando que el momento crítico sea superior a la resistencia nominal de la sección. En estos casos, la falla se presenta al superar el momento crítico y es súbita y frágil. Para evitarla, es conveniente definir una cuantía mínima de acero que garantice que el momento crítico de la sección sea superior a su momento resistente.

Para determinar la cantidad mínima de acero requerida, es necesario analizar la sección antes y después del agrietamiento. Las distribuciones de esfuerzos mostradas en las figuras 5.9.a y 5.9.b, corresponden a ambas situaciones. De la primera se puede plantear:

$$M_{cr} = \frac{2}{3} T_{cr} h = \frac{2}{3} \frac{f_r hb}{4} h$$

donde: h : Peralte de la sección.
 f_r : Módulo de ruptura del concreto.

En las secciones de mayor peralte, como las analizadas, se puede asumir que $h \approx d$. De este modo, el momento crítico se puede aproximar a:

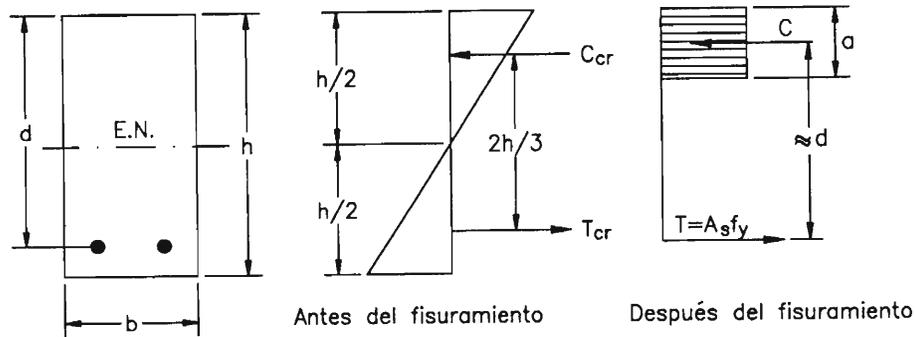


Figura 5.9. Esfuerzos en una sección sometida a flexión antes y después del agrietamiento del concreto

$$M_{cr} \approx \frac{2}{3} \frac{f_r db}{4} d \quad (5-10)$$

Por otro lado, de la distribución de esfuerzos en la sección después del agrietamiento, se deduce:

$$M_n = A_s f_y \left(d - \frac{a}{2} \right)$$

Puesto que la cantidad de refuerzo es reducida, el área de concreto comprimido también lo es. Por ello se puede asumir que a es muy pequeño y por lo tanto:

$$M_n \approx A_s f_y d \quad (5-11)$$

Al producirse el agrietamiento, las expresiones (5-10) y (5-11) son iguales, luego:

$$\frac{2}{3} \frac{f_r db}{4} d = A_s f_y d$$

Simplificando y asumiendo que $f_r = 2\sqrt{f'_c}$ (ACI-Ec(9-9)),

$$A_s = \frac{0.33\sqrt{f'_c} bd}{f_y}$$

Considerando un factor de seguridad de 2.5 se obtiene:

$$A_s = 0.83 \frac{\sqrt{f'_c}}{f_y} bd$$

Esta expresión es aproximadamente igual a la propuesta por el código del ACI.

El código del ACI (ACI 10.5.1) recomienda un refuerzo mínimo igual a:

$$A_{smin} = 0.8 \frac{\sqrt{f_c}}{f_y} b_w d \quad (5-12)$$

(ACI-Ec(10-3))

pero no deberá ser menor que:

$$A_{smin} \geq \frac{14.1}{f_y} b_w d \quad (5-13)$$

donde: b_w : Ancho del alma de la viga. Para vigas de sección rectangular corresponde al ancho de la sección.

El término b_w se define para generalizar la expresión propuesta para la determinación de refuerzo mínimo y hacerla extensiva a secciones no rectangulares. En la sección 5.8.3 se desarrollará con mayor detalle los requerimientos mínimos de acero para elementos de sección T ó L.

En voladizos u otros elementos estáticamente determinados donde no hay posibilidad de redistribución de momentos se debe usar valores mayores para el refuerzo mínimo.

Si el refuerzo provisto en una sección cualquiera, es un tercio mayor que el requerido por análisis entonces no es necesario verificar que el área de acero sea mayor que el mínimo definido por el código (ACI-10.5.3).

Para losas y cimentaciones de espesor constante, el refuerzo mínimo definido a través de las expresiones (5-12) y (5-13) no es válido. Más adelante se definirán los requerimientos mínimos de acero para estas estructuras.

5.5 DISEÑO DE UNA SECCIÓN RECTANGULAR CON REFUERZO EN TENSION

El proceso del diseño se inicia con la elección de las dimensiones de la sección y de la calidad del concreto. Por el momento se va a asumir que las primeras son conocidas y en capítulos posteriores se presentarán criterios para el predimensionamiento en función del tipo de elemento que se está diseñando.

A continuación, se estima el peralte efectivo de la sección en función de su peralte total. Por ejemplo, para una viga con una capa de refuerzo, se efectúa un análisis como el mostrado en la figura 5.10. De él se deduce que su peralte efectivo es 6 cm. menor que el peralte total. De análisis similares se puede concluir:

- Para vigas con una capa de refuerzo $d=h-6$ cm
- Para vigas con dos capas de refuerzo..... $d=h-9$ cm
- Para losas $d=h-3$ cm

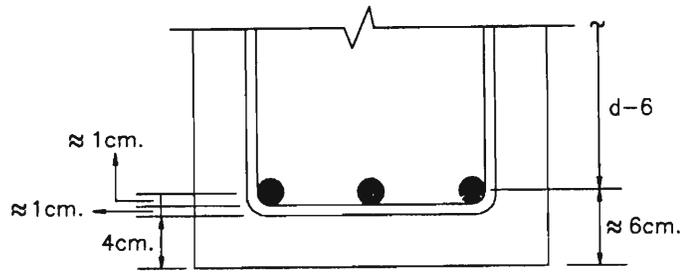


Figura 5.10. Criterio para estimar el peralte efectivo de una viga

El peralte efectivo estimado debe ser verificado al culminar el diseño.

En seguida, se evalúa M_u , con las fuerzas exteriores amplificadas, haciendo uso de las combinaciones presentadas en el primer capítulo. El momento resistente nominal debe satisfacer la siguiente desigualdad:

$$M_u \leq \phi M_n \quad (5-14)$$

La ecuación (5-8.3) que expresa el momento resistente en función del índice de refuerzo es la más útil para determinar la cantidad de acero requerida por la sección. Esta expresión permite evaluar directamente el valor de dicho índice conocidos b , d , f'_c y M_u . Con el índice de refuerzo se evalúa la cuantía de refuerzo haciendo uso de la expresión (5-4).

La cantidad de acero requerida por la sección puede ser determinada por otro procedimiento más práctico que el anterior pero basado en él. En este procedimiento, se define el parámetro R_u :

$$R_u = \frac{M_u}{bd^2} \quad (5-15)$$

De las expresiones (5-8.3) y (5-15) se deduce que:

$$R_u = \phi w f'_c (1 - 0.59w) \quad (5-16)$$

Haciendo uso de (5-4) se obtiene:

$$R_u = \phi \rho f_y \left(1 - 0.59 \frac{\rho f_y}{f'_c} \right) \quad (5-17)$$

En (5-17), R_u depende únicamente de f_y , f'_c y ρ . Fijando la resistencia del concreto y el esfuerzo de fluencia del acero, se establece una relación directa entre R_u y ρ . Esto permite la elaboración de tablas, como la Tabla 5.2, en la que para valores definidos de R_u y f'_c se determina directamente la cuantía de acero. En este caso, el esfuerzo de fluencia del acero se ha asumido igual a 4200 kg/cm² y el parámetro R_u está en kg/cm².

Si la cantidad de acero excede la cuantía máxima, el problema se puede solucionar de tres maneras: incrementando el peralte de la sección, mejorando la calidad del concreto o utilizando refuerzo en compresión. Las dos primeras opciones son las más económicas.

Sin embargo, es poco práctico cambiar la resistencia a la compresión de un elemento a otro de una estructura y no siempre es posible incrementar el peralte de las secciones por cuestiones arquitectónicas. En estos casos, es conveniente utilizar refuerzo en compresión. En las secciones de momento negativo, se suele utilizar el acero positivo que se ancla en el apoyo como refuerzo en compresión.

5.6 ANÁLISIS DE ELEMENTOS DE SECCIÓN RECTANGULAR CON REFUERZO EN COMPRESIÓN SOMETIDOS A FLEXIÓN

En muchas circunstancias, las dimensiones de los elementos por calcular están limitadas por cuestiones ajenas al diseño. No es extraño que en alguno de éstos casos, la sección predimensionada no sea capaz de resistir el momento aplicado aunque se le provea de la cuantía máxima permitida. En estas situaciones es posible incrementar la capacidad resistente del elemento añadiéndole refuerzo en la zona de compresión.

En las figuras 5.11.a y 5.11.b se puede apreciar la distribución de esfuerzos en dos secciones: una sin refuerzo en compresión y otra provista de él, ambas con igual cantidad de acero en tensión. El primer caso corresponde a la situación presentada en la sección 5.4. El concreto solo equilibra la tensión en el refuerzo. La distancia entre la fuerza de compresión y la de tracción es igual a j_1d . En el segundo caso, tanto el concreto como el acero en compresión equilibran la fuerza ocasionada por el refuerzo en tensión. La distancia entre la fuerza de tracción y la resultante de compresión es igual a j_2d . Para secciones que, como en este caso, tienen igual cuantía de acero en tensión, se cumple que $j_2d > j_1d$. Esto se debe a que la presencia del refuerzo en compresión reduce el área de concreto requerida para establecer el equilibrio y por lo tanto, la resultante de compresión tiende a subir. Al incrementarse la distancia entre C y T, el momento resistente de la sección aumenta. Por otro lado, el ascenso del eje neutro disminuye la deformación en el concreto, siendo posible resistir mayores cargas antes que éste se aplaste.

El efecto anteriormente descrito es casi imperceptible en secciones poco peraltadas. El acero en compresión trabaja más eficientemente cuanto más alejado se encuentra del eje neutro. Por ello, su uso no es recomendado en losas y vigas chatas o de poco peralte.

Ensayos con secciones doblemente reforzadas muestran que aunque el concreto se aplaste, la viga no colapsará si el acero en compresión es sujetado por refuerzo transversal cerrado. Cuando el concreto alcanza la deformación de aplastamiento, la cobertura de concreto se desprende pero las varillas no pandean pues se apoyan en el refuerzo transversal. Recíprocamente, el refuerzo en compresión sujeta el refuerzo transversal durante las operaciones de vaciado y vibrado. El refuerzo transversal puede estar constituido por estribos o malla de alambre electrosoldada de área equivalente cuyo detallaje se presenta en la sección 10.3.1.

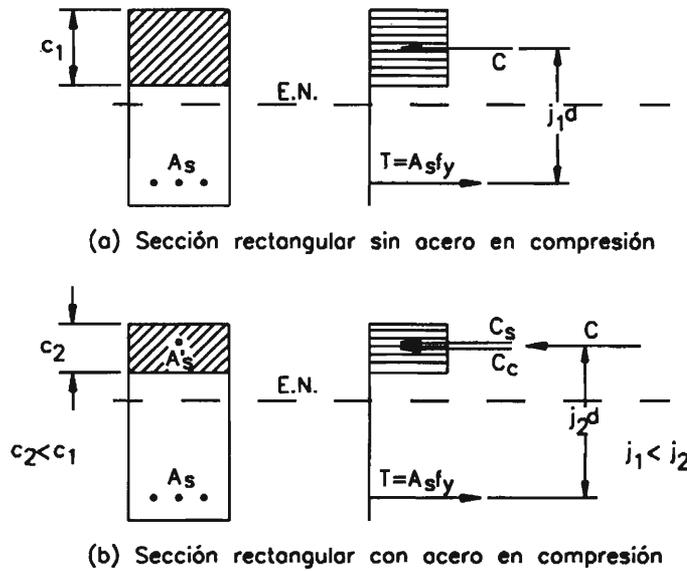


Figura 5.11. Distribución de esfuerzos en secciones rectangulares con y sin refuerzo en compresión

Uno de los efectos más importantes generados por la presencia del acero en compresión, es el incremento en la ductilidad del elemento. Este comportamiento es adecuado en zonas de alto riesgo sísmico o si se espera redistribución de esfuerzos en la estructura. El refuerzo en compresión también disminuye las deflexiones a largo plazo, pues evita el acortamiento en el tiempo o *creep*.

5.6.1 Análisis de una sección rectangular con refuerzo en compresión

El comportamiento de una sección rectangular con refuerzo en compresión puede considerarse como la superposición de dos efectos, tal como se muestra en la figura 5.12.

El primero corresponde a una viga rectangular simple como la analizada en la sección 5.4. Para garantizar el comportamiento dúctil del elemento, se asume que el acero fluye. Las condiciones requeridas para verificar este supuesto se presentan en la sección siguiente. Haciendo uso de las expresiones (5-3) y (5-8.2) se tiene:

$$a = \frac{A_{s1} f_y}{0.85 f'_c b} \tag{5-18}$$

$$M_{n1} = A_{s1} f_y (d - a/2) \tag{5-19}$$

Se sabe que:

$$A_{s1} = A_s - A_{s2} \tag{5-20}$$

donde: A_{s2} : Área de refuerzo que equilibra el refuerzo en compresión de la sección.

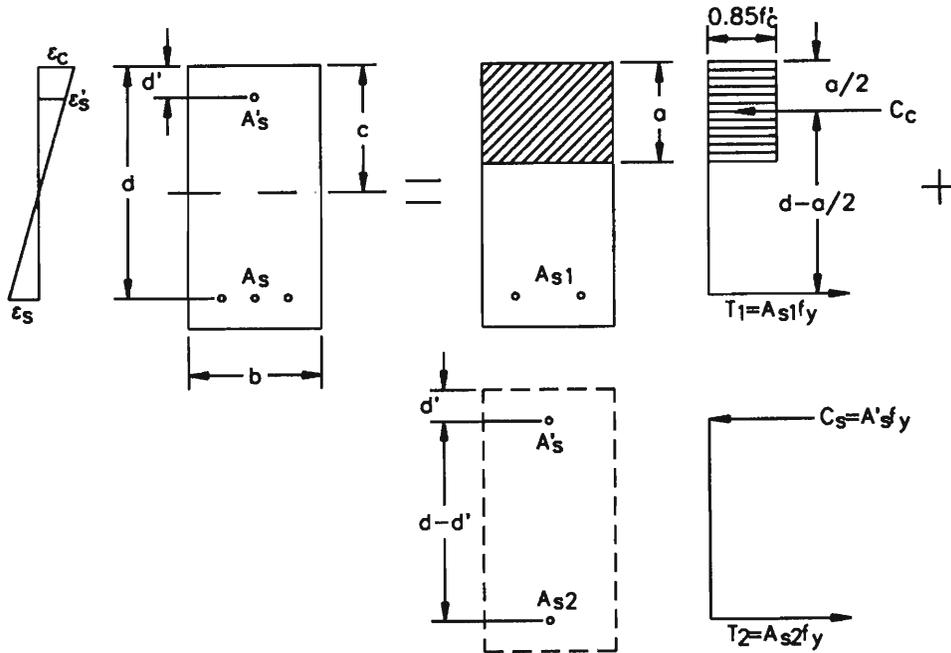


Figura 5.12. Superposición de efectos para el análisis de secciones rectangulares con refuerzo en compresión

Finalmente, combinando (5-18), (5-19) y (5-20) se llega a:

$$a = \frac{(A_s - A_{s2}) f_y}{0.85 f'_c b} \quad (5-21)$$

$$M_{n1} = (A_s - A_{s2}) f_y (d - a/2) \quad (5-22)$$

El segundo efecto de la superposición considerada corresponde al acero en compresión y desarrolla un momento resistente igual a:

$$M_{n2} = A_{s2} f_y (d - d') = A'_s f_y (d - d') \quad (5-23)$$

donde: d' : Distancia del borde en compresión de la sección al centroide del área de refuerzo en compresión.

A'_s : Área de refuerzo en la zona en compresión.

En esta expresión se asume que el acero en compresión ha fluído. Sin embargo, es necesario verificar esta suposición. Para ello, se emplea el diagrama de deformaciones de la sección, en el cual se puede plantear, por semejanza de triángulos, la siguiente relación:

$$\frac{c}{c - d'} = \frac{0.003}{\epsilon'_s} = \frac{0.003 E_s}{f'_s}$$

donde: ϵ'_s : Deformación unitaria del refuerzo en compresión.

De la expresión anterior, se despeja f'_s :

$$f'_s = 0.003E_s \left(1 - \frac{d'}{c} \right)$$

Reemplazando el valor de E_s y c se tiene:

$$f'_s = 6117 \left(1 - \frac{d'}{d} \frac{6117 + f_y}{6117} \right) \quad (5-24)$$

Si f'_s resulta mayor que el esfuerzo de fluencia, entonces el acero en compresión trabaja a f_y y A_{s2} es igual que A'_s . En caso contrario, el valor de f'_s se mantiene y A_{s2} es diferente que A'_s .

Finalmente, el momento resistente de la sección será:

$$M_n = M_{n1} + M_{n2} \quad (5-25)$$

donde M_{n1} y M_{n2} se calculan con las expresiones (5-22) y (5-23).

5.6.2 Determinación de la cuantía básica

En la sección precedente se determinó la resistencia de una sección provista de acero en compresión como la superposición de dos efectos. El primero correspondiente al aporte de una sección rectangular con refuerzo en tracción y el segundo, al del refuerzo en compresión. En el primer caso se asumió que el acero entraba en fluencia. Esto se cumple siempre que la sección es balanceada.

En la figura 5.13 se muestra las fuerzas que actúan sobre la sección balanceada y su diagrama de deformaciones. Como se puede apreciar, el segundo es igual al mostrado en la sección 5.4.2 para la deducción de la cuantía balanceada de una sección rectangular con acero en tensión. El valor de c_b es el mismo en ambos casos ya que éste depende únicamente de consideraciones geométricas. La resultante de la compresión en el concreto es igual a:

$$C_c = 0.85f'_c \beta_1 c_b b = \bar{\rho}_b bdf_y \quad (5-26)$$

Por equilibrio de fuerzas en la sección, se plantea:

$$T = C_c + C_s$$

Haciendo uso de la expresión anterior y (5-26):

$$A_s f_y = \bar{\rho}_b bdf_y + A'_s f'_s$$

Se define la cuantía de refuerzo en compresión, ρ' , a través de la siguiente expresión:

$$\rho' = \frac{A'_s}{bd} \quad (5-27)$$

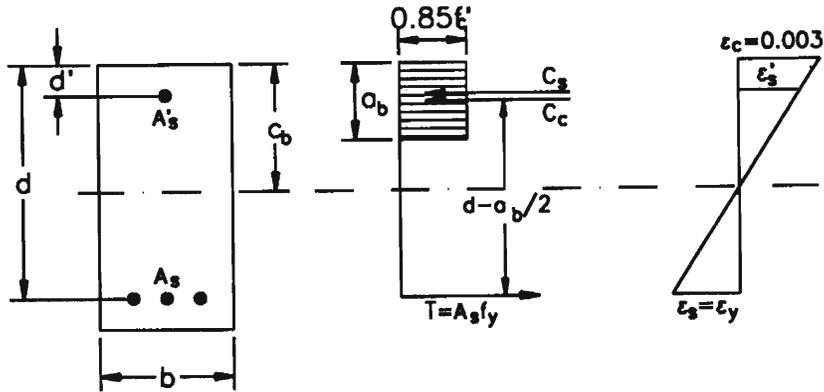


Figura 5.13. Diagrama de esfuerzos y deformaciones de una sección rectangular balanceada con refuerzo en compresión

Con las expresiones (5-5) y (5-27) se obtiene:

$$\rho_b b d f_y = \bar{\rho}_b b d f_y + \rho' b d f'_s$$

y finalmente:

$$\rho_b = \bar{\rho}_b + \rho' \frac{f'_s}{f_y}$$

Como en el caso de las secciones con refuerzo en tracción, el código del ACI recomienda una cuantía máxima (ρ_{\max}) para secciones con acero en compresión (ACI-10.3.3). Esta se calcula a partir de la expresión anterior, afectando el primer término del lado derecho de la igualdad por un factor igual a 0.75, es decir:

$$\rho \leq \rho_{\max} = 0.75 \bar{\rho}_b + \rho' \frac{f'_s}{f_y} \quad (5-28)$$

El término reducido corresponde a la porción del refuerzo en tensión que equilibra la compresión en el concreto.

5.7 DISEÑO DE UNA SECCIÓN RECTANGULAR CON REFUERZO EN COMPRESIÓN

El procedimiento de diseño de una sección rectangular con refuerzo en compresión consta de dos etapas. En la primera, se determina el momento resistente nominal de la sección considerando que ésta cuenta únicamente con refuerzo en tensión y éste es un porcentaje de la cuantía básica determinada mediante la relación (5-9). Para el cálculo del momento resistente se hace uso de las expresiones (5-3) y (5-8.2).

En la segunda etapa del diseño, se determina la diferencia entre la resistencia requerida y la calculada en la primera fase, ($M_u/\phi - M_n$). Esta diferencia deberá ser asumida por el acero

en compresión. Con ayuda de las ecuaciones (5-24) y (5-23) se calcula f'_s y luego, el valor de A'_{s2} , o refuerzo en compresión y de A_{s2} . El parámetro d' se estima de modo similar al peralte efectivo, es decir:

- Para vigas con una capa de refuerzo $d'=6$ cm
- Para vigas con dos capas de refuerzo $d'=9$ cm

Finalmente, el refuerzo en tensión corresponde a la suma del acero considerado en las dos primeras etapas. Se debe verificar que se cumpla la expresión (5-28).

Cuando la viga tiene poco peralte, d' se acerca mucho a c y entonces el acero en compresión casi no trabaja ya que está cerca a la fibra neutra o debajo de ella. Por ello, no es recomendable usarlo en vigas chatas pues el valor de f'_s resulta muy pequeño.

5.8 ANÁLISIS DE ELEMENTOS DE SECCIÓN T SOMETIDOS A FLEXIÓN

Este tipo de estructuras se presentan comúnmente en concreto armado sobre todo en los sistemas de vigas y losas como el mostrado en la figura 5.14. En algunos casos, ambos elementos son vaciados simultáneamente según recomendaciones del ACI (ACI-6.4.6). En otros se vacía primero las vigas y luego las losas, tomando previsiones para que se comporten como una unidad. En ambos casos, la losa colabora con la viga para resistir las cargas aplicadas y es conveniente tomar en cuenta esta ayuda, analizándola como una sección T. También es usual encontrar este tipo de sección en elementos prefabricados y farolas, cuando se quiere proveer a la sección de un área adicional de concreto que dé mayor resistencia en la zona comprimida. Esto se consigue a través del ala de la sección T.

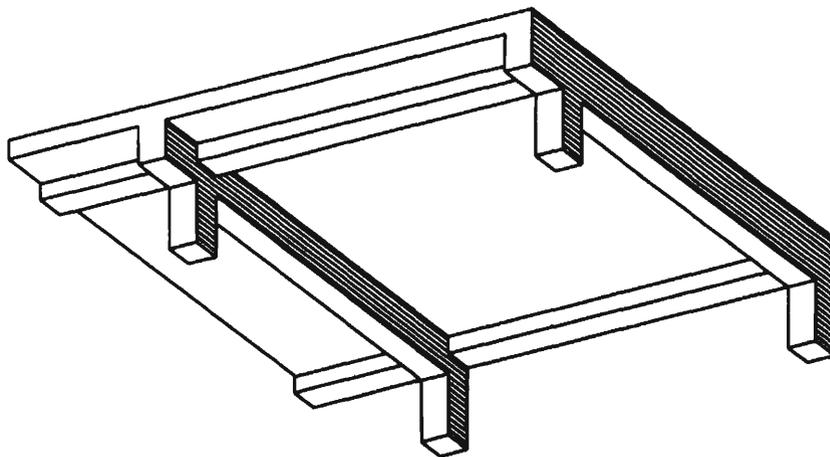
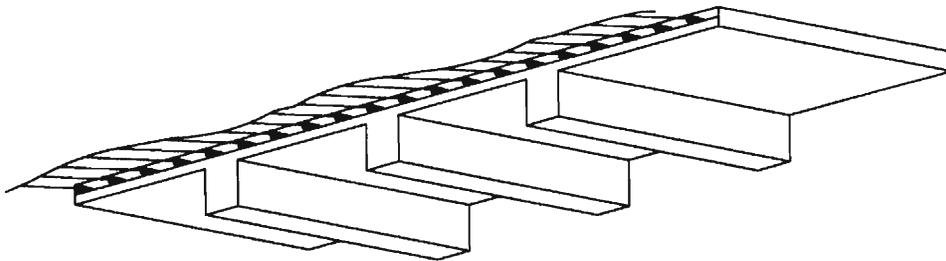


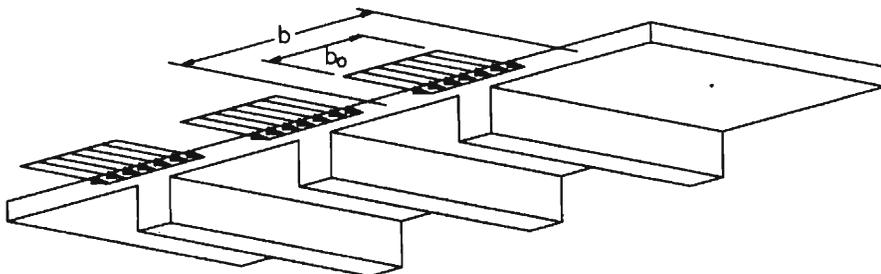
Figura 5.14. Sistema de vigas y losa

Para este tipo de secciones, el método de análisis es básicamente el mismo que el usado para secciones rectangulares. Sin embargo, es preciso definir exactamente la sección del elemento que estamos analizando. En el caso de prefabricados y farolas no hay duda al respecto, pero en los sistemas de vigas y losas ésto no es tan evidente.

Las losas contribuyen efectivamente a resistir las cargas aplicadas sobre las vigas. La magnitud de la contribución depende básicamente de la distancia entre vigas, su ancho y condiciones de apoyo, la relación entre el espesor de la losa y el peralte de la viga, etc. Si se efectúa un corte en el sistema viga-losa, aproximadamente al centro de la luz, se aprecia la distribución de esfuerzos de compresión mostrada en la figura 5.15.a. Se observa claramente que los esfuerzos se incrementan cerca de las vigas y disminuyen conforme se alejan de ellas. Para simplificar el análisis el código del ACI propone un ancho efectivo de losa en el cual se distribuyen esfuerzos de compresión uniformes y cuyo efecto es similar al comportamiento real observado (ACI-8.10.2, 8.10.3, 8.10.4). Estas propuestas se presentan en la figura 5.16. En ella se incluye las limitaciones del caso para vigas interiores y exteriores. Así mismo se incluye las dimensiones límites requeridas para secciones T de elementos independientes.



(a) Distribución real de los esfuerzos de compresión



(b) Propuesta del ACI

Figura 5.15. Distribución de esfuerzos de compresión en la losa y las vigas generadas por flexión

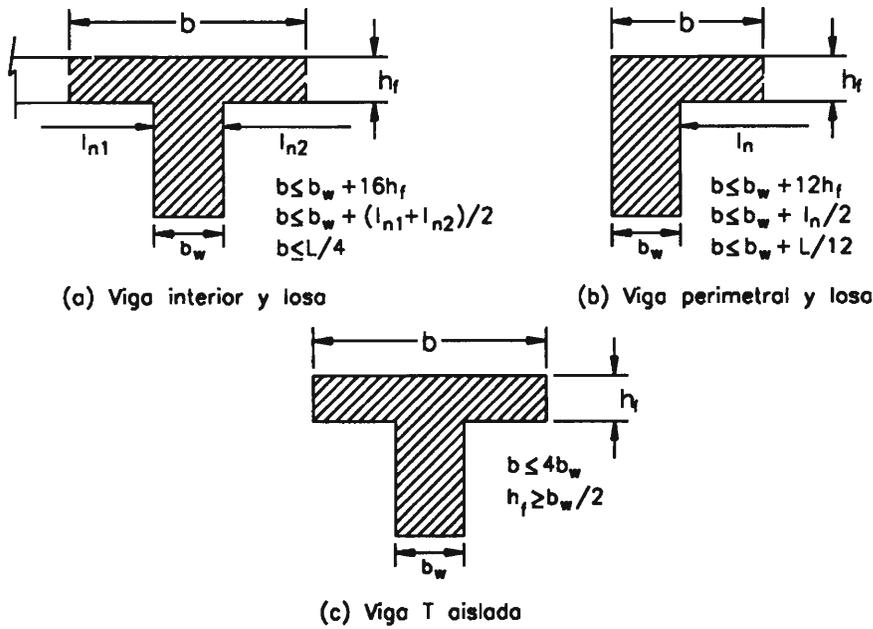


Figura 5.16. Propuestas del código del ACI para la estimación del ancho efectivo de losa que contribuye a la resistencia a la flexión de la viga

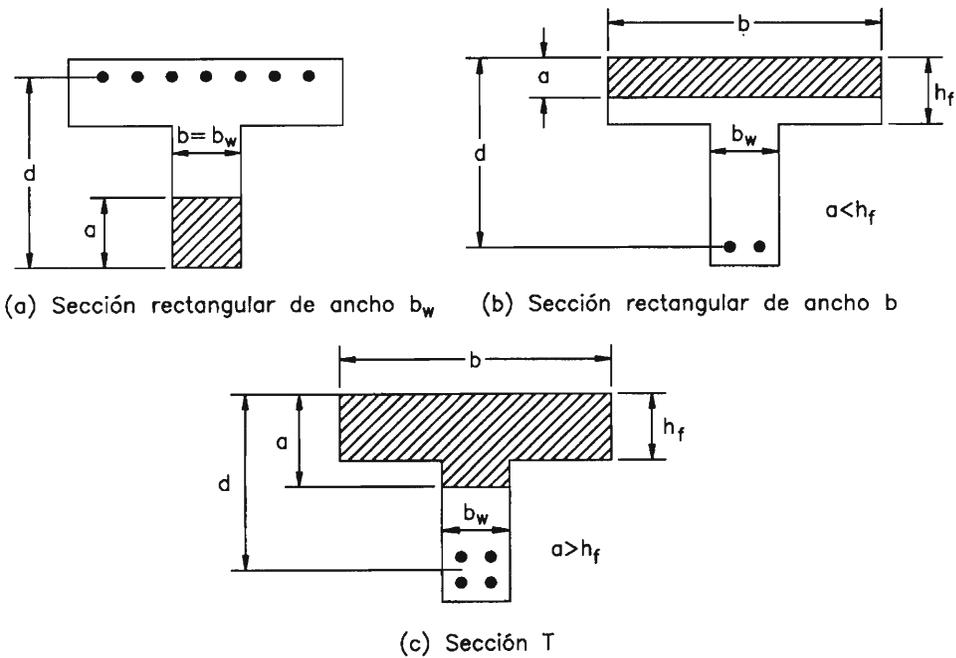


Figura 5.17. Configuración del concreto comprimido en algunos tipos de secciones

Una sección T sometida a flexión puede trabajar de tres maneras como se muestra en la figura 5.17. La primera es bajo un momento flector negativo, la compresión se presenta en la zona inferior y su distribución será rectangular. La segunda se presenta si el momento flector es positivo y $a \leq h_f$. Esta corresponde también a una distribución rectangular de la compresión. En ambas situaciones el análisis se efectuará con las fórmulas presentadas en los acápites previos. Para el primer caso se analizará una sección rectangular de ancho b_w y para el segundo, una de ancho b . Si la sección está sujeta a un momento positivo y $a > h_f$ entonces se observará el tercer tipo de comportamiento. La zona en compresión de la viga tendrá la forma de T y las expresiones que se deducirán en seguida deben ser utilizadas. En este tercer caso no es necesario que se verifique la condición que $c > h_f$, basta con que $a > h_f$, del mismo modo que no importa la forma de la sección por debajo del eje neutro con tal que la sección comprimida tenga la forma de T.

5.8.1 Análisis de una sección tipo T con falla dúctil

Al igual que en el estudio de secciones con acero en compresión, el efecto final se dividirá en dos situaciones, como se muestra en la figura 5.18. La primera corresponde a la compresión en las alas de la sección y la segunda a la compresión en el alma.

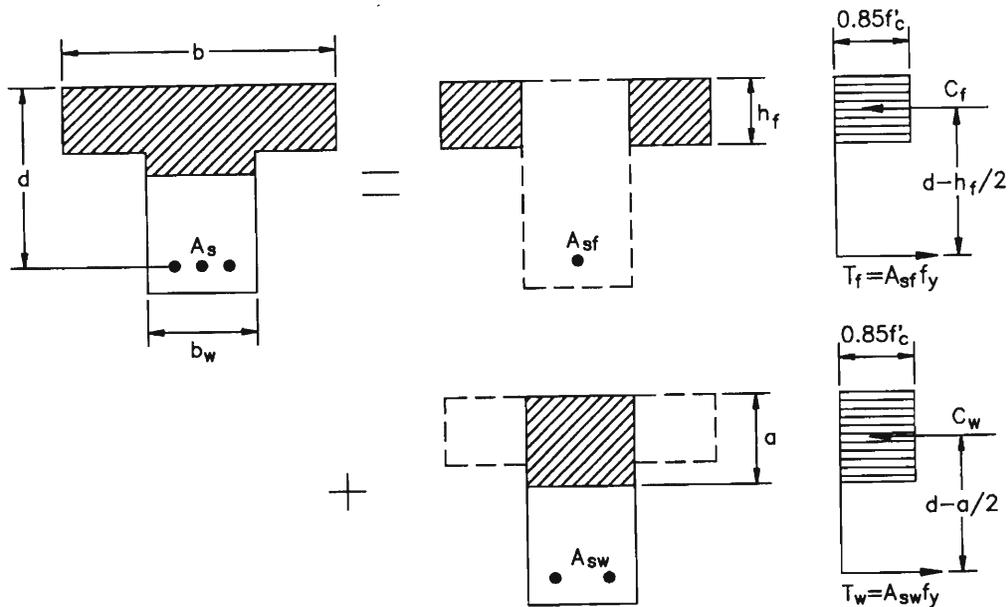


Figura 5.18. Superposición de efectos para el análisis de secciones T

En el primer estado, del equilibrio se plantea:

$$C_f = T_f$$

$$A_{sf} f_y = 0.85 f'_c (b - b_w) h_f$$

$$A_{sf} = 0.85 \frac{f'_c}{f_y} (b - b_w) h_f \quad (5-29)$$

Finalmente:

$$M_{nf} = 0.85 f'_c (b - b_w) h_f (d - h_f / 2) \quad (5-30)$$

En el segundo estado, por equilibrio se tiene:

$$C_w = T_w$$

$$A_{sw} f_y = 0.85 f'_c b_w a$$

$$a = \frac{A_{sw} f_y}{0.85 f'_c b_w} \quad (5-31)$$

Y además:

$$M_{nw} = 0.85 f'_c b_w a (d - a/2) \quad (5-32)$$

Finalmente, usando (5-30) y (5-32):

$$M_n = M_{nf} + M_{nw}$$

$$M_n = 0.85 f'_c \left((b - b_w) h_f (d - h_f / 2) + b_w a (d - a/2) \right) \quad (5-33)$$

Sin embargo el valor de a en la expresión anterior aún no está determinado. Para calcularlo es necesario tener en cuenta que:

$$A_s = A_{sf} + A_{sw}$$

$$A_{sw} = A_s - A_{sf} \quad (5-34)$$

De (5-31) y (5-34):

$$a = \frac{(A_s - A_{sf}) f_y}{0.85 f'_c b_w} \quad (5-35)$$

donde A_{sf} está determinado en la ecuación (5-29).

Las secciones tipo L se comportarán como secciones T si están restringidas lateralmente de modo que no se flexionen en esta dirección. Esto es común en los extremos de las losas. Si el elemento puede deformarse lateralmente entonces se deberá efectuar un análisis de flexión biaxial.

5.8.2 Determinación de la cuantía básica

Para determinar la cuantía básica de una sección T se emplea la expresión presentada en la sección 5.4.2 para el cálculo de C_b , la cual es válida para este caso, ya que el diagrama de deformaciones a partir del cual se dedujo, también lo es. Al conocer la ubicación del eje neutro para la condición balanceada la determinación de la cuantía correspondiente es sencilla. Se partirá de la expresión:

$$C_b = T_b = A_{sb} f_y \quad (5-36)$$

donde C_b y T_b son las fuerzas de compresión y tracción en la sección respectivamente.

Además:

$$C_b = 0.85f'_c [a_b b_w + (b - b_w)h_f] \quad (5-37)$$

De (5-36) y (5-37) se obtiene:

$$A_{sb} = \frac{0.85f'_c}{f_y} [a_b b_w + (b - b_w)h_f]$$

Finalmente, para secciones T:

$$\tilde{\rho}_{sb} = \frac{A_{sb}}{bd} = \frac{0.85f'_c}{f_y bd} [a_b b_w + (b - b_w)h_f] \quad (5-38)$$

y como siempre: $\rho_{m\acute{a}x} \leq 0.75\rho_b$ (ACI-10.3.3).

5.8.3 Cuantía mínima de secciones T

Las provisiones presentadas en la sección 5.4.3 respecto al área mínima de refuerzo en secciones rectangulares son válidas también para secciones T con el alma en compresión. Para secciones T con el ala en tracción, el área mínima de acero será la menor determinada a través de las expresiones (5-12) y (5-13) considerando b_w igual al ancho b del ala de la viga T ó $2b_w$, el que sea menor.

5.9 DISEÑO DE UNA SECCIÓN T

En este tipo de secciones debe verificarse que la sección trabaja efectivamente como sección T. Para ello se asume, inicialmente, que sólo el ala de la sección contribuyen a la resistencia y se tiene que:

$$A_s \approx \frac{M_u / \phi}{f_y (d - h_f / 2)} \tag{5-40}$$

Además:

$$a \approx \frac{A_s f_y}{0.85 f'_c b} \tag{5-41}$$

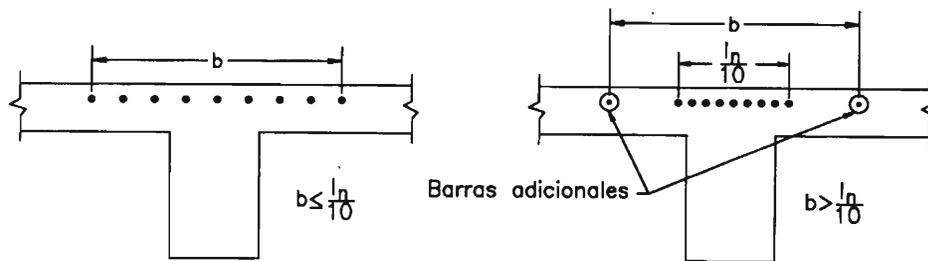
Si el valor estimado de a es menor o igual que h_f entonces el elemento se diseña como una viga de sección rectangular con ancho igual a b . Si a es mayor que h_f entonces se sigue el siguiente procedimiento. Primero, se considera la resistencia aportada por las alas con un ancho igual a $(b - b_w)$. Con las expresiones (5-29) y (5-30) se determina A_{sf} y M_{nf} respectivamente.

$$A_{sf} = 0.85 \frac{f'_c}{f_y} (b - b_w) h_f$$

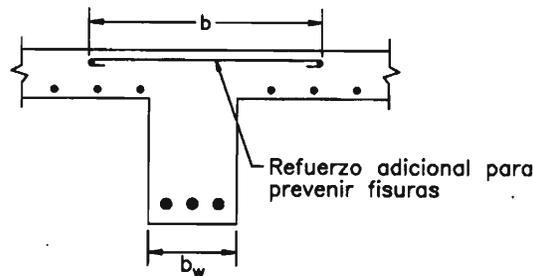
$$M_{nf} = 0.85 f'_c (b - b_w) h_f (d - h_f / 2)$$

Si $M_{nf} \geq M_n$ el diseño ha concluido y el área de acero es igual a A_{sf} . En caso contrario, el alma debe resistir la diferencia, $M_{nw} = M_n - M_{nf}$.

Se considera que el alma trabaja independientemente, como una sección rectangular, para la cual se calcula A_{sw} . El área total de acero será la suma de A_{sf} y A_{sw} . Debe verificarse que la cantidad de acero calculada esté dentro del rango permitido por el código.



(a) Distribución del refuerzo en el ala de la sección T.



(b) Refuerzo adicional requerido en el ala de la sección T.

Figura 5.19. Distribución del refuerzo en secciones tipo T

Si la viga es solidaria a una losa, parte del refuerzo calculado para ella se coloca en la losa, a fin de evitar que sus rajaduras se prolongen hacia la losa. Este acero se coloca en una franja de ancho b ó $l_n/10$, el que sea menor. Si $b > l_n/10$ el refuerzo se distribuirá en un ancho de $l_n/10$ y se colocarán barras adicionales en los extremos del ala de la viga (ver figura 5.19.a).

Adicionalmente al refuerzo longitudinal por flexión, se debe colocar varillas de acero perpendiculares al alma, cuando el refuerzo principal de la losa es paralelo a la viga, como se muestra en la figura 5.19.b. Este acero permite controlar la formación de grietas sobre la viga y se calcula considerando que resiste los esfuerzos generados por un volado cuyas dimensiones corresponden al ala de la sección T. Este refuerzo debe estar espaciado a no más de 45 cm. o $3h_r$.

5.10 CORTE DEL REFUERZO Y DESARROLLO DEL REFUERZO LONGITUDINAL

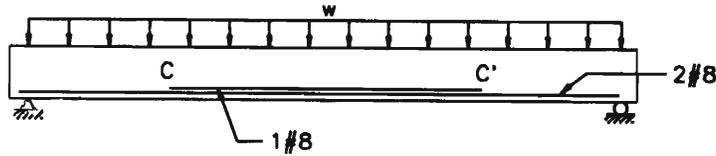
A lo largo de los elementos sometidos a flexión, el momento actuante varía. En un elemento simplemente apoyado sometido a carga repartida uniforme, se incrementa desde los apoyos hacia el centro de la luz. El refuerzo necesario para resistir las solicitaciones externas es mayor en la sección central que en la del extremo. Por ello, no tiene sentido colocar el mismo número de varillas a todo lo largo del elemento, sino sólo donde éste es requerido.

Existen varios criterios que deben tomarse en cuenta en la determinación de los puntos de corte del refuerzo, los cuales son válidos tanto para refuerzo positivo como para el negativo. Entre ellos se tiene:

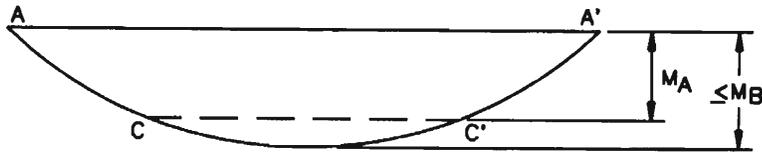
1. Las varillas deben ser cortadas en las secciones en las cuales ya no son requeridas por solicitaciones de flexión. Estos puntos constituyen los puntos teóricos de corte de acero.
2. Las fuerzas cortantes que actúan sobre los elementos tienden a incrementar la tensión en las varillas de acero. Este incremento debe tomarse en cuenta para el corte del refuerzo.
3. Cada varilla debe tener una adecuada longitud de anclaje para garantizar que pueda alcanzar el esfuerzo de fluencia en los puntos de máximo esfuerzo.
4. Debe evitarse, en lo posible, el corte de barras en tensión en zonas donde la fuerza cortante es elevada pues se producen grandes concentraciones de esfuerzos y grietas inclinadas en los puntos de corte. En general, el número de cortes de acero debe reducirse al mínimo para simplificar el diseño y la construcción.

En la figura 5.20.a se muestra una viga simplemente apoyada sometida a una carga uniformemente repartida. La viga cuenta con dos varillas #8 dispuestas en toda su luz y una varilla #8 adicional en el centro. Los extremos de esta varilla están identificados por las letras C y C'. Las dos varillas #8 proporcionan al elemento un momento resistente igual a M_A mientras que las tres varillas #8 le dan un momento M_B . En la figura 5.20.b se observa el diagrama de momento flector de la viga y en él se aprecia que los puntos C y C' corresponden a las secciones que están sometidas a M_A .

A primera vista, pareciera que los tramos AC y C'A', provistos de dos varillas #8, tuvieran un momento resistente constante e igual a M_A y que el tramo CC', provisto de tres varillas #8, tuviera un momento resistente igual a M_B . Sin embargo, ésto no es así y el diagrama de momento resistente real es el mostrado en la figura 5.20.c.



(a) **Viga simplemente apoyada sometida a carga uniformemente repartida.**



(b) **Diagrama de momento flector de la viga.**

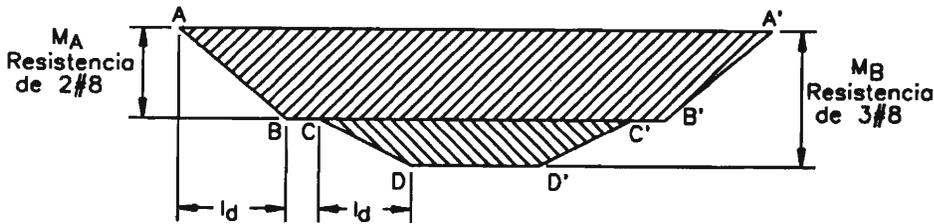


Figura 5.20. Viga simplemente apoyada, diagrama de momento flector y diagrama de momento resistente

La variación en el momento resistente en los tramos AB, CD, D'C' y B'A' se debe a que las porciones de la varilla ubicadas a menos de l_d del extremo son incapaces de desarrollar su esfuerzo de fluencia. Por ello, la resistencia decrece desde un máximo, a l_d del extremo, hasta 0, en el extremo mismo.

Por lo anterior, el código del ACI recomienda que en los puntos de corte del acero, C y C' en este caso, se verifique que la distancia del extremo del acero que continúa al punto de corte sea mayor que l_d para evitar situaciones como la mostrada en la figura 5.21.

El esfuerzo cortante también juega un papel importante en la determinación del punto de corte del refuerzo. La presencia de fuerza cortante, ocasiona un incremento de la tensión

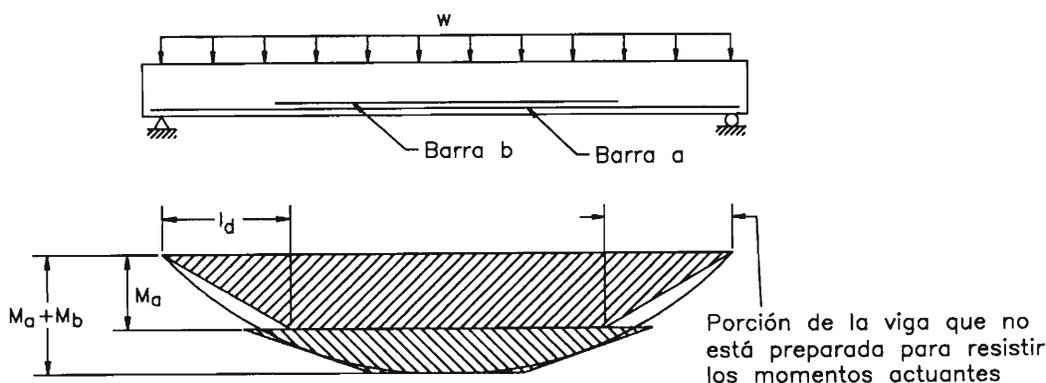


Figura 5.21. Diagrama de momento actuante y diagrama de momento resistente de una viga simplemente apoyada

en las varillas de acero longitudinal. Este fenómeno será explicado en el capítulo 6. Como consecuencia de él es necesario prolongar el refuerzo, más allá del punto donde teóricamente se requiere, una longitud igual a d o 12 veces el diámetro de la varilla desarrollada, $12d_b$.

En la figura 5.22 se resumen todas las consideraciones que se debe tener para el corte de refuerzo en regiones de momento negativo y positivo.

Como ya se indicó, el efecto de la discontinuidad de las varillas longitudinales produce agrietamiento en el elemento. Por ello, el código establece que el refuerzo no debe ser cortado, en zona de tracción, a menos que se satisfaga uno de los siguientes requisitos (ACI-12.10.5):

1. Que la fuerza cortante en el punto de corte no exceda las $2/3$ partes de la resistencia nominal permitida en la sección, ϕV_n , incluyendo los aportes del concreto y del acero.
2. Se provea estribos adicionales a los requeridos por corte y torsión en una longitud igual a las tres cuartas partes del peralte efectivo a partir del extremo del acero longitudinal. El exceso de refuerzo A_v no será menor que $4.2b_w s/f_y$ y su espaciamiento no será superior a $d/20\beta_b$, donde β_b es el cociente del área de refuerzo cortado entre el área total de refuerzo en la sección de corte.
3. Para varillas menores o iguales a la #11, el refuerzo que no es cortado provea un área igual al doble del área requerida por flexión y el corte no exceda las tres cuartas partes de la resistencia nominal de la sección, ϕV_n , incluyendo los aportes del concreto y del hierro.

Por lo anterior, los proyectistas prefieren extender las varillas hacia los apoyos en vigas simples o pasando los puntos de inflexión en vigas continuas.

Los criterios antes presentados para el corte del refuerzo son válidos tanto para refuerzo positivo como negativo. A continuación se presentan algunos criterios que son aplicables dependiendo del caso.

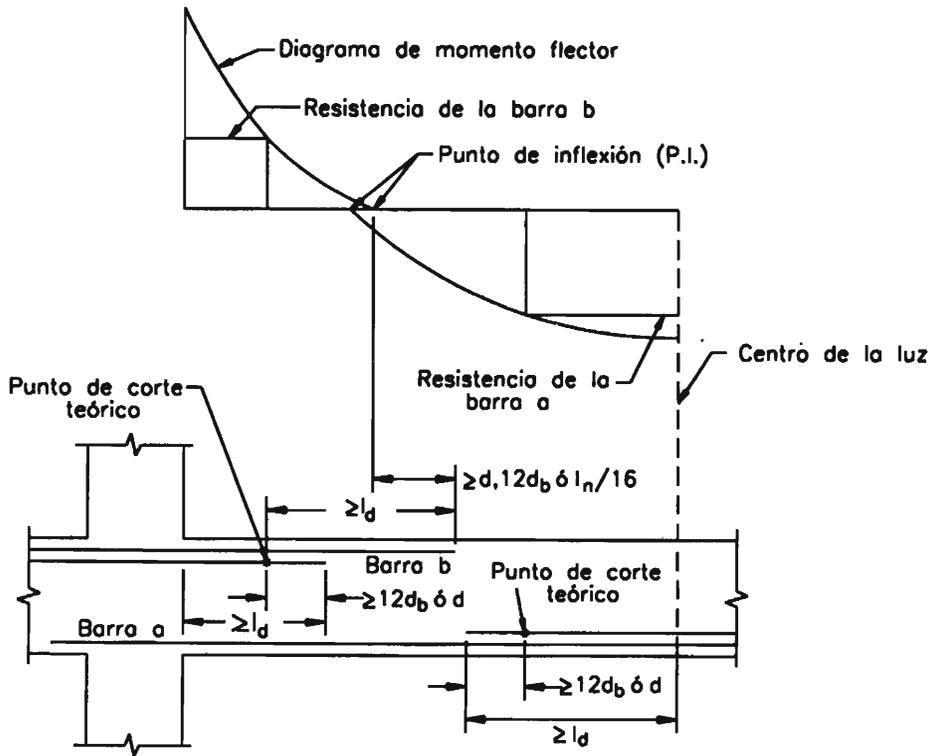


Figura 5.22. Consideraciones para el corte de acero en regiones de momento positivo y negativo

5.10.1 Desarrollo del refuerzo positivo en elementos sometidos a flexión

En la figura 5.23 se presenta un elemento simplemente apoyado provisto con sólo dos varillas de refuerzo longitudinal. Esta pieza no desarrolla la resistencia requerida por las cargas externas a causa de un anclaje inadecuado. A pesar que el refuerzo se extiende a todo lo largo del elemento, en los tramos AB y CD se aprecia que, el momento externo aplicado es superior al momento resistente. Este fenómeno se presenta generalmente en elementos que contienen barras de gran diámetro, donde l_d es grande y por lo tanto la recta AB es secante a la parábola.

Para garantizar que el momento resistente sea siempre superior al momento actuante, es necesario que la pendiente de la tangente a la parábola en el apoyo sea menor que la pendiente del diagrama de momentos resistentes, es decir:

$$\frac{\phi M_n}{l_d} \geq \left(\frac{d}{dx} (M_u) \right)_0 = V_u \quad (5-42)$$

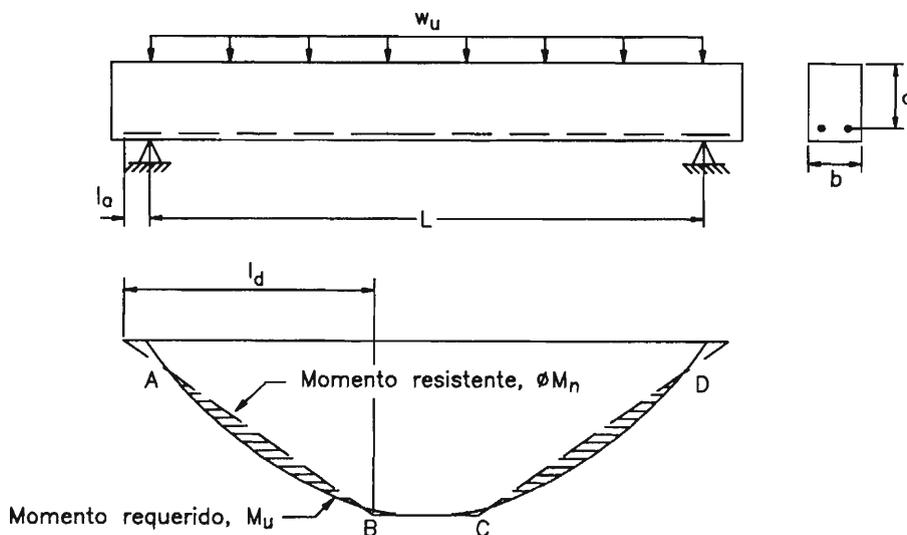


Figura 5.23. Viga simplemente apoyada y diagramas de momentos actuantes y resistentes

Basándose en el criterio anterior, el código limita la longitud de anclaje del refuerzo positivo en función de los esfuerzos a los que está sometida la pieza, tanto en los apoyos como en los puntos de inflexión (ACI-12.11.3). Esta limitación no se aplica al refuerzo que es anclado en apoyos simples mediante dispositivos mecánicos o ganchos estándar. La longitud de anclaje del refuerzo positivo deberá cumplir:

$$l_d \leq \frac{M_n}{V_u} + l_a \quad (5-43)$$

(ACI-Ec(12-2))

donde: M_n : Momento resistente nominal asumiendo que todo el acero de la sección está esforzado hasta la fluencia.

V_u : Corte último en la sección de momento nulo.

l_a : Longitud de la varilla embebida en el apoyo o si el análisis es en el punto de inflexión, el mayor entre d y $12d_b$.

El valor de M_n/V_u deberá incrementarse en un 30% cuando se analice los apoyos, si la reacción en el apoyo es de compresión. El término ϕ se ha eliminado en la expresión (5-43) para incrementar el factor de seguridad.

Para el refuerzo positivo, el código también recomienda que en elementos simplemente apoyados por lo menos la tercera parte del refuerzo positivo sea llevada hasta el apoyo y extendida dentro

de él por lo menos 15 cm. De modo similar se debe extender la cuarta parte del acero en elementos continuos. Cuando el miembro forma parte del sistema que resiste las cargas laterales, el refuerzo deberá anclarse en el apoyo para desarrollar su esfuerzo de fluencia. En la figura 5.24 se aprecia las diversas maneras de conseguirlo.

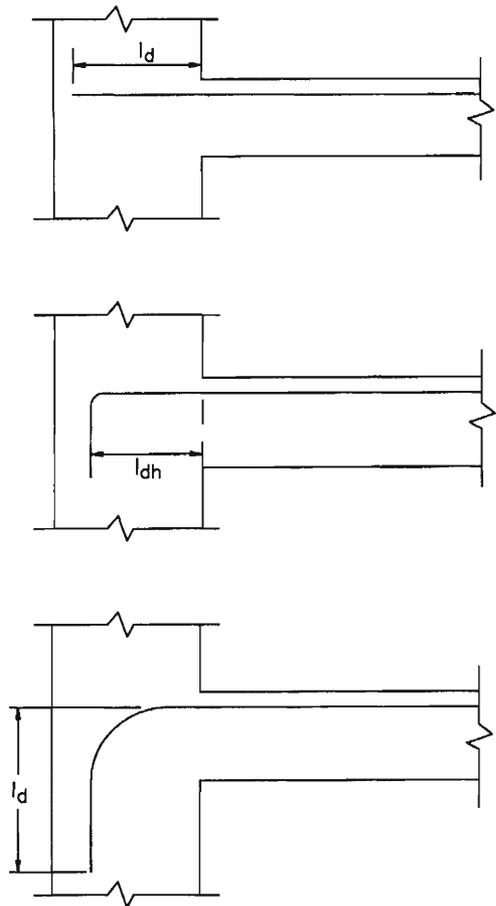


Figura 5.24. Anclaje del refuerzo longitudinal en los apoyos

5.10.2 Desarrollo del refuerzo negativo

El refuerzo negativo debe anclarse en los apoyos de modo que sea capaz de desarrollar su esfuerzo de fluencia. Los mecanismos de anclaje serán similares a los presentados en la figura 5.22. Además, por lo menos la tercera parte del acero negativo provisto en el apoyo deberá extenderse más allá del punto de inflexión, en una longitud no menor que d , $12d_b$ o $1/16$ de la luz libre del elemento.

EJEMPLOS

Ejemplo 5.1

Determinar el momento resistente nominal de la sección transversal de la viga que se muestra en la figura 5.25 si $f'_c=350 \text{ kg/cm}^2$ y $f_y=4200 \text{ kg/cm}^2$.

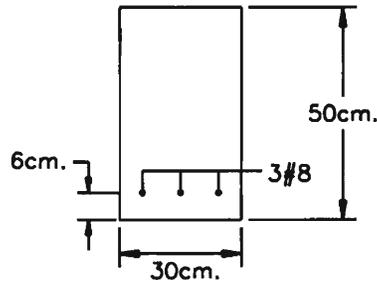


Figura 5.25. Ejemplo 5.1

El área total del acero en tensión, A_s es igual a:

$$A_s = 3 \times 5.1 = 15.3 \text{ cm}^2$$

El peralte efectivo de la sección es:

$$d = 50 - 6 = 44 \text{ cm.}$$

y su cuantía:

$$\rho = A_s / (b_w d) = 15.3 / (30 \times 44) = 1.16\%$$

Para calcular el momento resistente de la sección es necesario determinar el tipo de falla que presentará el elemento, la cual depende de la relación entre su cuantía y la cuantía básica. De la Tabla 5.1, se obtiene que:

$$\bar{\rho}_b = 3.35\%$$

Puesto que $\rho \leq \bar{\rho}_b$, la falla de la sección será de tensión y entonces las expresiones (5-3) y (5-8.2) podrán ser utilizadas. La altura del bloque en compresión de concreto será:

$$a = (A_s f_y) / (0.85 f'_c b) = (15.3 \times 4200) / (0.85 \times 350 \times 30) = 7.2 \text{ cm. (16.3\% del peralte efectivo)}$$

El momento resistente es igual a:

$$M_n = A_s f_y (d - a/2) = 15.3 \times 4200 \times (44 - 7.2/2) = 2596104 \text{ kg-cm} = 25961 \text{ kg-m.}$$

y el momento último al que puede estar sometida la sección es:

$$M_u \leq \phi M_n = 0.9 \times 25961 = 25960 \text{ kg-m.}$$

Ejemplo 5.2

Determinar el refuerzo requerido por la viga mostrada en la figura 5.26 en: a) la sección central del tramo AB; b) la sección central del tramo BC; c) la sección del apoyo B. La viga está sometida a una carga permanente de 2600 kg/m (no incluye peso propio) y a una sobrecarga de 1750 kg/m. Usar $f'_c=280 \text{ kg/cm}^2$ y $f_y=4200 \text{ kg/cm}^2$.

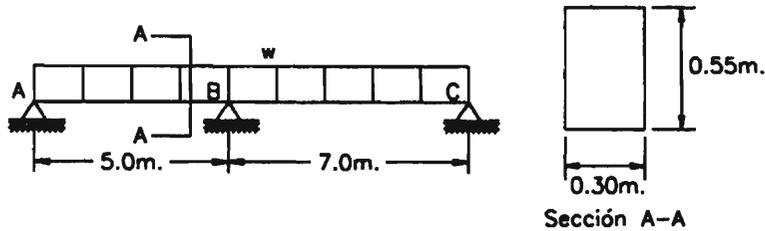


Figura 5.26. Ejemplo 5.2

El peso propio de la viga es igual a:

$$\text{peso propio} = 2400 \times 0.30 \times 0.55 = 396 \text{ kg/m.}$$

La carga amplificada sobre la viga es:

$$W_u = 1.2D + 1.6L = 1.2 \times (396 + 2600) + 1.6 \times (1750) = 6395 \text{ kg/m.}$$

Se asumirá que el peralte efectivo de la viga es: $d = 55 - 6 = 49 \text{ cm}$.

Del análisis de la viga se obtiene que en la sección central del tramo BC el momento flector último es igual a 25135 kg-m. Luego, el parámetro R_u es igual a:

$$R_u = M_u / (bd^2) = 25135 \times 100 / (30 \times 49^2) = 34.9$$

De la Tabla 5.2 se obtiene que $\rho \approx 1.0\%$. Con la expresión (5-17) se puede conseguir un valor más preciso igual a 1.01%. La cuantía de acero obtenida es menor que $0.75 \bar{\rho}_b = 2.14\%$, con lo cual está dentro del rango permitido por el código. El área de refuerzo requerida será:

$$A_s = 1.01 \times 30 \times 49 / 100 = 14.85 \text{ cm}^2$$

Se debe verificar que ésta sea mayor que el área mínima de acero.

$$A_{s\text{mín}} = 14.1 \times b_w \times d / 4200 = 4.94 \text{ cm}^2 < 14.85 \text{ cm}^2$$

$$A_{s\text{mín}} = 0.8 \times \frac{\sqrt{f'_c}}{f_y} \times b_w \times d = 4.06 \text{ cm}^2 < 14.85 \text{ cm}^2$$

Para la sección central del tramo BC se colocarán 3#8

En las otras secciones el procedimiento es similar y está resumido en la tabla siguiente.

Sección	Centro del tramo AB	Apoyo B
M_u	7438	31169 kg-m
R_u	$7438 \times 100 / (30/49^2) = 10.3$	$31169 \times 100 / (30 \times 49^2) = 43.3$
ρ	$0.28\% < 0.75\bar{\rho}_b = 2.14\%$	$1.29\% < 0.75\bar{\rho}_b = 2.14\%$
A_s	$4.12 \text{ cm}^2 < A_{s\text{min}} = 4.94 \text{ cm}^2$	$18.96 \text{ cm}^2 > A_{s\text{min}} = 4.94 \text{ cm}^2$
A_s (provista)	4.94 cm^2	18.96 cm^2
Varillas elegidas	2#6	4#8

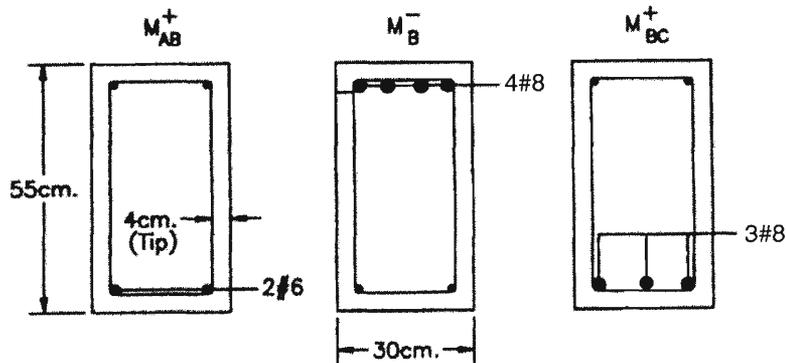


Figura 5.27. Ejemplo 5.2

Ejemplo 5.3

Determinar el momento resistente nominal de la sección transversal de la viga que se muestra en la figura 5.28 si $f'_c = 210 \text{ kg/cm}^2$ y $f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$.

El área total del acero en tensión, A_s es igual a:

$$A_s = 6 \times 5.1 = 30.6 \text{ cm}^2$$

y el área de acero en compresión, A'_s es:

$$A'_s = 2 \times 5.1 = 10.2 \text{ cm}^2$$

Las expresiones deducidas en la sección 5.6.1 podrán ser utilizadas si se verifica la condición (5-28). El esfuerzo en el acero en compresión es:

$$f'_c = 6117(1 - (d'/d))(6117 + f_y) / 6117 = 6117 \times (1 - 6.5/41.5 \times (6117 + 4200)) / 6117 = 4501 \text{ kg/cm}^2 > f_y.$$

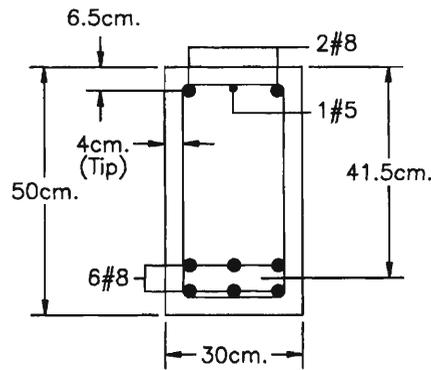


Figura 5.28. Ejemplo 5.3

Por lo tanto, el esfuerzo en el acero en compresión es igual al esfuerzo de fluencia.

La cuantía de refuerzo en compresión es:

$$\rho' = A'_s / bd = 12.2 / (30 \times 41.5) = 0.98\%$$

y el refuerzo máximo para que la sección trabaje dúctilmente es:

$$\rho_{\text{máx}} = 0.75 \bar{\rho}_b + \rho' f'_s / f_y = 0.016 + 0.0098 \times 4200 / 4200 = 0.026$$

La cuantía de acero en tensión es:

$$\rho = A_s / bd = 30.6 / (30 \times 41.5) = 2.46\% < 2.6\%$$

Por lo tanto, las expresiones deducidas en la sección 5.6.1 son válidas para este caso. El momento resistente de la sección se considerará como la superposición de dos efectos.

Primer efecto: Acero en tensión equilibrado por el concreto

$$A_{s1} = A_s - A'_s = 30.6 - 12.2 = 18.4$$

$$a = A_{s1} f_y / (0.85 f'_c b) = 18.4 \times 4200 / (0.85 \times 210 \times 30) = 14.43 \text{ cm}^2$$

$$M_{n1} = A_{s1} f_y (d - a/2) = 18.4 \times 4200 \times (41.5 - 14.43/2) = 2649545 \text{ kg-cm} = 26495 \text{ kg-m.}$$

Segundo efecto: Acero en tensión equilibrado por el acero en compresión

$$M_{n2} = A'_s f_y (d - d') = 12.2 \times 4200 \times (41.5 - 6.5) = 1793400 \text{ kg-cm} = 17934 \text{ kg-m.}$$

La resistencia de la sección a la flexión será igual a la suma de los dos efectos:

$$M_n = M_{n1} + M_{n2} = 26495(60\%) + 17934(40\%) = 44429 \text{ kg-m.}$$

y el momento último al que puede estar sometida la sección es:

$$M_u \leq \phi M_n = 0.9 \times 44429 = 39986 \text{ kg-m.}$$

Ejemplo 5.4

Diseñar la sección central de la viga rectangular que se muestra en la figura 5.29. La viga está sometida a una carga permanente de 1710 kg/m (no incluye peso propio) y a una sobrecarga de 1575 kg/m. Usar $f'_c=210$ kg/cm² y $f_y=4200$ kg/cm².

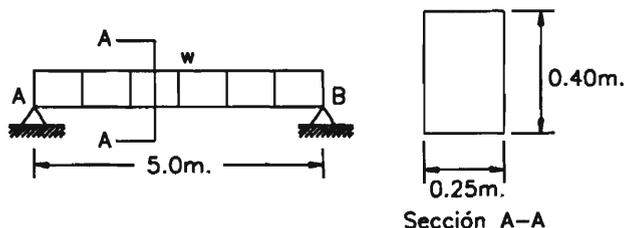


Figura 5.29. Ejemplo 5.4

El peso propio de la viga es igual a:

$$\text{peso propio} = 2400 \times 0.25 \times 0.40 = 240 \text{ kg/m.}$$

La carga amplificada sobre la viga es:

$$W_u = 1.2D + 1.6L = 1.2(240 + 1710) + 1.6(1575) = 4860 \text{ kg/m}$$

Se asumirá que el peralte efectivo de la viga es: $d = 40 - 6 = 34$ cm.

El momento último en la sección central es:

$$M_u = w l^2 / 8 = 4860 \times 5^2 / 8 = 15188 \text{ kg-m}$$

y el parámetro R_u :

$$R_u = M_u / (bd^2) = 15188 \times 100 / (25 \times 34^2) = 52.6$$

La cuantía de acero correspondiente es $\bar{\rho} = 1.75\% > 0.75\bar{\rho}_b = 1.6\%$. Por lo tanto, la sección no es capaz de resistir los momentos aplicados si sólo cuenta con refuerzo en tensión. Para solucionar el problema se hará uso de acero en compresión, de este modo no será necesario incrementar las dimensiones del elemento.

Se considerará que el área de acero en tensión equilibrada por el concreto es igual a un 90% del área máxima, es decir:

$$A_{s1} = 0.90(0.75\bar{\rho}_b bd) = 0.90 \times (0.016 \times 25 \times 34) = 12.24 \text{ cm}^2$$

Esta cantidad de acero puede ser provista por 2 varillas #8 y 1#6. Cualquier otra distribución de refuerzo requerirá colocarlo en dos capas. El refuerzo total en tensión será igual a la suma de A_{s1} , y A_{s2} , por lo que ésto será inevitable. Por ello, se reconsidera el peralte efectivo de la sección y se toma igual a:

$$d = 40 - 9 = 31 \text{ cm.}$$

Con este nuevo valor, el área máxima de acero en tensión es:

$$A_{s1} = 0.90 \times (0.016 \times 25 \times 31) = 11.16 \text{ cm}^2$$

La altura del bloque en compresión del concreto es:

$$a = A_{s1} f_y / (0.85 f'_c b) = 11.16 \times 4200 / (0.85 \times 210 \times 25) = 10.50$$

y el momento resistente:

$$M_{n1} = A_{s1} f_y (d - a/2) = 11.16 \times 4200 \times (31 - 10.5/2) = 1206954 \text{ kg-cm} \approx 12070 \text{ kg-m.}$$

El momento que debe resistir el refuerzo en compresión es igual a:

$$M_{n2} = M_u / \phi - M_{n1} = 15188 / 0.9 - 12070 \approx 4806 \text{ kg-m.}$$

Asumiendo que $d' = 6 \text{ cm.}$:

$$f'_s = 6117 (1 - (d'/d)) (6117 + f_y) / 6117 = 6117 \times (1 - 6/31) \times (6117 + 4200) / 6117 = 4120 \text{ kg/m}^2 < f_y.$$

y el área de acero en compresión es:

$$A'_s = M_{n2} / f'_s (d - d') = 4806 \times 100 / 4120 / (31 - 6) = 4.67 \text{ cm}^2.$$

El área total de refuerzo en tensión es:

$$A_s = A_{s1} + A'_s = 11.16 + 4.67 = 15.83 \text{ cm}^2.$$

Se debe verificar que la cuantía de acero en tensión no supere $\rho_{\text{máx}}$.

$$\rho = A_s / (bd) = 15.83 / (25 \times 31) = 0.020$$

$$\rho_{\text{máx}} = 0.75 \bar{\rho}_b + \rho' f'_s / f_y = 0.016 + 4.67 / (25 \times 31) \times 4120 / 4200 = 0.022 > 0.020$$

Finalmente, el refuerzo en tensión (15.83 cm^2) será provisto por 2#8 y 2#6 y el refuerzo en compresión (4.67 cm^2) por 2#6.

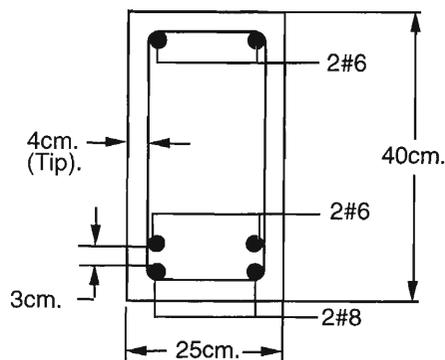


Figura 5.30. Ejemplo 5.4

Ejemplo 5.5

Determinar el momento resistente nominal de la sección transversal de la viga que se muestra en la figura 5.31 si $f'_c=210 \text{ kg/cm}^2$ y $f_y=4200 \text{ kg/cm}^2$. Analizar dos casos: (a) $h_f=10 \text{ cm}$ y (b) $h_f=15 \text{ cm}$.

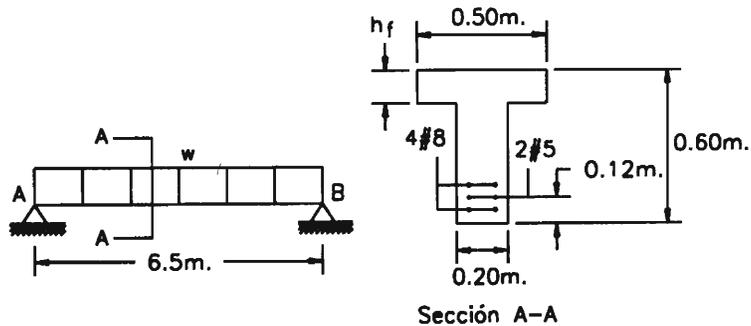


Figura 5.31. Ejemplo 5.5

El área total del acero en tensión, A_s es igual a:

$$A_s = 4 \times 5.1 + 2 \times 2 = 24.4 \text{ cm}^2$$

y el peralte efectivo de la sección es:

$$d = 60 - 12 = 48 \text{ cm.}$$

Para determinar si se trata efectivamente de una sección T se estima un valor de a a través de la siguiente expresión:

$$a \approx A_s f_y / (0.85 f'_c b) = 24.4 \times 4200 / (0.85 \times 210 \times 50) = 11.5 \text{ cm.}$$

(a) Caso I: $h_f = 10 \text{ cm} < a$

Este caso corresponde a una sección tipo T pues la región en compresión del concreto no es rectangular. Para utilizar las expresiones presentadas en la sección 5.8.1 se debe verificar que $\rho < \rho_{\text{máx}}$. La cuantía básica es igual a:

$$\tilde{\rho}_b = 0.85 f'_c (a_b b_w + (b - b_w) h_f) / (f_y x b x d)$$

donde:

$$a_b = 0.85 (6117 d) / (f_y + 6117) = 0.85 \times 6117 \times 48 / (4200 + 6117) = 24.19$$

Luego:

$$\tilde{\rho}_b = 0.85 \times 210 \times (24.19 \times 20 + (50 - 20) \times 10) / (4200 \times 50 \times 48) = 1.39\%$$

La cuantía máxima permitida por el código es igual a $\rho_{\text{máx}} = 0.75 \tilde{\rho}_b = 1.04\%$. La cuantía del refuerzo en tensión es igual a:

$$\rho = A_s / (b d) = 24.4 / (50 \times 48) = 1.02\% < \rho_{\text{máx}}$$

Entonces las expresiones presentadas en la sección 5.8.1 son válidas. Se considerarán dos efectos para el análisis de la sección, el aporte de las alas y del alma.

Primer efecto: Acero en tensión equilibrado por la compresión en el ala

$$A_{sf} = 0.85(b - b_w)h_f f'_c / f_y = 0.85 \times (50 - 20) \times 10 \times 210 / 4200 = 12.75 \text{ cm}^2.$$

$$M_{nf} = 0.85 f'_c (b - b_w) h_f (d - h_f / 2) = 0.85 \times 210 \times (50 - 20) \times 10 \times (48 - 10 / 2) = 2302650 \text{ kg-cm} \approx 23027 \text{ kg-m}.$$

Segundo efecto: Acero en tensión equilibrado por la compresión en el alma

$$A_{sw} = A_s - A_{sf} = 24.4 - 12.75 = 11.65 \text{ cm}^2.$$

$$a = A_{sw} f_y / (0.85 f'_c b_w) = 11.65 \times 4200 / (0.85 \times 210 \times 20) = 13.71 \text{ cm}.$$

$$M_{nw} = 0.85 f'_c b_w a (d - a / 2) = 0.85 \times 210 \times 20 \times 13.71 \times (48 - 13.71 / 2) = 2013830 \text{ kg-cm} = 20138 \text{ kg-m}.$$

La resistencia de la sección a la flexión será igual a la suma de los dos efectos:

$$M_n = M_{nf} + M_{nw} = 23027(53\%) + 20138(47\%) = 43165 \text{ kg-m}.$$

y el momento último al que puede estar sometida la sección es:

$$M_u \leq \phi M_n = 0.9 \times 43165 = 38849 \text{ kg-m}.$$

(b) Caso II: $h_f = 15 \text{ cm} > a$

En este caso, la sección se analiza como una sección rectangular pues la región del concreto en compresión tiene esta forma. La cuantía de acero en tensión es $1.02\% < r_{\text{máx}} = 1.6\%$ para secciones rectangulares. El valor de a estimado al principio se mantiene y el momento resistente es igual a:

$$M_n = A_s f_y (d - a / 2) = 24.4 \times 4200 \times (48 - 11.5 / 2) = 4329780 \text{ kg-cm} \approx 43298 \text{ kg-m}.$$

El momento último es:

$$M_u \leq \phi M_n = 0.9 \times 43298 = 38968 \text{ kg-m}.$$

Como se puede apreciar, en ambos casos, la resistencia de la sección es casi la misma. Esto se debe a que las características de las secciones hacen que el centro de gravedad de la zona en compresión se ubique casi al mismo nivel, en ambos casos, y por lo tanto el brazo de palanca de las fuerzas de tensión y compresión sea casi el mismo. En la figura 5.32 se puede apreciar esta situación con más detalle.

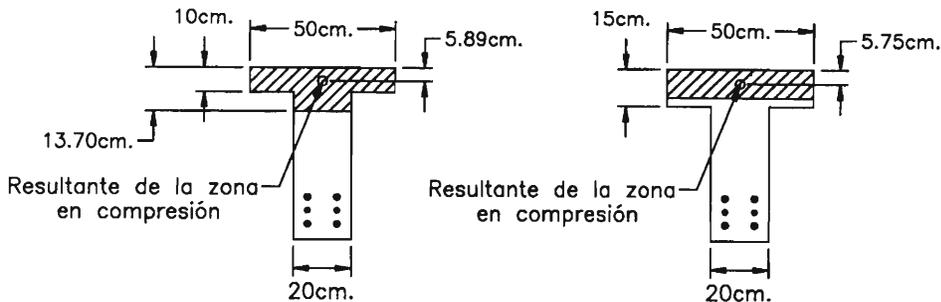


Figura 5.32. Ejemplo 5.5

Ejemplo 5.6

La viga que se muestra en la figura 5.33 forma parte de un sistema de vigas espaciadas a 3 m. que sostienen una losa de 15 cm. de espesor. La losa soporta una carga permanente de 210 kg/m² y una sobrecarga de 300 kg/m². Diseñar la sección central de la viga. Usar $f'_c=210$ kg/cm² y $f_y=4200$ kg/km².

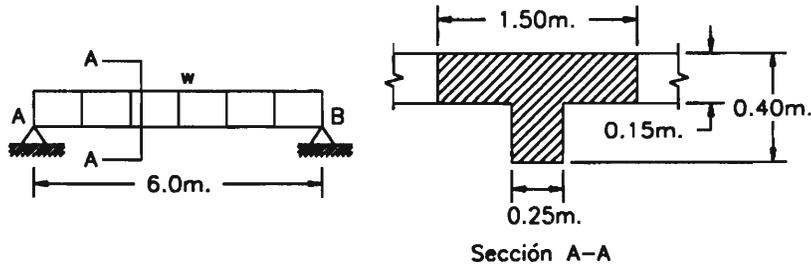


Figura 5.33. Ejemplo 5.6

Las cargas que actúan sobre la viga son:

$$\text{peso propio de la viga} = 2400 \times 0.25 \times 0.40 = 240 \text{ kg/m.}$$

$$\text{peso propio de la losa} = 2400 \times 0.15 \times 2.75 = 990 \text{ kg/m.}$$

$$\text{carga permanente sobre la losa} = 210 \times 3 = 630 \text{ kg/m.}$$

$$\text{sobrecarga sobre la losa} = 300 \times 3 = 900 \text{ kg/m.}$$

La carga amplificada es igual a:

$$W_u = 1.2D + 1.6L = 1.2 \times (240 + 990 + 630) + 1.6 \times (900) = 3672 \text{ kg/m}$$

y el momento último en la sección central de la viga:

$$M_u = w l^2 / 8 = 3672 \times 6^2 / 8 = 16524 \text{ kg-m.} \approx 16520 \text{ kg-m.}$$

El ancho de losa que contribuye con la viga para resistir las cargas aplicadas es:

$$b_e \leq b_w + 16h_f = 0.25 + 16 \times 0.15 = 2.65 \text{ m.}$$

$$b_e \leq \text{Espaciamiento entre vigas} = 3.0 \text{ m.}$$

$$b_e \leq L/4 = 6/4 = 1.5 \text{ m.}$$

Por lo tanto, el ancho de losa efectivo es igual a 1.5 m.

Se asumirá que el peralte efectivo de la viga es: $d = 40 - 6 = 34$ cm. Considerando que sólo el ala contribuye a la resistencia a la compresión, el estimado inicial del área de acero requerida es:

$$A_s = (M_u / \phi) / (f_y (d - h_f / 2)) = (16520 \times 100 / 0.9) / (4200 \times (34 - 15 / 2)) = 16.49 \text{ cm}^2$$

$$a = A_s f_y / (0.85 f'_c b) = 16.49 \times 4200 / (0.85 \times 210 \times 150) = 2.59 \text{ cm} < h_f = 15 \text{ cm.}$$

Por lo tanto el supuesto inicial es verdadero y la sección trabaja como una viga rectangular con ancho igual 1.5 m. El procedimiento de diseño es el mismo que el mostrado en el ejemplo anterior.

Sección	Central ($d=34$ cm)
M_u	16520 kg-m
R_u	$16520 \times 100 / (150 \times 34^2) = 9.53$
ρ	$0.26\% < 0.75 \bar{\rho}_b = 1.6\%$
A_s	$13.26 \text{ cm}^2 > A_{s\text{min}} = 2.85 \text{ cm}^2$
A_s (provista)	13.26 cm^2
Varillas elegidas	3#8

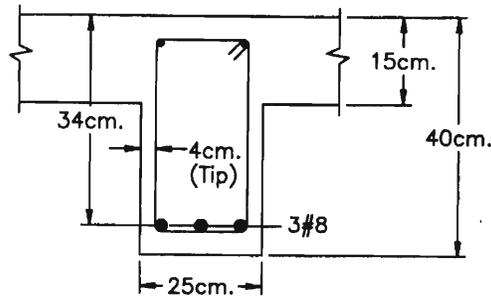


Figura 5.34. Ejemplo 5.6

Ejemplo 5.7

Diseñar la sección central del tramo AB y la sección del apoyo B de la viga que se muestra en la figura 5.35. La viga está sometida a una carga permanente de 2650 kg/m (no incluye peso propio) y a una sobrecarga de 3810 kg/m. Usar $f'_c = 210 \text{ kg/cm}^2$ y $f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$.

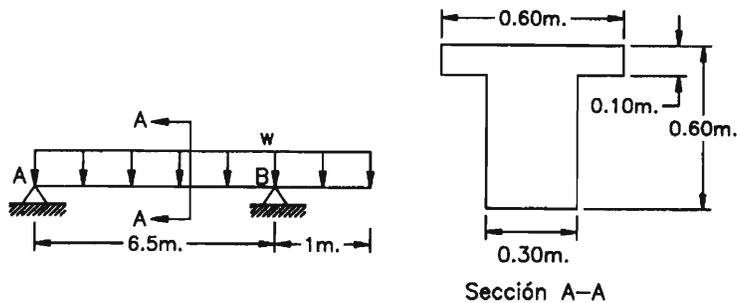


Figura 5.35. Ejemplo 5.7

El peso propio de la viga es igual a:

$$\text{peso propio} = 2400 \times (0.60 \times 0.10 + 0.30 \times 0.50) = 504 \text{ kg/m.}$$

La carga amplificada sobre la viga es:

$$W_u = 1.2D + 1.6L = 1.2 \times (504 + 2650) + 1.6 \times 3810 = 9880 \text{ kg/m}$$

Del análisis se obtiene que:

$$M_b^- = 4940 \text{ kg-m.}$$

$$M_{AB}^+ = 49709 \text{ kg-m.} \approx 49710 \text{ kg-m.}$$

Apoyo B: El momento es negativo y la zona en compresión se ubica en la parte baja de la sección por lo que se trata de una viga rectangular con base igual a 30 cm. Asumiendo un peralte efectivo igual a $d = 60 - 6 = 54$ cm. Los cálculos se resumen en la siguiente tabla.

Sección	Apoyo B
M_u	4940 kg-m
R_u	$4940 \times 100 / (30 \times 54^2) = 5.65$
ρ	$0.16\% < 0.75 \bar{\rho}_b = 1.6\%$
A_s	$2.59 \text{ cm}^2 > A_{s\text{min}} = 5.44 \text{ cm}^2$
A_s (provista)	5.44 cm ²
Varillas elegidas	5#4

Las 5 varillas #4 se distribuirán en el ala de la sección T. Si el ancho del ala es mayor que $L/10$ entonces es necesario colocar refuerzo adicional en el ala. Sin embargo, el ancho del ala b_f es menor que $L/10 = 0.65$ m. por lo que no se requiere acero adicional.

Centro del tramo AB: Se asume que sólo el ala contribuye a la resistencia de la sección y se estima un valor inicial de A_s .

$$A_s = (M_u / \phi) / (f_y (d - h_f / 2)) = (49710 \times 100 / 0.9) / (4200 \times (54 - 10 / 2)) = 26.84 \text{ cm}^2$$

$$a = A_s f_y / (0.85 f'_c b) = 26.70 \times 4200 / (0.85 \times 210 \times 60) = 10.53 \text{ cm} > h_f = 10 \text{ cm.}$$

Entonces se trata de una viga que trabaja como una sección T y se analizará en dos etapas: primero el aporte de las alas y después el del alma.

- Aporte de las alas:

$$A_{sf} = 0.85 f'_c (b - b_w) h_f / f_y = 0.85 \times 210 \times (60 - 30) \times 10 / 4200 = 12.75 \text{ cm}^2.$$

$$M_{nf} = 0.85 f'_c (b - b_w) h_f (d - h_f / 2) = 0.85 \times 210 \times (60 - 30) \times 10 \times (54 - 10 / 2) = 2623950 \text{ kg-cm.} = 26240 \text{ kg-m.}$$

Al adicionar el refuerzo correspondiente al aporte de la compresión en el alma, las varillas requeridas no podrán distribuirse en una capa. Por ello, se asumirá que el refuerzo será colo-

Si siguiendo el mismo procedimiento que para el diseño de cualquier sección rectangular se obtiene que $A_s = 0.7 \text{ cm}^2$ ($b=100 \text{ cm}$ y $d=10-3=7 \text{ cm}$.) El acero mínimo es igual a:

$$A_{s\text{mín}} = 0.0018 \times 100 \times 10 = 1.8 \text{ cm}^2.$$

Si se emplean varillas #3:

$$\text{Espaciamiento entre varillas \#3} = 0.71 / 1.8 = 0.39 \text{ m}.$$

El espaciamiento máximo entre varillas es 45 cm , ó $3h_f = 30 \text{ cm}$. Por lo tanto se colocará una varilla #3 cada 30 cm . En la figura 5.37 se aprecia la distribución final del refuerzo en las secciones analizadas.

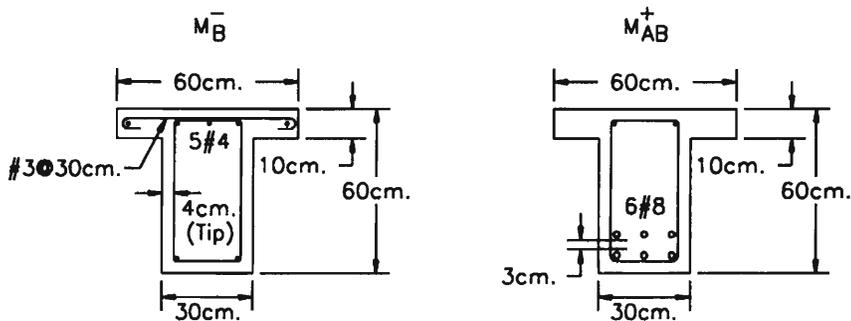


Figura 5.37. Ejemplo 5.7

Ejemplo 5.8.

Diseñar la viga que se muestra en la figura 5.38 y efectuar el corte de refuerzo. La viga está sometida a una carga permanente de 2250 kg/m (no incluye peso propio) y a una sobrecarga de 1430 kg/m . Usar $f'_c = 210 \text{ kg/cm}^2$ y $f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$.

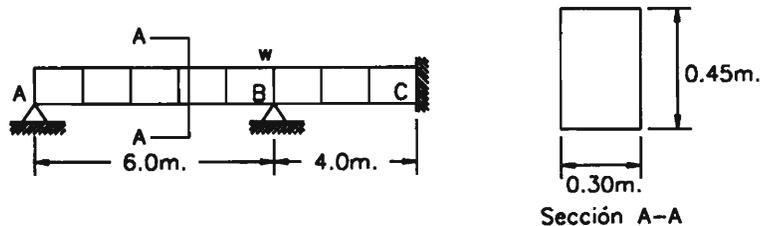


Figura 5.38. Ejemplo 5.8

El peso propio de la viga es igual a:

$$\text{peso propio} = 2400 \times 0.30 \times 0.45 = 324 \text{ kg/m}.$$

La carga amplificada sobre la viga es:

$$W_U = 1.2 (324 + 2000) + 1.6 \times 1250 = 4789$$

$$W_U = 1.2D + 1.6L = 1.2 \times (324 + 2250) + 1.6(1430) = 5377 \text{ kg/m} \approx 5380 \text{ kg/m}$$

Los resultados del análisis de la viga y los cálculos efectuados para el diseño de algunas secciones de ella se muestran en la tabla presentada a continuación. El peralte efectivo se ha estimado en $d=45-6=39$ cm.

Sección	Sección del tramo AB de mayor M^+	Apoyo B	Sección del tramo BC de mayor M^+	Apoyo C
M_u	15861 kg-m	18458 kg-m	2377 kg-m	1605 kg-m
R_u	$15861 \times 100 / (30 \times 39^2) = 34.76$	$18458 \times 100 / (30 \times 39^2) = 40.45$	$2377 \times 100 / (30 \times 39^2) = 5.21$	$1605 \times 100 / (30 \times 39^2) = 3.52$
ρ	$1.05\% < 0.75 \bar{\rho}_b$	$1.26\% < 0.75 \bar{\rho}_b$	$0.15\% < 0.75 \bar{\rho}_b$	$0.10\% < 0.75 \bar{\rho}_b$
A_s	$12.29 \text{ cm}^2 > A_{s_{\min}} = 3.93 \text{ cm}^2$	$14.74 \text{ cm}^2 > A_{s_{\min}} = 3.93 \text{ cm}^2$	$1.76 \text{ cm}^2 < A_{s_{\min}} = 3.93 \text{ cm}^2$	$1.17 \text{ cm}^2 < A_{s_{\min}} = 3.93 \text{ cm}^2$
A_s (provista)	12.29 cm^2	14.74 cm^2	3.93 cm^2	3.93 cm^2
Varillas elegidas	2#8+1#6	3#8	2#5	2#5

Corte del refuerzo

Para determinar los puntos de corte de refuerzo, es necesario calcular el momento resistente de la viga con las diferentes distribuciones de refuerzo con que contará. Los cálculos efectuados para este fin se muestran en la siguiente tabla.

	2#8+1#6	2#8	3#8	2#5
A_s	13.05	10.20	15.30	4.00
a	10.24	8.00	12.00	3.14
M_n	18570	14994	21206	6288
M_u	16713	13495	19085	5659

Además es necesario determinar las longitudes de anclaje de las varillas empleadas. En el apéndice A se muestran estos valores determinados con las expresiones presentadas en el capítulo 3. De ella se ha extraído lo siguiente:

$$l_d(\#5, f'_c = 210 \text{ kg/cm}^2) = 70 \text{ cm.}$$

$$l_d(\#6, f'_c = 210 \text{ kg/cm}^2) = 84 \text{ cm.}$$

$$l_d(\#8, f'_c = 210 \text{ kg/cm}^2) = 140 \text{ cm.}$$

En la figura 5.39 se muestra la distribución que tendrá el refuerzo. Las letras sin apóstrofe corresponden a los puntos teóricos de corte del acero pero deberán tomarse en cuenta las recomendaciones del código para hallar los puntos de corte reales, los cuales corresponden a las letras con apóstrofe.

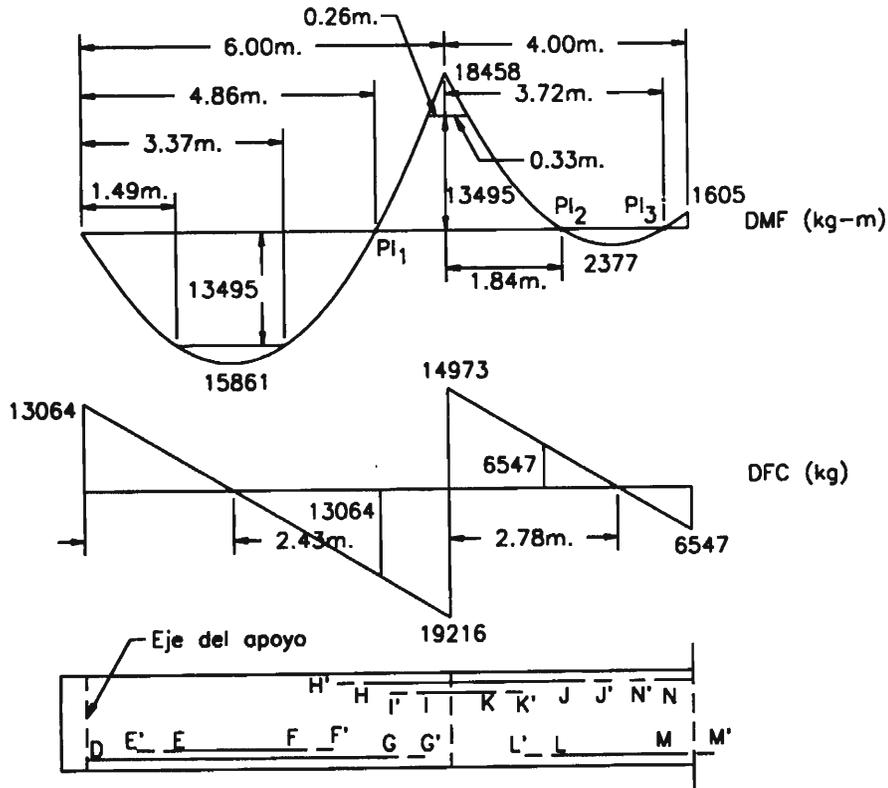


Figura 5.39. Ejemplo 5.8

- Acero positivo: Para el corte del refuerzo positivo se tendrán en cuenta los siguientes criterios:

1. El acero debe extenderse d ó $12d_b$, el que sea mayor, más allá del punto donde teóricamente es requerido. Puesto que d es mayor que $12d_b$, tanto para las varillas #5, #6 y #8, ésta será la longitud que se extenderá el refuerzo.

$$E' = 1.49 - 0.39 = \underline{1.1 \text{ m.}}$$

$$F' = 3.37 + 0.39 = \underline{3.76 \text{ m.}}$$

$$G' = 4.86 + 0.39 = \underline{5.25 \text{ m.}}$$

$$L' = 1.84 - 0.39 = \underline{1.45 \text{ m.}}$$

$$M' = 3.72 + 0.39 = \underline{4.11 \text{ m.}}$$

2. El acero debe extenderse a partir del punto donde está más esforzado una longitud igual a su longitud de anclaje. Las varillas #6 del tramo AB y las #5 del tramo BC tienen su punto de mayor esfuerzo en la sección de mayor momento positivo, mientras que las varillas #8, en el tramo AB, lo presentan en la sección en la cual el resto del refuerzo ya no es requerido teóricamente.

$$E' = 2.43 - 0.84 = 1.59 \text{ m.}$$

$$F' = 2.43 + 0.84 = 3.27 \text{ m.}$$

$$G' = 3.37 + 1.40 = 4.77 \text{ m.}$$

$$D' = 1.49 - 1.40 = \underline{0.09 \text{ m.}}$$

$$L' = 2.78 - 0.70 = 2.08 \text{ m.}$$

$$M' = 2.78 + 0.70 = 3.48 \text{ m.}$$

Si D' hubiera resultado negativo significaría que las varillas #8 no tienen suficiente espacio para desarrollar su esfuerzo máximo si se mantienen rectas y es necesario emplear ganchos.

De las condiciones presentadas en los puntos 1 y 2 se toma la más crítica la cual está subrayada.

3. En los apoyos y los puntos de inflexión es necesario verificar que la longitud de anclaje permita que en todas las secciones el momento resistente sea mayor que el momento último. Se utilizará la expresión (5-42).

Sección	Apoyo A (2#8)	P.I. 1 (2#8)	P.I. 2 (2#5)	P.I. 3 (2#5)
M_n	13495 kg-m	13495 kg-m	5660 kg-m	5660 kg-m
V_u	13064 kg	13064 kg	6547 kg	6547 kg
l_a	0.15 m.	0.39 m.	0.39 m.	0.39 m.
l_d	$(13495/13064) \times$ $1.3 + 0.15 = 1.49 \text{ m}$	$13495/13064 + 0.39 =$ 1.42 m	$5660/6547 + 0.39 =$ 1.25 m	$5660/6547 + 0.39 =$ 1.25 m

En la segunda fila se muestra el momento resistente de la viga con el refuerzo indicado en la primera y en la tercera, la fuerza cortante última correspondiente a la sección analizada. El parámetro l_a ha sido definido en la sección 5.10.1 y la longitud de anclaje máxima definida en la cuarta fila se determina a través de la expresión (5-43) como se puede apreciar, en ningún caso, la longitud de anclaje de las barras supera los límites indicados por el código.

4. En los elementos continuos, por lo menos la cuarta parte del refuerzo positivo debe extenderse hacia los apoyos y dentro de ellos por los menos 15 cm. Por lo tanto, las dos varillas #8 del tramo AB se extenderán dentro de los apoyos A y B. Similarmente, las dos varillas #5 del tramo BC. Se asume que el ancho de los apoyos es 40 cm., aunque para el diseño del refuerzo longitudinal no se ha efectuado la reducción de los momentos a la cara del apoyo.
- Acero negativo: Las longitudes de anclaje serán las consideradas para el acero positivo, sin embargo, deben incrementarse por el factor correspondiente a varillas superiores:

$$l_d(\#5, f'_c = 210 \text{ kg/cm}^2) \times 1.3 = 91 \text{ cm.}$$

$$l_d(\#8, f'_c = 210 \text{ kg/cm}^2) \times 1.3 = 182 \text{ cm.}$$

En la figura 5.39 se muestra la distribución del refuerzo negativo. La convención de las

letras con apóstrofe y sin él es la misma que para refuerzo positivo.

1. El acero debe extenderse d ó $12d_b$, más allá del punto donde teóricamente es requerido.

$$H' = 4.86 - 0.39 = 4.47 \text{ m.}$$

$$J' = 1.84 + 0.39 = 2.23 \text{ m.}$$

$$I' = 5.74 - 0.39 = 5.35 \text{ m.}$$

$$K' = 0.33 + 0.39 = 0.72 \text{ m.}$$

$$N' = 3.72 - 0.39 = 3.33 \text{ m.}$$

2. El acero debe extenderse a partir del punto donde está más esforzado una longitud igual a su longitud de anclaje.

$$H' = 5.74 - 1.82 = \underline{3.92 \text{ m.}}$$

$$J' = 0.33 + 1.82 = \underline{2.15 \text{ m.}}$$

$$I' = 0 - 1.82 = \underline{-1.82 \text{ m.}}$$

$$K' = 0 + 1.82 = \underline{1.82 \text{ m.}}$$

$$N' = 4 - 1.82 = \underline{2.18 \text{ m.}}$$

La condición más crítica entre ambas está subrayada.

3. Por lo menos un tercio del acero negativo debe atravesar el punto de inflexión una longitud igual a $12d_b$, d ó $L/16$, la que sea mayor. En este caso $d=39$ cm. es la mayor de las tres y por lo tanto este requisito queda satisfecho simultáneamente con el requisito 1. En el apoyo B, el refuerzo que se extiende más allá del punto de inflexión equivale al 67% del refuerzo total y en el apoyo C es el 100% del refuerzo total.

Finalmente, el código recomienda que el refuerzo longitudinal no sea cortado en zona de tensión de lo contrario es necesario proveer al elemento de refuerzo transversal adicional en estas zonas para contrarrestar la concentración de esfuerzos que se genera. En estos casos, lo más práctico es extender el refuerzo más allá del punto de inflexión. Sin embargo, para mostrar el procedimiento de diseño se calculará el refuerzo transversal adicional requerido en los puntos de corte de acero en zona de tensión.

- Puntos de corte E' y F':

$$\beta_d = 2.85 / (2.85 + 5.1 \times 2) = 0.218$$

$$s \leq d / (20 \times \beta_d) = 39 / (20 \times 0.218) = 8.94 \text{ cm.}$$

Se tomará $s=7.5$ cm. El área A_v no será menor que:

$$A_{v_{\min}} = 4.2 b_w s / f_y = 4.2 \times 30 \times 7.5 / 4200 = 0.225 \text{ cm}^2.$$

Este acero se adicionará al refuerzo requerido por torsión y corte cuyo procedimiento de cálculo se presentará en los capítulos siguientes.

En la figura 5.40 se muestra el detallado final del refuerzo en la viga. No se muestran los estribos.

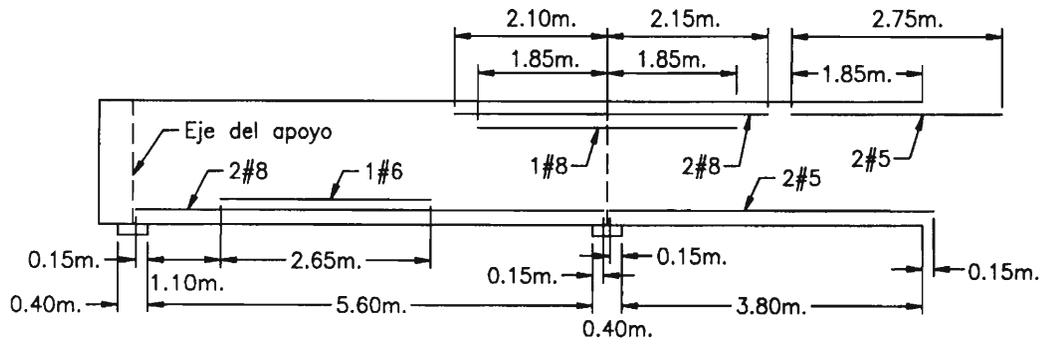


Figura 5.40. Ejemplo 5.8

6. Esfuerzo Cortante y Tracción Diagonal

6.1 INTRODUCCIÓN

El estudio del efecto de la fuerza cortante en los elementos de concreto armado se remonta a más de 75 años y ha tomado mayor fuerza desde 1946 hasta la fecha. Este fenómeno es sumamente complejo y en él entran en juego numerosas variables. Se han desarrollado modelos matemáticos que buscan explicarlo, sin embargo, no se ha conseguido un planteamiento teórico que sea totalmente compatible con lo observado experimentalmente. Por ello, la mayoría de códigos en el mundo basan sus requerimientos para el diseño en parámetros semi-empíricos.

En la mayoría de los casos, los elementos de concreto armado se dimensionan para resistir las solicitaciones de flexión y posteriormente se verifica su resistencia al corte. En caso que la sección no resista el corte aplicado, se le refuerza con acero transversal. Sólo en el caso de vigas cortas, en las que predomina el peralte a la luz libre, las dimensiones del elemento se definen en función a las solicitaciones de corte. En ellas, los esfuerzos originados por la flexión no dominan el diseño.

El efecto de la fuerza cortante varía si se trata de elementos esbeltos, vigas peraltadas, consolas o losas. Los mecanismos de resistencia también varían en las estructuras enumeradas como se mostrará a lo largo del capítulo. La falla debida a esfuerzo cortante es frágil y siempre se debe tomar provisiones para evitarla.

6.2 ANÁLISIS DE UNA VIGA DE CONCRETO ARMADO SOMETIDA A FUERZA CORTANTE

El concreto armado, antes de presentar alguna grieta, se comporta como un material homogéneo. Aunque esta etapa es muy corta, es conveniente analizarla con detalle ya que permite comprender el mecanismo de formación de grietas y el fenómeno de tracción diagonal.

En la figura 6.1.a se muestra una viga homogénea sometida a una carga uniformemente distribuida. El efecto del peso propio se desprecia para el análisis. Por encima del eje neutro, los puntos de la sección A-A están sometidos a esfuerzos de corte y compresión, v y σ_x , respectivamente. Por debajo de él, la compresión es reemplazada por tracción. Para cada punto es posible determinar la magnitud y dirección de sus esfuerzos principales, a través de las siguientes expresiones:

$$\sigma_{\max/\min} = \frac{\sigma_x}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x}{2}\right)^2 + \nu^2} \quad (6-1)$$

$$\tan 2\theta = \frac{2\nu}{\sigma_x} \quad (6-2)$$

donde: σ_{\max} : Esfuerzo principal de tensión en la dirección θ .

σ_{\min} : Esfuerzo principal de compresión en la dirección θ .

σ_x : Esfuerzo de tracción o compresión debido al momento flector

ν : Esfuerzo de corte debido a la fuerza cortante

θ : Ángulo que forma la dirección del esfuerzo principal con el eje del elemento.

La distribución de σ_x , ν y σ_{\max} en la sección A-A se muestra en la figura 6.1.b.

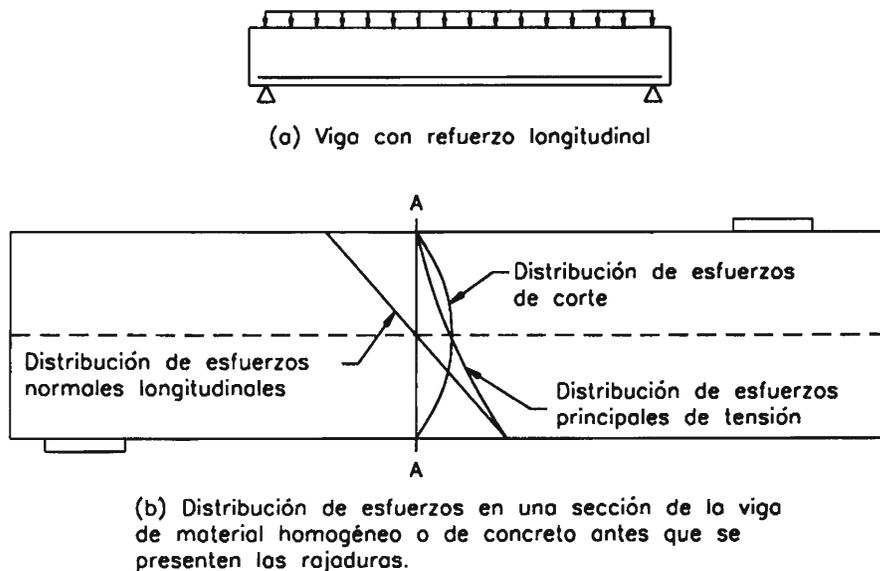


Figura 6.1. Viga simplemente apoyada sometida a carga uniformemente repartida y distribución de esfuerzos en la sección A-A

Se observa que:

1. En el eje neutro sólo actúa el esfuerzo de corte, $\sigma_x = 0$ y por lo tanto $\sigma_{\max} = \nu$ y $\theta = 45^\circ$ y $\theta = 135^\circ$.
2. El esfuerzo principal de tensión es menor que ν por encima de el eje neutro y mayor, por debajo de él.

3. En el borde superior del elemento, el esfuerzo de corte es nulo y el esfuerzo principal de compresión es igual a σ_x . Este último se presenta a paralelo al eje del elemento.
4. En el borde inferior ocurre lo mismo que en el caso anterior. El esfuerzo cortante es nulo y el esfuerzo de tracción es paralelo al eje del elemento e igual a σ_x . En los dos últimos casos, $\theta = \pm 90^\circ$, $\theta = \pm 180^\circ$ y $\sigma_{\max} = \sigma_x$.

Consideremos ahora una viga de concreto similar a la analizada pero provista de refuerzo longitudinal para resistir los esfuerzos generados por la flexión. El concreto es un material que tiene poca resistencia a la tracción en comparación con su resistencia a la compresión y al esfuerzo cortante. Los esfuerzos de tensión alcanzan la resistencia del material antes que los esfuerzos de corte y las grietas que se presentan son ocasionadas por los primeros. En cualquier punto debajo del eje neutro, el esfuerzo σ_x es nulo y por lo tanto, $\theta = \pm 45^\circ$ y $\theta = \pm 135^\circ$.

En la figura 6.2 se presenta, sobre la viga de concreto, las curvas isostáticas de compresión y tracción, en líneas punteadas y llenas respectivamente. Estas indican la dirección en que se desarrollan los esfuerzos principales de tracción y compresión. Los esfuerzos de tracción que se observaban paralelos al eje del elemento, cuando estaba sometido a flexión pura, ahora se muestran inclinados. Este fenómeno se denomina tracción diagonal y es el principal efecto ocasionado por la presencia de la fuerza cortante. Como se indicó en párrafos previos, el concreto, débil en tensión se rajará siguiendo la dirección de alguna de las líneas de puntos. El refuerzo longitudinal dispuesto para resistir la flexión es ineficiente para soportar la tracción diagonal y se origina la necesidad de distribuir acero transversal que la resista.

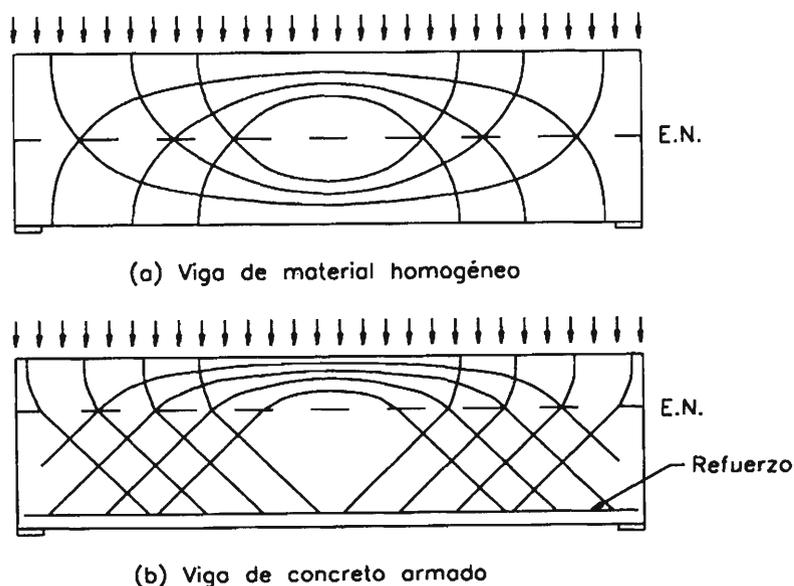


Figura 6.2. Curvas isostáticas sobre vigas sometidas a carga uniformemente repartida

Es posible distinguir tres tipos de rajaduras en vigas de concreto armado:

1. Rajaduras de flexión: Se presentan en las secciones donde se producen los mayores esfuerzos de flexión, es decir, en el tercio central de la luz de la viga y en los apoyos si se trata de elementos continuos. Son verticales y se inician al borde del elemento. En estas secciones, el efecto de la fuerza cortante es pequeño en comparación con el del momento flector (figura 6.3.a).
2. Rajaduras de tracción diagonal: Son escasas en vigas esbeltas. Son propias de zonas en las cuales σ_x es casi nulo y las tensiones principales se presentan a 45° . Se inician en el eje neutro o cerca de él y se extienden diagonalmente hacia los bordes del elemento. La fuerza cortante que produce el agrietamiento diagonal es del orden de $0.93\sqrt{f'_c} b_w d$. Estas grietas se presentan cerca de los apoyos y en los puntos de inflexión de vigas de gran peralte, cuyo ancho es relativamente pequeño y están poco armadas transversalmente (figura 6.3.b).
3. Rajaduras de flexo-tracción: Son las más comunes en vigas esbeltas. Al producirse las primeras grietas ocasionadas por flexión, la sección que resiste el corte se ve disminuida. En la garganta no fisurada se presenta una concentración de esfuerzos, tanto de corte como de compresión que ocasiona que las rajaduras tiendan a inclinarse. Son propias de secciones donde el momento flector es considerable. La fuerza cortante de agrietamiento diagonal es aproximadamente $0.50\sqrt{f'_c} b_w d$, la cual es menor que la que ocasiona las rajaduras de tracción diagonal (figura 6.3.c). Se observa que disminuye en relación al caso anterior.

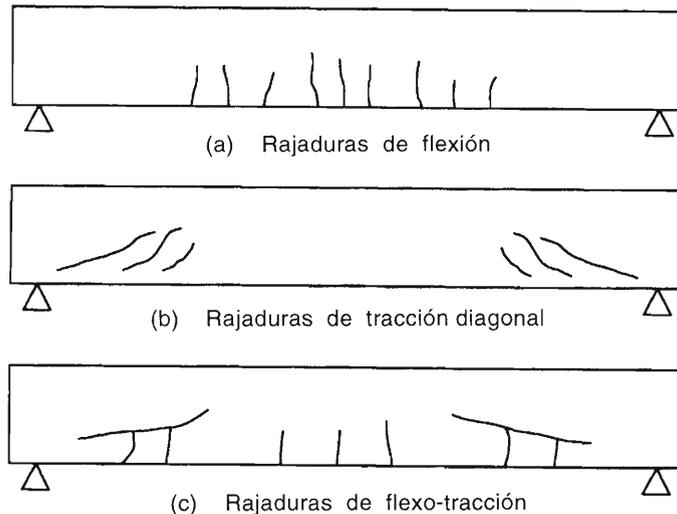


Figura 6.3. Tipos de rajaduras que presentan las vigas de concreto armado

Después de la formación de las primeras grietas, la distribución de esfuerzos principales tiene poca influencia en la formación de las rajaduras sucesivas ya que el concreto armado deja de funcionar como un material homogéneo. En lo sucesivo, el comportamiento del elemento dependerá de si cuenta o no con refuerzo transversal.

6.2.1 Comportamiento de una viga sin refuerzo en el alma

Si la viga no presenta refuerzo en el alma para resistir las solicitaciones de corte, éstas serán soportadas por el concreto solo. Las fuerzas que mantienen el equilibrio en la sección fisurada se muestran en la figura 6.4.

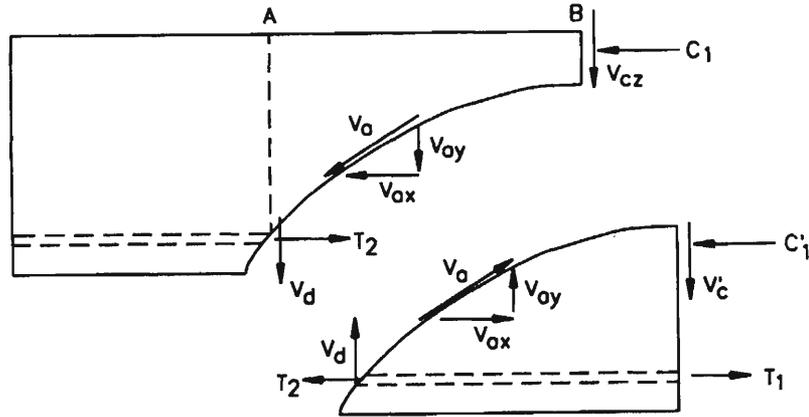


Figura 6.4. Fuerzas que resisten el corte en vigas sin refuerzo en el alma

La componente V_{cz} corresponde a la fuerza de corte aportada por la garganta de concreto ubicada sobre la fisura. Constituye de un 20 a 40% del cortante total. Las fuerzas V_a y V_d se generan por el desplazamiento relativo entre los bordes de la fisura. La primera se debe a la interacción entre los agregados del concreto a lo largo de ella y constituye de un 35% a 50% del cortante total. La segunda es generada por el refuerzo longitudinal y se encuentra limitada por la resistencia a tracción del concreto pues el acero se apoya directamente sobre el concreto bajo él. Equivale a un 15% a 25% del total.

En la figura 6.4, se aprecia que, por equilibrio, la fuerza T_2 debe ser igual a la fuerza C_1 . Si no existiera la grieta diagonal, T_2 sería igual a la compresión en el concreto en la sección que contiene el punto A. Sin embargo, es igual a la compresión en la sección que pasa por B, la cual es mayor. Por ello, en la sección 5.10 se indicó que la presencia de fisuras diagonales incrementa los esfuerzos en el acero longitudinal y por ello es necesario extenderlo más allá de donde es teóricamente requerido.

Los mecanismos de falla del concreto sin refuerzo transversal son múltiples y dependen fundamentalmente de la esbeltez del elemento. Se define esbeltez como la relación entre la luz de cortante y el peralte de la sección. La luz de cortante para vigas sometidas a cargas concentradas (A) es la distancia entre el punto de aplicación de la carga y el apoyo más cercano. Para vigas con cargas uniformemente repartidas, éste es igual a la luz libre del elemento (l_n).

En elementos de gran esbeltez con: $A/d \geq 5.5$ y $l_n/d \geq 16$, la falla es producto de los esfuerzos generados por el momento flector actuante y ha sido estudiada en el capítulo anterior.

La falla por tensión diagonal se produce en elementos con esbeltez intermedia: $2.5 \leq A/d \leq 5.5$ y $11 \leq l_n/d \leq 16$. Se produce a partir de una rajadura de flexo-tracción. Inicialmente, se presenta un agrietamiento vertical en el centro de la luz, seguido por una pérdida de adherencia entre el acero longitudinal y el concreto cerca del apoyo. En seguida, se desarrollan algunas grietas diagonales que se van extendiendo hacia la zona en compresión de la viga (figura 6.5.a). Conforme avanzan, se van estabilizando hasta que la garganta de concreto no resiste el efecto combinado de V_{cz} y la compresión debida al momento flector actuante. En este momento se produce una falla frágil. Las grietas verticales de flexión no alcanzan el eje neutro y por ende las deformaciones son pequeñas cuando se produce el colapso.

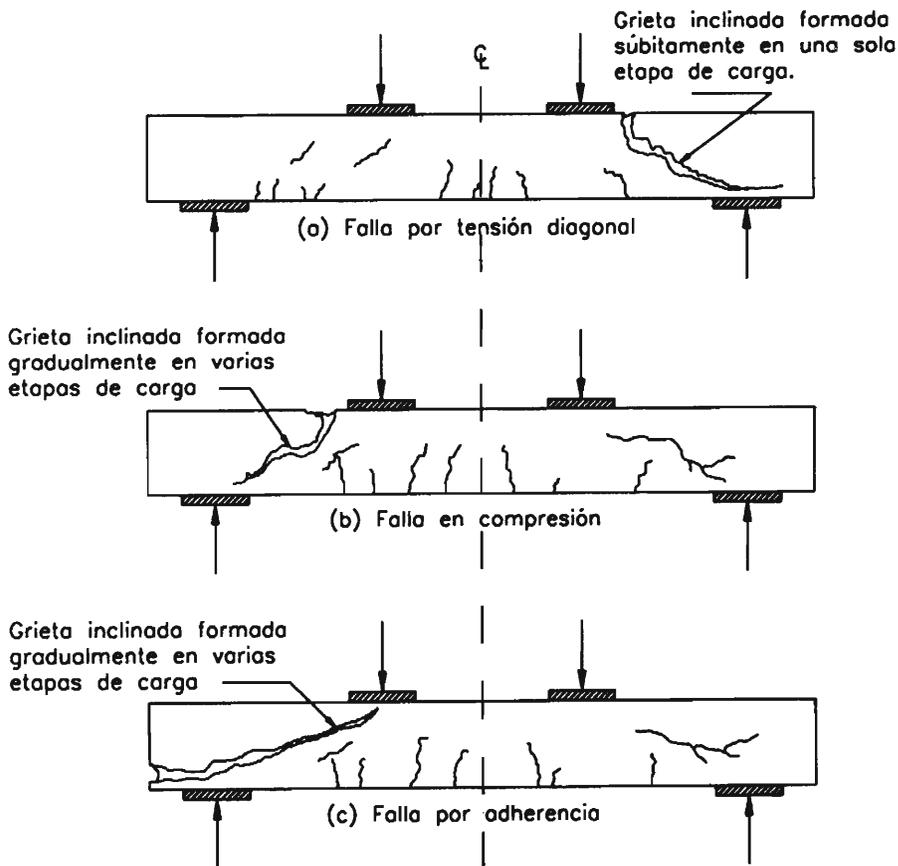


Figura 6.5. Patrón de fisuras para vigas de concreto con diferentes esbelteces

La falla en compresión por cortante se presenta en elementos poco esbeltos: $1 \leq A/d \leq 2.5$ y $l_c/d \leq 5$. La grieta diagonal que genera la falla puede ser de tracción diagonal o de flexo-tracción. En cualquier caso, ésta se desarrolla hacia la zona comprimida. El aplas-

tamiento del concreto en las fibras superiores y en los puntos de aplicación de las cargas concentradas, reduce la velocidad de avance de las rajaduras diagonales permitiendo una redistribución de esfuerzos (figura 6.5.b). La falla, de tipo frágil, se presenta cuando la grieta diagonal alcanza el concreto aplastado.

Ocasionalmente, el anclaje inadecuado del refuerzo longitudinal origina el colapso de la viga por pérdida de adherencia en la denominada falla por adherencia (figura 6.5.c).

En las vigas sometidas a cargas concentradas aplicadas a una distancia del apoyo menor que el peralte de la sección se presenta un tipo especial de falla. Conforme se incrementan los esfuerzos, se desarrolla una grieta que une el apoyo con el punto de aplicación de la carga. Esta es soportada por la compresión inclinada entre ambos puntos, por lo que la resistencia observada es mucho mayor. El refuerzo longitudinal pierde su capacidad para transmitir esfuerzos y actúa a manera de tirante. La falla puede ser de dos tipos: por pérdida de anclaje del acero en el apoyo o por aplastamiento del concreto comprimido, colapso similar al que se observa en la prueba de compresión del cilindro.

Cualquier tipo de falla ocasionada por fuerza cortante es indeseada pues se desarrolla bruscamente bajo deformaciones pequeñas. Para evitarlas la estructura debe ser provista de refuerzo transversal.

6.2.2 Comportamiento de una viga con refuerzo en el alma

Si la viga cuenta con refuerzo en el alma, la fuerza de corte será resistida por las componentes mostradas en la figura 6.6.

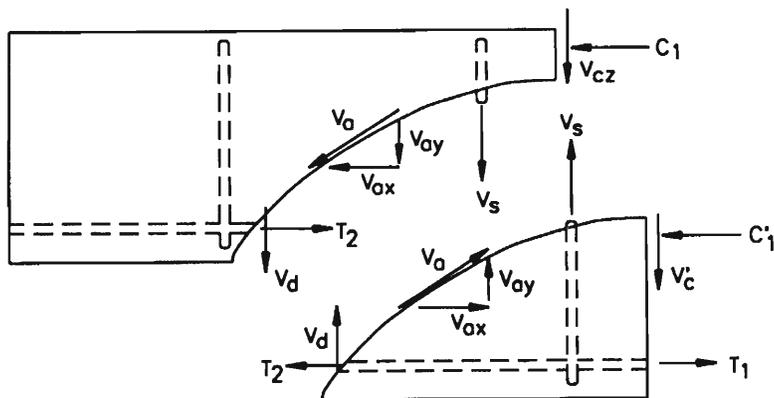


Figura 6.6. Fuerzas que resisten el corte en vigas con refuerzo en el alma

Las fuerzas V_{cz} , V_a y V_d son de naturaleza similar a las presentadas en la sección precedente. La última se incrementa debido a la presencia de acero transversal, pues el refuerzo longitudinal se apoya sobre él y ya no sobre el concreto. La fuerza V_s corresponde al aporte del refuerzo transversal o refuerzo en el alma.

En la figura 6.7 se muestra, cualitativamente, la contribución de V_{cz} , V_a , V_d y V_s a la resistencia a la fuerza cortante de una sección conforme se incrementan las cargas.

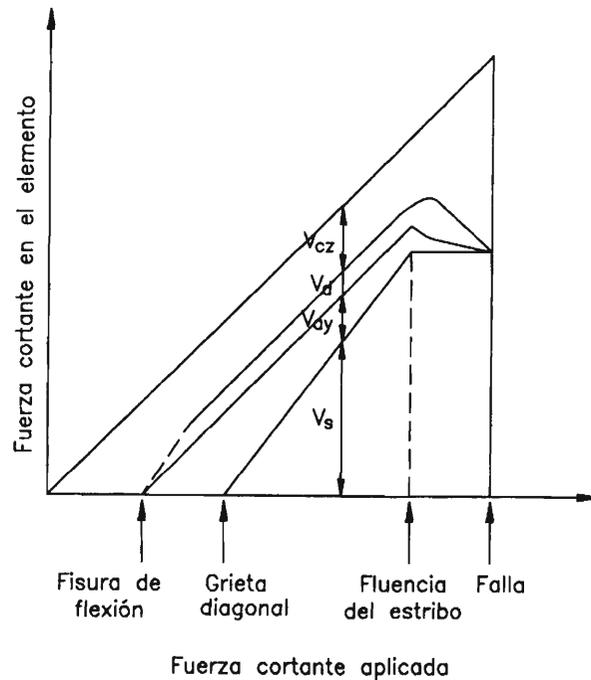


Figura 6.7. Resistencia al corte aportada por el concreto y por el acero longitudinal y transversal

Antes de la rajadura vertical, el cortante externo es absorbido íntegramente por el concreto a través de V_{cz} . Cuando ésta se produce, las fuerzas V_a y V_d aparecen. La primera crece hasta que se produce la fisura diagonal mientras que la segunda se mantiene casi constante en este intervalo. Al presentarse la grieta diagonal, el refuerzo en el alma comienza a trabajar, aportando la fuerza V_s . Esta se incrementa linealmente conforme se ensancha la rajadura. Simultáneamente, la fuerza de fricción V_a disminuye pues la interacción entre los agregados se va reduciendo poco a poco. Cuando el acero del alma entra en fluencia, la grieta crece rápidamente y el refuerzo longitudinal pierde adherencia con el concreto que lo rodea. V_d decrece rápidamente al igual que V_a . En la falla, estas dos últimas componentes se hacen iguales a cero y V_{cz} sufre un incremento repentino.

El refuerzo transversal en elementos de concreto armado no sólo incrementa la resistencia al corte de la pieza sino que provee confinamiento al concreto. Este le confiere una mayor resistencia a la compresión y aumenta la capacidad de giro de las rótulas plásticas de estructuras estáticamente indeterminadas. En zonas de alto riesgo sísmico, se toman previsiones especiales en cuanto a su distribución, para garantizar la ductilidad del sistema. El refuerzo transversal, así mismo, restringe el crecimiento del agrietamiento inclinado, controlando la disminución del área del concreto sometido a compresión y por ende el incremento de los esfuerzos en ella. Esto le brinda una mayor capacidad de carga al elemento.

6.3 DISEÑO DE ELEMENTOS PRISMÁTICOS SOMETIDOS A FUERZA CORTANTE SEGÚN EL CÓDIGO DEL ACI

Antes de presentar la formulación semi-empírica desarrollada por el código del ACI para determinar la resistencia del acero y el concreto al corte, se expondrá algunas consideraciones previas, la mayoría de las cuales está incluida en la sección 11.1 del código:

1. Excepto para los elementos que se diseñen de acuerdo al apéndice A del ACI, la resistencia nominal al corte en una sección cualquiera, será la suma de las resistencias aportadas por el concreto y por el refuerzo:

$$V_n = V_c + V_s \quad (6-3)$$

(ACI-Ec(11-2))

En todas las secciones deberá cumplirse:

$$V_u \leq \phi V_n \quad (6-4)$$

(ACI-Ec(11-1))

2. Si la reacción del apoyo induce compresión en el elemento, si las cargas están aplicadas en la parte superior de la viga y no hay cargas concentradas entre la cara del apoyo y una sección ubicada a d de ella, entonces las secciones situadas en éste tramo se diseñarán para un cortante último igual al correspondiente a la sección ubicada a d del apoyo. Esta sección se denomina sección crítica y es la que se encuentra sometida al mayor cortante de diseño del elemento. En la figura 6.8 se muestra gráficamente la implicancia de esta consideración.

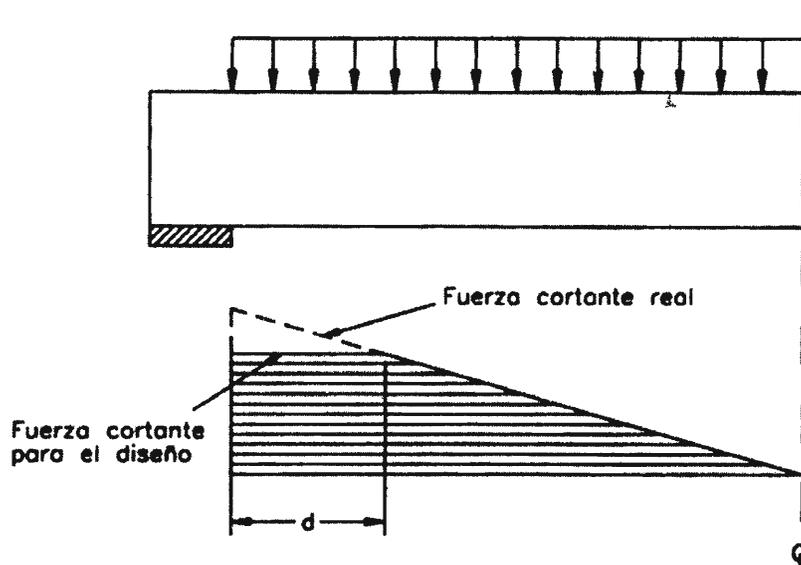


Figura 6.8. Diagrama de fuerzas cortantes para el diseño de la viga

La reducción de la carga de diseño en los apoyos se debe a que la reacción de compresión incrementa la resistencia al corte de la pieza. Además, la grieta más cercana al apoyo que puede presentarse tiene una inclinación de 45° y alcanza el borde superior del elemento a d de la cara, como se muestra en la figura 6.9. Las cargas distribuidas aplicadas en el tramo AB son transmitidas al apoyo por compresión directa. Por ello, no se consideran para el diseño del refuerzo transversal.

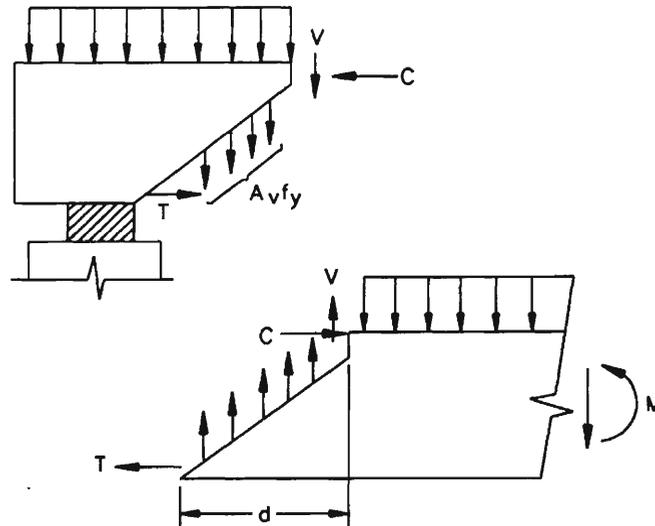


Figura 6.9. Mecanismo de resistencia al corte en las secciones adyacentes a los apoyos

Si existiese una carga concentrada en el tramo AB, la grieta se hubiera desarrollado de otra manera y el mecanismo de resistencia hubiera sido diferente. En este caso la sección crítica se ubica a la cara del apoyo

3. Cuando la reacción en el apoyo es de tracción, la sección crítica se ubica en la cara del apoyo. En la figura 6.10, se muestran algunos casos en los cuales la sección crítica se ubica a d del apoyo y otros en los que está a la cara.
4. Si la carga está aplicada en la parte inferior del elemento, la sección crítica se ubica en la cara del apoyo.
5. Para tener un control adecuado del tamaño de las fisuras diagonales se restringe el esfuerzo de fluencia del acero transversal a 4200 kg/cm^2 (ACI-11.5.2). En el caso de mallas electrosoldadas de alambre corrugado, el esfuerzo de fluencia del acero tendrá como límite los 5600 kg/cm^2 .
6. En toda la formulación presentada a continuación el término $\sqrt{f'_c}$ no debe exceder 26.5 a menos que se especifique lo contrario. Esta restricción se impone pues ensayos efectuados en concretos de alta resistencia han demostrado que el incremento de su resistencia al corte es menor que la tasa de variación de $\sqrt{f'_c}$ y en las fórmulas presentadas en seguida se sugiere una relación directa entre ambos parámetros (ACI-11.1.2). Se permitirá valores mayores que 26.5 kg/cm^2 para calcular V_c , V_{ci} y V_{cw} para concreto pretensado y para viguetas que cumplan el fierro mínimo que indica el ACI en 11.5.5.3 , 11.5.5.4. ó 11.6.5.2.

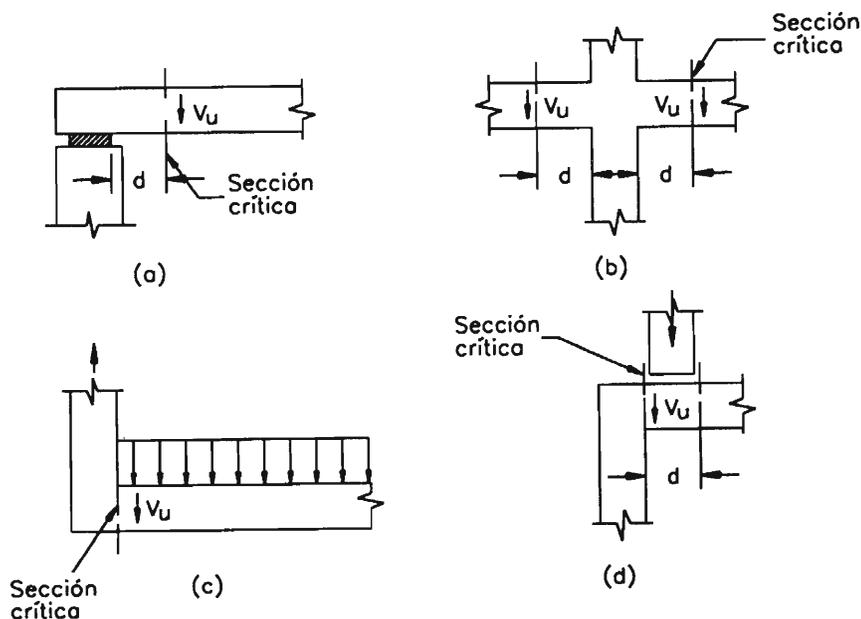


Figura 6.10. Sección crítica para el diseño por corte en diferentes situaciones

7. Para la determinación de la resistencia al esfuerzo cortante de concretos elaborados a base de agregados ligeros, el código del ACI sugiere dos procedimientos:

- El primero consiste en reemplazar en la formulación presentada, el término $\sqrt{f'_c}$ por $f_{ct}/1.77$ donde f_{ct} es la resistencia a la tensión del concreto en la prueba brasilera. Este procedimiento se puede emplear siempre que se cumpla que $\sqrt{f'_c} \geq f_{ct}/1.77$.
- Si el parámetro f_{ct} no es especificado, el término $\sqrt{f'_c}$ se multiplicará por un factor igual a 0.75 si se trata de concreto con agregado ligero, grueso y fino, o 0.85 si es concreto elaborado con agregado ligero fino y agregado grueso normal.

6.3.1 Resistencia del concreto a la fuerza cortante (V_c)

La resistencia del concreto ante la fuerza de corte varía de acuerdo al tipo de falla del elemento y por ende es función de su esbeltez como se indicó en la sección 6.2. En algunos casos, después de la primera fisura inclinada no es posible soportar mayor carga que la que produjo el agrietamiento. En otros, el elemento es capaz de soportar cargas hasta 50% mayores. Puesto que no ha sido posible establecer expresiones prácticas que determinen convenientemente el incremento de la resistencia del concreto después del agrietamiento diagonal, el código del ACI ha tenido a bien despreciar esta aporte adicional, que en muchos casos no existe, y considerar que la resistencia del concreto al corte es igual a la carga que produce la primera fisura inclinada. Esta se denomina V_c y corresponde a la suma de las fuerzas V_{cz} , V_a y V_d definidas en la sección 6.2.

Existen variables que influyen directamente en la determinación de V_c . Entre ellas se tiene:

1. Resistencia del concreto a la tracción: Es un parámetro muy importante pues las fisuras se producen por una falla del concreto en tensión. En la formulación presentada se suele asociar la resistencia a la tracción al término $\sqrt{f'_c}$ pues, como se indicó en el capítulo 2, existe una relación directa entre ellos.
2. Cuantía de acero longitudinal: Este factor juega un papel importante pues está relacionado con el número de grietas de flexión que se presentan. Mientras mayor sea la cuantía de acero, menos grietas verticales se formarán, reduciendo la posibilidad que se inicie la formación de fisuras de flexo-tracción.
3. Esbeltez del elemento analizado: La capacidad de agrietamiento inclinado disminuye con el incremento de la esbeltez. Ésta se puede expresar como la relación claro de cortante/peralte y para elementos simplemente apoyados sometidos a cargas concentradas es igual a M/Vd . Este término se incluye en la formulación presentada por el código del ACI para la determinación de V_c .
4. Carga axial: La carga axial de compresión incrementa la resistencia del concreto a la fuerza cortante, mientras que la de tracción la disminuye.
5. Puntos de corte de varillas longitudinales: Los puntos donde las varillas longitudinales son cortadas están sometidos a fuertes concentraciones de esfuerzos que ocasionan una disminución de la carga de fisuración diagonal.
6. Tamaño del elemento: Mientras mayor es el tamaño del elemento, menor es la carga de agrietamiento diagonal.

En la sección 11.3 del código del ACI se presentan las expresiones que permiten determinar la resistencia del concreto al corte para diferentes situaciones. Estas se detallan a continuación.

1. Para elementos sometidos a fuerza cortante y momento flector:

$$V_c = \left(0.50\sqrt{f'_c} + 176\rho_w \frac{V_u d}{M_u} \right) b_w d \quad (6-5)$$

(ACI-Ec(11-5))

donde:

$$\rho_w = A_s / b_w d$$

El término $V_u d / M_u$ no se considerará mayor que la unidad. La resistencia al corte del concreto no será mayor que:

$$V_c \leq 0.93\sqrt{f'_c} b_w d \quad (6-6)$$

Esta restricción se impone para limitar V_c en las secciones sometidas a momentos flectores pequeños. Los valores de V_u y M_u corresponden a una misma combinación de carga y son evaluados en una misma sección. La fórmula (6-5) presenta detractores que consideran que sobrestima el valor de $\sqrt{f'_c}$ mientras que subestima el efecto de ρ_w . Así mismo, se le critica

el uso del término $V_u d/M_u$ pues si bien es cierto mide el efecto de esbeltez para vigas simplemente apoyadas, no tiene la misma connotación para vigas continuas.

El código del ACI sugiere una expresión simplificada para la determinación de V_c :

$$V_c = 0.53\sqrt{f'_c} b_w d \quad (6-7)$$

(ACI-Ec(11-3))

Por su simplicidad, esta fórmula es la más usada.

2. En los elementos sometidos a compresión axial, corte y flexión, el agrietamiento disminuye y por lo tanto existe una mayor área para resistir el corte. En este caso, existen dos procedimientos para evaluar la resistencia del concreto:

- Empleando la fórmula (6-8):

$$V_c = 0.53 \left(1 + \frac{N_u}{140A_g} \right) \sqrt{f'_c} b_w d \quad (6-8)$$

(ACI-Ec(11-4))

donde: N_u : Fuerza axial mayorada que actúa sobre el elemento, considerada positiva cuando es de compresión.

A_g : Área de la sección bruta de concreto.

- Haciendo uso de la fórmula (6-5) pero utilizando M_m en lugar de M_u . El parámetro M_m queda definido por:

$$M_m = M_u - N_u \frac{(4h - d)}{8} \quad (6-9)$$

(ACI-Ec(11-6))

donde: h : Peralte total de la sección.

La resistencia del concreto al corte no será mayor que:

$$V_c \leq 0.93\sqrt{f'_c} b_w d \sqrt{1 + \frac{N_u}{35A_g}} \quad (6-10)$$

(ACI-Ec(11-7))

En este caso, el término $V_u d/M_u$ no está restringido. En la expresión (6-9), M_u y N_u corresponden a una misma combinación de carga.

Si se obtiene que M_m es negativo se deberá emplear necesariamente el primer procedimiento para determinar V_c . El 2º procedimiento es el menos utilizado y se emplea para cálculos más refinados.

3. Si el elemento está sometido a considerable esfuerzo de tracción se puede efectuar el diseño despreciando la resistencia del concreto, es decir, considerando que $V_c=0$. También es

posible realizar un cálculo más minucioso haciendo uso de la siguiente expresión:

$$V_c = 0.53 \left(1 + \frac{N_u}{35A_g} \right) \sqrt{f'_c} b_w d \quad (6-11)$$

(ACI-Ec(11-8))

En este caso, N_u se considera negativo. En este tipo de elementos, la formación de grietas es más crítica y por ello la resistencia al corte del concreto disminuye.

4. Si la sección es circular d no necesita ser menor que 0.8 del diámetro y los estribos puedan ser circulares o refuerzo en espiral. En este caso se tomará como $b_w =$ diámetro y como d se tomará 0.8 diámetro.

Las pruebas indican que en secciones circulares, se puede tomar, sin mayor error, la sección cuadrada de área equivalente.

6.3.2 Tipos de refuerzo transversal

Entre los diversos tipos de refuerzo en el alma que existen se tiene:

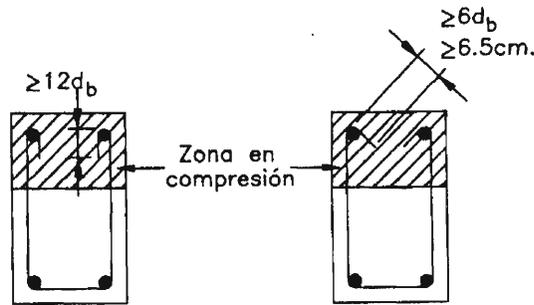
1. Estribos perpendiculares al refuerzo principal.
2. Estribos inclinados 45° o más respecto al refuerzo longitudinal, los cuales han entrado en desuso.
3. Espirales de poco paso, usadas mayormente en columnas o en vigas sometidas a solicitaciones considerables de torsión.
4. Barras longitudinales dobladas bajo un ángulo mayor que 30° . Han entrado en desuso pues implican un trabajo complicado para la preparación de las piezas, sin embargo, aún son utilizadas en Europa.
5. Combinaciones de barras dobladas y estribos.
6. Mallas de alambre electrosoldado con sus hilos principales perpendiculares al refuerzo longitudinal.

Aunque los segundos son las más eficientes teóricamente, los primeros son los más utilizados.

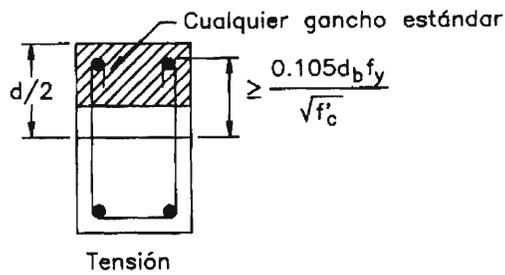
Para un adecuado anclaje del refuerzo transversal es conveniente que éste, se extienda hacia los bordes en tensión y compresión de la sección del elemento. Si no existe refuerzo en compresión, se colocan sujetadores de diámetro igual al de los estribos para facilitar la colocación de éstos y para reducir el aplastamiento en el concreto en la zona de la doblez del estribo.

Los estribos abiertos fabricados con varillas cuyos diámetros son menores o iguales al #5 o al alambre D31, se anclarán con un gancho estándar alrededor de una varilla en la zona en compresión. Esta recomendación también es válida para varillas #6, #7 y #8 con esfuerzo de fluencia menor que 2800 kg/cm^2 . Si el esfuerzo de fluencia es mayor, deberá verificarse, además de la condición anterior, que la distancia entre el centro de la sección y el extremo del estribo sea mayor que $\frac{0.105d_b f_y}{\sqrt{f'_c}}$. En la figura 6.11 se muestra más claramente estas condiciones (ACI-12.13.2).

En zonas sísmicas, como la nuestra, se emplean estribos cerrados como los mostrados en la figura 6.12. El primero es el más usado en nuestro medio. En la figura 6.12 también se incluyen estribos múltiples los cuales son utilizados en vigas anchas pues inhiben las rajaduras de la sección, o cuando el espaciamiento por cálculo resulta muy pequeño.

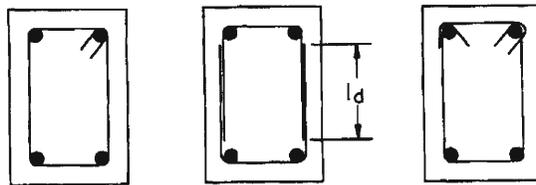


(a) Estribos para alambre D31, varillas #5 y menores

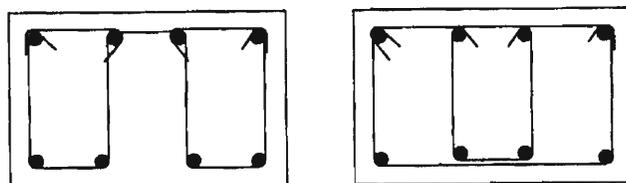


(b) Varillas #6, #7 y #8 con $f_y > 2800 \text{ kg/cm}^2$

Figura 6.11. Algunos tipos de estribos abiertos



(a) Estribos cerrados para resistir corte



(b) Estribos múltiples

Figura 6.12. Algunos tipos de estribos cerrados y estribos múltiples

El refuerzo transversal constituido por mallas electrosoldadas debe cumplir las condiciones mostradas en la figura 6.13, tanto para estribos de uno o dos brazos.

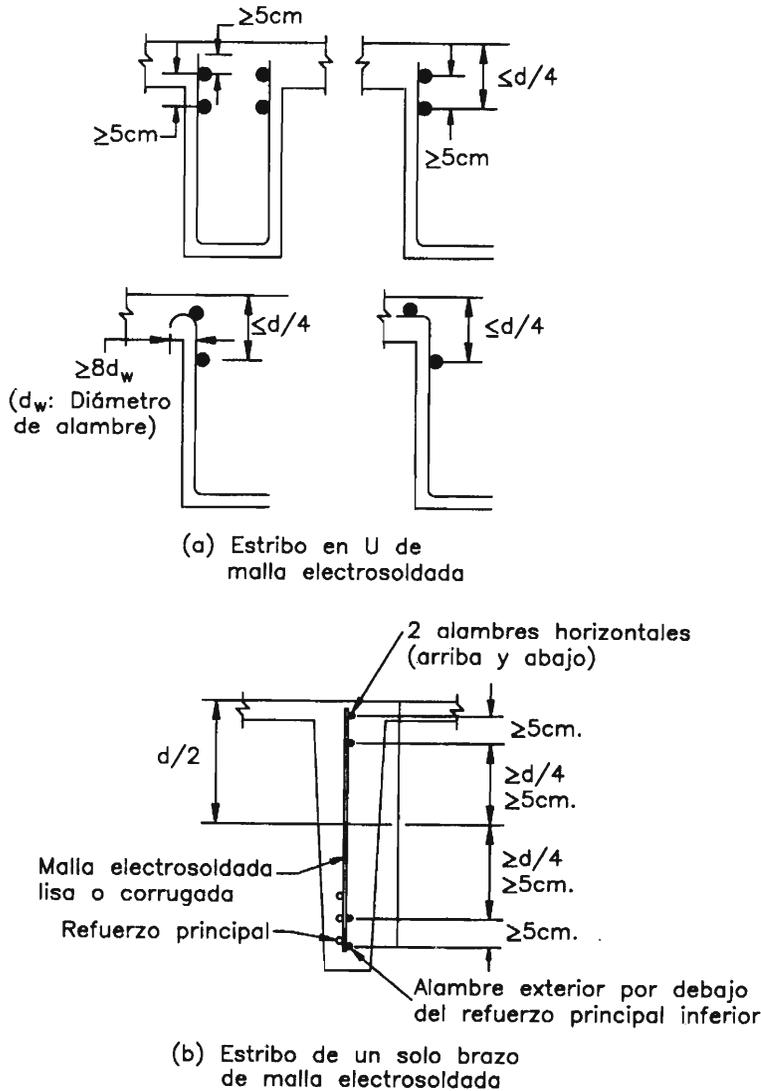


Figura 6.13. Algunos tipos de estribos fabricados en base a mallas electrosoldadas

6.3.3 Resistencia al corte aportada por el acero transversal (V_s)

La resistencia al corte del refuerzo transversal se determina analizando la fuerza ejercida por el acero a lo largo de una fisura diagonal como la mostrada en la figura 6.14. El refuerzo está inclinado un ángulo α respecto al eje del elemento y está sometido a su esfuerzo de fluencia.

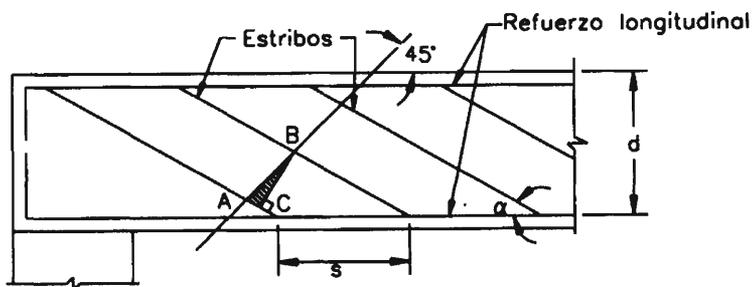


Figura 6.14. Notación empleada para la determinación de la resistencia al corte aportada por el refuerzo transversal

Además, se asume que la grieta forma un ángulo de 45° con el eje. En el triángulo $\triangle ABC$ se plantea:

$$\hat{A}BC = 45^\circ - \alpha$$

$$\overline{BC} = s \operatorname{sen} \alpha$$

Además:

$$\overline{AB} = \frac{\overline{BC}}{\cos \hat{A}BC}$$

Combinando las tres expresiones anteriores:

$$\overline{AB} = \frac{\overline{BC}}{\cos \hat{A}BC} = \frac{s \operatorname{sen} \alpha}{\cos(45^\circ - \alpha)} = \frac{s \operatorname{sen} \alpha}{\operatorname{sen} 45^\circ (\operatorname{sen} \alpha + \cos \alpha)}$$

El número de estribos o barras dobladas que atraviesa la grieta inclinada es:

$$\# \text{estribos} = \frac{d / \operatorname{sen} 45^\circ}{\overline{AB}} = \frac{d (\cos \alpha + \operatorname{sen} \alpha)}{s \operatorname{sen} \alpha}$$

Por lo tanto, la fuerza ejercida por los estribos o barras dobladas que atraviesan la fisura es igual a:

$$F_{\text{est}} = A_v f_y \frac{d (\cos \alpha + \operatorname{sen} \alpha)}{s \operatorname{sen} \alpha}$$

donde: A_v : Área de los dos brazos de un estribo.

La fuerza cortante resistida por los estribos es igual a la componente vertical de la fuerza en ellos, en consecuencia:

$$V_s = F_{\text{est}} \operatorname{sen} \alpha = A_v f_y \frac{d}{s} (\cos \alpha + \operatorname{sen} \alpha) \quad (6-12)$$

(ACI-Ec(11-16))

Si el refuerzo transversal es perpendicular al eje del elemento, $\alpha = 90^\circ$ y la expresión (6-12) se transforma en:

$$V_s = A_v f_y \frac{d}{s} \quad (6-13)$$

(ACI-Ec(11-15))

Si el elemento es circular se colocarán estribos circulares o espirales de poco paso.- d se tomará como igual a 0.8 diámetro.- $A_v = 2 A_b$ estribo y $f_y = f_y$ del estribo.

Si el espiral tiene un paso grande se deberá tomar en cuenta su inclinación respecto al eje del elemento.

6.3.4 Requerimientos mínimos de refuerzo

La falla por corte es frágil y debe ser evitada siempre. Por ello, el código recomienda colocar una cantidad mínima de refuerzo transversal para brindar mayor seguridad al diseño y para garantizar que el elemento sea capaz de resistir los esfuerzos que se presentan después de producirse el agrietamiento diagonal. El refuerzo mínimo sugerido por el código debe colocarse siempre que $0.5\phi V_c \leq V_u \leq \phi V_c$ y es igual a:

$$A_{v \min} = 0.2 \sqrt{f'_c} \frac{b_w s}{f_y} \quad (6-14)$$

(ACI-Ec(11-13))

Pero no será menor que $A_v \geq 3.5 \frac{b_w s}{f_y}$

donde: s : Separación del refuerzo transversal

A_v : Área de acero transversal provisto para resistir corte

Cuando se trabaja con secciones trapezoidales o circulares el valor de b_w es el mostrado en la figura 6.15.

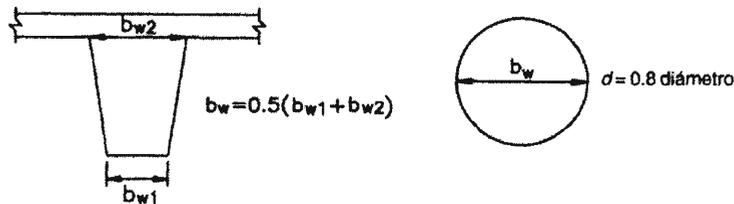


Figura 6.15. Parámetro b_w para el cálculo del refuerzo mínimo de corte en secciones trapezoidales y circulares

Los requerimientos mínimos de refuerzo indicados anteriormente deben ser cumplidos en todos los casos excepto para:

1. Losas macizas y cimentaciones
2. Losas aligeradas y losas nervadas
3. Vigas cuyo peralte es menor que: 25 cm, 2.5 veces el espesor del ala ó 0.5 veces el ancho del alma.

En estos elementos existe la posibilidad de que se presenten redistribuciones de esfuerzos que incrementen la capacidad resistente de los mismos.

Para concretos de alta resistencia, se puede emplear un valor de $\sqrt{f'_c}$ mayor que 26.5 para determinar V_c si los elementos cuentan con una cantidad mínima extraordinaria de refuerzo transversal igual a $f'_c/352$ veces el obtenido a través de la expresión (6-14).

6.3.5 Espaciamiento máximo del refuerzo transversal

Para definir el espaciamiento máximo del refuerzo transversal es necesario considerar que cada fisura diagonal potencial debe ser atravesada por lo menos por una varilla de acero. El código del ACI (ACI-11.5.4) recomienda que para estribos perpendiculares al eje del elemento, el espaciamiento máximo sea:

$$s \leq 60 \text{ cm.} \quad (6-15)$$

$$s \leq d/2 \quad (6-16)$$

El refuerzo inclinado deberá ser distribuido de modo que toda línea a 45° que se extienda desde la sección central del elemento hacia el refuerzo longitudinal en tensión sea cruzada, al menos, por una varilla de acero. En la figura 6.16 se muestra esta condición.

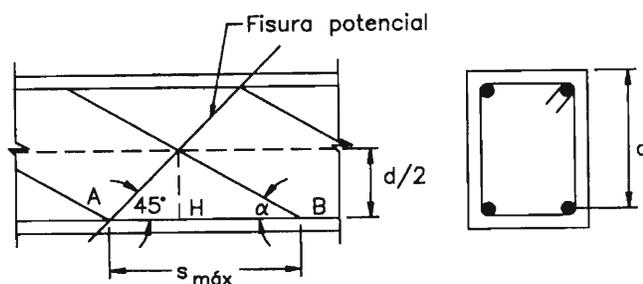


Figura 6.16. Consideraciones para estimar el espaciamiento máximo del refuerzo transversal

En el triángulo ΔABC se tiene que:

$$\overline{AH} = \frac{d}{2}$$

$$\overline{HB} = \frac{d}{2} \cot \alpha$$

El espaciamiento máximo es:

$$s_{\max} = \overline{AH} + \overline{HB}$$

y, por lo tanto, para el refuerzo transversal inclinado se debe cumplir:

$$s \leq \frac{d}{2} (1 + \cot \alpha) \quad (6-17)$$

Para $\alpha=90^\circ$

$$s \leq \frac{d}{2}$$

Los espaciamientos máximos precisados en las expresiones (6-15), (6-16) y (6-17) son válidos siempre que:

$$V_s \leq 1.1\sqrt{f'_c} b_w d \quad (6-18)$$

En caso que se exceda estos límites, los espaciamientos máximos deberán reducirse a la mitad, es decir:

$$s \leq 30 \text{ cm.} \quad (6-19)$$

$$s \leq d/4 \quad (6-20)$$

Además de este criterio, el código del ACI señala que, para refuerzo transversal inclinado, sólo el 75% central del estribo se considera efectivo para resistir corte (ACI-11.5.6.6). En consecuencia, la distribución del acero debe garantizar que cada sección vertical sea atravesada por al menos un estribo (ver figura 6.17).

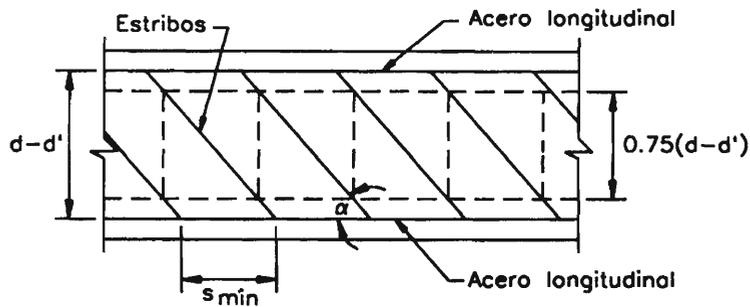


Figura 6.17. Criterios para estimar el espaciamiento máximo del refuerzo transversal inclinado

La longitud efectiva del estribo es:

$$L_{ef} = \frac{0.75(d-d')}{\text{sen } \alpha}$$

Por lo que el espaciamiento máximo, equivalente a su proyección horizontal, es:

$$L_h = s_{\max} = \frac{0.75(d-d')}{\text{sen } \alpha} \cos \alpha = 0.75(d-d') \cot \alpha$$

Por lo tanto, además de (6-17), el refuerzo transversal inclinado deberá cumplir:

$$s \leq 0.75(d-d') \cot \alpha$$

Esta restricción es independiente del valor de V_s .

El control del espaciamiento máximo entre estribos, además de garantizar el adecuado compor-

tamiento de la estructura frente a solicitaciones de corte, permite dar apoyo al refuerzo longitudinal en compresión evitando su pandeo y el desprendimiento del concreto.

6.3.6 Aporte máximo del refuerzo transversal a la resistencia al corte

El refuerzo longitudinal tiene una cuantía máxima que no debe superarse para garantizar el comportamiento dúctil del elemento. Del mismo modo, el refuerzo transversal tiene una limitación similar que busca evitar la falla del concreto comprimido, ubicado en el extremo superior de las fisuras diagonales, antes de la fluencia del acero transversal. Esta limitación también provee un efectivo control del ancho de las rajaduras inclinadas.

El código del ACI recomienda que (ACI-11.5.6.8):

$$V_s \leq 2.1\sqrt{f'_c} b_w d \quad (6-21)$$

En caso que se requiera un aporte mayor del refuerzo transversal es necesario incrementar las dimensiones de la sección del elemento o aumentar la resistencia del concreto.

6.4 VIGAS PERALTADAS

Se denomina vigas peraltadas a aquéllas cuya luz libre es comparable con su peralte razón por la que su comportamiento es diferente que el de las vigas esbeltas analizadas en las secciones precedentes. En las vigas peraltadas sometidas a flexión, las secciones planas antes de la aplicación de la carga no permanecen como tales después de ser cargadas. Por otro lado, las deformaciones originadas por las fuerzas cortantes son comparables a las ocasionadas por flexión y por lo tanto no pueden ser despreciadas.

En la figura 6.18.a se presenta una viga peraltada sometida a una carga uniformemente repartida en la parte superior y la distribución de esfuerzos en algunas secciones antes del agrietamiento. Como se aprecia, la variación de los esfuerzos no es lineal como en el caso de vigas esbeltas. En más de la mitad del peralte se aprecia esfuerzos de compresión, lo que ocasiona que el brazo de palanca, jd , sea mucho menor que el peralte de la viga. El esfuerzo de tracción en la fibra inferior es bastante mayor que el de compresión en la fibra superior.

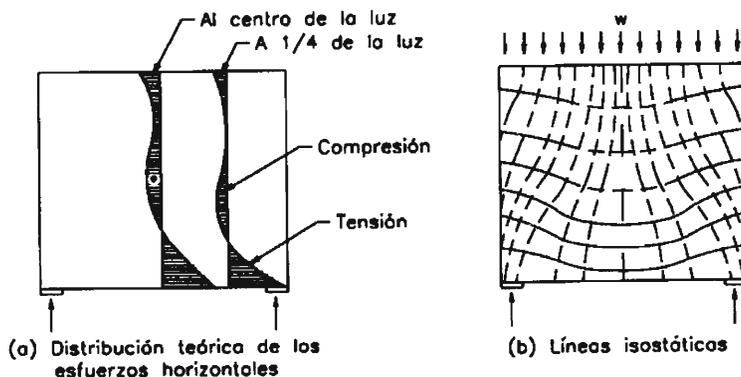


Figura 6.18. Viga peraltada sometida a carga uniformemente repartida y las líneas isostáticas generadas

Las curvas isostáticas de la viga, presentadas en la figura 6.18.b, muestran que los esfuerzos de tracción en la parte inferior del elemento son casi constantes a lo largo de la luz pues las líneas llenas, que indican la dirección de tensión, son casi horizontales. Por el contrario, en la zona superior, las líneas punteadas verticales indican una variación de los esfuerzos de compresión a lo largo de la luz. Las primeras fisuras se presentarán perpendiculares a las líneas llenas, es decir, estarán orientadas casi verticalmente.

El código del ACI en 10.7.1 y 11.8.1 indica que se consideran vigas peraltadas aquellas que tienen las cargas en una cara y los apoyos en la otra y que la luz libre $\leq 4d$ ó que tengan cargas concentradas a una distancia $\leq 2d$ de la cara del apoyo. Se diseñarán con una distribución no lineal de tensiones o de acuerdo al Apéndice A. Se considerará el pandeo lateral.

El fierro mínimo a flexión será el indicado para vigas.

El fierro mínimo horizontal y vertical en las caras de la viga peraltada cumplirá lo que se indica en el Apéndice A (A.3.3) o lo siguiente:

Refuerzo vertical perpendicular a la luz $A_v \geq 0.0025 b_w S_h$

$$S_h \leq d/5 \quad S_h \leq 30 \text{ cm.}$$

Refuerzo horizontal paralelo a la luz $A_h \geq 0.005 b_w S_v$

$$S_v \leq d/5 \quad S_v \leq 30 \text{ cm.}$$

Si no se cumplen los requisitos de luz y de carga indicadas, la viga se diseña por el procedimiento convencional presentado en la sección 6.3. En la figura 6.19 se presentan casos que no pueden ser considerados, para el diseño por corte, como vigas peraltadas.

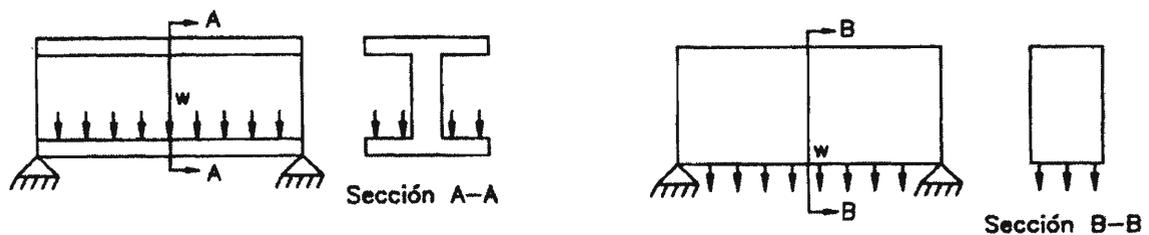


Figura 6.19. Casos en los cuales no son aplicables las recomendaciones del código para el diseño de vigas peraltadas por corte

6.4.1 Diseño por flexión de vigas peraltadas

El código del ACI no da recomendaciones específicas para el diseño de vigas peraltadas por flexión, sólo señala que se debe considerar la distribución no lineal de esfuerzos en las secciones del elemento. Por su parte, el Comité Europeo del Concreto y el nuevo Reglamento Peruano de 1988 proponen un método de diseño, el que se desarrolla a continuación.

El refuerzo principal por flexión, A_s , se determina a través de la siguiente expresión:

$$A_s = \frac{M_u}{\phi f_y jd} \quad (6-22)$$

y debe ser siempre mayor que el mínimo establecido por las relaciones (5-12) y (5-13). El valor de jd en la ecuación (6-22) se determina con las siguientes expresiones.

Para vigas simplemente apoyadas

$$1. \text{ Para } 1 \leq \frac{l}{h} < 2 \quad jd = 0.2 (l + 2h) \quad (6-23)$$

$$2. \text{ Para } \frac{l}{h} < 1 \quad jd = 0.6l \quad (6-24)$$

donde: l : Luz efectiva medida centro a centro de apoyos o 1.15 de la luz libre, la que sea menor.

El refuerzo se distribuirá en la parte más baja de la viga, en una altura y :

$$y = 0.25h - 0.05 l$$

$$y \leq 0.2h$$

Todas las barras se anclarán con ganchos dentro de los apoyos y se anclará para desarrollar todo su esfuerzo f_y salvo que la viga se diseñe de acuerdo al apéndice A.

Para vigas continuas

El acero positivo de las vigas continuas se diseña de modo similar al de las vigas simplemente apoyadas. Para el refuerzo negativo, el procedimiento es similar con la única diferencia que las expresiones para la evaluación de jd son diferentes:

$$1. \text{ Para } 1 \leq \frac{l}{h} < 2 \quad jd = 0.2 (l + 1.5h) \quad (6-25)$$

$$2. \text{ Para } \frac{l}{h} < 1 \quad jd = 0.5l \quad (6-26)$$

El refuerzo negativo se distribuirá de modo que un porcentaje de él, A_{s1} , se ubique dentro del 20% superior del peralte de la viga y el resto, A_{s2} , en el 60% siguiente. En la figura 6.20, se muestra esta distribución con más detalle. El valor de A_{s1} y A_{s2} es:

$$A_{s1} = 0.5 (l/h - 1) A_s \quad (6-27)$$

$$A_{s2} = A_s - A_{s1} \quad (6-28)$$

En en los apoyos continuos interiores el refuerzo será continuo o empalmado con el de los tramos adyacentes.

La resistencia al corte aportada por el acero será igual a:

$$V_s = \left[\frac{A_v}{S_h} \left(\frac{1 + l_n/d}{12} \right) + \frac{A_h}{S_v} \left(\frac{11 - l_n/d}{12} \right) \right] f_y d \quad (6-30)$$

donde: A_v : Área de refuerzo por corte perpendicular al refuerzo por flexión

s_h : Espaciamiento entre las varillas del refuerzo A_v

A_h : Área de refuerzo por corte paralelo al refuerzo por flexión

s_v : Espaciamiento entre las varillas del refuerzo A_h

El área A_v no será menor de $0.0025b_w s_h$ y el espaciamiento s no será mayor que $d/5$ ni 30cm.

El área A_h no será menor de $0.0015b_w s_v$ y s_v no será menor que $d/5$ ni 30 cm.

El refuerzo por corte requerido en la sección crítica será colocado en toda la luz de la viga.

Se puede colocar el refuerzo que satisfaga el apéndice A del ACI, en A.3.3. en lugar del especificado anteriormente.

6.5 CORTE-FRICCIÓN

El mecanismo de resistencia denominado corte-fricción se desarrolla en secciones donde se presentan dos superficies de concreto en contacto. Estas superficies pueden provenir del agrietamiento de un elemento vaciado monolíticamente o de una junta fría. Se presentan en las uniones de piezas prefabricadas con el concreto vaciado "in situ". Algunos casos típicos se aprecian en la figura 6.21.

En la figura 6.22 se muestra el principio de la resistencia por corte-fricción. Los dos elementos de concreto son sometidos a fuerzas de corte V que tienden a desplazarlos una respecto al otro lo que genera tracción en el acero perpendicular a la superficie de contacto. En el diagrama de cuerpo libre de uno de los elementos se observa que la tensión del refuerzo genera compresión en el concreto. Esta fuerza normal a la superficie de deslizamiento tiende a incrementar la fricción a lo largo de ella, equilibrando la fuerza V .

Se han realizado numerosos estudios acerca del fenómeno de corte-fricción los que han permitido definir fórmulas para el diseño a partir de los resultados de ensayos.

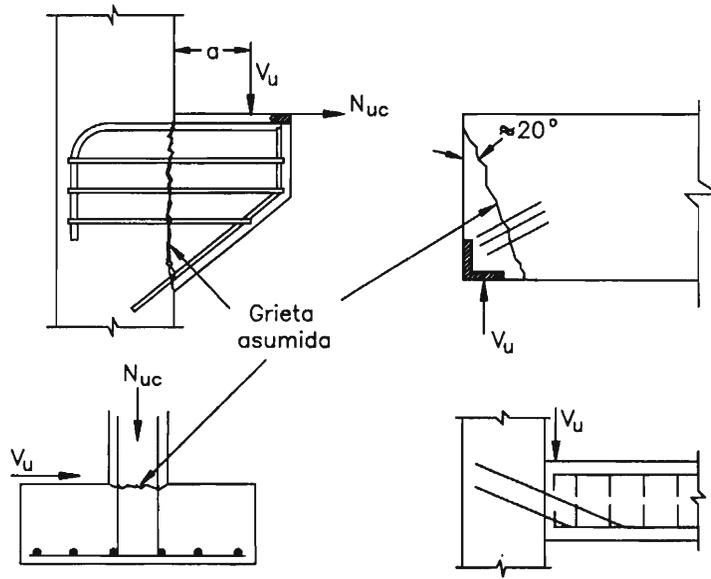


Figura 6.21. Casos que se analizan por corte-fricción

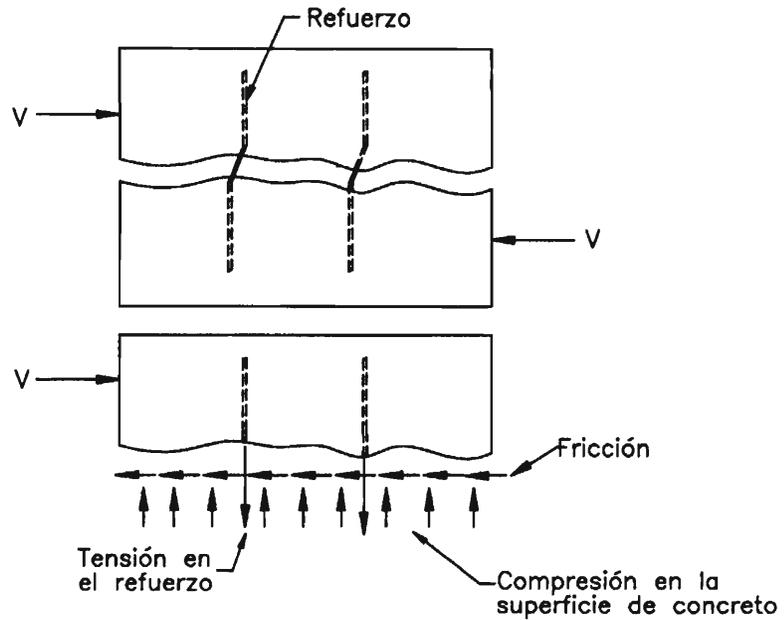


Figura 6.22. Principio de resistencia del concreto por corte-fricción

6.5.1 Diseño de elementos sometidos a corte-fricción según el código de ACI

Los elementos de concreto armado se diseñan teniendo en cuenta el fenómeno de corte-fricción cuando existe la posibilidad que se presenten fisuras que impidan la adecuada transmisión del corte o cuando se requiere garantizar la transmisión de esfuerzos entre dos piezas no vaciadas simultáneamente. En el primer caso, se asume la ubicación de la grieta más crítica y se provee el refuerzo necesario para evitar la falla.

En la figura 6.23 se muestran las fuerzas que se generan en el concreto reforzado con varillas inclinadas sometido a corte-fricción. La fuerza cortante nominal en la grieta es igual a:

$$V_n = A_{vf} f_y (\mu \operatorname{sen} \alpha_f + \operatorname{cos} \alpha_f) \quad (6-35)$$

(ACI-Ec(11-26))

Si el refuerzo es perpendicular a la grieta asumida, la fuerza cortante nominal es:

$$V_n = A_{vf} f_y \mu \quad (6-36)$$

(ACI-Ec(11-25))

En las expresiones anteriores μ es el coeficiente de fricción entre las superficies de contacto y su valor se indicará más adelante.

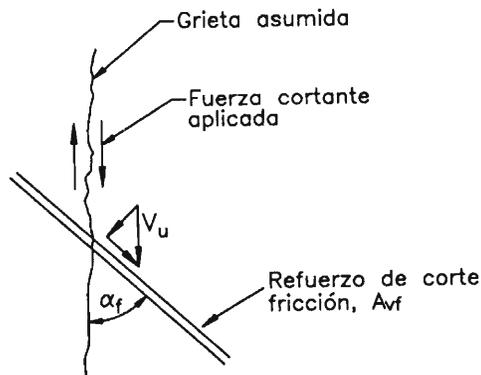


Figura 6.23. Notación empleada en las fórmulas para el diseño por corte-fricción

De las expresiones anteriores se puede realizar dos observaciones:

1. El código considera que toda la resistencia al corte se debe a la fricción en la superficie de contacto, despreciando el aporte del concreto y del acero.
2. Si $\alpha_f \geq 90^\circ$, como se muestra en la figura 6.24, la fuerza de corte tiende a comprimir el refuerzo en lugar de traccionarlo y no se desarrolla el mecanismo de corte-fricción. Por lo anterior, si $\alpha_f \geq 90^\circ$, la expresión (6-35) no es aplicable.

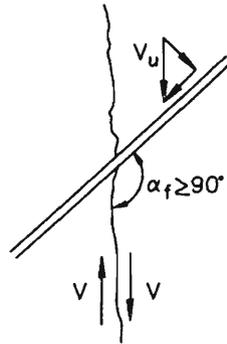


Figura 6.24. Situación presente cuando $\alpha_f > 90^\circ$ y no se desarrolla el fenómeno de corte-fricción

El coeficiente de fricción depende de las condiciones de las superficies en contacto y su valor se muestra en la Tabla 6.1.

Condiciones de las superficies en contacto	μ
Concreto vaciado monolíticamente	1.4λ
Concreto vaciado contra concreto endurecido con rugosidades de 1/4", limpio y libre de polvo y lechada	1.0λ
Concreto vaciado contra concreto endurecido limpio y libre de polvo y lechada	0.6λ
Concreto vaciado contra acero estructural, limpio y sin pintura, con anclajes de varillas o pernos soldados	0.7λ

Tabla 6.1 Coeficientes de fricción para diversas situaciones

En la Tabla 6.1, λ es igual a 1.00 para concretos de peso normal, 0.85 para concretos elaborados con arena ligera y 0.75 para concretos con agregados livianos, grueso y fino.

Adicionalmente, el código establece un valor máximo de V_n , a partir del cual las expresiones (6-35) y (6-36) no dan resultados compatibles con las observaciones efectuadas en los ensayos. Este límite está determinado por dos condiciones (ACI-11.7.5):

$$V_n \leq 0.2f'_c A_c \quad (6-37)$$

$$V_n \leq 56A_c \quad (6-38)$$

donde: A_c : Área de las superficies de contacto.

En lo que respecta al refuerzo, su esfuerzo de fluencia no debe exceder los 4200 kg/cm² y debe ser adecuadamente anclado a tracción a ambos lados de la fisura. Si no es posible desarrollar totalmente el refuerzo, se le suele soldar a dispositivos especiales como ángulos de acero o barras atravesadas.

Si existe una carga de tracción neta perpendicular a la fisura, debe proveerse acero adicional para resistirla. Por su parte, las cargas de compresión incrementan la fricción en la sección aumentando la resistencia por corte-fricción. Este efecto se considera en el diseño a través de la siguiente expresión (ACI-11.7.7):

$$V_n = (A_{vf} f_y + N_u) \mu \quad (6-39)$$

donde: N_u : Carga última de compresión.

Si el refuerzo está inclinado, se considera el aporte de la compresión a través de una expresión similar.

En caso de presentarse momento flector a lo largo de la grieta asumida, el acero de corte-fricción se distribuye uniformemente. Es conveniente ubicar la mayor parte de el refuerzo en la zona de tracción por flexión. Si el acero requerido para resistir el momento es menor que el provisto por corte-fricción en la zona de tracción, no es necesario añadir refuerzo adicional. Si este no es el caso deberá incluirse acero extra hasta completar el requerido por flexión.

El comentario del código del ACI-318-95 presenta otras expresiones para el cálculo de V_n basado en las investigaciones de Alan H. Mattock.

Mattock realizó ensayos en especímenes sometidos a corte-fricción y propuso las siguientes expresiones para estimar la resistencia nominal por corte-fricción:

$$V_n = A_{vf} f_y (0.8 \sin \alpha_f + \cos \alpha_f) + A_c K_1 \sin^2 \alpha_f \quad (6-40)$$

donde: K_1 : Coeficiente igual a 28.2 kg/cm² para concreto normal, 14.1 kg/cm² para concreto con agregado ligero, grueso y fino, y 17.6 kg/cm² para concreto con arena liviana.

Si el acero es perpendicular a la fisura,

$$V_n = 0.8 A_{vf} f_y + A_c K_1 \quad (6-41)$$

El primer término de las expresiones, (6-40) y (6-41), representa la fricción a lo largo de la grieta; el coeficiente de fricción, en este caso, es igual a 0.8. El segundo término está referido a la fuerza transmitida por el corte en las protuberancias de la interfase y en el acero transversal. Estas fórmulas son más completas que las propuestas por el ACI ya que no sólo consideran el efecto de la fricción y por lo tanto estiman mejor el valor de V_n . Estas fórmulas son válidas sólo si se cumple:

$$\frac{A_{vf} f_y \sin \alpha}{A_c} \geq 14.1 \text{ kg/cm}^2 \quad (6-42)$$

$$\frac{A_{vf} f_y}{A_c} \geq 14 \text{ kg/cm}^2 \quad (6-43)$$

para $\alpha=90^\circ$

6.6 CONSOLAS

Las consolas son elementos que se usan mucho en fábricas y estructuras prefabricadas. Son vigas en voladizo o cantiliver cuya relación luz de cortante/peralte es cercana a la unidad, por lo que su comportamiento es similar al de las vigas peraltadas. Su diseño está controlado por esfuerzo cortante y no por tensión diagonal, por lo que el código establece consideraciones especiales para ellas.

6.6.1 Diseño de consolas según el código del ACI

En la figura 6.25 se muestra la notación empleada en el desarrollo de la formulación. El refuerzo está constituido básicamente por el acero principal, A_s , y los estribos horizontales, A_h .

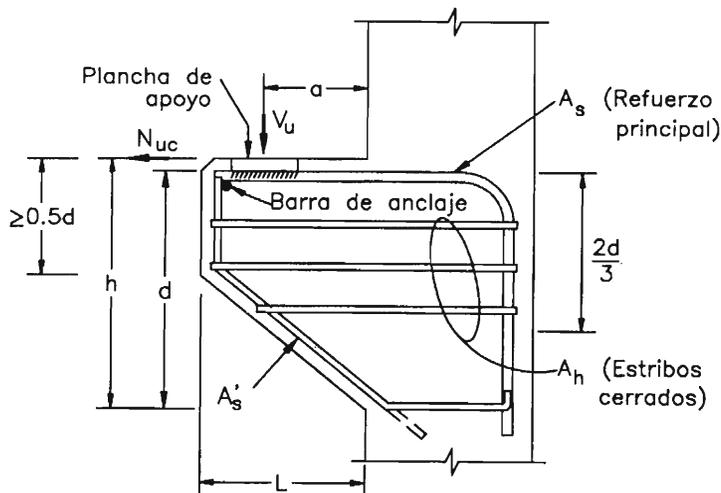


Figura 6.25. Notación empleada en las fórmulas para el diseño de consolas

Las recomendaciones del código son válidas siempre que a/d sea menor o igual que la unidad y que la fuerza horizontal N_{uc} sea menor o igual a V_u (ACI-11.9.1). La primera restricción obedece a dos razones. Primero, si a es mayor que d , entonces las grietas no se presentan verticalmente sino inclinadas y, en ese caso, los estribos horizontales no son efectivos. Segundo, los ensayos realizados para comprobar la validez de las expresiones propuestas por el código, se efectuaron sobre especímenes en los cuales a era menor d . Una situación similar a ésta última es la causa de la segunda restricción presentada por el código.

La sección en la cara del apoyo se diseña para resistir simultáneamente la fuerza cortante V_u , la fuerza de tensión horizontal N_{uc} y el momento flector M_u , el cual es igual a:

$$M_u = [V_u a + N_{uc}(h-d)] \quad (6-44)$$

Para el diseño el factor de reducción ϕ es igual a 0.75, pues el diseño por esfuerzo cortante es el determinante.

Además, el código recomienda que el peralte del borde exterior de la consola sea mayor que la mitad del peralte efectivo en la cara del apoyo para evitar que la cara exterior del braquete se desprenda por fisuramiento bajo el punto de aplicación de la carga.

El procedimiento de diseño consta de dos etapas: determinación del acero requerido por cortante, tensión horizontal y momento flector independientemente y superposición del refuerzo determinado para cada sollicitación.

La fuerza cortante es resistida por el mecanismo de corte-fricción y el refuerzo A_{vf} se determina con los criterios presentados en la sección 6.5. Sin embargo, para el caso particular de consolas la resistencia nominal al corte está limitada del siguiente modo:

- Para concretos normales:

$$V_n \leq 0.2f'_c b_w d \quad (6-45)$$

$$V_n \leq 56b_w d \quad (6-46)$$

- Para concretos elaborados en base a agregados ligeros o arena liviana:

$$V_n \leq (0.2 - 0.07a/d)f'_c b_w d \quad (6-47)$$

$$V_n \leq (56 - 19.6a/d)b_w d \quad (6-48)$$

El refuerzo A_f para resistir M_u se calcula con los criterios desarrollados en el capítulo de flexión. Se evalúa el parámetro R_u y con ayuda de la Tabla 5.2 se determina la cuantía de acero.

El refuerzo A_n destinado a resistir la carga N_{uc} horizontal, se estima a través de la siguiente expresión:

$$N_{uc} = \phi A_n f_y \quad (6-49)$$

N_{uc} no deberá considerarse menor que $0.2 V_u$ a menos que se tomen provisiones que garanticen la ausencia total de esta carga (ACI-11.9.3.4). La fuerza N_{uc} se considerará siempre como carga viva pues las sollicitaciones horizontales son muy difíciles de estimar.

Conocidos los valores de A_{vf} , A_f y A_n , se procederá a la determinación de A_s y A_h , refuerzo requerido cuando se considera el efecto simultáneo del corte, la tracción horizontal y el momento flector. Los resultados de ensayos efectuados por Alan H. Mattock y otros sugieren que $(A_s + A_h)$ requerido a través de la cara de apoyo de la consola deberá ser mayor que $(A_{vf} + A_n)$ y mayor que $(1.5A_f + A_n)$. Estas dos condiciones son satisfechas por las siguientes desigualdades, referidas a A_s y A_h :

$$A_s \geq (A_f + A_n) \quad (6-50)$$

$$A_s \geq (2A_{vf}/3 + A_n) \quad (6-51)$$

$$A_h \geq 0.5(A_s - A_n) \quad (6-52)$$

El refuerzo A_h , constituido por estribos cerrados, será distribuido dentro de los 2/3 superiores del peralte efectivo en la cara del apoyo.

Para el refuerzo principal se define una cuantía mínima que previene el agrietamiento súbito bajo la acción de la tensión producida por M_u y N_{uc} , la cual es igual a (ACI-11.9.5):

$$\rho = \frac{A_s}{b_w d} \geq 0.04 \frac{f'_c}{f_y} \quad (6-53)$$

Este refuerzo se debe anclar adecuadamente, tanto en la cara de apoyo como en la cara exterior. En la cara del apoyo, se toman las mismas provisiones que para cualquier viga sometida a flexión. En el extremo, se le suele soldar a una varilla de acero transversal de diámetro igual o mayor. La soldadura debe diseñarse para permitir que el refuerzo alcance su esfuerzo de fluencia. En la figura 6.26 se muestra el detalle de la soldadura usada, satisfactoriamente, en los ensayos efectuados por Mattock. El acero principal también puede anclarse doblándolo horizontalmente como se muestra en la figura 6.27.

La plancha de apoyo tiene generalmente el ancho de la consola que, por lo general, es el mismo que el de la columna que la sostiene. Su longitud se determina a través de la siguiente expresión:

$$l = \frac{V_u}{0.85f'_c \phi b_w} \quad (6-54)$$

donde: b_w : Ancho de la plancha de apoyo

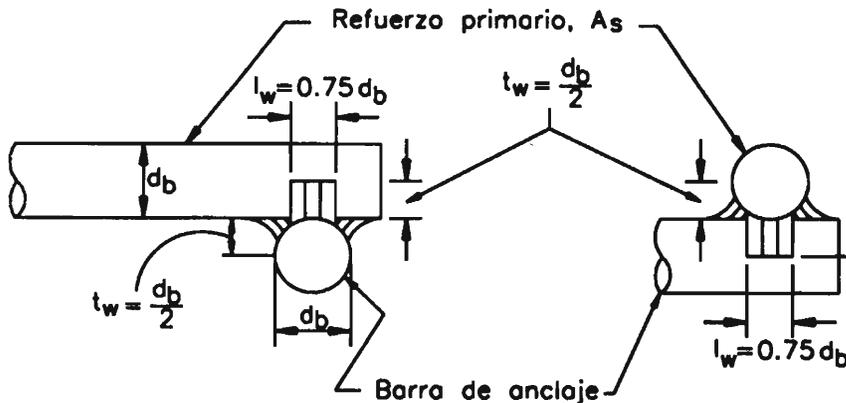


Figura 6.26. Soldadura utilizada para anclar el refuerzo principal en consolas

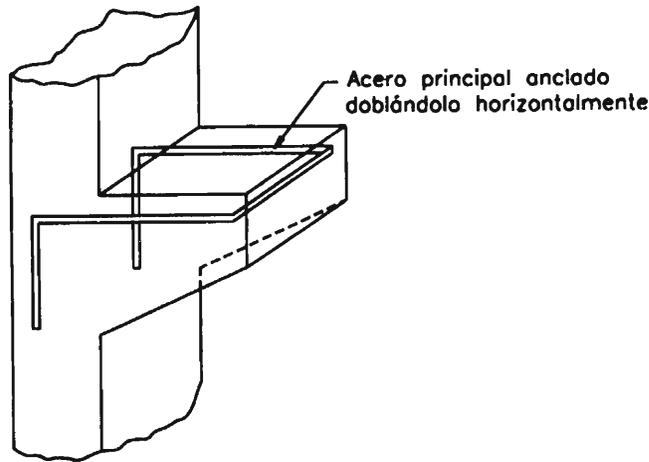


Figura 6.27 Anclaje horizontal del refuerzo principal en consolas

En este caso, $\phi = 0.65$ pues el concreto se diseña para resistir el aplastamiento. No se considera 0.75 como se indicó líneas arriba pues la plancha de apoyo no forma parte del diseño de la consola propiamente dicha. Si el braquete se diseña para fuerzas horizontales N_{uc} la plancha de apoyo debe soldarse al refuerzo A_s . En todos los casos, se recomienda que la distancia de la plancha al borde de la consola sea mayor que 5 cm.

Por otro lado, la proyección del borde exterior del apoyo no deberá extenderse más allá de la cara interior de la varilla de acero transversal de anclaje si éste existe ni más allá de la porción recta del acero principal.

Las varillas ubicadas en la zona de compresión de la consola (A'_s) no son contempladas por el código, sin embargo, se acostumbra tomar: $A'_s \geq 0.002b_wL$ o en su defecto, 2 varillas #4, donde L es la distancia de la cara del apoyo al borde de la consola. El diámetro de este refuerzo debe ser mayor o igual que el de los estribos horizontales.

6.6.2 Otras consolas

Las consolas con relaciones $a/d > 1$ y < 2 se diseñarán de acuerdo al apéndice A del código como veremos en el capítulo correspondiente.

El código también permite que las consolas con relaciones $a/d \leq 1$ y con $N_{uc} \leq V_u$ también se pueden diseñar de acuerdo al apéndice A.

EJEMPLOS

Ejemplo 6.1

Diseñar el refuerzo por corte requerido por la viga que se muestra en la figura 6.28. La viga está sometida a una carga permanente de 5140 kg/m (incluye peso propio) y una sobrecarga de 2100 kg/m. El refuerzo longitudinal está distribuido en dos capas. Considerar que el peralte efectivo de la sección es 51 cm. Usar $f'_c=280 \text{ kg/cm}^2$ y $f_y=4200 \text{ kg/cm}^2$.

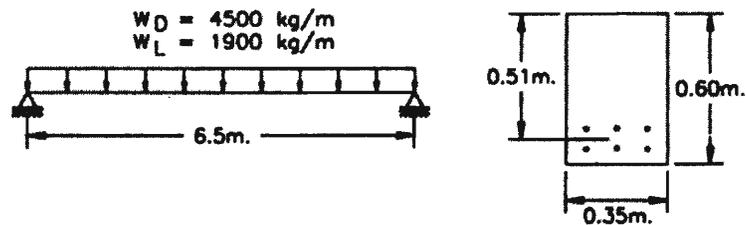


Figura 6.28. Ejemplo 6.1

La carga última a que está sometida la pieza es:

$$w_u = 1.2D + 1.6L = 1.2 \times 5140 + 1.6 \times 2100 = 9528 \text{ kg/m} \approx 9530 \text{ kg/m}$$

En la figura 6.29 se muestra el diagrama de fuerzas cortantes últimas de la viga. En el apoyo:

$$V_u = W_u \times L / 2 = 9530 \times 6.5 / 2 = 30972.5 \text{ kg.}$$

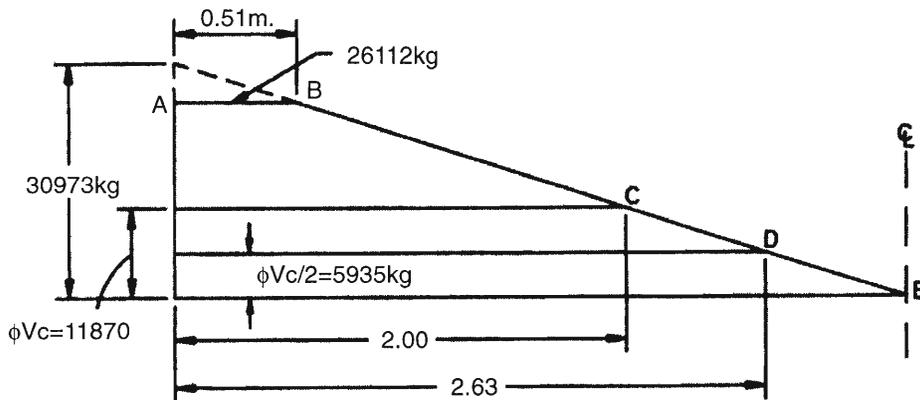


Figura 6.29. Ejemplo 6.1

Las secciones ubicadas entre la cara del apoyo y una sección a d de ella se diseñarán con la fuerza:

$$V_u(d \text{ de la cara}) = V_u(\text{apoyo}) - w_u d = 30972.5 - 9530 \times 0.51 = 26112.2 \text{ kg.}$$

La resistencia al corte aportada por el concreto es:

$$V_c = 0.53 \sqrt{f'_c} b_w d = 0.53 \times 16.73 \times 35 \times 51 = 15827 \text{ kg.}$$

$$\phi V_c = 0.75 V_c = 0.75 \times 15827 = 11870 \text{ kg.}$$

La fuerza cortante última igual a 11870 kg. se presenta a 2.00 m. de la cara del apoyo que corresponde al punto C.

La viga se diseñará en tres tramos.

Tramo ABC: La fuerza cortante última de diseño es 26112 kg. El corte que debe ser resistido por el acero es igual a:

$$V_s = V_u / \phi - V_c = 26112 / 0.75 - 15827 = 18989 \text{ kg.}$$

Se debe verificar que el aporte del acero sea menor que el máximo, el cual se determina a través de la expresión (6-21):

$$V_s = 2.1 \sqrt{f'_c} b_w d = 2.1 \times 16.73 \times 35 \times 51 = 62712 \text{ kg.} > 18989 \text{ kg.}$$

Se utilizarán estribos #3 y el área A_u será igual a:

$$A_v = 2 \times 0.71 = 1.42 \text{ cm}^2.$$

El espaciamiento de los estribos se determina a través de la expresión (6-13):

$$S = A_v f_y d / v_s = 1.42 \times 4200 \times 51 / 18989 = 16.0 \text{ cm}$$

Este espaciamiento no deberá ser mayor que el espaciamiento máximo indicado en la sección 6.3.5. Este depende de la magnitud de la resistencia al corte aportada por el acero. En este caso:

$$V_s = 18989 < 1.1 \sqrt{f'_c} b_w d = 1.1 \times 16.73 \times 35 \times 51 = 32849 \text{ kg.}$$

Luego, el espaciamiento máximo será el menor entre $d/2$ 60 cm., es decir, $51/2 = 25.5$ cm. > 16.0 cm. En el tramo ABC se colocarán estribos #3@16 cm.

Tramo CD: Corresponde al tramo de la viga sometido a fuerza cortante mayor que $\phi V_c / 2$ y menor que ϕV_c . En él, se distribuirá refuerzo transversal mínimo. Considerando estribos #3 el espaciamiento se determina a través de la expresión (6-14).

$$s = (A_v f_y) / (3.5 b_w) = (1.42 \times 4200) / (3.5 \times 35) = 48.7 > s_{\text{máx}}$$

Se distribuirán estribos #3@25 cm.

Tramo DE: La fuerza cortante última es menor que $\phi V_c / 2$ y por lo tanto no se requiere refuerzo transversal.

El número de estribos en el tramo ABC puede reducirse si se considera que una parte del mismo está sometido a fuerzas cortantes que pueden ser resistidas por el refuerzo mínimo por corte. La resistencia al corte de la viga provista por estribos #3 @ 0.25 m. es:

$$V_s = A_v f_y d/s = 1.42 \times 4200 \times 51/25 = 12167 \text{ kg.}$$

$$V_n = V_c + V_s = 15827 + 12167 = 27994 \text{ kg.}$$

$$V_u = \phi V_n = 0.75 \times 27994 = 20995 \text{ kg.}$$

La sección sometida a esta fuerza cortante se ubica a 1.05 m. de la cara del apoyo, de modo que entre ésta y C basta con colocar estribos mínimos. En la figura 6.30 se muestra la distribución final de los estribos en la viga.

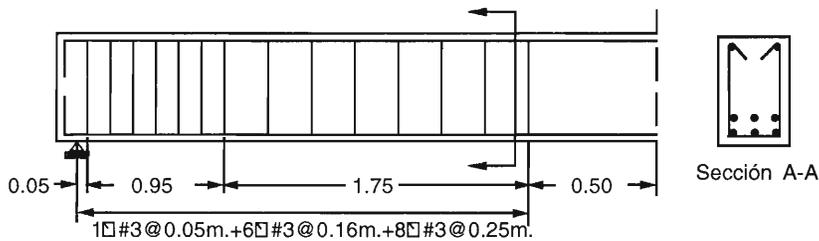


Figura 6.30. Ejemplo 6.1

Ejemplo 6.2

Diseñar el refuerzo por corte requerido por la viga que se muestra en la figura 6.31. La viga es de sección rectangular y está sometida dos cargas concentradas P_1 y P_2 cuyo valor se indica a continuación:

$$P_1 = 4900(\text{CM}) + 3600(\text{CV})$$

$$P_2 = 7400(\text{CM}) + 5200(\text{CV})$$

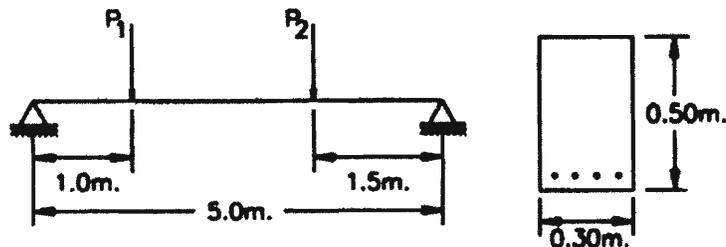


Figura 6.31. Ejemplo 6.2

El refuerzo longitudinal está distribuido en una capa. Considerar que el peralte efectivo de la sección es 44 cm. Usar $f'_c = 210 \text{ kg/cm}^2$ y $f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$.

El peso propio de la viga es:

$$\text{peso propio} = 2400 \times 0.30 \times 0.50 = 360 \text{ kg/m.}$$

La viga está sometida a la carga repartida debida a su peso propio y a las cargas concentradas aplicadas. Las cargas últimas que actúan sobre la viga son:

$$w_u = 1.2 \times 360 = 432 \text{ kg/m.}$$

$$P_{1u} = 1.2 \times 4900 + 1.6 \times 3600 = 11640 \text{ kg.}$$

$$P_{2u} = 1.2 \times 7400 + 1.6 \times 5200 = 17200 \text{ kg.}$$

En la figura 6.32 se muestra el diagrama de fuerzas cortantes últimas de la viga y las fuerzas cortantes a d de la cara de los apoyos.

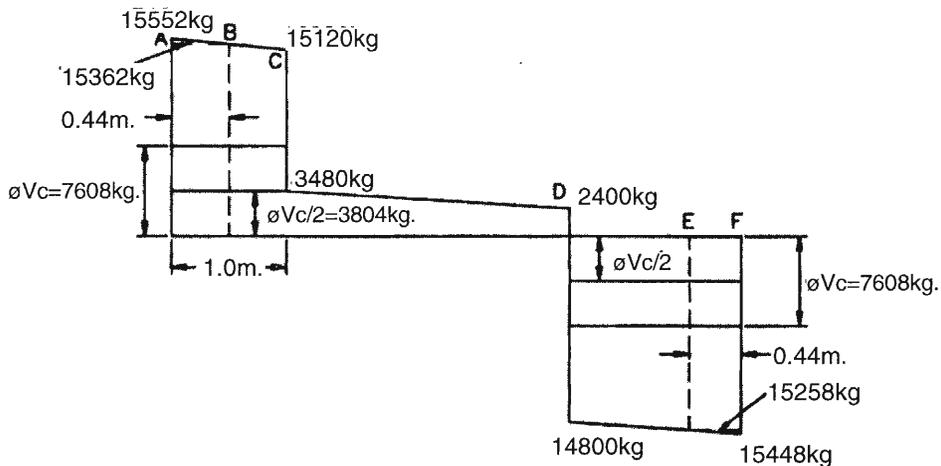


Figura 6.32. Ejemplo 6.2

La resistencia al corte aportada por el concreto es:

$$V_c = 0.53 \sqrt{f'_c} b_w d = 0.53 \times 14.5 \times 30 \times 44 = 10144 \text{ kg.}$$

$$\phi V_c = 0.75 \times 10144 = 7608 \text{ kg.}$$

La viga se diseñará en tres tramos.

Tramo ABC: La fuerza cortante última de diseño es 17182 kg. El corte que debe ser resistido por el acero es igual a:

$$V_s = V_u / \phi - V_c = 15362 / 0.75 - 10144 = 10339 \text{ kg.}$$

Se debe verificar que el aporte del acero sea menor que el máximo:

$$V_s = 2.1 \sqrt{f'_c} b_w d = 2.1 \times 14.5 \times 30 \times 44 = 40194 \text{ kg.} > 10339 \text{ kg.}$$

Se utilizarán estribos #3:

$$A_v = 2 \times 0.71 = 1.42 \text{ cm}^2.$$

El espaciamiento de los estribos es:

$$s = A_v f_y d / V_s = 1.42 \times 4200 \times 44 / 10339 = 25.4 \text{ cm.}$$

Se verifica el espaciamiento máximo, En este caso:

$$V_s = 10339 < 1.1 \sqrt{f'_c} b_w d = 1.1 \times 14.5 \times 30 \times 44 = 21054 \text{ kg.}$$

Luego, el espaciamiento máximo será el menor entre $d/2$ y 60 cm., es decir, $44/2 = 22 \text{ cm.} < 25.4 \text{ cm.}$ La separación entre estribos calculada deberá ser reducida y en el tramo ABC se colocarán estribos #3@20 cm.

Tramo CD: Corresponde al tramo de la viga sometido a fuerza cortante menor que $\phi V_c/2$ y por lo tanto no requiere refuerzo.

Tramo DEF: La fuerza cortante última en este tramo es 15258 kg. la cual es menor que la correspondiente al tramo ABC. En éste, el diseño estuvo dominado por el espaciamiento máximo entre estribos, y con mayor razón lo será en el tramo DEF. Luego, se proveerán estribos #3@20 cm.

El detallado final del refuerzo se muestra en la figura 6.33.

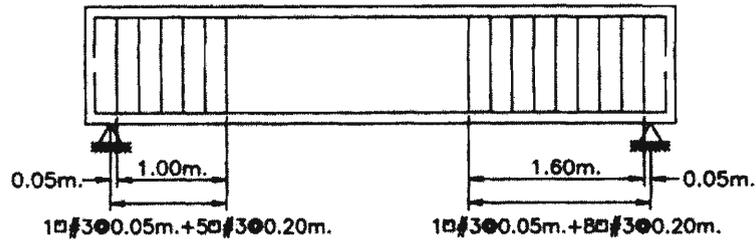


Figura 6.33. Ejemplo 6.2

Ejemplo 6.3

Diseñar la viga que se muestra en la figura 6.34 si su sección es de 30x110 cm. Usar $f'_c = 280 \text{ kg/cm}^2$ y $f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$.

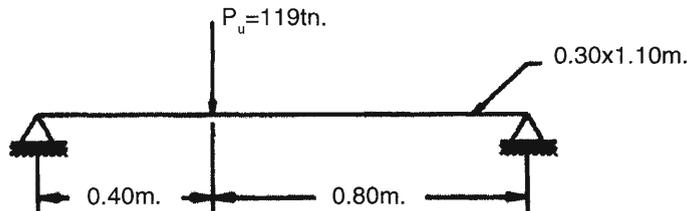


Figura 6.34. Ejemplo 6.3

Sobre la viga actúa la carga repartida proveniente de su peso propio y la carga concentrada $P_u = 119000 \text{ kg.}$ La carga repartida amplificada es:

$$\text{peso propio}=2400 \times 0.3 \times 1.10=792 \text{ kg/m.}$$

$$w_u=1.2 \times 792=950 \text{ kg/m.}$$

La viga se diseña en dos etapas: por flexión y por corte.

Diseño por flexión: El momento flector último máximo se presenta en la sección donde actúa la carga concentrada y es igual a.

$$M_u=31885 \text{ kg-m.}$$

Para determinar el área de acero, se estima el parámetro jd a través de las expresiones (6-23) y (6-24) según sea el caso. El valor de l/h es igual a 1.1 y por lo tanto se debe utilizar (6-23).

$$jd=0.2(1+2h)=0.2 \times (1.20+2 \times 1.10)=0.68 \text{ m.}$$

El área de acero requerida es:

$$A_s=M_u/(\phi f_y jd)=31885 \times 100/(0.9 \times 4200 \times 68)=12.40 \text{ cm}^2.$$

El refuerzo por flexión debe ser distribuido en una franja de altura igual a:

$$y=0.25h-0.051=0.25 \times 1.10-0.05 \times 1.20=0.22 \text{ m.}$$

$$y \leq 0.2h=0.2 \times 1.10=0.22 \text{ m.}$$

Considerando $d=101$ cm. el acero mínimo está dado por:

$$A_{s\text{mín}}=14.1 b_w d/f_y \approx 14.1 \times 30 \times 101/4200=10.2 \text{ cm}^2 < 12.40 \text{ cm}^2.$$

$$A_{s\text{mín}}=0.8 \sqrt{f'_c} b_w d/f_y \approx 0.8 \times 16.73 \times 30 \times 101/4200=9.65 \text{ cm}^2 < 12.40 \text{ cm}^2.$$

El acero requerido por flexión será provisto con 10#4. Para dar continuidad a la estructura, el refuerzo positivo se extenderá a todo lo largo de la viga. La distribución del acero por flexión se muestra en la figura 6.35.

Diseño por corte: La resistencia al corte de la viga debe ser menor que los límites indicados en las expresiones (6-29) y (6-30). El uso de ellas depende del valor de la relación l_n/d . Asumiendo que la luz libre de la viga es 0.90 m. y el peralte efectivo es 1.01 m., la relación l_n/d es $0.89 < 2$. La resistencia al corte máxima es:

$$V_n \leq 2.1 \sqrt{f'_c} b_w d = 2.1 \times 16.73 \times 30 \times 101 = 106453 \text{ kg.}$$

La fuerza cortante de diseño en la sección crítica de la viga a $0.15l_n$ de la cara del apoyo es:

$$V_n(0.15l_n \text{ del apoyo})=79775 \text{ kg.}$$

$$V_n=V_u/\phi=106367 \text{ kg} < 106453 > 106453$$

Se considera correcto con error de 2%

La resistencia al corte aportada por el concreto es:

$$V_n=2.10.53 \sqrt{f'_c} b_w d=0.53 \times 16.73 \times 30 \times 101=26867 \text{ kg.}$$

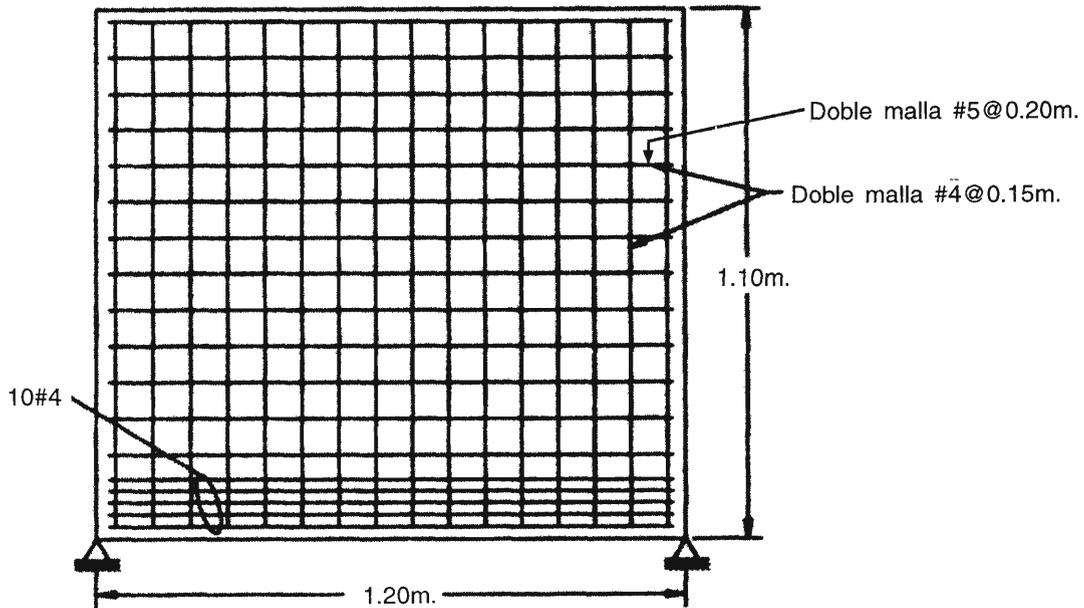


Figura 6.35. Ejemplo 6.3

La resistencia al corte que debe ser asumida por el acero es:

$$V_s = V_n - V_c = 106367 - 26867 = 79500 \text{ kg.}$$

La resistencia del acero está dada por la expresión (6-36):

$$V_s = \left(\frac{A_v}{s} \right) \left(1 + \frac{1}{d} \right) / 12 + \left(\frac{A_{vh}}{s_2} \right) \left(11 - \frac{1}{d} \right) / 12 f_y d$$

$$V_s = \left(\frac{A_v}{s} \right) \left(1 + 0.90 / 1.01 \right) / 12 + \left(\frac{A_{vh}}{s_2} \right) \left(11 - 1 / 0.90 / 1.01 \right) / 12 \cdot 4200 \times 1.01$$

$$V_s = 66850 \left(\frac{A_v}{s} \right) + 357350 \left(\frac{A_{vh}}{s_2} \right) \quad (1)$$

Para el diseño se prueban varias combinaciones de refuerzo vertical y horizontal con sus respectivos espaciamientos. Para empezar se prueba con el refuerzo mínimo.

- Refuerzo vertical: El espaciamiento máximo es: $s_{\text{máx}} = d/5 = 19.8 \text{ cm}$. Se tomará $s = 15 \text{ cm}$. El refuerzo mínimo en este caso es $A_{v\text{mfn}} = 0.045s_2 = 0.045 \times 15 = 0.675 \text{ cm}^2$. Colocando dos capas de varillas #3, A_v será igual a 1.42 cm^2 .
- Refuerzo horizontal: El espaciamiento máximo es: $s_{\text{máx}} = d/3 = 33 \text{ cm}$. Se tomará $s_2 = 25 \text{ cm}$. El refuerzo mínimo en este caso es $A_{v\text{mfn}} = 0.075s = 0.75 \times 25 = 1.875 \text{ cm}^2$. Se considerará dos capas de acero #4 y A_{vh} será 2.54 cm^2 .

Evalutando en la expresión (1),

$$V_s = 66850 \times 1.42 / 15 + 357350 \times 2.54 / 25 = 42635 \text{ kg.}$$

Se disminuirá el espaciamiento del refuerzo horizontal a 20 cm , y se considerará dos capas de acero #5 A_{vh} será 4.0 cm^2 . El refuerzo vertical estará constituido por varillas #4. De este modo:

$$V_s = 66850 \times 2.54 / 15 + 357350 \times 4.0 / 20 = 82790 \text{ kg.}$$

Con esta distribución, el acero desarrolla la resistencia que se requería. El refuerzo por corte estará constituido por varillas #4, verticales, colocadas en dos capas y con un espaciamiento de 15 cm. y varillas # 5 horizontales, colocadas en dos capas y con un espaciamiento de 20 cm. El detallado del refuerzo se muestra en la figura 6.35.

Ejemplo 6.4

Diseñar el braquete que se muestra en figura 6.36 sabiendo que su ancho es igual a 35 cm. El braquete fue vaciado después que la columna que lo soporta y la superficie de contacto entre los diferentes vaciados estuvo limpia y sin rugosidades. Usar $f'_c = 350 \text{ kg/cm}^2$ y $f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$.

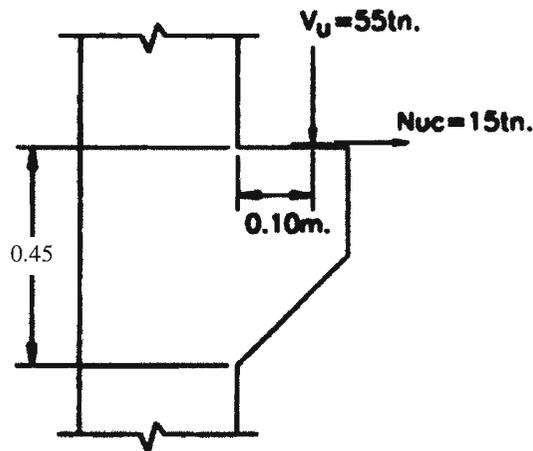


Figura 6.36. Ejemplo 6.4

Para empezar es necesario estimar el peralte del braquete a partir de la fuerza cortante máxima que el código señala en las expresiones (6-45) y (6-46). La fuerza cortante en la cara del apoyo es igual a:

$$V_n = V_u / \phi = 55000 / 0.75 = 73333$$

El peralte efectivo d en la cara del apoyo, debe ser:

$$d \geq V_n / (0.2f'_c b_w) = 73333 / (0.2 \times 350 \times 35) = 29.9 \text{ cm.}$$

$$d \geq V_n / (56b_w) = 73333 / (56 \times 35) = 37.4 \text{ cm.}$$

Se tomará un peralte efectivo de 39 cm. y el peralte total del braquete en el apoyo será:

$$h = d + 6 = 39 + 6 = 45 \text{ cm.}$$

Las expresiones presentadas en la sección 6.6.1 son válidas si $a/d < 1$, tomando $d = 39 \text{ cm.}$:

$$a/d = 10/39 = 0.26 < 1$$

Definidas las dimensiones de la consola, se calcula el refuerzo requerido para resistir las diversas solicitaciones independientemente.

Flexión: El momento flector último en la cara del apoyo es:

$$M_u = 55000 \times 0.10 + 15000 \times 0.6 = 6400 \text{ kg-m.}$$

$$R_u = M_u / (bd^2) = 6400 \times 100 / (35 \times 39^2) = 12.02$$

$$\rho = 0.33\% < 0.75\bar{\rho}_b = 2.52\%$$

$$A_s = 0.33 / 100 \times 35 \times 39 = 4.51 \text{ cm}^2.$$

$$A_{s\text{mín}} = 14.1 b_w d / f_y = 14.1 \times 35 \times 34 / 4200 = 4.00 \text{ cm}^2.$$

$$A_{s\text{mín}} = 0.8 \sqrt{f'_c} b_w d / f_y \approx 0.8 \times 18.71 \times 35 \times 34 / 4200 = 4.24 \text{ cm}^2.$$

Luego, el refuerzo por flexión, A_f será igual a 4.51 cm².

Carga axial: Se debe verificar que la carga axial de diseño sea mayor que $0.2V_u$.

$$0.2V_u = 0.2 \times 55000 = 11000 < 15000$$

No es necesario incrementar la carga axial. El refuerzo requerido será:

$$A_n = N_{uc} / (\phi f_y) = 15000 / (0.75 \times 4200) = 4.76 \text{ cm}^2.$$

Fuerza cortante: El refuerzo se calculará por corte-fricción. Por las características de la superficie de contacto entre consola y columna, el coeficiente de fricción es 0.6 según la Tabla 6.1. El área de acero requerida es:

$$A_{vf} = V_u / (\phi f_y \mu) = 55000 / (0.75 \times 4200 \times 0.6) = 29.10 \text{ cm}^2.$$

Determinada el área de refuerzo requerida por cada solicitación independientemente, se calcula el área de acero resultante haciendo uso de las expresiones (6-50), (6-51) y (6-52):

$$A_s \geq A_f + A_n = 4.51 + 4.76 = 9.27 \text{ cm}^2.$$

$$A_s \geq (2A_{vf}) / (3 + A_n) = 24.16 \text{ cm}^2. \text{ (Condición que manda)}$$

$$A_n \geq 0.5(A_s - A_n) = 9.7 \text{ cm}^2.$$

Con el área de acero requerida, se determina la cuantía de la sección y se verifica que ésta sea mayor que la mínima.

$$\rho = A_s / (b_w d) = 24.16 / (35 \times 39) = 1.77\%$$

$$\rho_{\text{mín}} = 0.04 f'_c / f_y = 0.04 \times 350 / 4200 = 0.33\% < 1.77\%$$

El área A_s será provista por 5#8 y el área A_n , por 5#5.

Finalmente, se diseña el ancho de la plancha de apoyo para que el concreto debajo de ella no falle por aplastamiento.

$$L > V_u / (0.85 \phi f'_c b_w) = 55000 / (0.85 \times 0.65 \times 350 \times 35) = 8.13 \text{ cm.}$$

Se tomará conservadoramente, un ancho de plancha de 9 cm. En la figura 6.37 se muestra el detallado final de la consola.

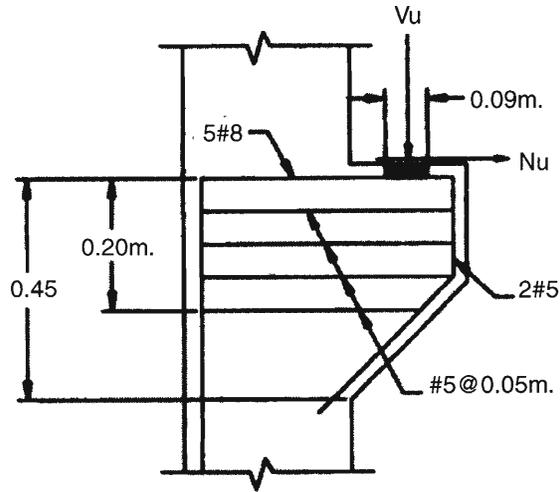


Figura 6.37. Ejemplo 6.4

7. Torsión

7.1 INTRODUCCIÓN

Los elementos de concreto armado sometidos sólo a torsión son muy escasos. Esta sollicitación generalmente actúa en combinación con flexión y corte y se presenta en vigas perimetrales, vigas curvas, vigas cargadas excéntricamente, columnas exteriores en edificios sometidos a cargas laterales, escaleras helicoidales, etc. La torsión se presenta, en la mayoría de los casos, por compatibilidad de deformaciones en las estructuras continuas. En estos casos, la torsión no ocasiona el colapso de la estructura pero si puede generar un agrietamiento excesivo de sus elementos.

El estudio del fenómeno de torsión no tuvo mucha fuerza en la primera mitad del siglo ya que el método elástico, utilizado entonces, era muy conservador y los elementos de concreto eran capaces de resistir los esfuerzos de torsión sin mayores problemas. Sin embargo, en la actualidad, el empleo del método de diseño a la rotura ha reducido considerablemente las dimensiones de las secciones. Esto ha ocasionado que la torsión sea una sollicitación que debe tomarse en cuenta para limitar, sobretodo, el agrietamiento.

Es imposible analizar de una manera exacta el efecto combinado de flexión, cortante y torsión debido al comportamiento inelástico del concreto, al estado de esfuerzos complejo que se presenta y al patrón impredecible de grietas. Se han efectuado ensayos que buscan establecer el efecto de esta interacción y se ha conseguido establecer algunas expresiones que relacionan la flexión, el corte y la torsión. Sin embargo, éstas son demasiado complejas para darles un uso práctico. Por ello, el código del ACI, en su última versión, no toma en cuenta esta interacción y el diseño bajo cada sollicitación se efectúa independientemente.

7.2 COMPORTAMIENTO DE ELEMENTOS DE CONCRETO ARMADO SOMETIDOS A TORSIÓN

El concreto armado sometido a torsión trabaja como concreto simple hasta que se produce el agrietamiento de la sección. Antes de iniciar el análisis de un elemento de concreto se hará una breve sinopsis del comportamiento de los materiales homogéneos elásticos sometidos a torsión pura.

En la figura 7.1 se muestra un elemento rectangular con un torsor aplicado en su extremo. El torque generará la distribución de esfuerzos cortantes mostrada, siendo los bordes las regiones más esforzadas. El corte máximo se presenta en el punto A, centro del lado mayor, y está dado por:

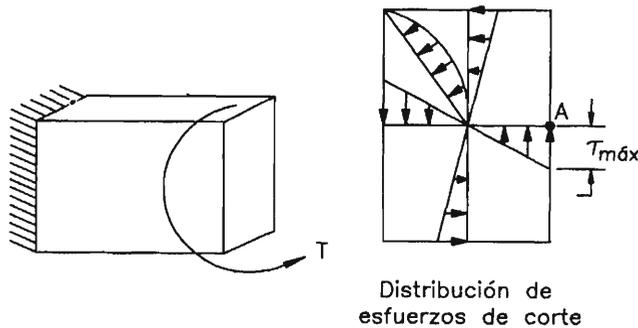


Figura 7.1. Elemento rectangular sometido a un torsor en su extremo y distribución de esfuerzos de corte en una sección

$$\tau_{\max} = \frac{T}{\alpha x^2 y} \quad (7-1)$$

el parámetro α es igual a:

$$\alpha = \frac{1}{3 + 1.8 y/x} \quad (7-2)$$

donde: x : Lado menor del rectángulo

y : Lado mayor del rectángulo

El valor de α varía entre 0.208 y 0.333. La relación (7-1) es deducida de la teoría elástica de Resistencia de Materiales.

La expresión (7-1) es válida para secciones rectangulares pero puede adaptarse a todo tipo de secciones compuestas por rectángulos como las secciones tipo L o tipo T. En este caso, el término $x^2 y$ es reemplazado por la $\sum x^2 y$ de los rectángulos constituyentes. En la mayoría de casos, existen varias posibilidades para la división de la sección compuesta, como se muestra en la figura 7.2. Para estar del lado de la seguridad, se elige la distribución que minimice la $\sum x^2 y$ y que por lo tanto maximice τ_{\max} .

Para secciones homogéneas cuyos materiales admiten comportamiento plástico, la expresión (7-1) es válida. En este caso, el valor de α es menor que para materiales puramente elásticos y varía entre 0.333 y 0.500. En este caso, la ecuación (7-2) ya no es aplicable.

7.2.1 Elementos de concreto armado sin refuerzo en el alma

En la figura 7.3 se muestra un elemento de concreto simple sometido sólo a torsión. Los puntos A y B, sobre su superficie, se encuentran bajo un estado de cortante puro. El mecanismo de falla por torsión es similar al mecanismo de falla por fuerza cortante pues el concreto es más resistente al corte que a la tensión. El fenómeno de tracción diagonal se repite. Haciendo uso del círculo de Mohr se determina que el esfuerzo principal de tensión es igual al esfuerzo de corte.

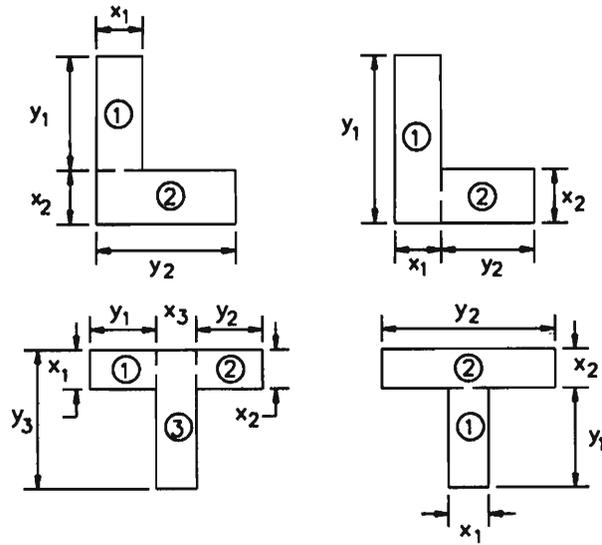


Figura 7.2. División de la sección transversal para la estimación del esfuerzo cortante máximo.

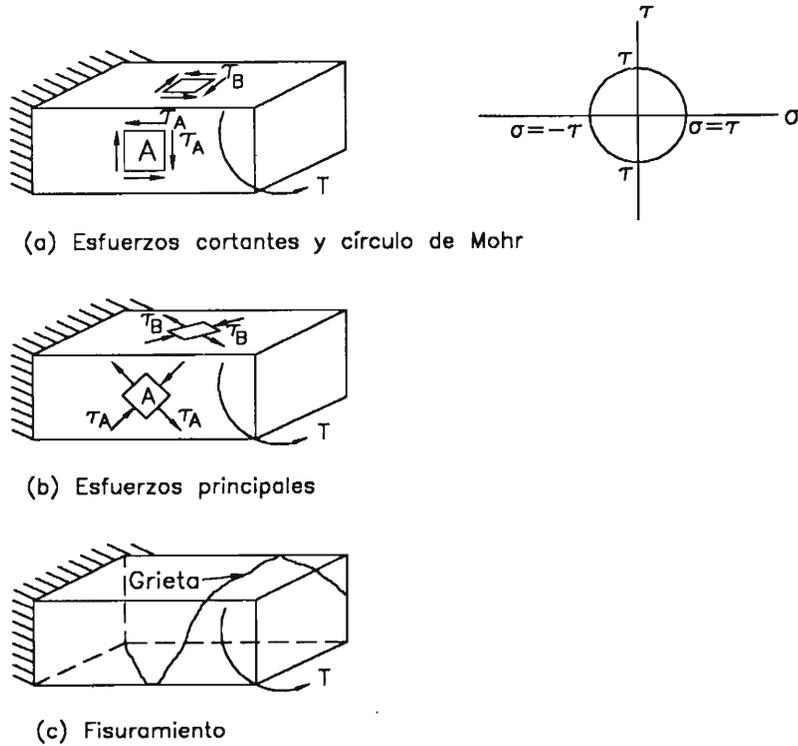


Figura 7.3. Elemento de concreto simple sometido a torsión y esfuerzos que se generan en sus caras

El agrietamiento de la sección se inicia cuando el punto más esforzado alcanza un esfuerzo cortante igual a la resistencia a la tensión del concreto. El esfuerzo máximo se estima a través de la expresión (7-1). Puesto que el concreto no tiene comportamiento ni puramente elástico ni puramente plástico, se asume un valor de α igual a 0.333 el cual es el límite entre ambos. De este modo se obtiene:

$$T = \frac{\tau_{\max} x^2 y}{3} \quad (7-3)$$

La resistencia del concreto a la tensión es aproximadamente igual a $1.6\sqrt{f'_c}$. Reemplazando en (7-3) se obtiene:

$$T_{cr} = 0.53\sqrt{f'_c} x^2 y \quad (7-4)$$

donde: T_{cr} : Torsor crítico.

Se denomina torsor crítico al torque que inicia el agrietamiento en un elemento sometido a torsión pura.

El concreto simple sometido a torsión pura presenta fisuras helicoidales a 45° cuando se excede la resistencia del concreto. Las fisuras son de naturaleza similar a las observadas por corte, sin embargo, su distribución es diferente.

Después de producirse el agrietamiento la resistencia al torque del concreto disminuye a aproximadamente el 40% del T_{cr} . Si el elemento no cuenta con refuerzo en el alma fallará frágilmente.

7.2.2 Elementos de concreto armado con refuerzo en el alma

El comportamiento de los elementos con refuerzo en el alma después del agrietamiento es explicado a través de dos teorías. La primera, denominada la teoría de flexión asimétrica, fue presentada por primera vez en 1959 por Lessig. Posteriormente fue desarrollada por Hsu en 1968 y las expresiones deducidas por él fueron la base de la formulación presentada por el código del ACI hasta su penúltima versión. La segunda teoría denominada la analogía de la armadura fue presentada por Rausch en 1929. A lo largo de los años ha sido objeto de numerosos estudios y su desarrollo más simplificado ha sido presentado por Solanski en 1983. Esta teoría es la que sirve de base para el diseño por torsión propuesto actualmente por el código del ACI.

Teoría de la flexión asimétrica

Esta teoría parte de la hipótesis que todo tipo de sección, ya sea sólida o hueca, puede ser analizada como si fuera del primer tipo. La figura 7.4 muestra un elemento de sección rectangular de concreto armado sometido a torsión, el cual cuenta con refuerzo en el alma constituido por estribos. El elemento presenta una fisura diagonal y una región sometida a compresión, la cual está sombreada. El torsor resistido por los brazos horizontales del refuerzo es:

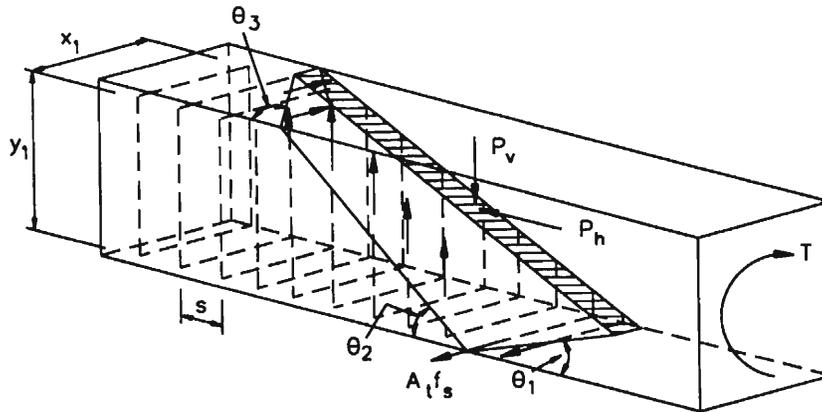


Figura 7.4. Elemento rectangular de concreto armado sometido a torsión y fuerzas que se generan a través de las fisuras

$$T_h = A_t f_s n_h y_1 \quad (7-5)$$

- donde: T_h : Torsor generado por las fuerzas horizontales en los brazos superior e inferior del estribo.
 A_t : Área de la varilla de acero del estribo.
 f_s : Esfuerzo en el acero del estribo.
 n_h : Número de estribos cuyos brazos inferiores atraviesan la grieta.
 y_1 : Distancia entre los extremos superior e inferior del estribo a ejes.

El número de estribos que atraviesan la grieta, n_h , es:

$$n_h = \frac{x_1 \cot \theta_1}{s}$$

- donde: x_1 : Distancia entre los extremos laterales del estribo a ejes.
 θ_1 : Ángulo que forma la fisura con el borde lateral del elemento.
 s : Espaciamiento entre estribos.

Se define el parámetro k_1 como: $k_1 = \frac{f_s}{f_y} \cot \theta_1$

Reemplazando en (7-5), se obtiene:

$$T_h = k_1 A_t f_y \frac{y_1 x_1}{s}$$

Similarmente, el torsor generado por los brazos verticales del refuerzo es:

$$T_v = (A_t f_s) \frac{y_1 \cot \theta_2}{s} x_1$$

donde: θ_2 : Ángulo que forma la fisura con el borde inferior del elemento.

Si se toma un parámetro k_2 , similar a k_1 :

$$k_2 = \frac{f_s}{f_y} \cot \theta_2$$

y se reemplaza en la fórmula anterior, se obtiene:

$$T_v = k_2 A_t f_y \frac{y_1 x_1}{s}$$

El momento torsor total del refuerzo será la suma de los torques aportados por los brazos horizontales y verticales del estribo:

$$T_s = \alpha_t A_t f_y \frac{x_1 y_1}{s} \tag{7-6}$$

donde α_t es la suma de k_1 y k_2 y es un valor que se obtiene experimentalmente.

En la figura 7.5 se presentan los resultados de una serie de experimentos en los que elementos de concreto armado tanto de sección hueca como llena, fueron sometidos a torsión pura. La gráfica relaciona el torsor último con el término $x_1 y_1 A_t f_y / s$.

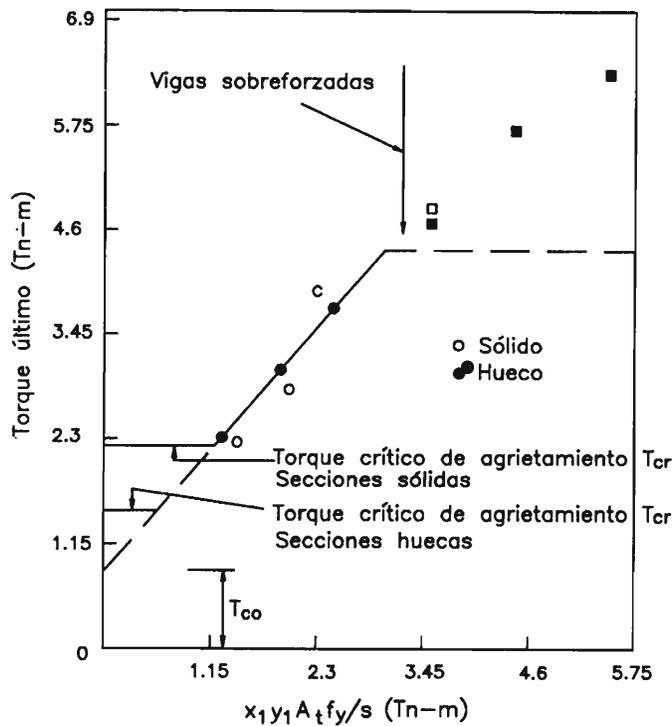


Figura 7.5. Relación entre el parámetro $x_1 y_1 A_t f_y / s$ y la resistencia a la torsión de secciones sólidas y huecas. (Adaptado a Ref. 24)

El torsor último es igual a la suma de la resistencia aportada por el concreto, T_{co} y la resistencia aportada por los estribos, T_s . El valor de T_{co} es aproximadamente el 40% del valor de T_{cr} , es decir:

$$T_{co} \approx 0.21\sqrt{f'_c} x^2 y$$

Después de producirse las primeras grietas, la gráfica muestra que las secciones sólidas y huecas se comportan prácticamente igual. Esto indica que el núcleo interior de concreto no contribuye substancialmente a la resistencia a la torsión de la pieza después de producido el agrietamiento.

En la gráfica también se aprecia algunas vigas sobrerreforzadas que son las que fallan por aplastamiento del concreto entre fisuras antes que todos los estribos entren en fluencia.

El parámetro α_1 es la constante de proporcionalidad entre T_s y $x_1 y_1 A_t f_y / s$ y en la gráfica representa la pendiente de la recta inclinada. De gráficas como la presentada en la figura 7.5, elaboradas con los resultados de numerosos ensayos, se dedujo que:

$$\alpha_1 = 0.66 + \frac{0.33y_1}{x_1} \leq 1.50$$

En la figura 7.4 se observa que la componente vertical de la compresión en el concreto no fisurado, P_v , se equilibra con la fuerza en los estribos. Sin embargo, ellos no equilibran la componente horizontal, P_h , lo que hace necesario el uso de refuerzo longitudinal que tome esta fuerza. Si las grietas en el concreto se forman a 45° y el elemento está sometido a torsión pura se puede asumir que el equilibrio se garantiza si el volumen de refuerzo longitudinal es igual al volumen de refuerzo transversal. Esta condición se refleja en la siguiente expresión:

$$A_1 = 2A_t \left(\frac{x_1 + y_1}{s} \right)$$

Teoría de la armadura

Al contrario de la teoría de la flexión oblicua, la teoría de la armadura sostiene que, tanto los elementos de sección sólida como los de sección hueca, pueden analizarse como si fueran de sección hueca. En párrafos previos se señaló que el aporte del núcleo de concreto a la resistencia del elemento, después del agrietamiento, no es considerable. Por lo tanto, la suposición de la teoría de la armadura es coherente con los ensayos.

La teoría de la armadura idealiza el elemento sometido a torsión como una armadura tridimensional similar a la mostrada en la figura 7.6. La estructura está formada por cuatro varillas longitudinales, estribos cerrados y diagonales de concreto a compresión.

Por Resistencia de Materiales se sabe que los esfuerzos en las paredes de un elemento de sección hueca sometido a torsión pura, son constantes e iguales a:

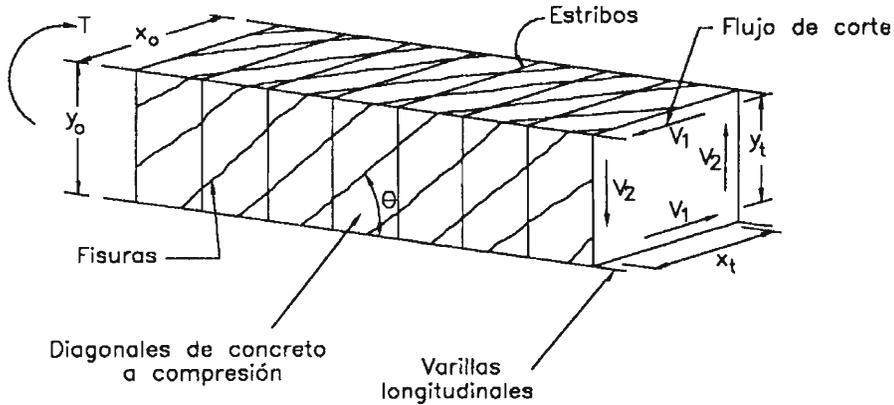


Figura 7.6. Idealización del elemento de concreto armado sometido a torsión según la teoría de la armadura

$$\tau = \frac{T}{2A_o t} \tag{7-7}$$

donde: T: Torsor aplicado

A_o : Área encerrada por la línea del flujo de corte en las paredes de la sección (figura 7.7).

t: Espesor de la pared de la sección tubular en el punto donde se está calculando el esfuerzo.

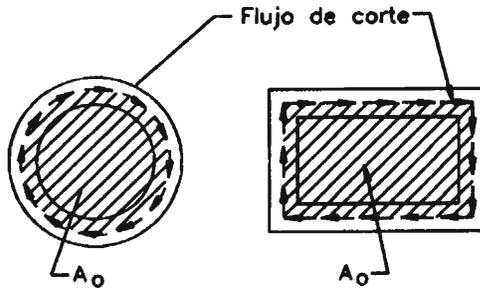


Figura 7.7. Significado del parámetro A_o

En el caso de secciones llenas, es necesario definir el espesor de una sección hipotética equivalente. El Comité Europeo del Concreto propone tomar:

$$t = \frac{A}{p}$$

donde: A: Área de la sección sólida.

p: Perímetro de la sección sólida.

Para las secciones huecas, el valor de t será el espesor de la pared de la sección siempre que no exceda A/p .

Un elemento de concreto de sección hueca sometido a torsión pura se agrietará cuando el esfuerzo alcance la resistencia del concreto a la tensión, es decir, $1.6\sqrt{f'_c}$. Reemplazando en (7-7) se obtiene:

$$T_{cr} = 3.2\sqrt{f'_c} A_o t$$

En la figura 7.6, las fuerzas cortantes V_1 y V_2 representan la resultante de los esfuerzos cortantes en cada uno de los lados de la sección hueca. Estas fuerzas se estiman a partir de la expresión (7-7) y son iguales a:

$$V_1 = (\tau)x_t = \frac{Tx_t}{2A_o} \quad (7-8)$$

$$V_2 = (\tau)y_t = \frac{T y_t}{2A_o} \quad (7-9)$$

donde: x_t : Distancia horizontal entre las resultantes verticales del esfuerzo cortante.

y_t : Distancia vertical entre las resultantes horizontales del esfuerzo cortante.

En la figura 7.8 se muestran dos cortes de la pared lateral izquierda de la idealización del elemento de concreto armado de la figura 7.6. En el primero, se ha descompuesto la fuerza V_2 en dos componentes, D_2 y N_2 . Por equilibrio:

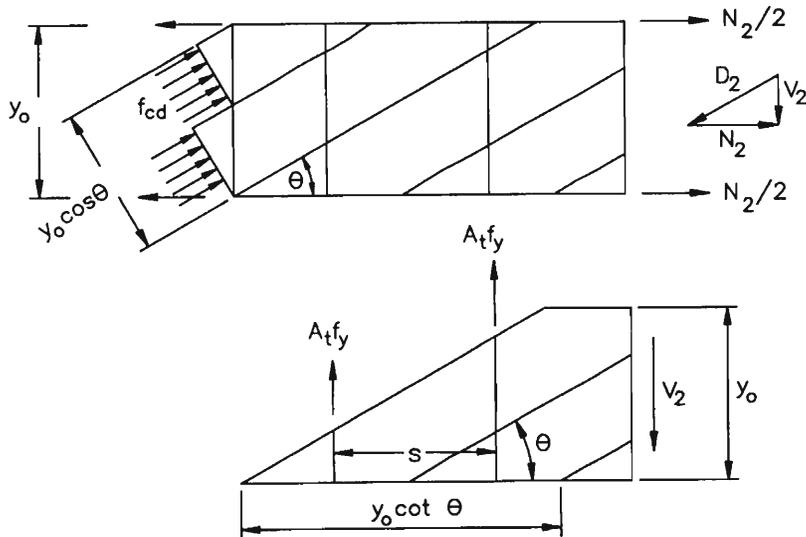


Figura 7.8. Cortes efectuados para el cálculo de fuerzas en el acero y el concreto de una pieza sometida a torsión según la teoría de la armadura

$$D_2 = f_{cd} y_o t \cos \theta$$

donde: f_{cd} : Esfuerzo de compresión en la diagonal de concreto.

y_o : Distancia vertical entre las varillas longitudinales.

θ : Ángulo que forman las grietas en el concreto con la cara inferior del elemento.

Pero:

$$D_2 = \frac{V_2}{\text{sen } \theta}$$

Combinando las dos última expresiones con (7-9) se obtiene el esfuerzo de compresión en la diagonal de concreto:

$$f_{cd} = \frac{T}{2A_o t \cos \theta \text{sen } \theta} \quad (7-10)$$

Por otro lado, la componente N_2 de la fuerza V_2 es equilibrada por la fuerza en las varillas longitudinales. Considerando la armadura completa, es decir las varillas de los cuatro lados, se deduce:

$$N = 2(N_1 + N_2) = 2(V_1 \cot \theta + V_2 \cot \theta)$$

donde: N : Fuerza total que actúa sobre el refuerzo longitudinal.

N_1 : Componente horizontal de la fuerza de corte V_1 .

N_2 : Componente horizontal de la fuerza de corte V_2 .

Combinando la expresión anterior con (7-8) y (7-9), se obtiene la fuerza en las varillas longitudinales generada por la torsión:

$$N = \frac{p_h T \cot \theta}{2A_o} \quad (7-11)$$

donde: p_h : Perímetro de la sección de la armadura tridimensional y es igual a $2(x_o + y_o)$.

La fuerza en los estribos se determina empleando el segundo corte mostrado en la figura 7.8. El número de estribos que atraviesan el corte es:

$$n_2 = \frac{y_o \cot \theta}{s} \quad (7-12)$$

Por equilibrio, se plantea:

$$V_2 = A_t f_{yv} n_2 \quad (7-13)$$

donde: f_{yv} : Esfuerzo de fluencia del refuerzo transversal.

A_t : Área de un brazo del estribo provisto para resistir la torsión.

Combinando (7-9), (7-12) y (7-13) se obtiene la fuerza en los estribos:

$$A_t f_y = \frac{T s}{2A_o \cot \theta} \quad (7-14)$$

Experimentalmente se ha demostrado que el valor del ángulo θ varía entre 30° y 60° .

7.3 DISEÑO DE ELEMENTOS SOMETIDOS A TORSIÓN SEGÚN EL CÓDIGO DEL ACI

El nuevo criterio para el diseño por torsión propuesto por el código del ACI en su última versión difiere de los anteriores básicamente en dos puntos. El primero es que el diseño por corte y torsión pierden la vinculación que antes tenían y cada uno se desarrolla independientemente uno del otro. El segundo es que se desprecia cualquier resistencia del concreto a la torsión y la estructura es diseñada para que el refuerzo, solo, resista los esfuerzos generados por los momentos torsores.

Antes de presentar las expresiones para la determinación del refuerzo requerido por torsión se señalarán algunos criterios generales propuestos por el código para el diseño bajo este tipo de sollicitación:

1. En los elementos de concreto armado sometidos a momentos torsores pequeños, el efecto de la torsión podrá ser despreciado ya que no afectará mayormente la estructura y no tendrá efecto en su resistencia a la flexión y al corte (ACI-11.6.1). El momento torsor último por debajo del cual es posible despreciar el efecto de la torsión es:

$$T_u \leq 0.27 \phi \sqrt{f'_c} \left(\frac{A_{cp}^2}{P_{cp}} \right) \quad (7-15)$$

Donde: A_{cp} : Área de la sección bruta de concreto. En secciones huecas A_{cp} no puede ser reemplazada por A_g .

P_{cp} = Perímetro de la sección bruta de concreto.

El torsor último planteado como límite en la expresión (7-15) corresponde a la cuarta parte del torsor crítico.

El ancho efectivo de losa considerado como parte de las secciones de las vigas que la sostienen, para el cálculo de A_{cp} y P_{cp} , se muestra en la figura 7.9 (ACI-11.6.1, 13.2.4)

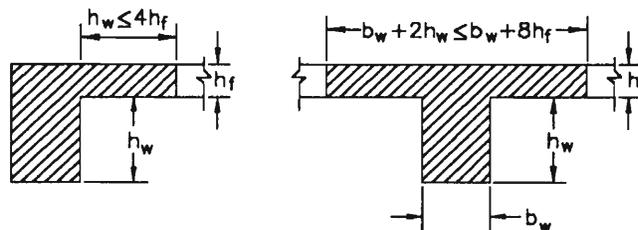


Figura 7.9. Ancho efectivo de la losa que se considera para el cálculo de los parámetros A_{cp} y P_{cp} en los sistemas de losas vaciadas monolíticamente con las vigas que las sostienen

Para elementos sometidos además a carga axial

$$T_u \leq 0.27 \phi \left(\frac{A_{cp}^2}{P_{cp}} \right) \sqrt{1 + \frac{N_u}{1.06 A_g \sqrt{f'_c}}} \quad (7-16)$$

Donde N_u es positivo para fuerza de compresión y negativo para fuerza de tracción

- En las estructuras estáticamente indeterminadas la distribución de las cargas es función de la rigidez de los elementos que la constituyen. Si uno de ellos pierde repentinamente parte de ella, las cargas se redistribuyen de acuerdo a la nueva configuración. Esta situación no se presenta en estructuras isostáticas pues en ellas las cargas se reparten para mantener el equilibrio, independientemente de las propiedades de los elementos que las constituyen.

Un elemento de concreto armado sometido a torsión, al agrietarse, pierde rigidez. Si forma parte de una estructura estáticamente indeterminada, el código permite reducir el torque, en la sección crítica, a (ACI-11.6.2.2):

$$T_u = 1.06 \phi \sqrt{f'_c} \left(\frac{A_{cp}^2}{P_{cp}} \right) \quad (7-17)$$

Para elementos sometidos además a carga axial

$$T_u \leq 1.06 \phi \sqrt{f'_c} \left(\frac{A_{cp}^2}{P_{cp}} \right) \sqrt{1 + \frac{N_u}{1.06 A_g \sqrt{f'_c}}} \quad (7-18)$$

Esta reducción tiene su fundamento en lo expuesto en el párrafo previo. Los esfuerzos en los elementos adyacentes a la pieza cuya sollicitación ha sido reducida deben compatibilizarse con el nuevo torsor para mantener en todo momento el equilibrio en la estructura. En la figura 7.10.b se muestra una estructura en la cual se puede presentar redistribución de esfuerzos. Si la estructura analizada experimenta giros considerables, es recomendable efectuar un análisis más exacto del modo como los esfuerzos se redistribuyen.

Las estructuras isostáticas deben diseñarse para el momento torsor que se haya obtenido del equilibrio y no es posible ningún tipo de reducción. En la figura 7.10.a se muestra una situación de este tipo.

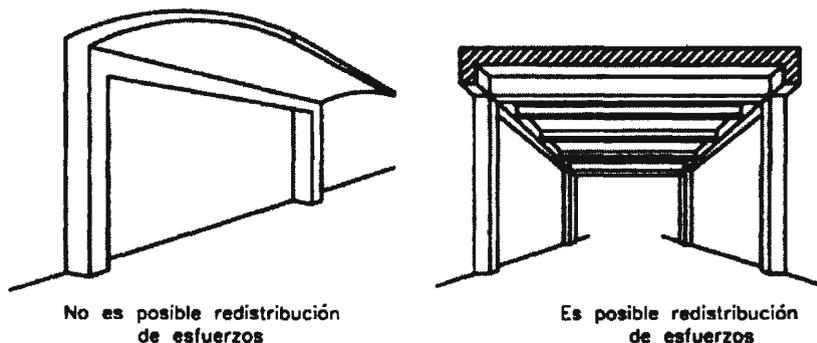


Figura 7.10. Estructuras en las cuales es o no posible efectuar redistribución de esfuerzos para el diseño por torsión

3. La sección crítica para el diseño por torsión se ubica a d de la cara de apoyo siempre que entre esta y el apoyo no se presenten torsosres concentrados. Si este es el caso la sección crítica se tomará a la cara del apoyo (ACI-11.6.2.4).
4. El esfuerzo de fluencia del refuerzo requerido para resistir la torsión, f_{yv} , debe ser menor que 4200 kg/cm^2 para controlar el ancho de las grietas (ACI-11.6.3.4). Las grietas finas permiten que los momentos torsosres elevados sean resistidos con ayuda del mecanismo de corte-fricción. otro motivo para limitar el esfuerzo de fluencia es que los aceros de alta resistencia son frágiles cerca de los dobleces agudas como las que se presentan en las esquinas de los estribos.
5. El parámetro $\sqrt{f'_c}$ no deberá considerarse mayor que 26.5 (ACI-11.1.2).
6. A menos que se efectúe un análisis más exacto, se considerará que el torque transmitido por una losa se distribuye uniformemente a lo largo del elemento (ACI-11.6.2.3).
7. Las dimensiones de las secciones transversales de los elementos deberán cumplir las siguientes relaciones (ACI-11.6.3.1):

- Para secciones macizas o sólidas

$$\sqrt{\left(\frac{V_u}{b_w d}\right)^2 + \left(\frac{T_u P_h}{1.7 A_{oh}^2}\right)^2} \leq \phi \left(\frac{V_c}{b_w d} + 2.12 \sqrt{f'_c}\right) \quad (7-19)$$

- Para secciones huecas

$$\left(\frac{V_u}{b_w d}\right) + \left(\frac{T_u P_h}{1.7 A_{oh}^2}\right) \leq \phi \left(\frac{V_c}{b_w d} + 2.12 \sqrt{f'_c}\right) \quad (7-20)$$

(ACI-Ec(11-19))

donde: P_h : Perímetro de la sección medido al eje del refuerzo, igual a $2(x_o + y_o)$.

A_{oh} : Área de la sección encerrada por los estribos requeridos para resistir la torsión.

Estas limitaciones tienen por objeto reducir las rajaduras y prevenir la trituración del concreto en la superficie del elemento, por la compresión periférica. El primer término corresponde a la suma de las tensiones producidas por el corte y la torsión, mientras que el segundo corresponde a la suma del esfuerzo cortante crítico por corte y un esfuerzo de $2.1\sqrt{f'_c}$.

Si el espesor de la pared varía alrededor del perímetro de la sección hueca, la expresión (7-18) se evalúa de modo que el primer término se maximice. Si este espesor es menor que A_{oh}/P_h , el segundo término del lado izquierdo de la relación (7-18) se tomará igual a $(T_u/1.7A_{oh})$ y la armadura se colocará a una distancia $\geq 0.5 A_{oh}/P_h$ de la cara interior.

8. Los elementos sometidos a torsión deberán proporcionarse para satisfacer:

$$T_u \leq \phi T_n \quad (7-21)$$

(ACI-Ec(11-20))

donde el factor de reducción, ϕ , es igual 0.75 (ACI-11.6.3.5).

7.3.1 Resistencia a la torsión aportada por el acero

El refuerzo requerido para resistir la torsión está constituido por acero transversal y acero longitudinal, los cuales funcionan sólo si se usan juntos.

El acero transversal puede estar constituido por estribos cerrados, malla electrosoldada con sus hilos principales perpendiculares al eje del elemento o por refuerzo en espiral y es adicional al requerido por corte. Los estribos deben ser cerrados pues las grietas que aparecen en el concreto rodean todo el contorno de la pieza. En secciones sometidas principalmente a torsión, no es conveniente usar estribos formados por dos piezas en forma de U ya que el agrietamiento ocasiona que la cobertura de concreto se desprenda, haciendo inefectivo el empalme del acero.

Una de las fallas que se presentan en los estribos con gancho a 90° es el desgajamiento del concreto cercano a él como se muestra en la figura 7.11. Por ello, es mejor utilizarlos sólo cuando el gancho tiene confinamiento. El empleo de estribos con gancho a 135° es más conveniente. Los estribos múltiples no se usan para resistir torsión pues sólo sus brazos exteriores son efectivos.

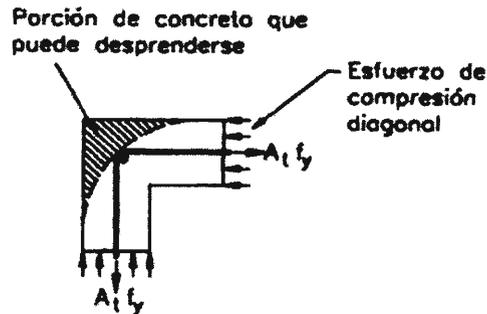


Figura 7.11. Falla que se suele presentar en estribos con ganchos a 90°

El refuerzo transversal requerido para resistir la torsión se determina a partir de la siguiente expresión:

$$T_n = \frac{2A_o A_t f_{yv}}{S} \cot\theta \quad (7-22)$$

(ACI-Ec(11-21))

donde: A_o : Área encerrada por el flujo de corte de la sección; puede asumirse igual a $0.85 A_{oh}$.

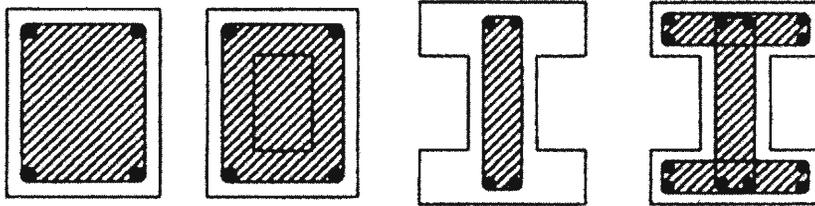
θ : Ángulo que varía entre 30° y 60° . El código recomienda tomar 45° para concreto normal.

La relación (7-20) es deducida de la expresión (7-14).

En secciones huecas, el refuerzo transversal deberá ubicarse a una distancia, del borde interior de la sección, superior a $0.5A_{oh}/P_h$.

Por su parte, el refuerzo longitudinal se estima a través de la siguiente expresión:

$$A_l = \frac{A_t}{S} P_h \left(\frac{f_{yv}}{f_{yl}} \right) \cot^2 \theta \quad (7-23)$$



A_{oh} = Área sombreada.

Figura 7.12. Definición del parámetro A_{oh}

(ACI-Ec(11-22))

donde: f_{yl} : Esfuerzo de fluencia del refuerzo longitudinal.

La expresión (7-23) puede ser deducida a partir de las expresiones (7-11) y (7-14). En ella, el término A_t/s será igual al calculado a través de (7-22) sin tener en cuenta las provisiones de refuerzo mínimo que se presentan más adelante.

Se debe colocar por lo menos una barra longitudinal en cada esquina de la sección para servir de apoyo a los estribos y brindarles anclaje. Si no se distribuye acero longitudinal en las esquinas, el concreto se rajará, los estribos se desprenderán y las rajaduras ocasionadas por la torsión serán mayores.

Toda sección sujeta a torsión considerable, debe contar con una cantidad mínima de refuerzo transversal igual a:

$$(A_v + 2A_l)_{\min} \geq 0.2 \sqrt{f'_c} \frac{b_w s}{f_y} \quad (7-24)$$

(ACI-Ec(11-23))

pero nunca menor que

$$(A_v + 2A_l) \geq 0.35 \frac{b_w s}{f_y} \quad (7-25)$$

Para asegurar el desarrollo del torsor último, prevenir la excesiva pérdida de rigidez a la torsión y controlar el ancho de las grietas, el espaciamiento entre estribos está limitado a:

$$s \leq \frac{P_h}{8}$$

en la expresión anterior se deberá cumplir:

$$\frac{A_t}{s} \geq \frac{1.76b_w}{f_{yv}} \quad (7-26)$$

Las varillas de acero longitudinal deben ser de denominación mayor a la #3 y su diámetro, mayor que $s/24$. El espaciamiento máximo de este refuerzo es 30 cm.

Dado que el fisuramiento del concreto en torsión produce fisuras helicoidales es preciso colocar estribos más allá del punto donde teóricamente se requieren, hasta una distancia adicional igual a b_t+d , donde b_t es el ancho de la porción de la sección transversal que contiene los estribos que resisten la torsión. El refuerzo longitudinal debe anclarse en sus dos extremos.

EJEMPLOS

Ejemplo 7.1

Determinar el refuerzo requerido por la viga que se muestra en la figura 7.13 para resistir la torsión y la fuerza cortante generadas por las cargas aplicadas sobre ella. El elemento está sometido a una carga permanente de 2110 kg/m (no incluye peso propio) y una sobrecarga de 1350 kg/m. Además, resiste la acción de un torsor repartido a lo largo de ella. El momento torsor debido a carga permanente es igual a 1400 kg-m/m y el ocasionado por la sobrecarga es 850 kg-m/m. El refuerzo longitudinal está distribuido en una capa y el peralte efectivo de la sección es 54 cm. Usar $f'_c=280 \text{ kg/cm}^2$ y $f_y=4200 \text{ kg/cm}^2$.

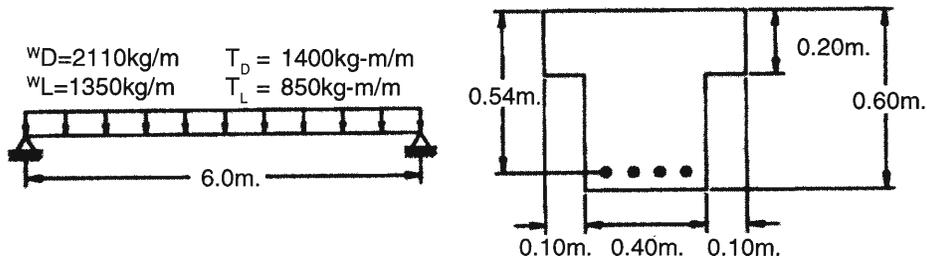


Figura 7.13. Ejemplo 7.1

El peso propio del elemento es:

$$\text{peso propio} = 2400 \times (0.6 \times 0.20 + 0.40 \times 0.40) = 672 \text{ kg/m} \approx 675 \text{ kg/m.}$$

y la carga repartida amplificada que actúa sobre él:

$$W_u = 1.2D + 1.6L = 1.2 \times (2110 + 675) + 1.6 \times (1350) = 5502 \text{ kg/m} \approx 5505 \text{ kg/m}$$

El torsor repartido último es igual a:

$$T_u = 1.2D + 1.6L = 1.2 \times 1400 + 1.6 \times 850 = 3040 \text{ kg-m/m}$$

El momento torsor amplificado de diseño se presenta a d de la cara del apoyo y es igual a:

$$T_u = 3040 \times 6/2 - 3040 \times 0.54 = 7478 = 7478 \text{ kg-m.}$$

Para que el efecto de la torsión sea considerado en el diseño, el torsor debe ser mayor que el calculado mediante la expresión (7-15). En la figura 7.14 se muestran las dimensiones a considerar para el cálculo de los parámetros A_{cp} y P_{cp} .

$$A_{cp} = 60 \times 20 + 40 \times 40 = 2800 \text{ cm}^2$$

$$P_{cp} = 2 \times 60 + 2 \times 60 = 240 \text{ cm}$$

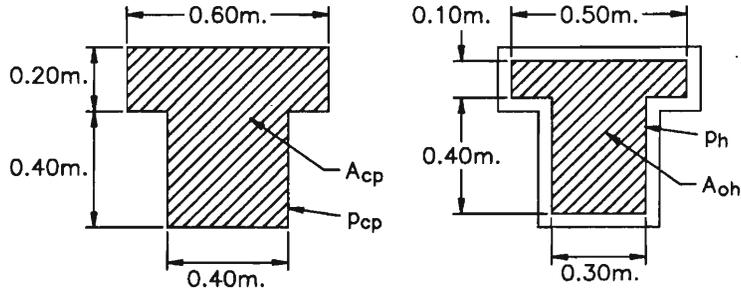


Figura 7.14 Ejemplo 7.1

$$T_u \leq 0.27\phi \sqrt{f'_c} \left(\frac{A_{cp}^2}{P_{cp}} \right)$$

$$T_{\min} = 0.27 \times 0.75 \times 16.73 \times 2800^2 / 240 = 110669 \text{ kg-cm.} = 1107 \text{ kg-m.} < T_u.$$

Por lo tanto, la torsión no puede ser despreciada y debe ser considerada en el diseño.

En la figura 7.15 se muestran los diagramas de fuerza cortante y momento torsor de la viga. La estructura es isostática por lo que no se efectúa ninguna reducción en el torsor de diseño. La viga se analizará en tres tramos.

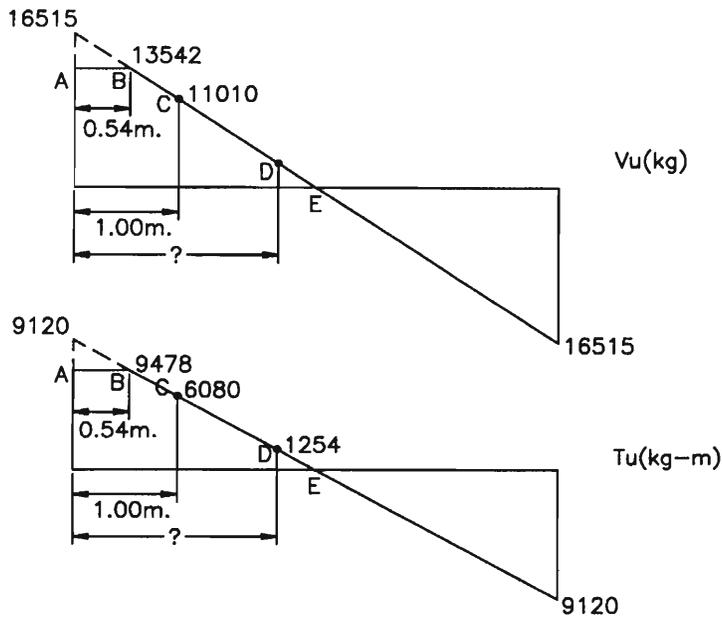


Figura 7.15. Ejemplo 7.1

Tramo ABC: Las cargas amplificadas de diseño son: $T_u=747800$ kg-cm. y $V_u=13542$ kg. La resistencia al corte del concreto es:

$$V_c = 0.53 \sqrt{f'_c} b_w d$$

$$V_c = 0.53 \times 16.73 \times 40 \times 54 = 19153 \text{ kg.}$$

$$V_u / \phi = 13542 / 0.75 = 18056 < 19153$$

Por lo tanto, no se requieren estribos para resistir la fuerza cortante.

El refuerzo transversal requerido por torsión se calcula con la expresión (7-20):

$$A_{oh} = 10 \times 50 + 40 \times 30 = 1700 \text{ cm}^2.$$

$$A_o = 0.85 \times 1700 = 1445 \text{ cm}^2.$$

$$T_n = \frac{2A_o f_{yv} A_t}{s} \cot \theta$$

$$747800 / 0.75 = 2 \times 1445 \times 4200 \times A_t / s$$

$$A_t / s = 0.082$$

Si empleamos estribos #4, $A_t = 1.29 \text{ cm}^2$. y $s = 1.29 / 0.082 = 15.73 \approx 15 \text{ cm}$.

Se debe verificar que el espaciamiento elegido no exceda el máximo permitido:

$$P_h = 50 \times 2 + 50 \times 2 = 200 \text{ cm.}$$

$$s \leq p_h / 8 = 200 / 8 = 25 \text{ cm.}$$

$$s \leq 30 \text{ cm.}$$

El espaciamiento elegido es conveniente.

A continuación se verifica, mediante la expresión (7-18), el esfuerzo en el concreto comprimido:

$$\sqrt{\left(\frac{V_u}{b_w d}\right)^2 + \left(\frac{T_u P_h}{1.7 A_{oh}^2}\right)^2} \leq \phi \left(\frac{V_c}{b_w d} + 2.12 \sqrt{f'_c}\right)$$

$$\sqrt{\left(\frac{13542}{40 \times 54}\right)^2 + \left(\frac{747800 \times 200}{1.7 \times 1700^2}\right)^2} = 31.1 \leq 0.75 \times \left(\frac{19153}{40 \times 54} + 2.12 \times 16.73\right) = 33.3$$

Como se puede apreciar, el esfuerzo en el concreto está por debajo del límite.

Para completar el diseño del refuerzo transversal, se debe verificar que su área sea mayor que la mínima sugerida por el código:

$$(A_v + 2A_t)_{\min} = 0.2 \sqrt{f'_c} b_w s / f_y = 0.2 \times 16.73 \times 40 \times 15 / 4200 = 0.478 \text{ cm}^2 < 2 \times 1.29 = 2.58 \text{ cm}^2.$$

$$(A_v + 2A_t) \geq 3.5 b_w s / f_y = 3.5 \times 40 \times 15 / 4200 = 0.5 \text{ cm}^2$$

Adicionalmente al refuerzo transversal, la sollicitación de torsión requiere refuerzo longitudinal,

el cual es determinado a través de la expresión (7-21):

$$A_l = \frac{A_t}{s} P_h \left(\frac{f_{yv}}{f_{yl}} \right) \cot^2 \theta$$

$$A_l = 1.29/15 \times 200 \times 4200/4200 \times 1 = 17.2 \text{ cm}^2.$$

El refuerzo longitudinal mínimo es:

$$A_{l\text{mín}} = \frac{133 \sqrt{f'_c} A_{cp}}{f_{yl}} - \left(\frac{A_t}{s} \right) P_h \frac{f_{yv}}{f_{yl}}$$

$$A_{l\text{mín}} = 1.33 \times 16.73 \times 2800/4200 - 1.29/15 \times 200 \times 1 = -2.37 \text{ cm}^2 < 14.20 \text{ cm}^2.$$

En la expresión anterior, el término $A_t/s = 1.29/15 = 0.086$ no puede ser menor que $1.76 b_w / f_y = 1.76 \times 40 / 4200 = 0.017$ (OK). El refuerzo longitudinal estará constituido por 9 varillas #5.

Tramo CD: En este tramo, el momento torsor último es $T_u = 608000$ kg-cm. No se requiere considerar la fuerza cortante ya que en el tramo ABC donde su efecto era más crítico, era resistida íntegramente por el concreto.

Siguiendo el mismo procedimiento que en el tramo ABC, se obtiene:

$$A_t/s = 608000 / (0.75 \times 2 \times 1445 \times 4200) = 0.067.$$

Al igual que en el tramo ABC, se colocarán estribos #4. El espaciamiento será:

$$s = 1.29 / 0.067 = 19 \text{ cm.} < s_{\text{máx}} = 25 \text{ cm.}$$

Se verifican los esfuerzos en el concreto:

$$\sqrt{\left(\frac{11010}{40 \times 54} \right)^2 + \left(\frac{608000 \times 200}{1.7 \times 1700^2} \right)^2} = 25.3 \leq 33.3$$

y se chequea el refuerzo mínimo por torsión y corte.

$$(A_v + 2A_t)_{\text{mín}} = 0.2 \sqrt{f'_c} b_w s / f_y = 0.2 \times 16.73 \times 40 \times 19 / 4200 = 0.61 \text{ cm}^2 < 2 \times 1.29 = 2.58 \text{ cm}^2.$$

$$(A_v + 2A_t) \geq 3.5 b_w s / f_y = 3.5 \times 40 \times 19 / 4200 = 0.63 \text{ cm}^2$$

El refuerzo longitudinal está dado por:

$$A_l = 1.29 / 19 \times 200 \times 4200 / 4200 \times 1 = 13.58 \text{ cm}^2.$$

$$A_{l\text{mín}} = 1.33 \times 16.73 \times 2800 / 4200 - 1.29 / 19 \times 200 \times 1 = 1.25 \text{ cm}^2 < 13.58 \text{ cm}^2.$$

Este refuerzo será provisto por 7 varillas #5.

Tramo DE: Este tramo corresponde a la porción de viga que no requiere refuerzo por torsión. La sección que se encuentra sometida al momento torsor mínimo a considerar, igual a 1254 kg-m. está ubicada a x del apoyo:

$$x = 3 - 3 \times 125400 / 912000 = 2.59 \text{ m.}$$

El código sugiere que el refuerzo por torsión se disponga (b_1+d) una longitud adicional más allá de donde teóricamente se requiere:

$$b_1+d=32+54=86 \text{ cm.}$$

Si consideramos que se requiere refuerzo por torsión hasta la sección ubicada a x del apoyo y que es necesario disponerlo hasta 86 cm. más allá de este punto, llegamos a la conclusión que la viga requiere ser armada, por torsión, en toda su longitud. En la figura 7.16 se muestra el detallado final del refuerzo.

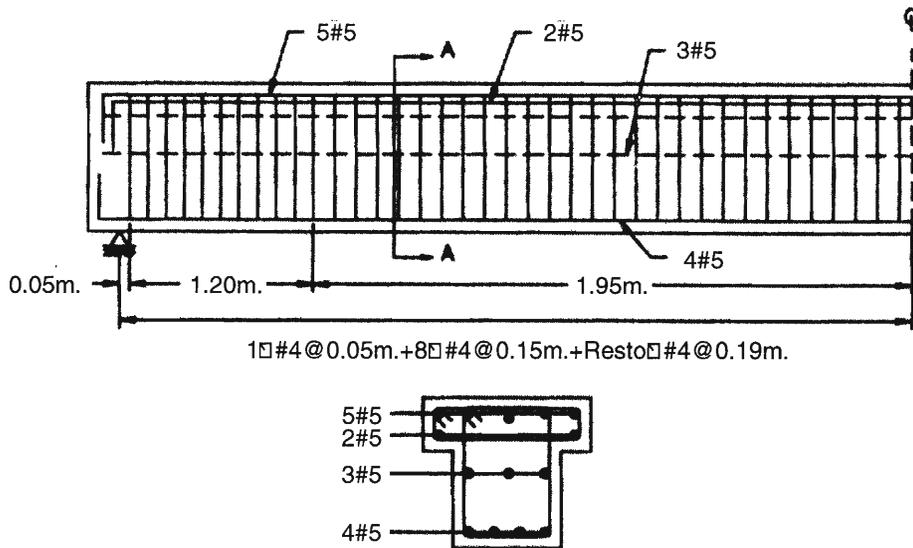


Figura 7.16. Ejemplo 7.1

Ejemplo 7.2

Determinar el refuerzo requerido por la viga A1-B1 que se muestra en la figura 7.17 para resistir la torsión y el corte. La viga es solidaria con una losa ($h=15$ cm.) que resiste una sobrecarga de 350 kg/m^2 . El refuerzo longitudinal está distribuido en una capa y el peralte efectivo de la sección es 84 cm. Usar $f'_c=280 \text{ kg/cm}^2$ y $f_y=4200 \text{ kg/cm}^2$.

Las cargas aplicadas sobre la losa se transmiten a las vigas 1-2 y 3-4, las cuales a su vez se apoyan en las vigas A1-B1 y A2-B2. La cargas que actúan sobre 1-2 y 3-4 son:

$$\text{peso propio}=2400 \times 0.40 \times 0.90=864 \text{ kg/m}$$

$$\text{peso de la losa}=2400 \times 0.15 \times 3.20=1152 \text{ kg/m}$$

$$\text{peso del piso terminado}=100 \times 3.60=360 \text{ kg/m}$$

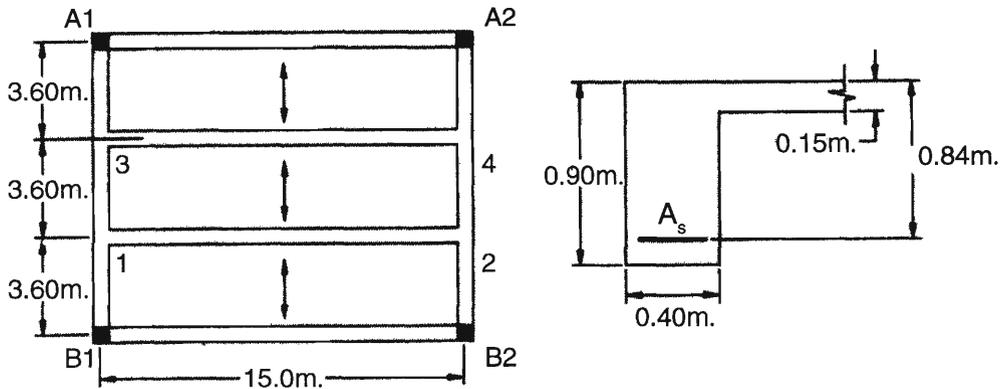


Figura 7.17. Ejemplo 7.2

sobrecarga sobre la losa = $350 \times 3.60 = 1260 \text{ kg/m}$

La carga repartida amplificada sobre las vigas 1-2 y 3-4 es:

$$w_u = 1.2D + 1.6L = 1.2 \times (864 + 1152 + 360) + 1.6 \times (1260) = 4867 \text{ kg/m} \approx 4870 \text{ kg/m}.$$

Estas vigas transmitirán un momento torsor concentrado a la viga A1-B1, el cual puede ser calculado por cualquier método de análisis estructural. Sin embargo, el sistema analizado es hiperestático y por lo tanto, es posible tomar en cuenta el criterio de redistribución de esfuerzos propuesto por el código y de este modo reducir el momento de diseño. Si el torsor obtenido del análisis es mayor que éste, el código indica que el diseño se debe efectuar con el momento torsor reducido evaluado mediante la expresión (7-16). Si se da el caso contrario, utilizar el momento torsor reducido está del lado de la seguridad. Es importante no perder de vista que el momento torsor obtenido mediante un análisis estructural riguroso no implica, necesariamente, un valor "más exacto" o "mejor" que el estimado mediante la expresión (7-16) ya que se obtiene en base a parámetros aproximados, como la rigidez a la torsión de la viga A1 -B1. Por lo anterior, el diseño se efectuará utilizando el valor máximo propuesto por el código, el cual es más práctico evaluar y en cualquier caso está del lado seguro.

Para determinar el torsor reducido es necesario evaluar los parámetros A_{cp} y P_{cp} . En este caso, se despreciará el aporte de la losa solidaria con la viga.

$$A_{cp} = 40 \times 90 = 3600 \text{ cm}^2.$$

$$P_{cp} = 40 \times 2 + 90 \times 2 = 260 \text{ cm}.$$

El torsor reducido será igual a:

$$T_u = 1.06\phi \sqrt{f'_c} \left(\frac{A_{cp}^2}{P_{cp}} \right)$$

$$T_u = 1.06 \times 0.75 \times 16.73 \times 3600^2 / 260 = 662971 \approx 662970 \text{ kg-m}$$

La reducción del momento torsor en 1-2 y 3-4, debe ser seguida por un ajuste de las fuerzas que transmiten a las vigas A1-B1 a fin de garantizar el equilibrio. En este caso, la reducción de momento torsor se ha efectuado en ambos extremos de 1-2 y 3-4 por lo que, por simetría, las fuerzas cortantes en los apoyos serán iguales a:

$$V_u = w_u \times L / 2 = 4870 \times 15 / 2 = 36525 \text{ kg.}$$

Además de las fuerzas y torsores concentrados provenientes de 1-2 y 3-4, la viga A1-B1 resiste carga generada por su peso propio:

$$\text{peso propio} = 2400 \times 0.40 \times 0.90 = 864 \text{ kg/m}$$

La carga repartida amplificada es:

$$w_u = 1.2D = 1.2 \times 864 = 1037 \text{ kg/m}$$

Del análisis de la viga se obtienen los diagramas de momento flector, fuerza cortante y momento torsor que se presentan en la figura 7.18. Como se aprecia, el momento torsor es constante en algunos tramos de la viga. La viga se analizará en dos tramos.

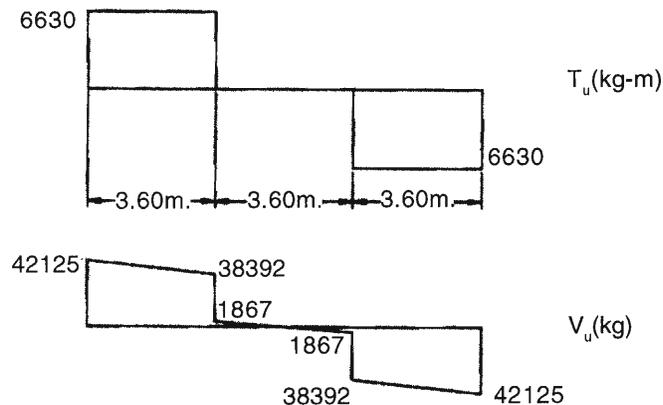


Figura 7.18. Ejemplo 7.2

Tramo ABC: Las cargas amplificadas de diseño serán:

$$T_u = 662970 \text{ kg-cm.}$$

$$V_u \text{ (a } d \text{ de la cara)} = 42125 - 0.84 \times 1037 = 41254 \text{ kg.}$$

La resistencia al corte del concreto es:

$$V_c = 0.53 \sqrt{f'_c} b_w d$$

$$V_c = 0.53 \times 16.73 \times 40 \times 84 = 29793 \text{ kg}$$

La fuerza cortante que debe ser resistida por los estribos es:

$$V_s = 41254/0.75 - 29793 = 25212 \text{ kg.}$$

El aporte del acero debe ser menor que:

$$V_{s\text{máx}} = 2.1 \sqrt{f'_c} b_w d$$

$$V_{s\text{máx}} = 2.1 \times 16.73 \times 40 \times 84 = 118047 \text{ kg} > V_s.$$

El refuerzo transversal requerido por corte será:

$$A_v/s = 25212/4200/84 = 0.071$$

Para determinar el refuerzo requerido por torsión, es necesario evaluar los parámetros A_{oh} y A_o :

$$A_{oh} = 80 \times 30 = 2400 \text{ cm}^2.$$

$$A_o = 0.85 \times 2400 = 2040 \text{ cm}^2.$$

El refuerzo transversal necesario para resistir la torsión es:

$$A_t/s = 662970/0.75 / (2 \times 2040 \times 4200) = 0.052$$

Combinando el refuerzo transversal requerido por corte y torsión:

$$A_t/s + A_v/(2s) = 0.052 + 0.071/2 = 0.088$$

Si se emplea estribos #4:

$$s = 1.27/0.088 = 14.4 \text{ cm.}$$

Este espaciamiento no debe exceder el máximo permitido:

$$P_h = 80 \times 2 + 30 \times 2 = 220 \text{ cm.}$$

$$s \leq P_h/8 = 220/8 = 27.5 \text{ cm.}$$

$$s \leq d/2 = 84/2 = 42 \text{ cm.}$$

$$s \leq 30 \text{ cm.}$$

Por lo tanto, el espaciamiento elegido es conveniente. El esfuerzo en el concreto comprimido debe estar por debajo del límite propuesto por el código:

$$\sqrt{\left(\frac{V_u}{b_w d}\right)^2 + \left(\frac{T_u P_h}{1.7 A_{oh}^2}\right)^2} \leq \phi \left(\frac{V_c}{b_w d} + 2.12 \sqrt{f'_c} \right)$$

$$\sqrt{\left(\frac{41254}{40 \times 84}\right)^2 + \left(\frac{662970 \times 220}{1.7 \times 2400^2}\right)^2} = 19.3 \leq 0.75 \times \left(\frac{29793}{40 \times 84} + 2.12 \times 16.7 \right) = 33.2$$

El esfuerzo en el concreto está por debajo del límite.

Para completar el diseño del refuerzo transversal, se verifica el área mínima de refuerzo transversal:

$$(A_v + 2A_t)_{\min} = 0.2 \sqrt{f'_c} b_w s / f_y = 0.2 \times 16.73 \times 40 \times 14 / 4200 = 0.45 \text{ cm}^2 < 2 \times 1.27 = 2.54 \text{ cm}^2.$$

$$(A_v + 2A_t) \geq 3.5 b_w s / f_y = 3.5 \times 40 \times 15 / 4200 = 0.50 \text{ cm}^2.$$

El refuerzo longitudinal requerido es:

$$A_l = 1.27 / 14 \times 220 \times 4200 / 4200 \times 1 = 19.96 \text{ cm}^2.$$

y debe ser mayor que:

$$A_{l\min} = 1.33 \times 16.73 \times 3600 / 14200 - 1.27 / 14 \times 220 \times 1 = -0.88 \text{ cm}^2 < 19.96 \text{ cm}^2.$$

En la expresión anterior, el término $A_l/s = 1.27/14 = 0.091$ no puede ser menor que $1.76 b_w / f_y = 1.76 \times 40 / 4200 = 0.017$ (OK). El refuerzo longitudinal estará constituido por 10 varillas #5.

Tramo CD: En este tramo, las fuerzas de diseño son: $V_u = 1867 \text{ kg}$ y $T_u = 0$. La fuerza cortante amplificada es menor que $\phi V_c / 2$ y en consecuencia, no se requiere refuerzo transversal en este tramo.

Tanto el refuerzo transversal como el longitudinal se extenderán más allá de donde teóricamente se requieren, punto C, una longitud igual a:

$$b_t + d = 32 + 84 = 116 \text{ cm}.$$

La distribución final del refuerzo se muestra en la figura 7.19.

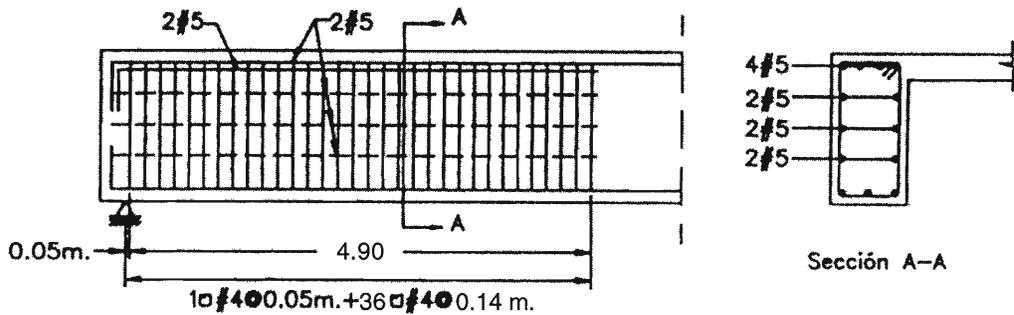


Figura 7.19. Ejemplo 7.2

8. Control de las condiciones de servicio

Cuando el diseño de concreto armado se efectuaba a través del método elástico, los factores de seguridad eran elevados, de modo que el esfuerzo de trabajo del acero era bajo y por lo tanto también lo era su deformación. Lo mismo sucedía con el concreto, por lo que el efecto del *creep* no era considerable. Bajo estas circunstancias el control de deflexiones y rajaduras no era de mayor interés. Las dimensiones y características de los elementos, diseñadas por consideraciones de resistencia, eran suficientes para garantizar el adecuado comportamiento de la estructura.

En la actualidad, el método más empleado por los proyectistas para el diseño en concreto armado, es el método de diseño a la rotura. Este procedimiento considera el comportamiento inelástico tanto del concreto como del acero lo que permite reducir los coeficientes de seguridad y las secciones de los elementos. Así mismo, el uso, cada vez más común, de concretos de alta resistencia y aceros de esfuerzos de fluencia elevados, reduce aún más dichas secciones. La disminución de las dimensiones de los elementos ocasiona la pérdida de rigidez de las estructuras, generando deflexiones que pueden resultar excesivas y que a su vez acentúan el agrietamiento de la estructura.

Por lo anteriormente expuesto, es necesario complementar el diseño de una pieza de concreto armado con un adecuado control de deflexiones y de rajaduras, para garantizar que dichos elementos cumplan la función para la cual fueron concebidos.

8.1 CONTROL DE DEFLEXIONES

El control de deflexiones es una etapa muy importante en el diseño de estructuras no sólo en el caso del concreto armado. Un exceso de deformaciones puede ocasionar la falla de alguna máquina que ve afectado su funcionamiento por ellas o el deterioro y a veces inutilización de elementos no estructurales como puertas, ventanas, cielo rasos, tabiquería, etc. Cuando la estructura es nueva, estos elementos pueden funcionar bien, sin embargo después de un tiempo pueden deteriorarse o dejar de funcionar, debido a la deformación con el tiempo que presentan las estructuras de concreto armado. Este es el caso de puertas corredizas que no pueden deslizarse o ventanas que se flexionan en el plano vertical. En general, un exceso de deflexiones estropea la apariencia de la estructura y en muchos casos, alarma a los usuarios sin motivo, ya que una deformación excesiva no necesariamente es síntoma de falla inminente.

En losas, las deflexiones pueden ocasionar la formación de estanques o pequeñas lagunas de agua proveniente de las lluvias o de algún imperfecto en las instalaciones sanitarias. Esta

sobrecarga incrementa las deformaciones en el elemento las que a su vez acentúan el estancamiento si no se cuenta con un adecuado sistema de drenaje. Esta reacción en cadena puede llevar al colapso de la estructura.

La magnitud de las deformaciones es afectada por la calidad del concreto pero básicamente por el cuidado que se tenga en obra. El curado insuficiente o compactación inadecuada incrementan las flechas de los elementos, del mismo modo, que el desencofrado de vigas antes del tiempo especificado y el almacenamiento de material de construcción sobre losas que aún no han alcanzado una resistencia mínima.

A pesar de los factores que tienden a aumentar la deformación de los elementos, si las recomendaciones propuestas por el ACI son tomadas en consideración, no deberá esperarse mayores inconvenientes ocasionados por el exceso de deflexiones.

8.1.1 Método del ACI para el control de deflexiones

El código del ACI propone dos métodos para el control de deflexiones a nivel de cargas de servicio. El primero de ellos es aplicable a elementos sometidos a flexión que no están ligados a piezas no estructurales que puedan ser afectadas por deflexiones excesivas. Este método consiste en dar un espesor o peralte mínimo a losas y vigas, que garantice que las deformaciones se mantengan dentro de un rango aceptable. En Tabla 8.1 se muestran los peraltes mínimos requeridos, en función de la longitud de diseño, los cuales dependen de la naturaleza del elemento y de sus condiciones de apoyo (ACI-9.5.2.1).

Elemento	Peralte mínimo, h			
	Simplemente apoyada	Un extremo continuo	Ambos extremos continuos	Voladizo
	Elementos que no soportan ni están en contacto con tabiquería u otros miembros que pueden ser dañados por deflexiones excesivas			
Losas macizas armadas en un sentido	1/20	1/24	1/28	1/10
Vigas o losas nervadas armadas en una dirección	1/16	1/18.5	1/21	1/8

Tabla 8.1 Peraltes mínimos en losas y vigas sugeridos por el código del ACI para el control de deflexiones (ACI-Tabla 9.5.a.).

Los valores de la tabla anterior han sido propuestos para concretos de peso normal de 2300 a 2400 kg/m³ y acero con esfuerzo de fluencia de 4200 kg/cm². Para concretos ligeros, con pesos

entre 1450 y 1950 kg/m³, los mínimos presentados se multiplicarán por $(1.65-0.0003w_c)$ pero este factor no será menor que 1.09, donde w_c es el peso del concreto en kg/m³. Para los concretos con pesos entre 1950 y 2300 kg/m³ no se define factor de corrección pues éste se aproxima a la unidad y por lo tanto se desprecia. Además, si el acero tiene un esfuerzo de fluencia diferente que 4200 kg/cm², los peraltes mínimos se multiplicarán por $(0.4+f_y/7000)$.

El segundo método para el control de deflexiones consiste en estimar su magnitud y verificar que no exceda los límites propuestos por el código (ACI-9.5.2.6). Las flechas máximas permitidas se presentan en la Tabla 8.2.

Tipo de elemento	Deflexión considerada	Limitación
1. Techos llanos que no soportan ni están ligados a elementos no estructurales que puedan ser dañados por deflexiones excesivas.	Deflexión instantánea debida a la aplicación de la carga viva.	1/180
2. Pisos que no soportan ni están ligados a elementos no estructurales que puedan ser dañados por deflexiones excesivas.	Deflexión instantánea debida a la aplicación de la carga viva.	1/360
3. Techos o pisos que soportan o están ligados a elementos no estructurales que puedan ser dañados por deflexiones excesivas.	Parte de la flecha total que ocurre después de la colocación de los elementos no estructurales.	1/480
4. Techos o pisos que soportan o están ligados a elementos no estructurales que no se dañan con deflexiones excesivas.		1/240

Tabla 8.2 Deflexiones máximas permitidas por el código del ACI (ACI-Tabla 9.5.b.).

La deflexión límite propuesta en el caso 1 no es suficiente para evitar el estancamiento del agua en techos. Para los casos 3 y 4, la deflexión a considerar será calculada reduciendo la flecha a largo plazo determinada por el método expuesto en la sección siguiente menos la flecha que ocurre antes de la colocación de los elementos no estructurales. En el caso 3 las deflexiones podrán exceder los límites propuestos siempre que se demuestre que los elementos no estructurales no resultarán dañados. Las estructuras asociadas al caso 4 también deberán verificarse para el caso 1.

8.1.2 Cálculo de deflexiones

Las deflexiones de los elementos de concreto armado son función del tiempo y por lo tanto pueden ser de dos tipos: instantáneas y a largo plazo. Las primeras se deben fundamentalmente al comportamiento elástico de la estructura y se producen inmediatamente después que las cargas son aplicadas. Las segundas son consecuencia del *creep* y contracción del concreto y son ocasionadas por cargas sostenidas a lo largo del tiempo. Las deformaciones a largo plazo pueden llegar a ser el doble de las deformaciones instantáneas.

Deflexión instantánea

Las deflexiones instantáneas son deformaciones elásticas y por lo tanto las expresiones de Resistencia de Materiales para materiales elásticos pueden ser utilizadas. En la figura 8.1 se muestran algunas fórmulas para evaluar las deflexiones en elementos prismáticos con diferentes condiciones de apoyo sometidos a diversos estados de carga. El valor del módulo de elasticidad del concreto se estima a través de las expresiones (2-6) ó (2-7).

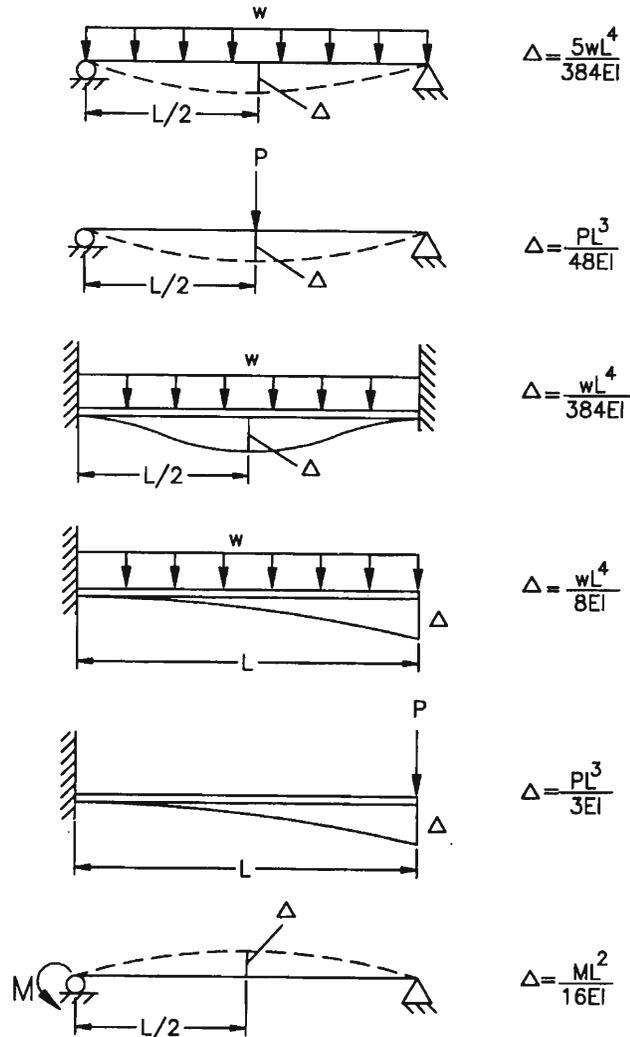


Figura 8.1. Algunas fórmulas para el cálculo de deflexiones en vigas de material elástico

El concreto es un material que se agrieta al ser sometido a un momento superior al momento crítico que es, como ya se definió, el que ocasiona esfuerzos de tracción en la sección que

exceden el módulo de ruptura del material. El momento flector que actúa sobre una sección influye en su fisuramiento y éste, a su vez, en su momento de inercia. Por lo tanto, la inercia de una sección está directamente relacionada con el momento flector al que está sometida. Branson propuso una ecuación empírica basada en el análisis estadístico de gran número de ensayos para la determinación del momento de inercia efectivo de una sección. Este parámetro toma en consideración el agrietamiento que el elemento presenta. El código deriva a partir de ella la siguiente expresión:

$$I_e = \left(\frac{M_{cr}}{M_a} \right)^3 I_g + \left[1 - \left(\frac{M_{cr}}{M_a} \right)^3 \right] I_{cr} \quad (8-1)$$

(ACI-Ec(9-8))

donde: M_{cr} : Momento flector crítico.

M_a : Momento flector máximo al que está sometido la sección, bajo la condición para la cual se está evaluando la flecha.

I_g : Momento de inercia de la sección bruta de concreto, sin agrietar, respecto al centro de gravedad, despreciando la presencia del refuerzo.

I_{cr} : Momento de inercia de la sección rajada, respecto al eje neutro.

El momento de inercia crítico, I_{cr} , es el momento de inercia de la sección agrietada considerando la presencia de refuerzo. Para determinarlo se emplea el concepto de sección transformada, el cual es empleado para análisis elásticos y que es aplicable en este caso en el cual el concreto es analizado bajo condiciones de servicio (ver figura 8.2).

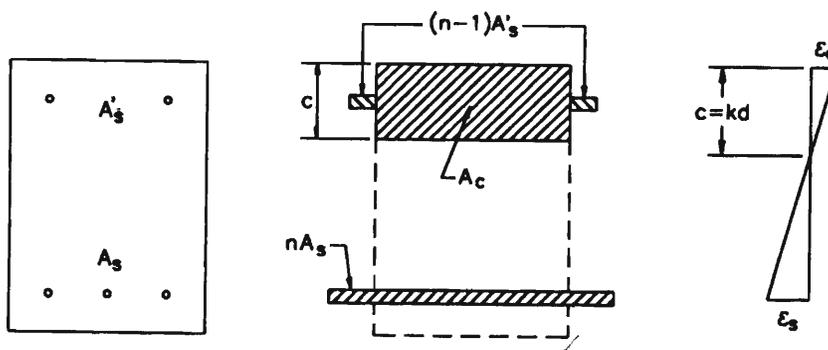


Figura 8.2. Sección transformada para el cálculo del momento de inercia crítico.

El momento flector crítico se determina haciendo uso de la relación siguiente, que también es propuesta por el código:

$$M_{cr} = \frac{f_r I_g}{y_t} \quad (8-2)$$

(ACI-Ec(9-9))

- donde: f_r : Tensión de ruptura del concreto determinada a través de la expresión (2-4). Para concretos con agregados ligeros, el valor de f_r se determinará sustituyendo $\sqrt{f'_c}$ por $f_{cr}/1.77$ siempre que éste no exceda $\sqrt{f'_c}$. Si no se conoce el valor de f_{cr} , la tensión de ruptura determinada a través de (2-4) será multiplicada por 0.75 si se trata de concreto con agregado ligero, grueso y fino, y por 0.85 si se trata de concreto con agregado ligero fino.
- y_t : Distancia del eje centroidal de la sección bruta de concreto, despreciando la presencia del refuerzo, a la fibra extrema en tracción.

De las ecuaciones de equilibrio y compatibilidad de deformaciones se deduce:

$$c = (\sqrt{2n\rho + (n\rho)^2} - n\rho)d \quad (8-3)$$

- donde: n : Relación modular igual a E_s/E_c .
- c : Distancia del eje neutro a la fibra extrema en compresión bajo consideraciones elásticas.

El momento de la sección fisurada será:

$$I_{cr} = \frac{bc^3}{3} + nA_s(d-c)^2 + (n-1)A'_s(c-d')^2 \quad (8-4)$$

En la figura 8.3, se muestra la variación del momento de inercia efectivo de una sección en función del momento al cual se encuentra sometida, según la expresión (8-1). Como se aprecia, dicha relación define la variación del momento de inercia de una sección sin agrietar a una sección agrietada.

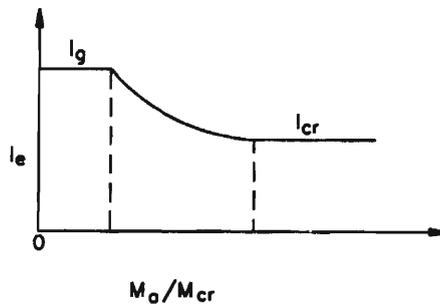


Figura 8.3. Variación del momento de inercia efectivo de una sección en función del momento flector al que está sometida

A lo largo de un elemento continuo o simplemente apoyado, el momento flector va variando como se aprecia en la figura 8.4 y por lo tanto, también su momento de inercia efectivo. Por ello, las relaciones presentadas inicialmente para la determinación de las flechas máximas no pueden ser utilizadas directamente pues los elementos de concreto son de inercias variables.

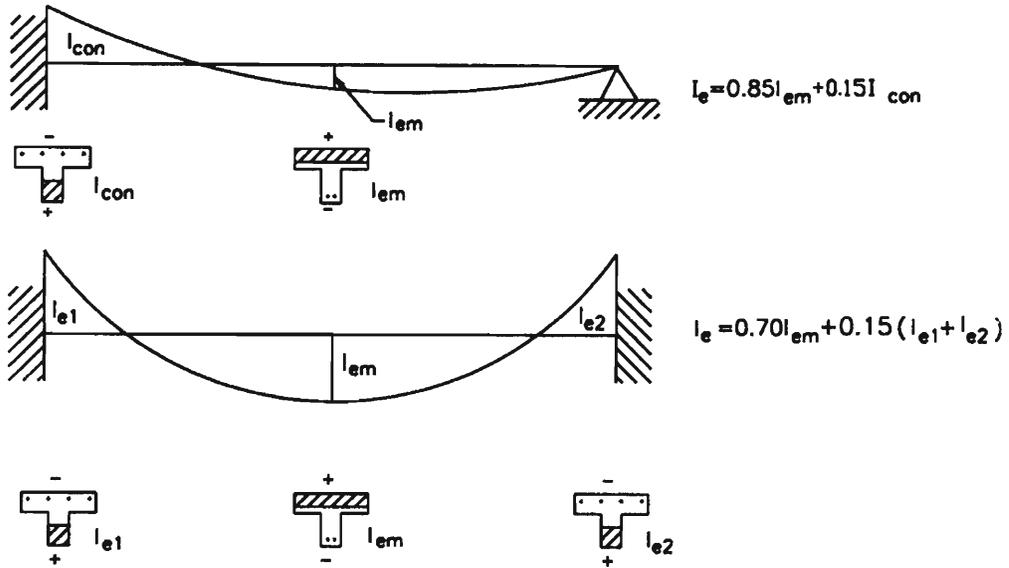


Figura 8.4. Variación del momento flector en elementos continuos

Para superar esta situación, el código del ACI propone que el momento de inercia efectivo de un miembro continuo sea igual al promedio de las inercias efectivas de la sección de mayor momento positivo y las de mayor momento negativo. Para elementos prismáticos simplemente apoyados, el momento de inercia efectivo será el correspondiente a la sección central del elemento y para los volados, el momento de inercia será considerado en el apoyo (ACI-9.5.2.4).

Alternativamente, se puede emplear las siguientes expresiones para determinar la inercia efectiva en elementos continuos en uno o los dos extremos (Ref. 24):

- Para miembros continuos en ambos extremos:

$$I_e = 0.70I_{em} + 0.15(I_{e1} + I_{e2}) \quad (8-5)$$

- Para miembros continuos en un extremo:

$$I_e = 0.85I_{em} + 0.15I_{con} \quad (8-6)$$

donde: I_{em} : Momento de inercia efectivo al centro de la luz.

I_{e1} , I_{e2} : Momentos de inercia efectivos en los extremos continuos del elemento.

I_{con} : Momento de inercia efectivo en el extremo continuo.

El momento flector, M_a , empleado para la determinación del momento efectivo es el que corresponde a la envolvente de esfuerzos, es decir, al mayor momento proveniente de las combinaciones de cargas actuantes utilizadas. Si se hace uso de los momentos determinados a través del método de los coeficientes del ACI, presentado en el siguiente capítulo, las deflexiones tienden a ser sobrestimadas. Si utilizando este procedimiento no se satisfacen las flechas máximas permitidas es necesario efectuar un análisis más exhaustivo.

Deflexión a largo plazo

Las deflexiones a largo plazo se ven influenciadas por la temperatura, humedad, condiciones de curado, edad del concreto al aplicarle la carga, cantidad de refuerzo a compresión, magnitud de la carga permanente, etc. De estos factores mencionados, uno de los más importantes es la presencia de refuerzo en compresión.

La aplicación de cargas durante un periodo más o menos prolongado origina, por efecto del *creep* deflexiones considerables. Si la sección cuenta con acero en compresión, por compatibilidad de deformaciones, éste se deforma cada vez más absorbiendo mayores esfuerzos y descargando el concreto comprimido. Al disminuir el esfuerzo en el concreto, el *creep* disminuye y por lo tanto la magnitud de las deflexiones.

Las deflexiones a largo plazo se incrementan rápidamente en los primeros días de aplicación y conforme transcurre el tiempo, tienden a incrementarse a un ritmo cada vez menor. Estas deformaciones son ocasionadas por la carga muerta que resiste la estructura y por aquella parte de la carga viva sostenida durante un periodo suficiente como para permitir el desarrollo de deflexiones considerables.

Las flechas a largo plazo se determinan multiplicando la deflexión instantánea producida por la carga considerada por un factor λ igual a:

$$\lambda = \frac{\xi}{1+50\rho'} \quad (8-7)$$

(ACI-Ec(9- 11))

donde: ξ : Factor dependiente del tiempo que actúa la carga considerada. Es igual a:

Para 5 años o más	2.0
Para 12 meses	1.4
Para 6 meses	1.2
Para 3 meses	1.0

ρ' : Cuantía de acero en compresión al centro de la luz para elementos continuos y simplemente apoyados y en el apoyo para volados.

Para valores intermedios de ξ , se emplea la gráfica presentada en la figura 8.5.

El parámetro λ depende del tiempo, a través del término ξ , y de la geometría de la sección, a través del término ρ' .

El método presentado para estimación de deflexiones es aproximado y por lo tanto si éstas constituyen un problema en el diseño, es conveniente efectuar cálculos más refinados. Si con procedimientos más elaborados, aún persisten las deformaciones excesivas, se debe considerar algún procedimiento para evitarlas. Entre ellos se tiene: incrementar del peralte de la sección, incrementar la cuantía de acero en compresión o proveer al elemento de una contraflecha. Este último recurso consiste en darle una ligera curvatura al elemento de modo que al ser aplicadas las cargas, la deflexión total no sea excesiva (ver figura 8.6).

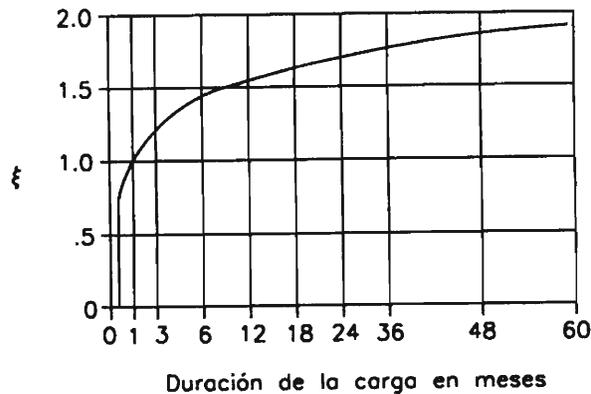


Figura 8.5. Valor de ξ para el cálculo de las deflexiones a largo plazo

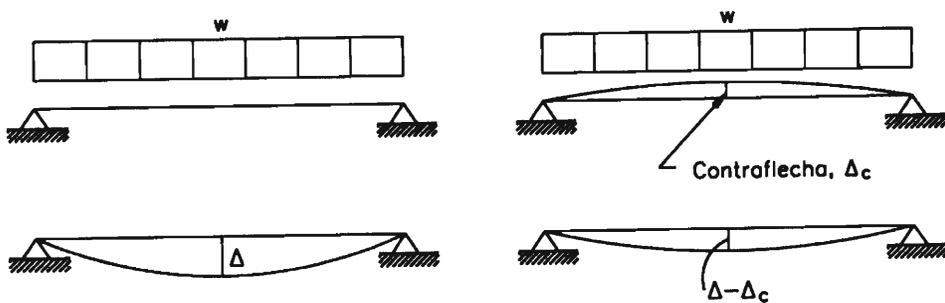


Figura 8.6. Contraflecha en vigas

8.2 CONTROL DE RAJADURAS

Las rajaduras se presentan en el concreto cuando se excede su resistencia a la tensión. Su presencia es inevitable y por lo tanto, el proyectista sólo busca limitar su ancho. Un agrietamiento excesivo puede ocasionar la pérdida de líquidos en reservorios o perjudicar la apariencia externa de las superficies que requieren un acabado completamente liso. Así mismo, la presencia de fisuras afecta el recubrimiento de la armadura y por lo tanto su función de protección al refuerzo. Las investigaciones han demostrado que las grietas estrechas en concretos de buena calidad y bien compactados no reducen considerablemente la eficiencia de dicha protección. Por el contrario, las grietas anchas pueden afectarla notablemente. Por ello, el proyectista procura que el fisuramiento se manifieste a través de una buena cantidad de rajaduras estrechas antes que a través de unas pocas de grosor considerable.

La corrosión de la armadura siempre se ha asociado a la presencia de fisuramiento. Sin embargo, se ha demostrado experimentalmente que el ancho de las grietas no influye directamente en esta reacción sino en el periodo de tiempo requerido para que ella tenga lugar. Otros factores

que participan de modo similar en este fenómeno son: las características del medio ambiente, el recubrimiento de las varillas, la permeabilidad del concreto, etc.

Las grietas se generan por los esfuerzos que ocasionan las sollicitaciones de corte, flexión, carga axial, torsión, así como la contracción de fragua, *creep*, corrosión del acero, etc. Las rajaduras generadas por contracción de fragua son muy importantes porque generan un patrón inicial de fisuramiento que después es agudizado bajo la aplicación de otras sollicitaciones. El agrietamiento inicial debilita algunas secciones las cuales se vuelven más vulnerables a la acción de otros efectos. Por su parte, las fisuras generadas por corrosión del acero se deben a que este material incrementa su volumen al oxidarse. Durante este proceso, alrededor del refuerzo se generan tensiones radiales que superan la resistencia a la tracción del concreto y lo agrietan.

8.2.1 Ancho de las fisuras

El ancho de las grietas es limitado de acuerdo al tipo de exposición que tendrá el elemento diseñado. Si no está expuesto a la intemperie el ancho de fisura deberá estar por debajo de 0.04 cm. y si lo está, el ancho de fisura deberá ser menor que 0.03 cm.

Experimentalmente, se ha demostrado que el ancho de las fisuras en elementos de concreto armado es función de la distribución del refuerzo. Las varillas de diámetros pequeños y poco espaciamiento se comportan más eficientemente que las varillas más gruesas y más alejadas entre sí. También se ha demostrado que el ancho de las grietas es función del esfuerzo en el acero y de la distancia del borde de concreto en tensión a la primera fila de refuerzo.

Para controlar el ancho de las fisuras el ACI-318-02 limita la distancia máxima entre fierros:

$$s \leq \frac{96600}{f_s} - 2.5 C_c. \quad (8-8) \quad (ACI-10-4)$$

donde: C_c : el recubrimiento de los fierros

s : distancia entre fierros

Fórmula empírica basada en experiencias y que vale para estructuras interiores y exteriores.

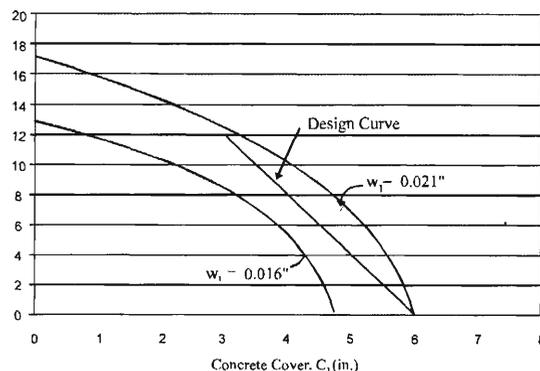


Figura 8.7. Espaciamiento del refuerzo

Además indica que:

$$s \leq 30 \frac{2520}{f_s} \text{ cm.} \quad (8-9)$$

Esta reglamentación es adicional a lo que manda el ACI para losas en un sentido $s \leq 3$ h y para losas en dos sentidos $s \leq 2$ h.

EJ esfuerzo de trabajo del acero se estima a través de la siguiente expresión:

$$f_s = \frac{M}{A_s (d-c / 3)} \quad (8-10)$$

donde M es el momento bajo cargas de servicio, es decir, sin amplificar y c se estima a través de la expresión (8-3). Alternativamente, se puede asumir que acero trabaja al 60% de su esfuerzo de fluencia, es decir, $f_s = 0.6f_y$.

Estas fórmulas están basadas en rajaduras máximas de $w \leq 0.041$ cm. para estructuras interiores.

Aunque el ACI no lo indica, para otros anchos de rajaduras se puede tomar:

$$s \leq \left(\frac{96636}{f_s} - 2.5 C_c \right) \frac{w}{0.041} \quad (8-11)$$

$$s \leq 30 \left(\frac{2520}{f_y} \right) \frac{w}{0.041} \quad (8-12)$$

- Para estructura exteriores $w \leq 0.033$ cm.
- Para estructura sometidas a ataques químicos $w \leq 0.018$ cm.
- Para estructura sometidas a agua de mar o salpicaduras de agua de mar $w \leq 0.015$ cm.
- Para estructuras retenedoras de líquidos en condiciones normales $w \leq 0.025$ cm.
- Para estructuras retenedoras de líquidos en condiciones severas $w \leq 0.020$ cm.
- Para estructuras con presión de agua $w \leq 0.010$ cm.

8.2.2 Vigas de gran peralte

Si el peralte efectivo de una viga, d , es mayor o igual que 90 cm. el elemento deberá ser provisto de refuerzo adicional en sus caras para evitar el fisuramiento que se pudiera producir en ellas al estar desprovistas de acero. El código sugiere que este refuerzo se reparta en la mitad inferior del elemento (ver figura 8.8), en ambas caras de la viga y su espaciamiento S_{sk} entre barras longitudinales adicionales será:

$$S_{sk} \leq d/6$$

$$S_{sk} \leq 30 \text{ cm.}$$

$$S_{sk} \leq \frac{1000 A_b}{d-75}$$

donde A_b = área de una barra de A_{sk} .

No se requiere que el refuerzo total en ambas caras de la viga, $2A_{sk}$, sea mayor que la mitad del refuerzo longitudinal del elemento.

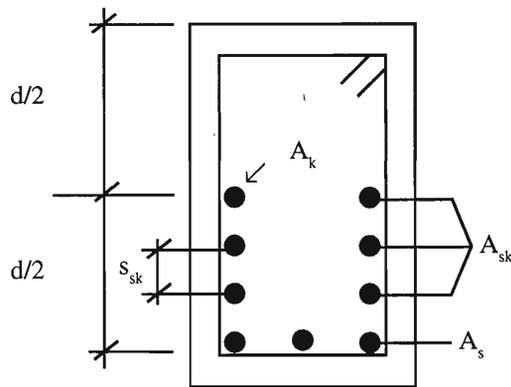


Figura 8.8. Refuerzo para controlar fisuras en vigas peraltadas

EJEMPLOS

Ejemplo 8.1

Calcular la deflexión inmediata y a largo plazo que experimentará la viga mostrada en la figura 8.9 en el centro de la luz. La viga forma parte de un sistema continuo y por ello está sometida a momentos negativos en sus extremos. Las dimensiones de la sección se indican en la misma figura. Las cargas que actúan sobre el elemento se presentan a continuación:

Carga	Carga permanente	Sobrecarga	D+L	1.2D+1.6L
w	6250 kg/m.	5350 kg/m.	11600 kg/m	16060 kg/m
M_A	24750 kg-m.	21185 kg-m.	45935 kg-m	63596 kg-m
M_B	29900 kg-m.	25595 kg-m.	55495 kg-m	76832 kg-m

Usar $f'_c=280 \text{ kg/cm}^2$ y $f_y=4200 \text{ kg/cm}^2$.

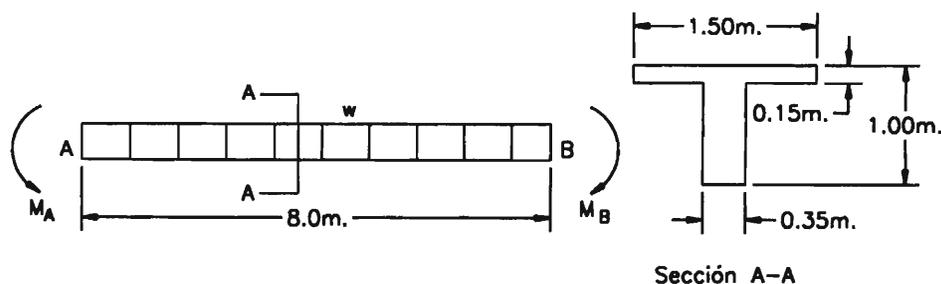


Figura 8.9. Ejemplo 8.1

Antes de proceder al cálculo de las deflexiones en el centro de la luz, se determinará el refuerzo que requiere por flexión. Los momentos obtenidos del análisis y los cálculos efectuados se presentan en la siguiente tabla. El peralte efectivo de la sección se ha estimado en $d=100-6=94$ cm.

Sección	Apoyo A	Centro de la viga (posible sección T)	Apoyo B
M_u	63596 kg-m	58351 kg-m	76832 kg-m
b	35 cm.	150 cm. (En principio)	35 cm.
a (estimado)		$\approx 2.1 \text{ cm.} < 15 \text{ cm.}$ (No se trata de sección T)	
R_u	$63596 \times 100 / (35 \times 94^2) =$	$58351 \times 100 / (150 \times 90^2) =$	$76832 \times 100 / (35 \times 94^2) =$
	20.56	4.40	24.84
ρ	$0.57\% < 75 \bar{\rho}_b = 2.14\%$	$0.12\% < 75 \bar{\rho}_b = 2.14\%$	$0.70\% < 75 \bar{\rho}_b = 2.14\%$

A_s	$18.75 \text{ cm}^2 > A_{s\text{min}} = 11.0 \text{ cm}^2$	$16.92 \text{ cm}^2 > A_{s\text{min}} = 11.0 \text{ cm}^2$	$23.03 \text{ cm}^2 > A_{s\text{min}} = 11.0 \text{ cm}^2$
varillas elegidas	4#5 y 4#6	6#6	6#5 y 4#6
A_s (provista)	$4 \times 2 + 4 \times 2.85 = 19.4 \text{ cm}^2$	$6 \times 2.85 = 17.1 \text{ cm}^2$	$6 \times 2 + 4 \times 2.85 = 23.4 \text{ cm}^2$
a (real)	$19.4 \times 4200 / (0.85 \times 280 \times 35) = 9.78 \text{ cm.}$	$17.1 \times 4200 / (0.85 \times 280 \times 150) = 2.01 \text{ cm.} < 15 \text{ cm.}$	$23.4 \times 4200 / (0.85 \times 280 \times 35) = 11.80 \text{ cm.}$

Para el cómputo de los parámetros requeridos para estimar la deflexión en el centro de la viga es necesario determinar el centroide de su sección bruta y su momento de inercia centroidal:

$$y \text{ (respecto a la base)} = (35 \times 85 \times 42.5 + 150 \times 15 \times 92.5) / (35 \times 85 + 150 \times 15) = 64.03 \text{ cm.}$$

$I_g = 35 \times 85^3 / 12 + 150 \times 15^3 / 12 + 35 \times 85 \times (64.03 - 42.5)^2 + 150 \times 15 \times (64.03 - 92.5)^2 = 5036137 \text{ cm}^4$.
Además, se requieren las siguientes constantes:

$$f_r = 2 \sqrt{f'} = 2 \times \sqrt{280} = 33.47 \text{ kg/cm}^2.$$

$$E_c = 15100 \sqrt{f'_c} = 15100 \times \sqrt{280} = 252670 \text{ kg/cm}^2.$$

$$n = 8$$

La viga forma parte de un sistema continuo, por lo tanto, su momento de inercia efectivo varía a lo largo del elemento. La deflexión en el centro de la luz se calcula en base al momento de inercia efectivo promedio evaluado en función de los momentos efectivos en los extremos y el centro de la viga. En la siguiente tabla se presentan los cálculos efectuados para determinar estos valores.

Sección	Apoyo A	Centro de la viga	Apoyo B
$M_a = D + L$	4593500 kg-cm.	4208500 kg-cm.	5549500 kg-cm.
y_t	35.97 cm.	64.03 cm.	35.97 cm.
$M_{cr} = f_r I_g / y_t$	4686114 kg-cm.	2632508 kg-cm.	4686114 kg-cm.
$\rho = A_s(\text{provista}) / bd$	0.57%	0.12%	0.70%
$K = \sqrt{2n\rho} + (n\rho)^2 - n\rho$	0.26	0.13	0.28
$I_{cr} = bc^3 / 3 + nA_s(d-c)^2$	921276 cm ⁴	1006160 cm ⁴	1069970 cm ⁴
$I_c = (M_{cr} / M_a)^3 I_g + (1 - (M_{cr} / M_a)^3) I_{cr} \leq I_g$	5290080 cm ⁴	1992507 cm ⁴	3458045 cm ⁴

El momento de inercia efectivo promedio que se utiliza para el cálculo de deflexiones es, según (8-5):

$$I_c = 0.7 \times 3580210 + 0.15 \times (5290080 + 3458045) = 3818366 \text{ cm}^4$$

La deflexión en la sección central de la viga es:

- Debida a la carga uniformemente repartida:

$$\Delta_1 = 5wL^4 / (384EI) = 5 \times (6250 + 5350) / 100 \times 800^4 / (384 \times 252670 \times 3818366) = 0.64 \text{ cm. } (\downarrow)$$

- Debida al momento en A:

$$\Delta_2 = M_A L^2 / (16EI) = (24750 + 21185) \times 100 \times 800^2 / (16 \times 252670 \times 3818366) = 0.19 \text{ cm. } (\uparrow)$$

- Debida al momento en B:

$$\Delta_3 = M_B L^2 / (16EI) = (29900 + 25595) \times 100 \times 800^2 / (16 \times 252670 \times 3818366) = 0.23 \text{ cm. } (\uparrow)$$

Finalmente, la deflexión instantánea total es:

$$\Delta_i = 0.22 \text{ cm. } (\downarrow)$$

La deflexión a largo plazo es igual a la flecha instantánea multiplicada por el factor λ el cual depende de ξ y ρ' . El primero se tomará igual a 2 pues se está evaluando la deflexión para un periodo de aplicación de la carga mayor de 5 años. La cuantía de refuerzo en compresión es igual a 0. Por lo tanto, el factor λ es igual a:

$$\lambda = \xi / (1 + 50\rho') = 2 / (1 + 50 \times 0) = 2$$

La flecha a largo plazo es:

$$\Delta_\infty = \lambda \Delta_i = 2 \times 0.22 = 0.44 \text{ cm } (\downarrow)$$

Y la flecha total a largo plazo es:

$$\Delta_i + \Delta_\infty = 0.22 + 0.44 = 0.66 \text{ cm } (\downarrow)$$



9. Vigas y losas armadas en una dirección

9.1 MÉTODOS DE ANÁLISIS

Las vigas y losas simplemente apoyadas son estructuras isostáticas y no presentan mayores dificultades para la determinación de sus fuerzas internas pues éstas se evalúan a través de las ecuaciones de equilibrio. Sin embargo, las losas y vigas continuas, en su calidad de estructuras hiperestáticas, requieren de criterios adicionales al de equilibrio para la determinación de sus fuerzas internas. El análisis de este tipo de estructuras se efectúa a través de alguno de los siguientes procedimientos: el método elástico, el método plástico y el método aproximado propuesto por el código del ACI.

El método elástico es recomendado por el código del ACI para ser utilizado en combinación con el método de diseño a la rotura. Sin embargo, esta recomendación es, de algún modo contradictoria, ya que el diseño a la rotura asume que tanto concreto como acero han superado el límite elástico. Pareciera pues, que el análisis plástico es el más recomendable para ser usado conjuntamente con el diseño a la rotura. Sin embargo, la teoría aún no está lo suficientemente desarrollada como para emplear este procedimiento con la seguridad suficiente.

Al margen de las consideraciones teóricas, el empleo del método elástico para el análisis de estructuras de concreto armado ha demostrado ser una práctica que ha conducido a diseños seguros. El código recomienda su utilización aunque reconoce que en la realidad las estructuras pueden trabajar en el rango plástico y por ello plantea algunos criterios al respecto los cuales son desarrollados en la sección 9.4.

Además de los métodos elástico y plástico, se tiene el método aproximado del ACI el cual es un procedimiento simplificado de utilización limitada que es desarrollado en la sección 9.2.

Sin importar el método de análisis empleado para estimar los esfuerzos en la estructura, no se debe perder de vista que los resultados obtenidos son sólo aproximaciones a los esfuerzos reales. El concreto es un material que por su naturaleza hace imposible cualquier método práctico de estimación de los esfuerzos reales debido, entre otros, a los siguientes factores:

1. El patrón incierto de fisuramiento del material con el consiguiente desconocimiento de las propiedades reales de la sección del elemento.
2. El comportamiento inelástico del concreto.

3. La sensibilidad de las características mecánicas del concreto al procedimiento constructivo.
4. La dificultad para estimar los esfuerzos debidos al creep, la contracción de fragua y los asentamientos diferenciales.

Por ello, no debe pasarse por alto que los valores que se manejan en el diseño de concreto son sólo aproximados.

Para facilitar el análisis elástico, el código propone algunas sugerencias y simplificaciones (ACI-8.7,8.8):

1. La longitud de los elementos simplemente apoyados no solidarios con sus apoyos se asumirá igual a su luz libre más el peralte del elemento siempre que sea menor que la distancia a ejes de los apoyos. En caso contrario, se tomará la última.
2. Para el cálculo de los momentos en columnas debidos a cargas de gravedad, se puede asumir que sus extremos lejanos están empotrados, como se muestra en la figura 9.1. La diferencia de los momentos en los extremos de vigas, será repartida entre la columna del nivel superior y la columna del nivel inferior en proporción a sus rigideces y condiciones de apoyo.

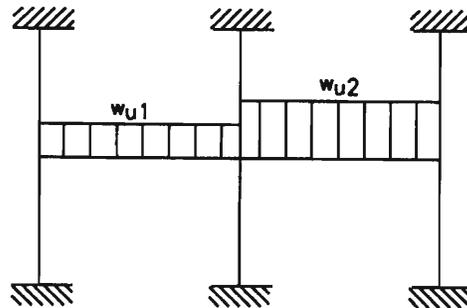


Figura 9.1. Modelo para el cálculo de los momentos en columnas

3. Para el análisis de elementos continuos, la luz de cada tramo será igual a la distancia entre ejes de los apoyos y las columnas se considerarán empotradas en sus extremos opuestos.
4. Para el diseño, los momentos en los apoyos de los elementos solidarios con ellos podrán ser reducidos tomándolos a la cara del apoyo.
5. Las losas solidarias con sus apoyos y con luces menores que 3 m. podrán ser analizadas como elementos continuos con apoyos tipo cuchilla y con luces iguales a la luz libre del elemento, despreciando, de este modo, el ancho de las vigas.
6. Cualquier criterio que se asuma para estimar la rigidez de los elementos de concreto armado, ya sea a la flexión o a la torsión, deberá ser mantenido a todo lo largo del análisis.

9.2 MÉTODO DE LOS COEFICIENTES DEL ACI

El código del ACI propone un método aproximado para la determinación de las fuerzas internas en estructuras de concreto armado. Este procedimiento es válido para vigas y losas armadas en una dirección.

9.2.1 Limitaciones

El método aproximado del ACI, llamado también método de los coeficientes, puede ser utilizado siempre que se satisfagan las siguientes limitaciones:

1. La viga o losa debe contar con dos o más tramos.
2. Los tramos deben tener longitudes casi iguales. La longitud del mayor de dos tramos adyacentes no deberá diferir de la del menor en más de 20%.
3. Las cargas deben ser uniformemente distribuidas.
4. La carga viva no debe ser mayor que el triple de la carga muerta.
5. Los elementos analizados deben ser prismáticos.

9.2.2 Coeficientes de diseño

Los momentos flectores y fuerzas cortantes son función de la carga última aplicada, de la luz libre entre los tramos y de las condiciones de apoyo. El código propone las siguientes expresiones para determinarlos:

Momento positivo

Tramo exterior

Extremo discontinuo no solidario con el apoyo $w_u l_n^2/11$

Extremo solidario con el apoyo $w_u l_n^2/14$

Tramos interiores $w_u l_n^2/16$

- Momento negativo en la cara exterior del primer apoyo interior

Dos tramos $w_u l_n^2/9$

Más de dos tramos $w_u l_n^2/10$

- Momento negativo en las otras caras de los apoyos interiores $w_u l_n^2/11$

- Momento negativo en la cara de todos los apoyos para losas con luces menores que 3.5 m. y para vigas en las que la relación entre la suma de las rigideces de las columnas y la rigidez de la viga excede 8, en cada extremo del tramo $w_u l_n^2/12$

- Momento negativo en la cara interior del apoyo exterior si el elemento es solidario con el apoyo

Si el apoyo es una viga de borde $w_u l_n^2/24$

Si el apoyo es una columna $w_u l_n^2 / 16$

- Corte en el tramo exterior en la cara del primer apoyo interior $1.15 w_u l_n / 2$
- Corte en los apoyos restantes $w_u l_n / 2$

En la figura 9.2 se muestra más claramente cada condición de apoyo.

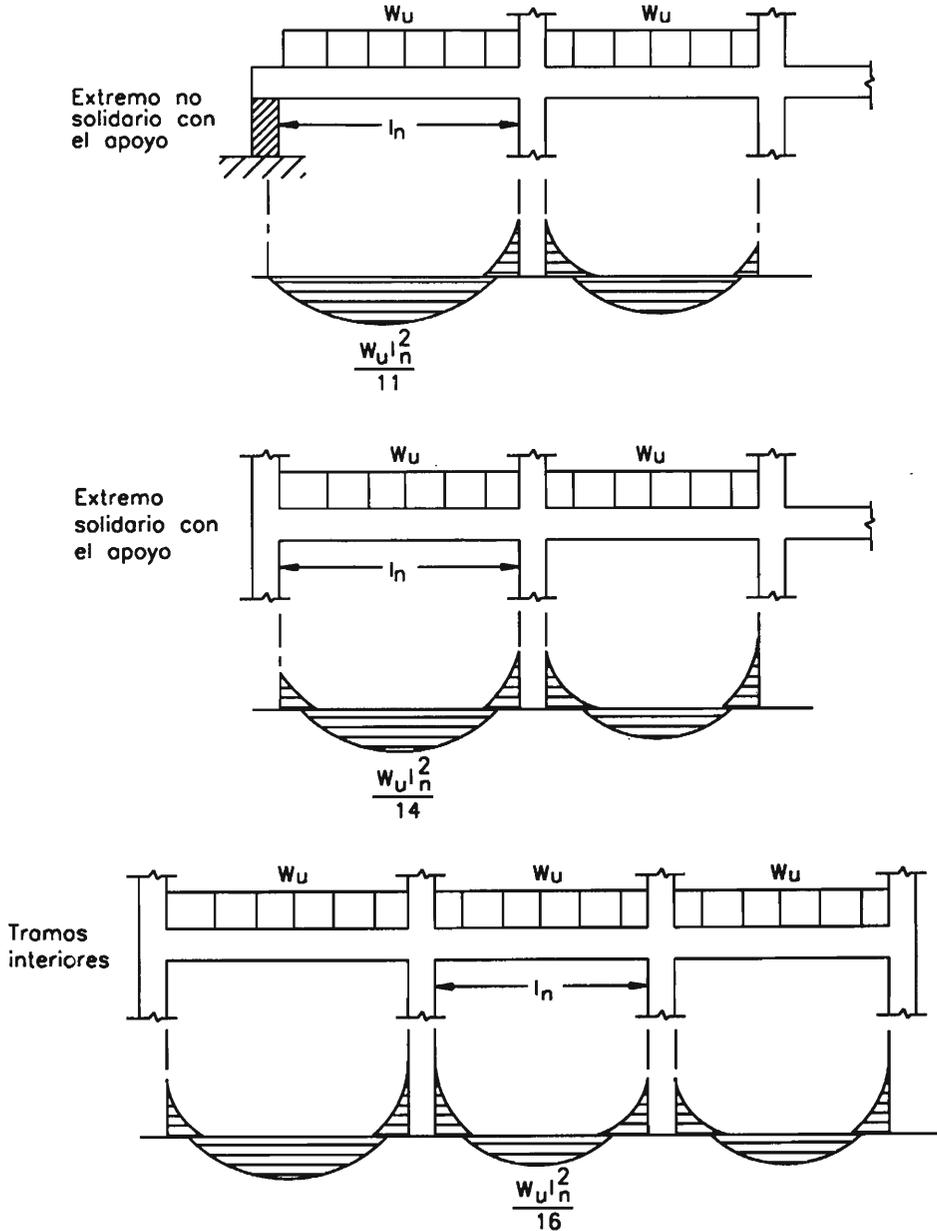


Figura 9.2.(a) Método de los coeficientes del ACI: momentos positivos

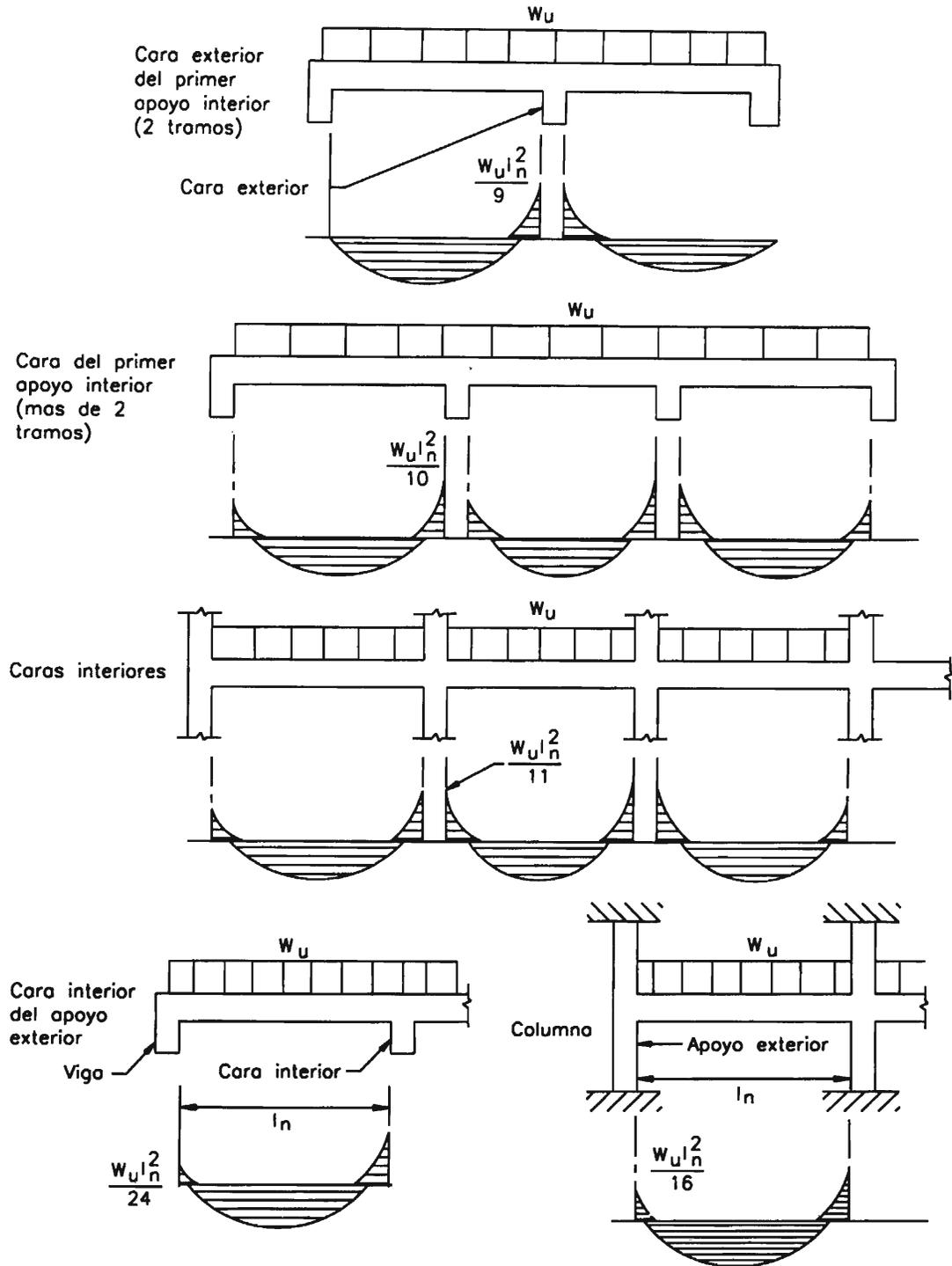


Figura 9.2(b) Método de los coeficientes del ACI: momentos negativos

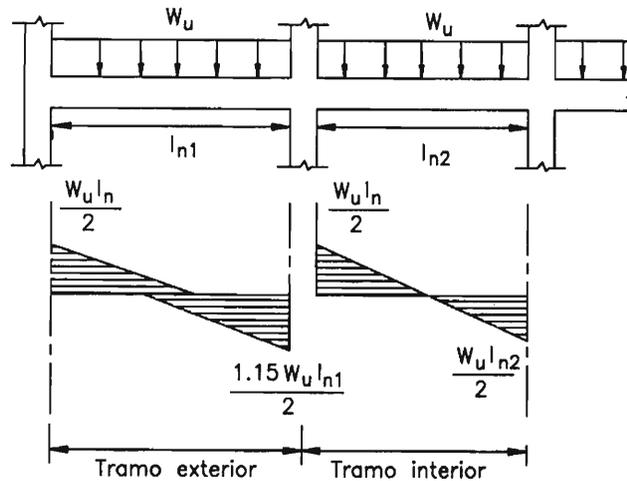


Figura 9.2(c) Método de los coeficientes del ACI: fuerzas cortantes

Para el cálculo de los momentos positivos y la fuerza cortante l_n es la luz libre del tramo en consideración y para la determinación de los momentos negativos, es el promedio de las luces libres de los tramos adyacentes al apoyo.

El método de los coeficientes del ACI proporciona momentos y fuerzas cortantes conservadores. Toma en consideración la alternancia de cargas vivas y presenta la envolvente de las cargas de gravedad. Por ello, limita la carga viva en relación a la carga permanente.

El método de los coeficientes no es útil para estimar los momentos de diseño de columnas, ya que los patrones de carga que determinan los mayores momentos negativos en los apoyos de las vigas, no coinciden con aquéllos que proporcionan los esfuerzos críticos en columnas.

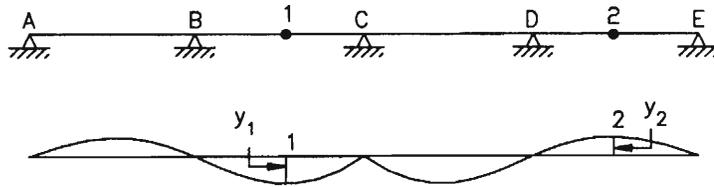
9.3 ALTERNANCIA DE CARGAS

La carga muerta por su naturaleza tiene una distribución que no varía con el tiempo. Sin embargo, la carga viva es una carga móvil. Los tramos cargados en algunas ocasiones no lo estarán en otras. Este patrón de carga cambiante deberá ser considerado en el análisis para estimar los máximos esfuerzos en la estructura.

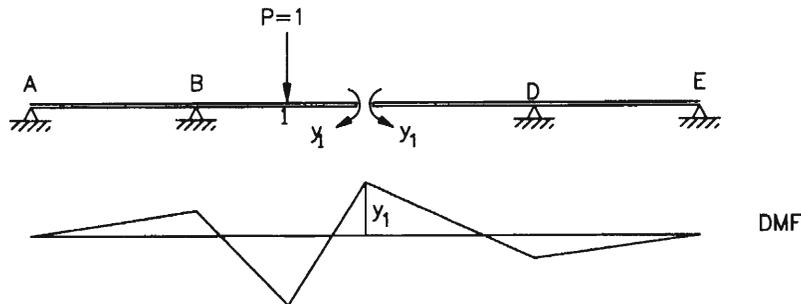
El máximo esfuerzo en una sección de un miembro continuo es generado por un patrón de cargas específico el cual puede ser determinado haciendo uso de diversos métodos entre ellos el método de las líneas de influencia.

Las líneas de influencia son curvas que muestran la variación de un momento, fuerza cortante u otro efecto en una sección particular conforme una carga unitaria avanza a lo largo del

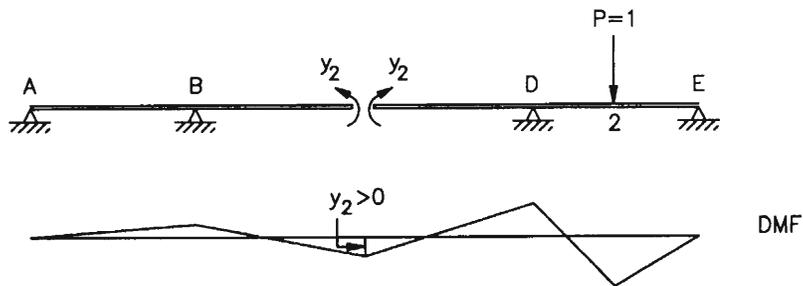
elemento. En la figura 9.3.a, se muestra la línea de influencia del momento en el apoyo C. La ordenada y_1 representa el momento que se genera en C cuando la carga unitaria está sobre el punto 1.



(a) Línea de influencia del momento en C



(b) Momento en C cuando la carga unitaria actúa sobre 1



(c) Momento en C cuando la carga unitaria actúa sobre 2

Figura 9.3. Líneas de influencia de una viga continua

Para determinar el mayor momento negativo que ocurre en el apoyo C, se deberán cargar las secciones en las cuales la línea de influencia tiene ordenada negativa pues las cargas aplicadas en ellas generarán momentos negativos en C. Del mismo modo, para obtener el mayor momento positivo, se deben cargar los puntos de ordenada positiva.

Para determinar el patrón de cargas crítico para un determinado esfuerzo haciendo uso del

método de las líneas de influencia basta con conocer su forma cualitativamente. Esta se puede determinar muy fácilmente a través del principio de Mueller-Breslau, el cual se fundamenta en la teoría del trabajo virtual. La deducción de este principio no es objetivo del presente trabajo.

El principio de Mueller-Breslau establece que la línea de influencia de una determinada fuerza interna tiene la misma forma que la deformada del elemento sometido a un desplazamiento unitario en la dirección de dicha fuerza. Por ejemplo, en la figura 9.4 se muestra la deformada de un miembro continuo de 4 tramos al cual se le ha aplicado una rotación unitaria sobre el apoyo B. La deformada bajo esta sollicitación tiene la misma forma que la línea de influencia del momento en el apoyo B. Del mismo modo, un desplazamiento unitario en la sección central del tercer tramo, genera una deformada que es similar a la línea de influencia de la fuerza cortante en ese punto.

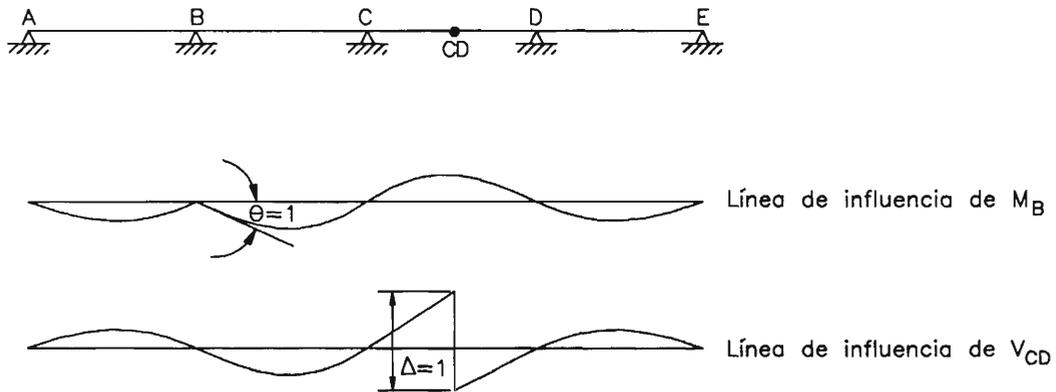


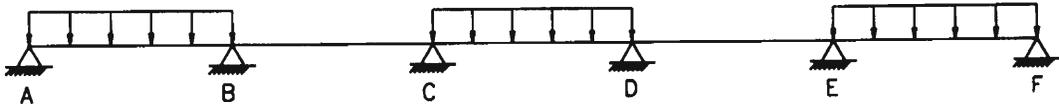
Figura 9.4. Principio de Mueller-Breslau

Basado en los criterios presentados previamente, el código del ACI recomienda (ACI-8.9):

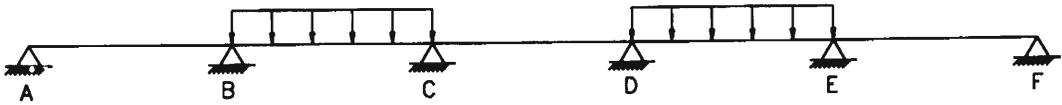
- Para determinar el mayor momento negativo sobre un apoyo se debe considerar que la carga permanente se aplica sobre todo el elemento y la carga viva en los tramos adyacentes al apoyo (ver figura 9.5).
- Para determinar los máximos momentos positivos en el centro de un tramo se debe considerar que la carga permanente actúa a todo lo largo del miembro y la carga viva en el tramo y los dos tramos alternos vecinos.

9.4 REDISTRIBUCIÓN DE MOMENTOS

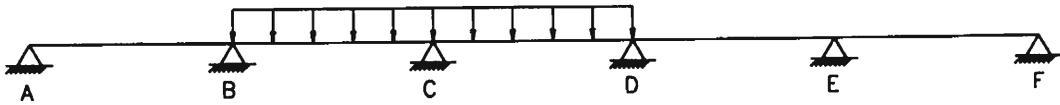
En la sección 9.1 se indicó que el código recomienda el empleo del método elástico para el análisis de estructuras de concreto armado. Sin embargo, tomando en cuenta el comportamiento inelástico del concreto, el código establece criterios para considerar la redistribución de esfuerzos propia de estructuras que trabajan en el rango inelástico.



(a) Distribución de la sobrecarga para la determinación del mayor momento positivo en los tramos AB, CD y EF.



(b) Distribución de la sobrecarga para la determinación del mayor momento positivo en los tramos BC y DE.



(c) Distribución de la sobrecarga para la determinación del mayor momento negativo sobre C.

Figura 9.5. Distribución de la sobrecarga para la determinación de los momentos máximos para el diseño

Se denomina redistribución de esfuerzos a la capacidad de trasladar carga de las secciones más esforzadas de una estructura a las secciones menos esforzadas, de modo que, una sección sobrecargada no falla si las secciones adyacentes pueden tomar la carga adicional que aquélla recibe. Para el desarrollo de este mecanismo de transferencia, es necesaria la formación de rótulas plásticas.

Una rótula plástica es una sección que admite rotación mientras mantiene su resistencia a la flexión. El incremento del giro en ella hace que las secciones adyacentes sean más esforzadas. La carga externa podrá incrementarse y conforme aumente, se irán formando sucesivas rótulas plásticas hasta la estructura se convierta en un mecanismo inestable.

En la figura 9.6 se muestra una viga biempotrada sometida a una carga uniformemente repartida de 1200 kg/m. Mediante un análisis elástico se determina que el momento en los apoyos es igual a 4900 kg-m y en la sección central, 2450 kg-m. Si el elemento es diseñado para estas cargas, las tres secciones fallarán simultáneamente cuando éstas sean alcanzadas y la estructura colapsará.

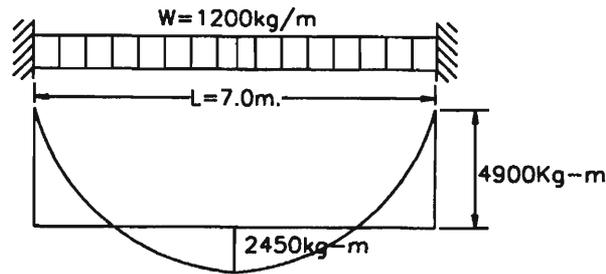
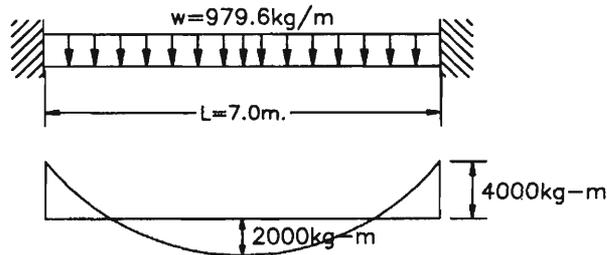
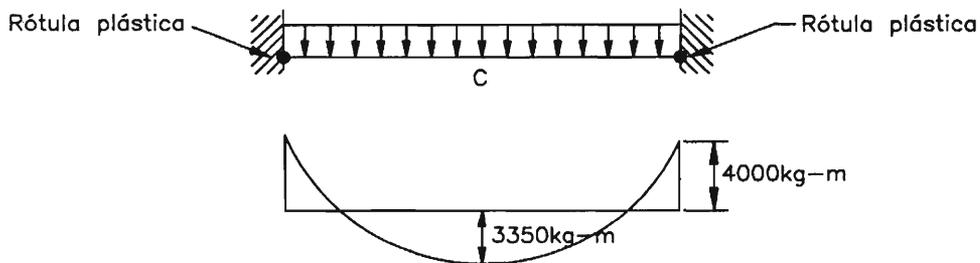


Figura 9.6. Viga biempotrada sometida a una carga de 1200kg/m

En la figura 9.7.a se muestra una viga biempotrada similar a la anterior, pero con capacidad resistente igual a 4000 kg-m , en los apoyos, y a 3350 kg-m en la sección central. La carga externa que ocasionará la falla de los apoyos será igual a: $1200/4900 \times 4000 = 979.6\text{ kg/m}$. Para esta carga, el momento en la sección central será $1/24 \times 979.6 \times 7^2 = 2000\text{ kg-m}$. Si los apoyos son capaces de convertirse en rótulas plásticas, entonces la nueva estructura tendrá la configuración mostrada en la figura 9.7.b. La carga podrá incrementarse hasta que la sección central esté sometida a un momento igual a 3350 kg-m . En ese momento, la sección se convertirá en una rótula plástica y la estructura, inestable, fallará.



(a) Configuración inicial de la viga.



(b) Configuración de la viga con las dos primeras rótulas plásticas.

Figura 9.7. Formación de rótulas plásticas en viga biempotrada

La carga repartida que ocasiona la formación de la tercera rótula en el ejemplo anterior se determina por equilibrio. En la sección central, por simetría, la fuerza cortante es nula y efectuando suma de momentos en C, se tiene:

$$4000+3350-3.5w(3.5)+3.5w(3.5/2)=0$$

de donde se despeja $w=1200$ kg/m.

Es importante efectuar algunas observaciones respecto al ejemplo presentado:

1. La carga externa última en ambas situaciones es la misma.
2. En el segundo caso, la disminución en la capacidad resistente del apoyo es igual al incremento de la capacidad resistente de la sección central.
3. Las deflexiones son mayores en el segundo caso ya que después que se producen las dos primeras rótulas, el elemento se comporta como simplemente apoyado.
4. Se está asumiendo que la rótula plástica formada en los apoyos es capaz de desarrollar el giro necesario para que la sección central alcance su resistencia.

El código del ACI en su artículo 8.4 permite aumentar o reducir los momentos negativos en los apoyos de las vigas continuas, pero no más de $1000 \epsilon_t \%$ con un máximo de 20%, donde ϵ_t es la deformación unitaria del fierro en tracción. Esta redistribución solo se podrá hacer cuando $\epsilon_t \geq 0.0075$ es la sección donde se reduce el momento.

Cualquier variación del momento negativo en los apoyos deberá repercutir en el momento positivo en la sección central como se muestra en la figura 9.8.

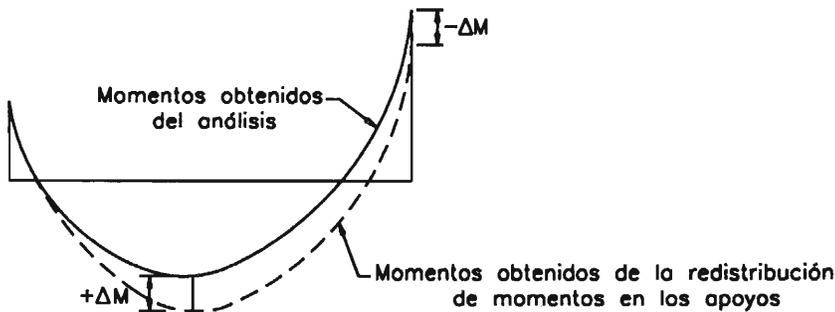


Figura 9.8. Redistribución de momentos en vigas

9.5 VIGAS SIMPLEMENTE APOYADAS Y VIGAS CONTINUAS

En esta sección y las que siguen se pretende presentar algunos criterios para el diseño de vigas, losas macizas y losas nervadas armadas en una dirección.

En principio, los peraltes de las vigas se dimensionan a partir de los requerimientos mínimos para el control de deflexiones. Para luces de hasta 7 m. la relación entre ancho y peralte se suele tomar entre $1/2$ y $2/3$. Para luces mayores, son más convenientes vigas delgadas y peraltadas, en las que la altura total es 3 ó 4 veces el ancho de la sección.

Las vigas se analizan por cualquier método elástico o haciendo uso del método de los coeficientes del ACI, si se satisfacen los requisitos para su utilización. En el primer caso, se debe considerar el efecto de la alternancia de cargas. En este caso, también es posible efectuar redistribución de esfuerzos, buscando igualar los momentos negativos de las vigas que llegan a un apoyo. No es necesario considerar la rigidez torsional de los elementos perpendiculares a la viga analizada a menos que sea comparable con su rigidez a la flexión.

El diseño de las vigas involucra las siguientes etapas:

1. Cálculo del refuerzo longitudinal.
2. Cálculo del refuerzo transversal por corte.
3. Cálculo del refuerzo por torsión.
4. Determinación de los puntos de corte del acero y detallado del anclaje del refuerzo.
5. Control de deflexiones y control de rajaduras.

Las vigas no suelen tener problemas de pandeo lateral, aún si son delgadas y peraltadas, a menos que estén sujetas a momentos torsores elevados. Para evitar este efecto, el código sugiere que las vigas tengan arriostamiento lateral espaciado a no más de 50 veces el ancho más estrecho de la zona en compresión (ACI-10.4). En caso de presentarse torsión considerable, este espaciamiento debe reconsiderarse.

En las últimas versiones del código se presentan criterios para lograr la denominada “integridad estructural” (ACI-7.13). Son recomendaciones sencillas para el detallado del refuerzo en algunos miembros de la estructura de modo que se evite que el colapso de un elemento de soporte o una falla localizada, generada por una sobrecarga extraordinaria, se propague y afecte a toda la estructura.

Por integridad estructural, el código sugiere que las vigas perimetrales estén provistas, en toda su extensión, de refuerzo positivo igual o mayor a un cuarto del acero positivo requerido en el centro de la luz y por refuerzo negativo igual o mayor a un sexto del acero negativo provisto en el apoyo. Este refuerzo debe contar, entre apoyos, con estribos cerrados anclados en el acero negativo con un gancho estándar a 135° . Si se requiere empalmar el refuerzo longitudinal positivo, se emplearán empalmes clase A ubicados en los apoyos o cerca de ellos. Si se trata del refuerzo negativo, éstos se ubicarán en el centro de la luz y serán de la misma clase.

Para vigas no perimetrales, el código sugiere que toda la viga cuente con refuerzo positivo igual a por lo menos un cuarto del requerido en el centro de la luz. El empalme de este acero será clase A y se ubicará sobre el apoyo. En los apoyos extremos, el acero positivo terminará en gancho estándar.

9.6 LOSAS MACIZAS ARMADAS EN UNA DIRECCIÓN

Las losas armadas en una dirección se caracterizan porque la relación entre las dimensiones de sus paños es mayor que dos por lo que el elemento presenta una curvatura de deflexión más marcada en una dirección como se aprecia en la figura 9.9. El refuerzo principal se distribuye paralelo a la dirección donde se presenta la mayor curvatura.

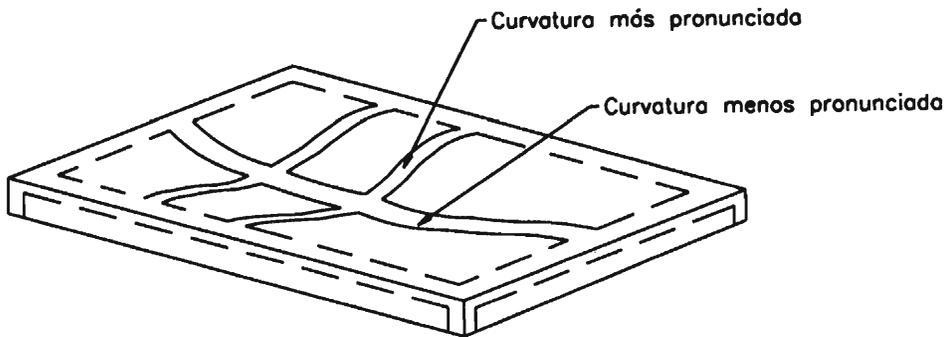


Figura 9.9. Losa armada en una dirección

Las losas unidireccionales son consideradas, para el análisis y diseño, como vigas de poco peralte y ancho unitario. De este modo la losa se asume igual a un conjunto de vigas ubicadas unas al lado de las otras. Esta simplificación permite obtener resultados conservadores pues se desprecian las fuerzas perpendiculares a la dirección de mayor curvatura que rigidizan el sistema.

El espesor de las losas se estima procurando, en principio, satisfacer los requisitos mínimos, para el control de deflexiones. Además, el espesor de la losa debe estimarse de modo que el concreto esté en capacidad de resistir por sí solo los esfuerzos de corte pues no se usa emplear refuerzo transversal en losas unidireccionales.

El procedimiento de diseño de losas macizas armadas en una dirección es similar al procedimiento de diseño de vigas. Sin embargo, es necesario tomar en cuenta algunos criterios adicionales como el espaciamiento máximo del refuerzo principal el cual no deberá ser mayor que tres veces el espesor de la losa ni mayor que 45 cm. Además, es preciso considerar la distribución de refuerzo por contracción y temperatura. La armadura principal mínima, tiene la misma cuantía que el refuerzo de temperatura.

9.6.1 Refuerzo por contracción y temperatura

Las estructuras de extensión considerable, como las losas, están sometidas a esfuerzos altos generados por la contracción de fragua y los cambios de temperatura, los que tienden a ocasionar agrietamientos pronunciados. Para evitar este fenómeno se requiere de una cierta cantidad de refuerzo, denominado comúnmente refuerzo de temperatura.

En las losas armadas en una dirección, el refuerzo principal por flexión hace las veces de refuerzo de temperatura en la dirección en la que está colocado. Sin embargo, en la dirección perpendicular, es necesario disponer acero exclusivamente con este fin.

El refuerzo de temperatura recomendado por el código es igual a (ACI-7.12):

1. Para losas con refuerzo grado 40 ó 50 0.0020bh
2. Para losas con refuerzo grado 60 o malla electrosoldada..... 0.0018bh
3. Para losas con refuerzo cuyo esfuerzo de fluencia, medido a una deformación unitaria de 0.35%, es superior a 4200 kg/cm² 0.0018x4200xbh/f_y

donde: b: Ancho de la losa.

h: Peralte total de la losa.

El refuerzo de temperatura no tendrá un espaciamiento mayor que cinco veces el espesor de la losa ni mayor que 45 cm.

El refuerzo de temperatura también sirve para distribuir las cargas concentradas aplicadas sobre la losa. Además, facilita la colocación del acero en obra pues se amarra al refuerzo principal formando una malla más o menos rígida.

9.6.2 Aberturas en losas

Las losas suelen presentar aberturas para pases de ductos, tuberías, etc. A fin de evitar que la resistencia de la losa se vea afectada, se le provee de refuerzo adicional a su alrededor. Si las aberturas son muy grandes, es necesario colocar vigas en sus bordes.

Las varillas de acero que atraviesan la abertura se cortan y se colocan a su alrededor con la longitud de anclaje necesaria para desarrollar su esfuerzo de fluencia.

En las esquinas de las aberturas, tienden a formarse grietas diagonales. Para evitarlas se les coloca refuerzo inclinado como se muestra en la figura 9.10. Este acero no debe ser de denominación menor que la del refuerzo principal de la losa (Ref. 21).

9.7 LOSAS NERVADAS O LOSAS ALIGERADAS

Las losas macizas, como ya se ha indicado, son diseñadas como vigas de ancho unitario. Este tipo de estructuras no son convenientes si se trata de salvar luces grandes, pues resultan muy

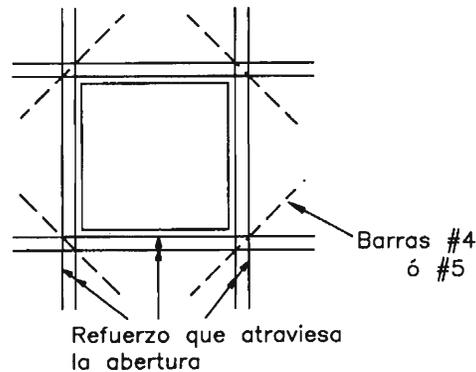


Figura 9.10. Refuerzo adicional alrededor de aberturas en losas

pesadas y antieconómicas. Tienen poca rigidez y vibran demasiado. Debido a su poco peralte, requieren mucho refuerzo longitudinal y si éste se incrementa para disminuir la cantidad de acero e incrementar su rigidez, el peso propio aumenta considerablemente.

Las losas nervadas permiten salvar la situación anterior. Están constituidas por una serie de pequeñas vigas T, llamadas nervaduras o viguetas, unidas a través de una losa de igual espesor que el ala de la viga. En la figura 9.11 se muestra la sección de una losa nervada en la que se aprecia que el refuerzo se concentra en el alma de las viguetas.

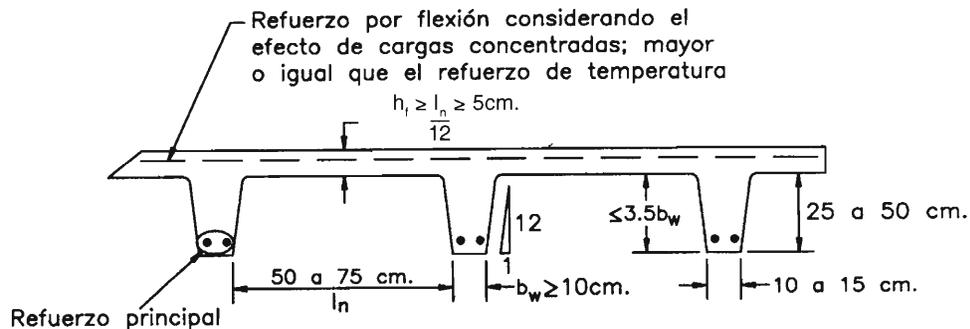


Figura 9.11. Características geométricas de losas nervadas armadas en una dirección con formas removibles

Las losas nervadas son más ligeras que las losas macizas de rigidez equivalente, lo que les permite ser más eficientes para cubrir luces grandes. Son elaboradas haciendo uso de encofrados metálicos. Si se prefiere una losa cuya superficie inferior sea uniforme se rellena los espacios vacíos con ladrillos huecos o materiales análogos. En este caso, la sección es similar a la mostrada en la figura 9.12. Este tipo de losas son más conocidas como losas aligeradas y son de uso muy común en edificaciones tanto grandes como pequeñas, pero sobretodo en estas últimas por el ahorro de concreto que se consigue. Las losas aligeradas no requieren el uso de

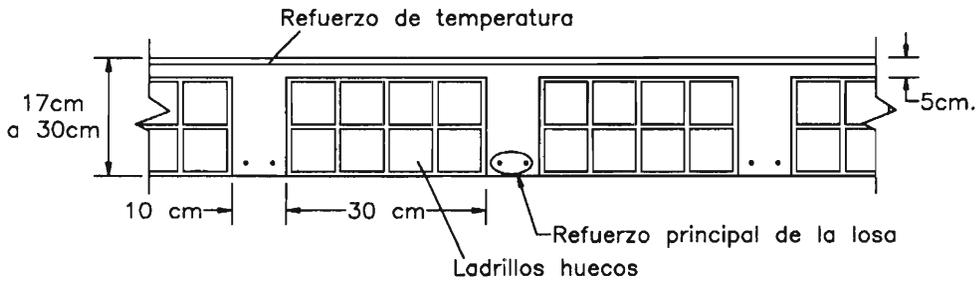


Figura 9.12. Características geométricas de una losa aligerada

encofrados metálicos pues el ladrillo actúa como encofrado lateral de las viguetas.

Los ladrillos utilizados en losas aligeradas pueden ser de arcilla o mortero. En el mercado peruano se pueden encontrar de las dimensiones presentadas en la Tabla 9.1.

Material	# de huecos	Ancho (cm)	Largo (cm)	Altura (cm)
Arcilla	8	30	30	12
			25	15
Arcilla	4	30	30	20
			25	25
Mortero	2	30	25	12
				15
				20
				25
				30

Tabla 9.1 Tipos de ladrillos que se encuentran en el mercado peruano

En la figura 9.13 se muestran las características de algunos tipos de ladrillos.

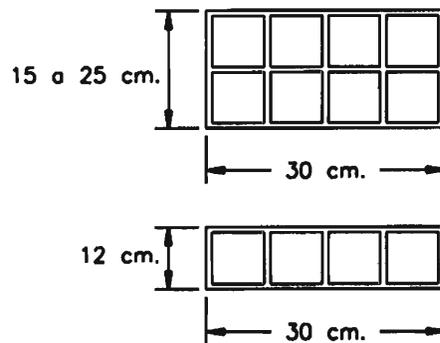


Figura 9.13. Tipos de ladrillos disponibles en el mercado

Para el diseño de losas aligeradas con ladrillos, el peso propio de la losa se puede estimar empleando la Tabla 9.2.

Altura de la losa	Bloques de mortero	Ladrillos de arcilla
17 cm (12+5)	300 kg/m ²	250 kg/m ²
20 cm (15+5)	350 kg/m ²	280 kg/m ²
25 cm (20+5)	400 kg/m ²	320 kg/m ²
30 cm (25+5)	450 kg/m ²	370 kg/m ²

Tabla 9.2 Peso de losas aligeradas por unidad de área

Las losas aligeradas se calculan por vigueta.

9.7.1 Recomendaciones del código del ACI referentes a las losas nervadas

El código da algunas recomendaciones acerca de las características geométricas de las losas nervadas o aligeradas que son el producto de las observaciones efectuadas en experiencias constructivas pasadas (ACI-8.11). Entre ellas se tiene:

1. Las nervaduras o viguetas deberán tener un ancho de al menos 10 cm. y un peralte no mayor que 3 veces y media dicho ancho.
2. La distancia libre entre nervaduras no será mayor que 75 cm. Esta limitación permite un ligero incremento en la capacidad de corte del concreto, así como la disminución del recubrimiento del refuerzo.
3. Si la losa tiene embebidas tuberías, su espesor deberá ser por lo menos 2.5 cm. mayor que el diámetro exterior de los tubos.
4. Si se utiliza ladrillos o bloques cuya resistencia a la compresión es menor que la del concreto o no se emplea elementos de relleno, el espesor de la losa no deberá ser menor que 1/12 de la luz libre entre viguetas o nervaduras, ni menor que 5 cm. El refuerzo perpendicular a las viguetas deberá ser diseñado para transmitir las cargas concentradas aplicadas sobre la losa y no será menor que el refuerzo de temperatura definido en sección 9.6.1.
5. Si se emplean ladrillos o bloques cuya resistencia a la compresión es igual o mayor que la del concreto, se considerará que estos elementos aportan resistencia al corte y a la flexión en los apoyos. El espesor de la losa sobre los bloques no será menor que 1/12 de la luz libre entre nervaduras ni menor que 4 cm. Se colocará refuerzo mínimo por temperatura en la dirección perpendicular a las viguetas.
6. Por requisito de integridad estructural (ACI-7.13.2.1), por lo menos un varilla de refuerzo positivo deberá ser colocada a todo lo largo de la vigueta o nervadura y continua sobre los apoyos. De ser necesario será empalmada sobre los apoyos con un empalme clase A y en el extremo se anclará haciendo uso de un gancho estándar.

Las losas aligeradas más usadas son de 20 y 25 cm. con un espesor de losa de 5 cm. y un ancho de vigueta de 10 cm. Por cuestiones constructivas, es aconsejable no colocar más de dos varillas de acero por vigueta. Por otro lado, no es conveniente emplear refuerzo en compresión en estos elementos pues al ser poco peraltados, su efectividad es casi nula.

Si las recomendaciones del código no son satisfechas, la losa nervada deberá diseñarse como un conjunto de losas y vigas. Si por el contrario, éstas son satisfechas, la resistencia al corte del concreto podrá incrementarse en un 10% pues es posible la redistribución de la sobrecarga entre viguetas adyacentes. Si aún así la resistencia al corte no es suficiente para resistir las cargas aplicadas se puede tomar alguna de las siguientes medidas:

1. Hacer uso de refuerzo transversal calculado siguiendo el procedimiento convencional.
2. Incrementar el ancho de las nervaduras en la cercanía del apoyo (ver figura 9.14).

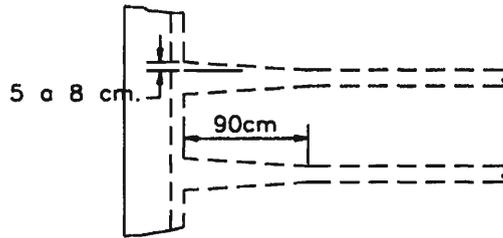


Figura 9.14. Ensanchamiento de las viguetas de losas nervadas en los apoyos

3. Retirar los ladrillos o bloques de relleno cercanos al apoyo reemplazándolos por concreto hasta que éste pueda resistir el corte.

El tercer recurso será explicado con mayor detalle. En la figura 9.15, se muestra el principio en que éste se basa. En él se presenta dos aligerados, uno en el que se ha retirado un ladrillo cada dos viguetas y otro en el que se ha retirado toda una hilera de ladrillos. Debajo de cada uno se aprecia el diagrama de fuerza cortante correspondiente a una vigueta. Se llamará V_v a la resistencia al corte de una vigueta y V_b a la resistencia al corte provista por una sección de concreto de un ancho igual al ancho de un bloque y peralte igual al de la losa.

En el primer caso, el corte V_u/ϕ a d de la cara de la viga es menor que $V_b/2 + V_v$ y mayor que V_v , por lo que ha sido necesario retirar medio ladrillo por cada vigueta o, lo que es igual, un ladrillo cada dos viguetas. Por ello, en la primera hilera de ladrillos se ha quitado una unidad alternadamente. En el segundo caso, se observa que $V_b/2 + V_v$ no es suficiente para resistir el corte V_u/ϕ , siendo necesario considerar el aporte de todo un bloque a la resistencia al corte. De este modo, la primera hilera de ladrillos ha sido eliminada. En la mayoría de los casos, este procedimiento es suficiente para satisfacer las solicitaciones de corte, por lo que es muy rara la utilización de estribos en losas aligeradas. Un procedimiento similar se emplea para incrementar la resistencia del aligerado a la flexión en los apoyos.

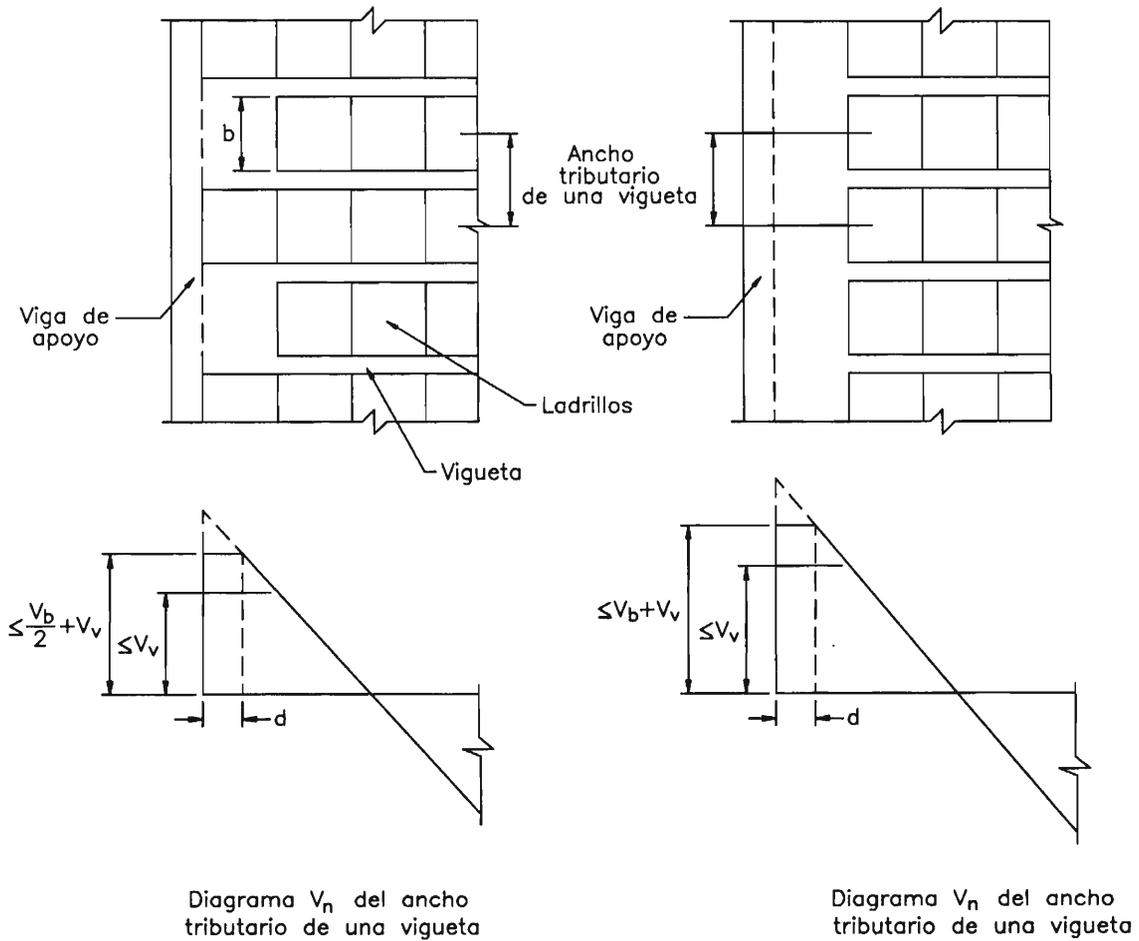


Figura 9.15. Retirado de ladrillos en los apoyos de losas aligeradas

9.8 ESCALERAS

Las escaleras y rampas son los elementos de la estructura que conectan un nivel con otro. La comodidad que brindan al usuario depende en gran medida de su inclinación. En este sentido, es recomendable una inclinación de 20° a 50° . Para pendientes menores lo usual es emplear rampas.

Las escaleras presentan diferentes tipos de secciones como se muestra en la figura 9.16. Los pasos miden entre 25 y 30 cm. y los contrapasos entre 16 y 19 cm. Como regla práctica se considera que una escalera bien proporcionada si cumple la siguiente relación:

$$61 \text{ cm.} \leq 2c + p \leq 64 \text{ cm.}$$

donde: c: Longitud del contrapaso.

p: Longitud del paso.

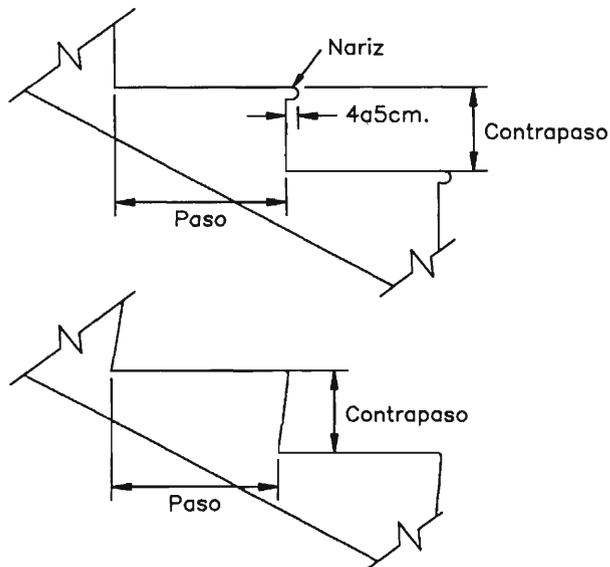


Figura 9.16. Diferentes secciones de escaleras

Otras relaciones que se suelen utilizar para proporcionar escaleras son:

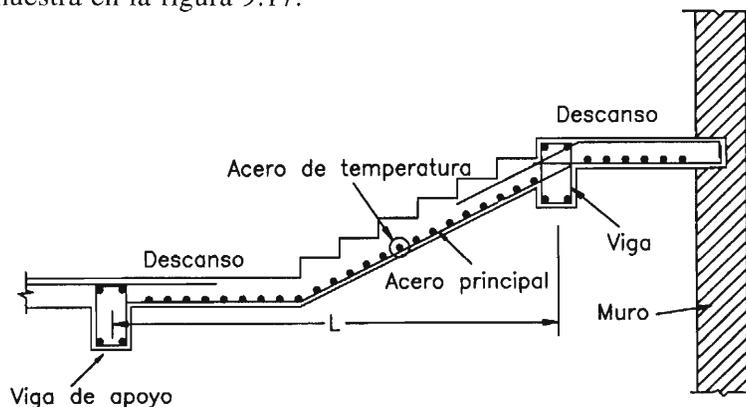
$$43 \text{ cm.} \leq c + p \leq 45 \text{ cm.}$$

$$450 \text{ cm}^2 \leq c \times p \leq 480 \text{ cm}^2$$

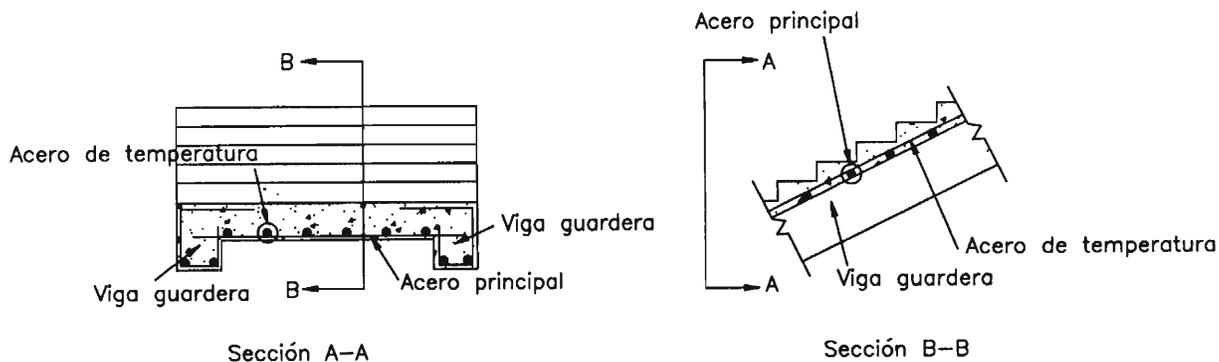
En escaleras curvas, las longitudes del paso y contrapaso se miden en la línea de huella, la cual se ubica a 60 cm. del pasamano.

Uno de los tipos más comunes de escaleras es la que está constituida por una losa que se apoya en los dos niveles que conecta. Se emplea para luces pequeñas, de 3 a 4 m. Si las luces son

mayores, se colocan vigas entre nivel y nivel, llamadas vigas guarderas, y la losa se apoya sobre éstas como se muestra en la figura 9.17.



(a) Escalera losa



(b) Escalera apoyada en vigas guarderas

Figura 9.17. Diferentes tipos de escaleras

Las escaleras de losa se calculan como elementos horizontales cuya luz es igual a la proyección horizontal de la luz de la escalera. El peralte efectivo y el espesor de la losa se consideran como se muestra en la figura 9.18. Si la losa no es solidaria con sus apoyos, la luz de diseño, L , será:

$$L \leq l + d$$

$$L \leq l + B$$

- donde:
- l: Distancia entre los ejes de los apoyos.
 - d: Peralte efectivo de la losa.
 - B: Ancho del apoyo.

Se recomienda que los apoyos sean horizontales para que la reacción no tenga componente inclinada.

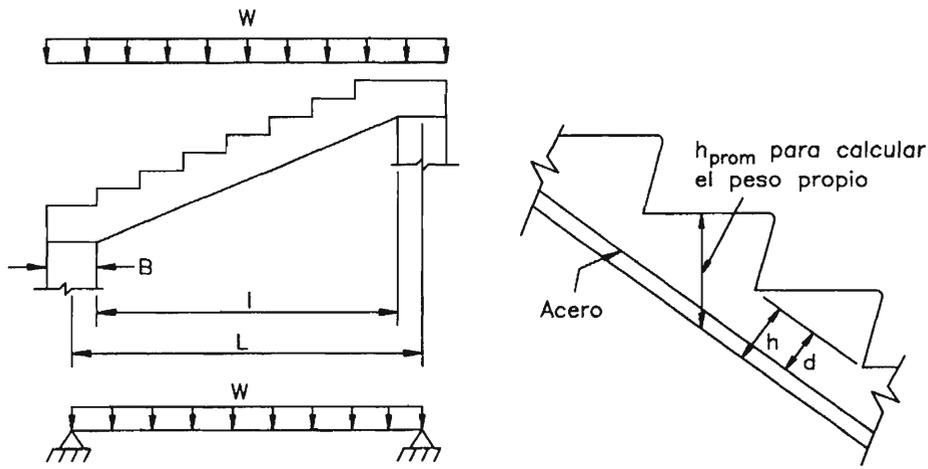


Figura 9.18. Criterios para el diseño de escaleras de losa

Si la escalera tiene descanso, los momentos positivos se reducen en los puntos donde se produce el cambio de dirección de la escalera, siempre que los desplazamientos horizontales en los apoyos están restringidos. Si el desplazamiento horizontal es libre, entonces la escalera se puede calcular como un elemento simplemente apoyado. Es una práctica común entre los proyectistas diseñar las escaleras con un momento de $1/8wl^2$ para el refuerzo positivo y $1/24wl^2$ para el negativo, en los apoyos y los puntos de cambio de inclinación.

La armadura de la losa debe colocarse de forma que la resultante de las fuerzas en el acero a ambos lados de una doblez no ocasione que el desprendimiento del concreto adyacente (ver figura 9.19). Para facilitar el armado del encofrado, es recomendable distribuir el refuerzo de temperatura de modo que haya una varilla por paso. El detallado final de la geometría de la escalera deberá desarrollarse cuidando que el encofrado no forme ángulos agudos, en cuyo caso, la madera no puede ser retirada después que el concreto ha fraguado.

Si la escalera cuenta con vigas guarderas, es recomendable que cuenten con armadura longitudinal positiva y negativa en toda la luz y estribos en toda su longitud. Su análisis es similar al análisis de las escaleras de losa.

Otro tipo de escalera es aquella que se desarrolla dentro de una caja de concreto. Los pasos y descansos se suelen empotrar en ésta. Estructuralmente, cada paso es independiente de los otros y trabaja como volado (ver figura 9.20).

También se suelen emplear escaleras caracol cuyos pasos se empotran en una columna central de sección circular. Los pasos pueden ser prefabricados o vaciados en sitio y se analizan como volados. La columna se diseña a flexo-compresión y está sometida a los momentos provenientes de los pasos.

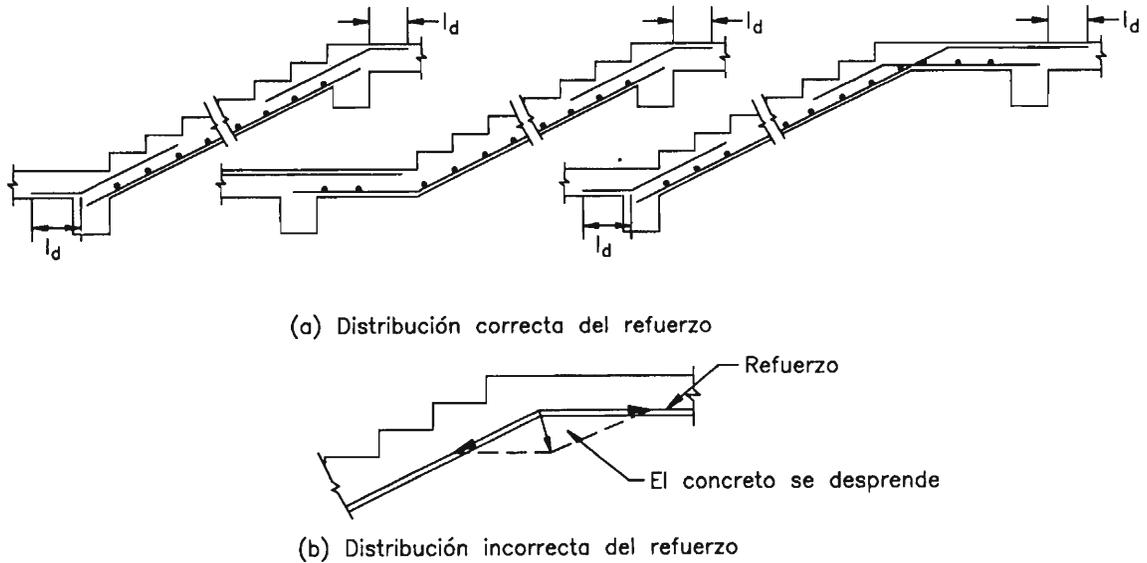


Figura 9.19. Distribución del refuerzo en escaleras

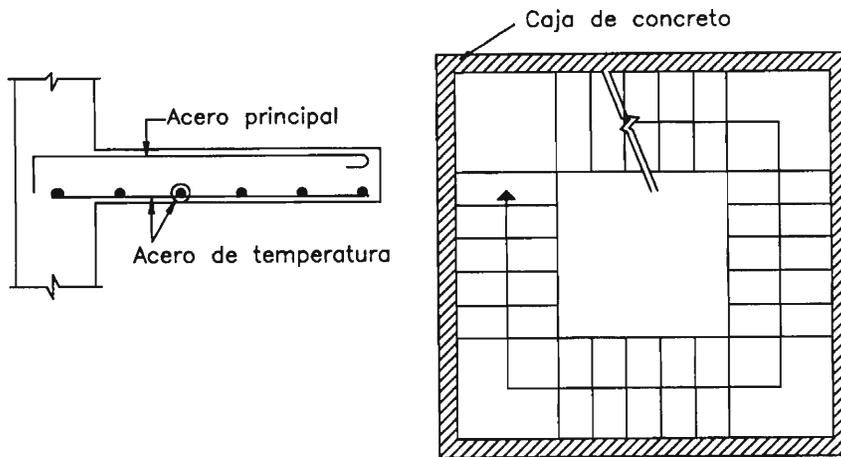


Figura 9.20. Escalera desarrollada dentro de caja de concreto

En edificios, como el mostrado en la figura 9.21, se suele aislar los descansos intermedios de la escalera para evitar que durante acciones sísmicas, éstos punzonen los muros o columnas adyacentes. Este tipo de escalera se denomina escalera autoportante.

La escalera se analiza como un elemento de dos tramos (ver figura 9.22). Las cargas aplicadas en el tramo inferior de la escalera generan tensión en el tramo superior mientras que las aplicadas en el superior, generan compresión en el inferior. Puesto que el concreto es eficiente en compresión, el tramo inferior se diseña sólo por flexión. Sin embargo, el tramo superior se diseña como un elemento sometido a flexión y tracción.

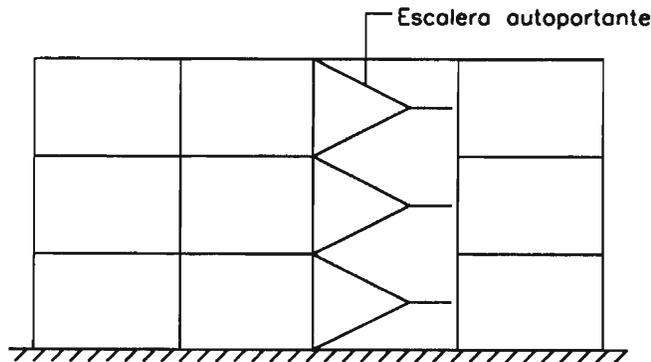


Figura 9.21. Escalera autoportante

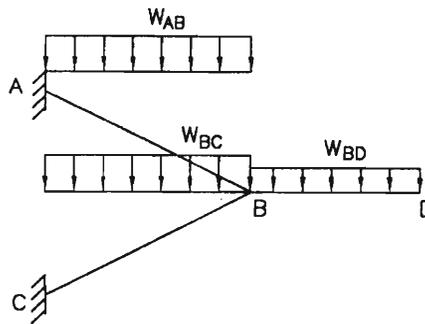


Figura 9.22. Cargas para el diseño de estructuras autoportantes

Por su parte, la losa del descanso está sometida no sólo a la flexión generada por las cargas que actúan directamente sobre ella, sino a la torsión generada por las fuerzas de tensión y compresión en los tramos superior e inferior de la escalera. Para que este torsor sea lo menor posible, el refuerzo provisto para resistir la tensión en el tramo superior debe distribuirse lo más cerca posible del borde interior del elemento (ver figura 9.23). De este modo se busca reducir el brazo de palanca del par.

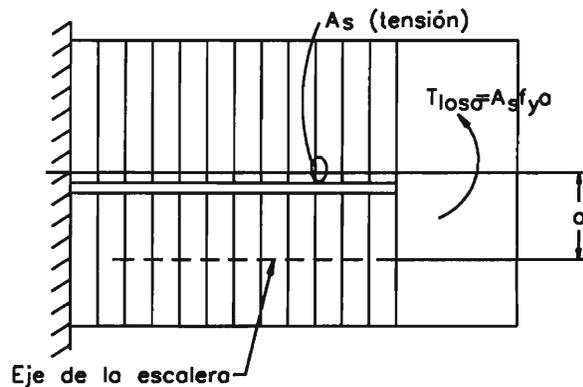


Figura 9.23. Torsión en el descanso de escaleras autoportantes

9.9 REQUISITOS DE INTEGRIDAD ESTRUCTURAL (ACI-7.13)

Al detallar los refuerzos y las conexiones de los diferentes elementos de la estructura, estos deben estar correctamente ligados para obtener una integridad de toda la estructura.

Para estructuras vaciadas en sitio se debe cumplir los siguientes requisitos mínimos:

- a) En aligerados, por lo menos una barra inferior debe ser continua o empalmada con empalmes tipo A, o empalmes mecánicos o soldados. En los extremos no continuos se terminaran con gancho estándar.
- b) Las vigas en el perímetro de la estructura tendrán un refuerzo continuo consistente en por lo menos dos barras superiores en un área igual o mayor de $1/6$ del área del momento negativo en el apoyo y por lo menos dos barras inferiores con un área igual o mayor que $1/4$ del área del fierro positivo.
- c) Cuando se requiera empalmes para asegurar la continuidad, el refuerzo superior se empalmará a la mitad de la luz y el inferior en el apoyo.
- d) El refuerzo continuo estará encerrado por estribos cerrados con ganchos de 135° alrededor de una de las barras longitudinales.
- e) En vigas no perimetrales cuando no se pongan los estribos indicados en d), por lo menos dos barras positivas serán continuas o empalmadas cerca de los apoyos y con un área igual o mayor que $1/4$ del área del fierro positivo.
- f) En los extremos no continuos, las barras terminarán en gancho.
- g) En losas armadas en dos sentidos se cumplirá lo que se indica en la figura 15.35 del artículo 15.9.2 Refuerzo.
- h) En estructuras prefabricadas se colocarán tirantes en las direcciones longitudinal, transversal y vertical y en todo el perímetro para ligar efectivamente todos los elementos.

EJEMPLOS

Ejemplo 9.1

Diseñar la viga AB del sistema de losa y vigas que se presenta en la figura 9.25. La sección transversal de las columnas es de 40x40 cm. La losa tiene un espesor de 12.5 cm.; sobre ella actúa una carga permanente de 250 kg/m² y una sobrecarga de 500 kg/m². Las vigas que cargan la losa están espaciadas 4.90 m. Usar $f'_c=350$ kg/cm² y $f_y=4200$ kg/cm².

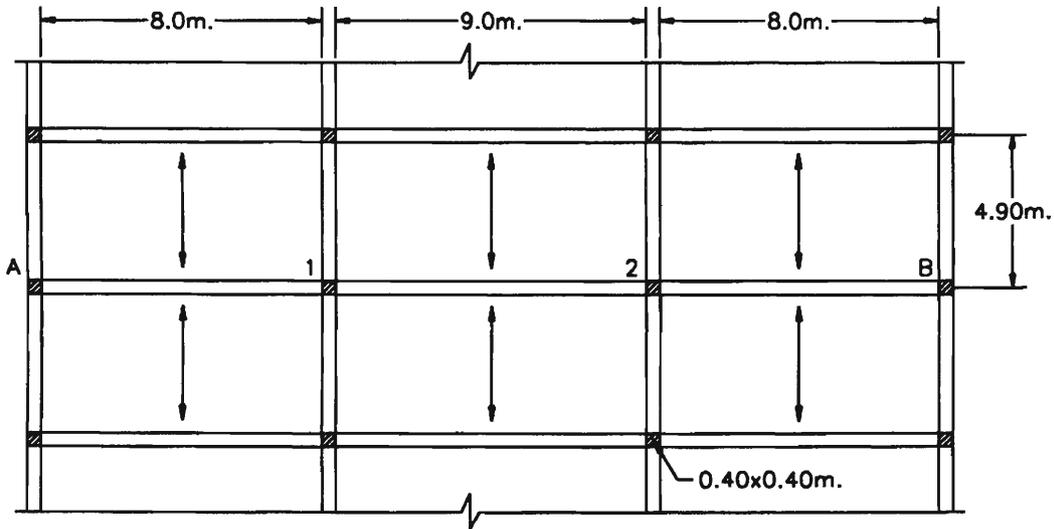


Figura 9.25. Ejemplo 9.1

Inicialmente, las dimensiones de la viga se estiman en función del peralte mínimo requerido para que no sea necesario efectuar el cómputo de deflexiones. Según la Tabla 8.1, para vigas continuas:

$$h \geq l_n / 21 = 900 / 21 = 42.9 \text{ cm.}$$

Se iniciará el diseño con una sección de 35x50 cm. La porción de losa que contribuye a la resistencia de la viga es:

$$b_e \leq b_w + 16h_f = 0.35 + 16 \times 0.125 = 2.35 \text{ m.}$$

$$b_e \leq \text{Espaciamiento entre vigas} = 4.9 \text{ m.}$$

$$b_e \leq L/4 = 8.4/4 = 2.10 \text{ m.}$$

Por lo tanto, el ancho de la losa que contribuye con la viga AB es 2.10 m.

Las cargas que actúan sobre el elemento son:

$$\text{peso propio de la viga} = 2400 \times 0.35 \times 0.50 = 420 \text{ kg/m.}$$

peso propio de la losa= $2400 \times 0.125 \times 4.55 = 1365$ kg/m.

carga permanente sobre la losa= $250 \times 4.9 = 1225$ kg/m.

sobrecarga sobre la losa= $500 \times 4.9 = 2450$ kg/m.

La carga repartida amplificada sobre la viga es:

$$w_u = 1.2D + 1.6L = 1.2 \times (420 + 1365 + 1225) + 1.6 \times 2450 = 7532 \text{ kg/m.} \approx 7535 \text{ kg/m.}$$

Se verificará que la viga satisfaga las condiciones para la utilización del método de los coeficientes del ACI:

1. Número de tramos: 3 tramos > 2 tramos (OK)
2. Diferencia entre la longitud de los tramos adyacentes: $(9-8)/8 = 0.125 < 0.2$ (OK)
3. Cargas uniformemente distribuidas (OK)
4. Relación carga viva / carga muerta: $CV/CM = 2450/3010 = 0.81 < 3$ (OK)
5. Elementos prismáticos (OK)

Se cumplen las condiciones para la aplicación del método de los coeficientes y por lo tanto será utilizado.

Cálculo del refuerzo longitudinal y transversal: En la siguiente tabla se presenta el resumen de los cálculos efectuados para el diseño del refuerzo longitudinal y transversal.

Sección	Apoyo A	Centro de Al	Apoyo 1 (Izq)	Apoyo 1 (Der)	Centro de 12
Coefficiente	1/16	1/14	1/10	1/11	1/16
M_u (kg-cm)	3014000	3444600	5444000	4949100	3814600
b	35	210	35	35	210
R_u (d=44)	44.48	8.47	80.34	73.04	9.38

El parámetro R_u en el lado izquierdo del apoyo 1 corresponde a una cuantía de 2.61% la cual es superior a la máxima permitida por el código: $0.75\bar{\rho}_b = 2.52\%$. Esto hace necesario incrementar el peralte de la sección o hacer uso de refuerzo en compresión. Se considerará la primera solución. La nueva sección será de 40x65 cm. y su peso propio es:

$$\text{peso propio} = 2400 \times 0.40 \times 0.65 = 624 \text{ kg/m.}$$

$$\text{peso propio de la losa} = 2400 \times 0.125 \times 4.5 = 1350 \text{ kg/m.}$$

$$w_u = 1.2 \times (624 + 1350 + 1225) + 1.6 \times 2450 = 7759 \text{ kg/m.} \approx 7760 \text{ kg/m.}$$

La relación carga viva/carga muerta es 0.77 y se mantiene por debajo de 3. El método de los coeficientes puede ser aplicado a pesar de los cambios efectuados. En la tabla que sigue se presenta el resumen de los cálculos efectuados para el diseño.

Sección	Apoyo A	Centro de Al	Apoyo 1 (Izq)	Apoyo 1 (Der)	Centro de 12
Coeficiente	1/16	1/14	1/10	1/11	1/16
M_u (kg-cm)	3104000	3547400	5606600	5096900	3928500
b	40	210	40	40	210
R_u (d=59)	22.29	4.85	40.27	36.61	5.37
ρ	0.62%	0.13%	1.16%	1.05%	0.14%
	<p>En el apoyo 1 es posible efectuar redistribución de esfuerzos. La mayor variación en los momentos en el apoyo es igual a:</p> $20(1-(\rho-\rho')/\rho_b)=20(1-(1.16/3.35))=13.1\%$ <p>El momento en el lado izquierdo del apoyo 1 se reducirá en 13.1% y el momento en el lado derecho se igualará a este valor. El momento positivo en el centro de los tramos se incrementará según corresponda</p>				
Redistribución (kg-m)	3104000	4281900	4872100	4872100	4153300
R_u (d=59)	22.29	5.86	34.99	34.99	5.68
ρ	0.62%<2.52%	0.16%<2.52%	1.00%<2.52%	1.00%<2.52%	0.15%<2.52%
A_s (cm ²)	14.63	19.82	23.6	23.6	18.59
$A_{s\min}$ (cm ²)	8.41	8.41	8.41	8.41	8.41
A_s (provista)	15.30	20.96	25.5	25.5	20.96
Varillas	3#8	3#8 y 2#6	5#8	5#8	3#8 y 2#6
V_u (kg) (cara)	31040		35696	34920	
V_c (kg)	23400		23400	23400	
V_u (kg) (d de la cara)	26462		31118	30342	
V_s (kg)	11883		18091	17056	
s (cm) Estribos #3	29.6>s = 29.5 ^{max}		19.5<29.5	20.6<29.5	
Estribos (provistos)	#3@27.5 cm.		#3@19 cm.	#3@20 cm.	
$A_{v\min}$	0.98<1.42		0.68<1.42	0.71<1.42	

Los estribos calculados se proveerán hasta el punto donde la fuerza cortante es igual a $\phi V_c/2$.

Detalle del refuerzo y determinación de los puntos de corte del acero: Todas las varillas requeridas por momento negativo podrían ser cortadas simultáneamente, sin embargo, 2 varillas #8 se extenderán lo suficiente para sostener los estribos que se requieran por corte. Las varillas #8 del acero positivo se extenderán a todo lo largo del elemento y el resto serán cortadas. El acero no se cortará en zonas de tensión de modo que el refuerzo positivo deberá extenderse más allá de la sección de momento nulo. En la figura 9.26 se muestra la ubicación de estas secciones, las cuales han sido determinados haciendo uso de los coeficientes presentados en el apéndice B. Las longitudes de anclaje tanto del refuerzo positivo como del negativo se presentan en el apéndice A.

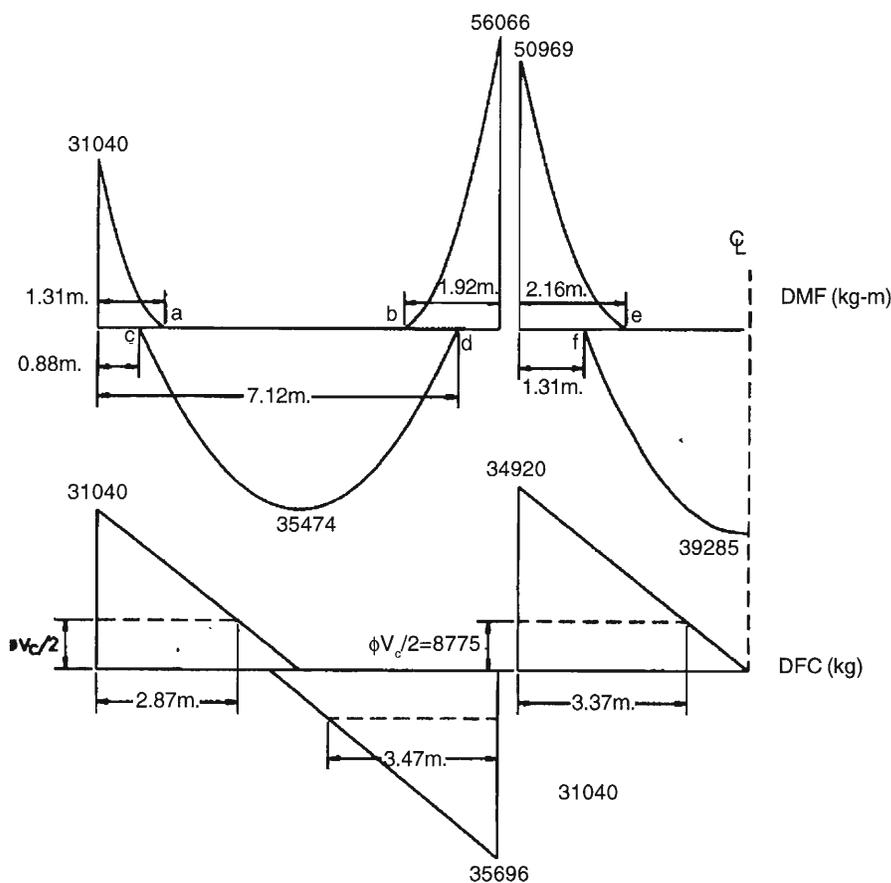


Figura 9.26 Ejemplo 9.2

Varilla	#6	#8
l_{db}	65 cm.	107 cm.
l_d (considerado)		
Positivo	65 cm.	110 cm.
Negativo	85cm.	140cm.

Siguiendo los criterios presentados en el capítulo 5, los puntos de corte serán:

1. Criterio 1: El acero se extiende d o $12d_b$, el que sea mayor, más allá de donde es teóricamente requerido. En el ejemplo, estos puntos corresponden a los secciones de momento nulo.

$$a' = 1.31 + 0.59 = \underline{1.90 \text{ m.}}$$

$$b' = 8 - 1.92 - 0.59 = \underline{5.49 \text{ m.}}$$

$$c' = 0.8 - 0.59 = \underline{0.21 \text{ m.}}$$

$$d' = 7.17 + 0.59 = \underline{7.76 \text{ m.}}$$

$$e' = 2.16 + 0.59 = \underline{2.75 \text{ m.}}$$

$$f' = 1.31 - 0.59 = \underline{0.72 \text{ m.}}$$

2. Criterio 2: El acero debe extenderse a partir del punto donde está más esforzado una longitud igual a su longitud de anclaje.

$$a' = 0.85 \text{ m.}$$

$$b' = 8 - 1.4 = 6.6 \text{ m.}$$

$$c' = 4 - 1.1 = 2.9 \text{ m.}$$

$$d' = 4 + 1.1 = 5.1 \text{ m.}$$

$$e' = 1.40 \text{ m.}$$

$$f' = 4.5 - 1.1 = 3.4 \text{ m.}$$

La condición que determina los puntos de corte del refuerzo está subrayada.

3. Criterio 3: Por lo menos la cuarta parte del refuerzo positivo en los elementos continuos debe extenderse hacia los apoyos y por lo menos un tercio del negativo debe extenderse más allá del punto de momento nulo una longitud igual a $12d_b$, d ó $L/16$, la que sea mayor. Puesto que $d > L/16$, el refuerzo negativo satisface esta condición. Por otro lado, al extender 3 varillas #8 a todo lo largo de la viga, el acero positivo cumple también este requisito.
4. Criterio 4: En los puntos de inflexión, es necesario verificar que la longitud de anclaje del refuerzo positivo permita que en todas las secciones el momento resistente sea mayor que el momento último.

Sección	c (3#8)	d (3#8)	f (3#8)
M_n (kg-m)	35022	35022	35022
V_u (kg)	24211	28867	24754
l_a (m)	0.59	0.59	0.59
l_d (m)	2.04>1.10	1.80>1.10	2.00>1.10

En los apoyos exteriores, el refuerzo longitudinal será anclado con ganchos estándar a 90°. La longitud básica de anclaje es (referirse al apéndice A):

$$l_{hb}(\#8, f'_c = 350 \text{ kg/cm}^2) = 43 \text{ cm.}$$

La longitud de anclaje del gancho estándar es:

$$l_{hd} = 45 \times 0.7 = 30 \text{ cm.} < 40 \text{ cm. (Ancho de la columna)}$$

El factor de corrección 0.7 es utilizado pues se satisfacen las condiciones de recubrimiento indicadas por el código (referirse a la sección 3.4).

Control de deflexiones: No es necesario efectuar control de deflexiones pues el peralte de la sección es mayor que el mínimo requerido para obviar este cálculo.

El detallado final del refuerzo longitudinal y transversal se muestra en la figura 9.27.

Ejemplo 9.2

Diseñar la losa del ejemplo 9.1 considerando que consta de 4 tramos. Usar $f'_c = 350 \text{ kg/cm}^2$ y $f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$.

La losa maciza se diseña como una viga de ancho unitario. Las cargas que actúan sobre la losa son:

$$\text{peso propio de la losa} = 2400 \times 0.125 \times 1 = 300 \text{ kg/m.}$$

$$\text{carga permanente sobre la losa} = 250 \times 1 = 250 \text{ kg/m.}$$

$$\text{sobrecarga sobre la losa} = 500 \times 1 = 500 \text{ kg/m.}$$

La carga repartida amplificada sobre la viga es:

$$w_u = 1.2D + 1.6L = 1.2 \times (300 + 250) + 1.6 \times 500 = 1460 \text{ kg/lm.}$$

Se verificará que la viga satisfaga las condiciones para la utilización del método de los coeficientes del ACI:

1. Número de tramos: 4 tramos > 2 tramos (OK)
2. Diferencia entre la longitud de los tramos adyacentes: todos los tramos son iguales. (OK)
3. Cargas uniformemente distribuidas (OK)
4. Relación carga viva/carga muerta: $CV/CM=500/550=0.91 < 3$ (OK)
5. Elementos prismáticos (OK)

Se cumplen las condiciones para la aplicación del método de los coeficientes y por lo tanto será utilizado.

Cálculo del refuerzo longitudinal y transversal: En la siguiente tabla se presenta el resumen de los cálculos efectuados para el diseño del refuerzo longitudinal y transversal.

Sección	Apoyo a	Centro de ab	Apoyo b (Izq)	Apoyo b (Der)	Centro de bc	Apoyo c (Izq)
Coficiente	1/24	1/14	1/10	1/11	1/16	1/11
M_u (kg-cm)	123200	211200	295700	268800	184800	268800
R_u (d=9.5 cm)	13.65	23.40	32.76	29.78	20.48	29.78
ρ	0.37%	0.65%	0.93%	0.84%	0.56%	0.84%
	<p>En el apoyo b es posible efectuar redistribución de esfuerzos. La mayor variación en los momentos en el apoyo es igual a:</p> $20(1-(\rho-\rho')/\rho_b)=20(1-(1.04/3.35))=14.4\%$ <p>El momento en el lado izquierdo del apoyo 1 se reducirá en 14.4% y el momento en el lado derecho se igualará a este valor. El momento positivo en el centro de los tramos se incrementará según corresponda</p>					
Redistribución (kg-m)	123200	253800	253100	253100	200500	268800
R_u (d=9.5)	13.65	28.12	28.04	28.04	22.22	29.78
ρ	0.37% < 2.52%	0.79% < 2.52%	0.79% < 2.52%	0.79% < 2.52%	0.61% < 2.52%	0.84% < 2.52%
A_s (cm ²)	3.52	7.51	7.51	7.51	5.80	7.98
$A_{s\min}$ (cm ²)	0.0018x100x12.5=2.25	2.25	2.25	2.25	2.25	2.25
A_s (provista)	3.55	7.74	7.74	7.74	6.45	9.03
Varillas	#3@0.20m.	#4@0.175 m	#4@0.175 m	#4@0.175 m	#4@0.20m	#4@0.15m
V_u (kg) (cara)	3285		3778	3285		3285
ϕV_c (kg)	8007		8007	8007		8007
V_u (kg) (d de la cara)	3146 < 8007		3639 < 8007	3146 < 8007		3146

En la dirección perpendicular al refuerzo principal se debe colocar refuerzo mínimo de temperatura el cual es igual a:

$$A_{\text{stemp}} = 0.0018 \times 100 \times 125 = 2.25 \text{ cm}^2.$$

Se colocará varillas #3@0.30 m.

Detalle del refuerzo y determinación de los puntos de corte del acero: No se presentará los cálculos efectuados para el corte del refuerzo pero el criterio es el mismo que en el caso de vigas.

Control de deflexiones y rajaduras: El peralte de la losa es menor que el mínimo requerido por el código para no efectuar el cómputo de deflexiones por lo que se deberá determinar la flecha instantánea debida a la aplicación de la carga viva y compararla con la máxima permitida. El procedimiento es el mismo que el presentado en el capítulo 8. A continuación se presenta el resumen de los cálculos efectuados.

$$\bar{y} = 6.25 \text{ cm.}$$

$$I_g = 100 \times 12.5^3 / 12 = 16276 \text{ cm}^4.$$

Además, se requieren las siguientes constantes:

$$f_r = 2 \sqrt{f'_c} = 2 \times \sqrt{350} = 37.42 \text{ kg/cm}^2.$$

$$E_c = 15100 \sqrt{f'_c} = 15100 \times \sqrt{350} = 282500 \text{ kg/cm}^2.$$

$$n = 7$$

Sección	Apoyo a	Centro de ab	Apoyo b	Centro de bc	Apoyo c
M_a (kg-cm)	88602	181222	183296	142852	193278
y_t (cm)	6.25	6.25	6.25	6.25	6.25
M_{cr} (kg-cm)	97448	97448	97448	97448	97448
ρ	0.37%	0.81%	0.81%	0.68%	0.95%
c/d	0.20	0.28	0.28	0.26	0.30
I_{cr} (cm ⁴)	1664	3161	3161	2733	3566
I_c (cm ⁴)	16276	5200	5132	7032	5195

El momento de inercia efectivo promedio es:

$$\text{Tramo ab: } I_c = 0.7 \times 5200 + 0.15 \times (16276 + 5132) = 6852 \text{ cm}^4 \text{ (EI} = 1.93 \times 10^9 \text{ cm}^2)$$

$$\text{Tramo bc: } I_c = 0.7 \times 7032 + 0.15 \times (5132 + 5195) = 6471 \text{ cm}^4 \text{ (EI} = 1.83 \times 10^9 \text{ cm}^2)$$

La flecha instantánea debida a la aplicación de la carga viva es:

- Tramo ab: $M_{aL}=35100$ kg-cm.
 $M_{bL}=71717$ kg-cm.
 $\Delta_{i,L}=(5wL^4/384-M_aL^2/16-M_bL^2/16)/EI$
 $= (5 \times 5 \times 450^4/384 - 35100 \times 450^2/16 - 71717 \times 450^2/16) / (1.93 \times 10^9) = 0.68$ cm.
- Tramo bc: $M_{bL}=71717$ kg-cm.
 $M_{cL}=76638$ kg-cm.
 $\Delta_{i,L}=(5 \times 5 \times 450^4/384 - 71717 \times 450^2/16 - 76638 \times 450^2/16) / (2.46 \times 10^9) = 0.43$ cm

La flecha máxima permitida es igual a $4.1/180=0.023$ m=2.3 cm. Las deflexiones están dentro del rango admisible. Para la determinación del momento de inercia efectivo de la losa se utilizó un momento de servicio que incluía la carga permanente y la sobrecarga. Aparentemente, si se trata de calcular la deflexión instantánea producida por la carga viva, el momento de inercia efectivo debe calcularse considerando sólo la carga viva. Sin embargo, la sobrecarga no puede presentarse en ausencia total de la carga permanente por lo que ambas son incluidas en el cálculo del momento de inercia efectivo del elemento.

Para el control de rajaduras consideramos $f_s = 0.6 f_y$ y un recubrimiento $c_c = 2$ cm.

$$s < \frac{96636}{0.6 \times 4200} - 2.5 \times 2 < 38 - 5 < 33 \text{ cm.}$$

por lo que los fierros escogidos cumplen con el espaciamiento máximo.

El detallado final del refuerzo longitudinal se muestra en la figura 9.28.

Ejemplo 9.3

Diseñar la losa del ejemplo 9.1 considerando que se trata de una losa aligerada. Usar $f'_c=350$ kg/cm² y $f'_y=4200$ kg/cm².

El peralte de la losa aligerada se estima de modo que no se requiere efectuar el cómputo de deflexiones en la losa. Según la Tabla 8.1, para elementos continuos:

$$h \geq 1_n/21 = 410/21 = 0.195 \text{ m.}$$

Se utilizará aligerado de 20 cm. de altura con bloques de arcilla. La losa aligerada se diseña por vigueta, la cual tiene un ancho tributario de 40 cm. Las cargas que actúan sobre una vigueta son:

peso propio de la losa= $280 \times 0.4 = 112$ kg/m.

carga permanente sobre la losa= $250 \times 0.4 = 100$ kg/m.

sobrecarga sobre la losa= $500 \times 0.4 = 200$ kg/m.

La carga repartida amplificada sobre la viga es:

$$w_u = 1.2D + 1.6L = 1.2 \times (112 + 100) + 1.6 \times 200 = 574 \text{ kg/m.} \approx 575 \text{ kg/m.}$$

Las características de la losa aligerada son similares a las de la losa maciza del ejemplo anterior, por lo tanto, se cumplen las condiciones para la aplicación del método de los coeficientes.

Cálculo del refuerzo longitudinal y transversal: En la siguiente tabla se presenta el resumen de los cálculos efectuados para el diseño del refuerzo longitudinal y transversal. No se debe olvidar que la resistencia al corte de las viguetas se puede incrementar en un 10% ya que cumple con los requerimientos mínimos propuestos por el código.

Sección	Apoyo a ab	Centro de (Izq)	Apoyo b (Der)	Apoyo b bc	Centro de (Izq)	Apoyo c
Coefficiente	1/24	1/14	1/10	1/11	1/16	1/11
M_u (kg-cm)	48500	83200	116400	105900	72800	105900
R_u (d=17cm)	16.78	28.79	40.28	36.64	25.19	36.64
ρ	0.46%	0.81%	1.16%	1.05%	0.70%	1.05%
A_s (cm ²)	0.78	1.34	1.97	1.79	1.19	1.79
$A_{s_{min}}$ (cm ²)	0.90	0.90	0.90	0.90	0.90	0.90
A_s (provista)	0.78	1.34	1.97	1.79	1.19	1.79
Varillas	1#4	2#3	1#4 y 1#3	1#4 y 1#3	2#3	1#4 y 1#3
V_u (kg) (cara)	1294		1488	1294		1294
V_c (kg)	1686		1686	1686		1686
V_u (kg)(d de la cara)	1196		1390	1196		1196

En la dirección perpendicular al refuerzo principal se debe colocar refuerzo mínimo de temperatura el cual es igual a:

$$A_{s_{temp}} = 0.0018 \times 100 \times 5 = 0.90 \text{ cm}^2.$$

Se colocará varillas #3@0.25 m. que es el espaciamiento máximo sugerido por el código.

10. Columnas

10.1 INTRODUCCIÓN

Las columnas son elementos utilizados para resistir básicamente solicitaciones de compresión axial aunque, por lo general, ésta actúa en combinación con corte, flexión o torsión ya que en las estructuras de concreto armado, la continuidad del sistema genera momentos flectores en todos sus elementos.

Las columnas, a diferencia de los pedestales, tienen una relación largo/menor dimensión de la sección transversal, mayor que tres.

Según el tipo de refuerzo transversal las columnas se pueden clasificar en *columnas con estribos* o *con refuerzo en espiral*. Las primeras son generalmente de sección rectangular, cuadrada, T ó L, sin embargo, pueden tener forma triangular, octogonal, etc. Las varillas de acero longitudinal están dispuestas de modo que haya una en cada vértice de la sección. Por su parte, las columnas con refuerzo en espiral presentan zunchado continuo provisto por una hélice o espiral de poco paso hecha de alambre o varilla de diámetro pequeño. Deben contar como mínimo con 6 varillas longitudinales dispuestas circularmente

Según la importancia de las deformaciones en el análisis y diseño, las columnas pueden ser *cortas* o *largas*. Las columnas cortas son aquéllas que presentan deflexiones laterales que no afectan su resistencia. Por el contrario, las columnas largas ven reducida su resistencia por ellas. Este concepto será desarrollado con más detalle en la sección 10.4.

Las columnas pueden ser de concreto armado exclusivamente o pueden incluir perfiles de acero estructural. En este caso se denominan *columnas compuestas*. En la figura 10.1 se muestran columnas con estribos, con refuerzo en espiral y algunos tipos de columnas compuestas.

10.2 ANÁLISIS Y DISEÑO DE COLUMNAS CORTAS DE CONCRETO ARMADO

10.2.1 Análisis de columnas cortas sometidas a compresión pura

La resistencia de columnas cortas de concreto armado sometidas a compresión pura está dada por la expresión (4-1). Sin embargo, el código del ACI reconoce que no existe columna real sometida a carga con excentricidad nula. En versiones anteriores, 1963 y 1971, se definió excentricidades accidentales o excentricidades mínimas que debían ser consideradas en el diseño de cualquier columna para tomar en cuenta este efecto. A partir de 1977, el concepto de excentricidad accidental se suprimió y se reemplazó por otro mecanismo cuyo objetivo también

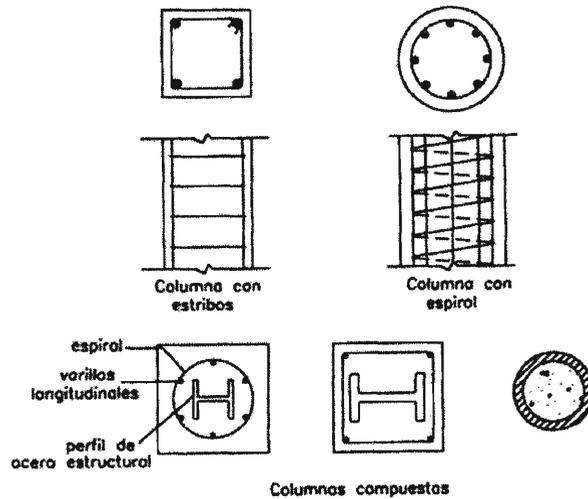


Figura 10.1. Tipos de columnas

era tomar en cuenta el hecho que no existen columnas con carga axial totalmente centrada. Este consistía en reducir la resistencia definida por la ecuación (4-1), transformándola en:

- Si el refuerzo transversal está constituido por espirales:

$$P_n = 0.85[0.85f'_c(A_g - A_{st}) + f_y A_{st}] \quad (10-1)$$

- Si el refuerzo transversal está constituido por estribos:

$$P_n = 0.80[0.85f'_c(A_g - A_{st}) + f_y A_{st}] \quad (10-2)$$

donde: A_{st} : Área del refuerzo de la sección.

A_g : Área de la sección bruta de concreto.

Los factores 0.85 y 0.80 son equivalentes a excentricidades de aproximadamente, 5% y 10% del lado para columnas con espiral y con estribos, respectivamente.

Los valores de P_u no podrán ser mayores que ϕP_n tanto para columnas sometidas a compresión pura como para columnas a flexo-compresión.

10.2.2 Análisis de columnas cortas sometidas a flexo-compresión

Una columna sometida a flexo-compresión puede considerarse como el resultado de la acción de una carga axial excéntrica o como el resultado de la acción de una carga axial y un momento flector. Ambas condiciones de carga son equivalentes y serán empleadas indistintamente para el análisis de columnas cortas sometidas a flexo-compresión.

Para el análisis, la excentricidad de la carga axial se tomará respecto al centro plástico. Este punto se caracteriza porque tiene la propiedad de que una carga aplicada sobre él produce

deformaciones uniformes en toda la sección. En secciones simétricas el centro plástico coincide con el centroide de la sección bruta y en secciones asimétricas coincide con el centroide de la sección transformada. Conforme la carga axial se aleja del centro plástico, la distribución de deformaciones se modifica, como se muestra en la figura 10.2.

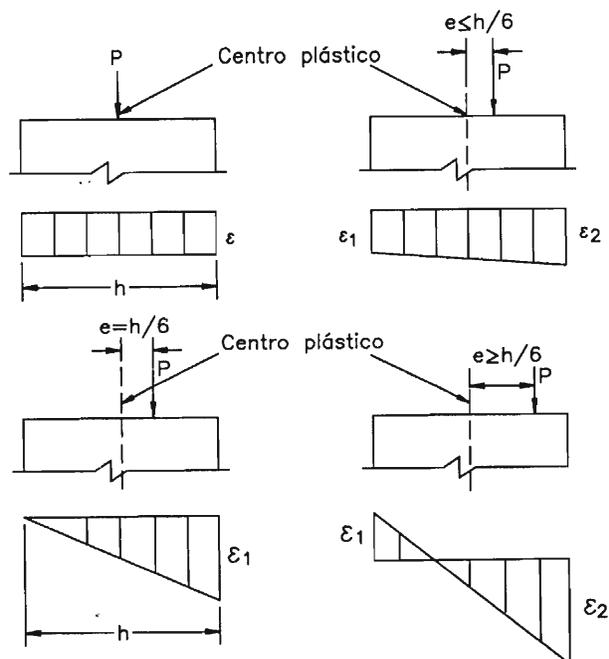


Figura 10.2. Variación de la distribución de deformaciones en la sección de acuerdo a la ubicación de la carga axial

Las hipótesis asumidas en la sección 5.3 para el análisis de concreto sometido a flexión pura, son válidas también para el análisis de elementos sometidos a flexo-compresión.

Una columna con una distribución determinada de refuerzo y dimensiones definidas tiene infinitas combinaciones de carga axial y momento flector que ocasionan su falla o lo que es equivalente, las cargas axiales que ocasionan el colapso varían dependiendo de la excentricidad con que son aplicadas. Al igual que las secciones sometidas a flexión pura, las columnas pueden presentar falla por compresión, por tensión, o falla balanceada. Sin embargo, a diferencia de ellas, una columna puede presentar cualquiera de los tres tipos de falla dependiendo de la excentricidad de la carga axial que actúa sobre ella. Si ésta es pequeña, la falla será por compresión; si la excentricidad es mayor, la falla será por tensión. Además, cada sección tiene una excentricidad única, denominada excentricidad balanceada que ocasiona la falla balanceada de la sección.

Puesto que cada columna puede presentar tres tipos de falla distintos, cada una cuenta con tres juegos de ecuaciones que definen su resistencia, ya sea en términos de carga axial y momento resistente, o en términos de carga axial resistente para una determinada excentricidad. El procedimiento para determinar estas ecuaciones es sencillo. En esta sección se le presentará

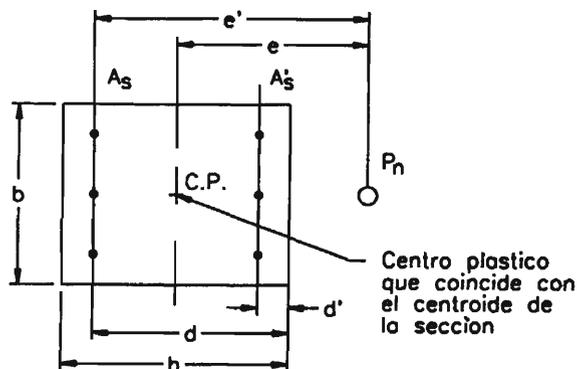


Figura 10.3. Sección rectangular analizada en la sección 10.2.2. y su análisis

aplicado a un caso en particular: una columna de sección rectangular con refuerzo dispuesto simétricamente. En la figura 10.3, se muestra la notación utilizada en la formulación presentada.

Para determinar la ecuación que corresponde a la condición de falla por compresión, se asume un diagrama de deformaciones como el mostrado en la figura 10.4.a, el cual genera los esfuerzos internos mostrados. La capacidad resistente del elemento estará dada por la resultante de las fuerzas desarrolladas en el acero y el concreto. Por lo tanto:

$$P_n = 0.85f'_c ba + A'_s f'_s - A_s f_s \quad (10-3)$$

$$M_n = 0.85f'_c ba \left(\frac{h}{2} - \frac{a}{2} \right) + A'_s f'_s \left(\frac{h}{2} - d' \right) + A_s f_s \left(d - \frac{h}{2} \right) \quad (10-4)$$

Los esfuerzos en el acero en compresión y en tensión se determinan por semejanza de triángulos:

$$f'_s = \frac{0.003(c - d')}{c} E_s = \frac{6117(c - d')}{c} \leq f_y \quad (10-5)$$

$$f_s = \frac{0.003(d - c)}{c} E_s = \frac{6117(d - c)}{c} \quad (10-6)$$

Whitney propuso la siguiente expresión aproximada para determinar la resistencia a la compresión de una columna que falla en compresión:

$$P_n = \left[\frac{A'_s f_y}{(d - d')} \right] + 0.5 \frac{bhf'_c}{\left(\frac{3he}{d^2} \right) + 1.18}$$

Esta expresión es válida para secciones con refuerzo simétrico dispuesto en una capa paralela al eje alrededor del cual se produce la flexión.

Cuando la falla es balanceada, el refuerzo en tensión alcanza el esfuerzo de fluencia y simultáneamente, el concreto llega a una deformación unitaria de 0.003. La deformación en la sección es como se muestra en la figura 10.4.b. En este caso, la resistencia de la columna será:

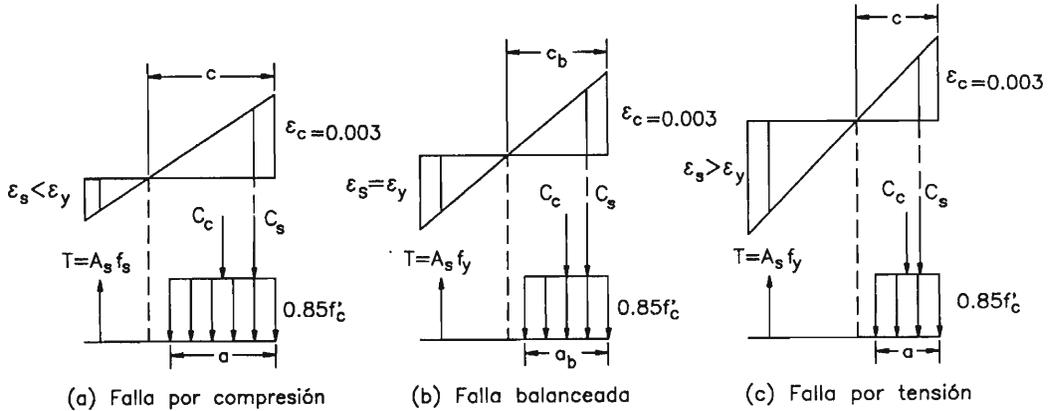


Figura 10.4. Tipos de fallas de columnas sometidas a flexo-compresión

$$P_{nb} = 0.85f'_c ba_b + A'_s f'_s - A_s f_y \tag{10-7}$$

$$M_{nb} = 0.85f'_c ba_b \left(\frac{h}{2} - \frac{a_b}{2} \right) + A'_s f'_s \left(\frac{h}{2} - d' \right) + A_s f_y \left(d - \frac{h}{2} \right) \tag{10-8}$$

donde:

$$a_b = \beta_1 \frac{6117}{6117 + f_y} d \tag{10-9}$$

La excentricidad balanceada de la sección estará dada por:

$$e_b = \frac{M_{nb}}{P_{nb}}$$

Whitney propuso las siguientes expresiones simplificadas para la determinación de la excentricidad balanceada de una sección:

- Sección rectangular $e_b = h(0.20 + 0.77\rho_t m)$
- Sección circular $e_b = h(0.24 + 0.39\rho_t m)$

donde: $\rho_t = A_{st}/bd$ y $m = f_y/0.85f'_c$.

Si la columna falla por tracción, el acero en tensión alcanzará el esfuerzo de fluencia, la carga última será menor que P_b y la excentricidad de la carga será mayor que la excentricidad balanceada. La deformación en la sección será la mostrada en la figura 10.4.c. y su resistencia estará dada por:

$$P_n = 0.85f'_c ba + A'_s f'_s - A_s f_y \tag{10-10}$$

$$M_n = 0.85f'_c ba \left(\frac{h}{2} - \frac{a}{2} \right) + A'_s f'_s \left(\frac{h}{2} - d' \right) + A_s f_y \left(d - \frac{h}{2} \right) \tag{10-11}$$

La resistencia nominal de una columna que falla por tensión se puede determinar aproximadamente a través de la siguiente expresión, propuesta por el código del ACI de 1963:

$$P_n = 0.85f'_c bd \left[\left(-\rho + 1 - \frac{e'}{d} \right) + \sqrt{\left(1 - \frac{e'}{d} \right)^2 + 2\rho m' \left(1 - \frac{d'}{d} \right) + 2\rho \frac{e'}{d}} \right]$$

donde: $m' = m - 1$ y $e' = e + d - h/2$. La expresión anterior es válida para secciones simétricas.

La representación gráfica de las combinaciones carga axial-momento flector que generan la falla de una sección se denomina *diagrama de interacción*. En la figura 10.5 se muestra un diagrama típico de una sección rectangular con refuerzo simétrico.

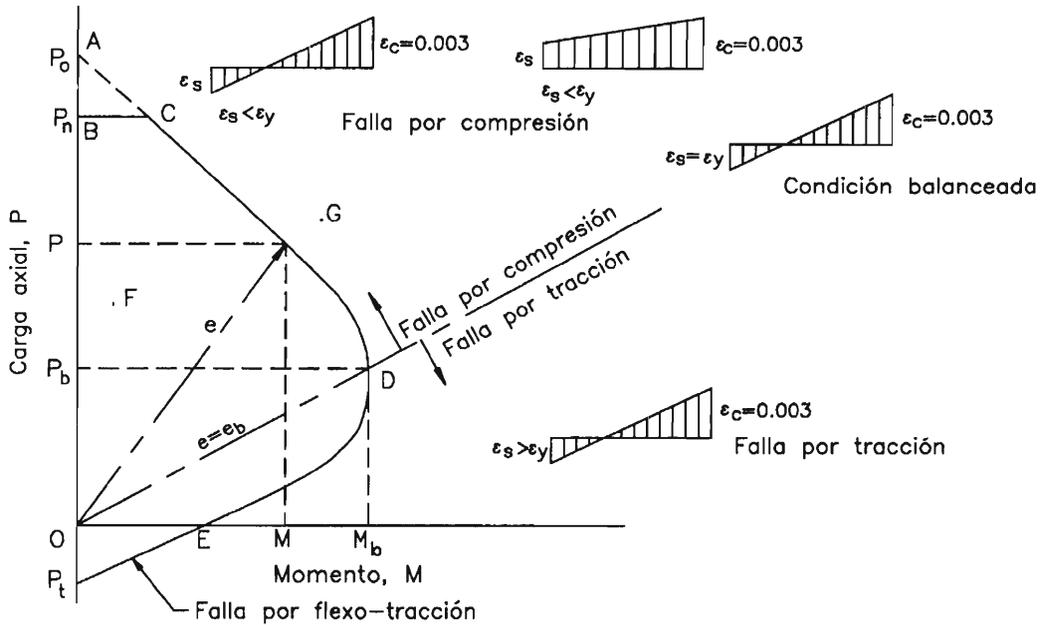


Figura 10.5. Diagrama de interacción de una sección rectangular con refuerzo simétrico

El punto A corresponde a la carga axial de rotura teórica cuando la sección no está sometida a flexión. En la sección 10.2.1 se indicó que el código del ACI recomienda tomar un porcentaje de esta carga como resistencia de la sección. La recta BC responde a esta limitación. El punto D de la curva representa la combinación de carga y momento que define la condición balanceada. Las combinaciones carga axial-momento contenidas en el tramo CD generan fallas por compresión, mientras que en el tramo DE, las fallas son por tensión. El punto E del diagrama de interacción representa un estado de flexión pura en el elemento. El comportamiento en este caso es similar al de una viga.

En torno al diagrama presentado en la figura 10.5, se puede observar que:

1. La máxima carga axial que puede soportar una columna corresponde a la combinación carga axial-momento flector en la cual el momento es nulo.

2. El máximo momento flector que puede soportar una columna no corresponde al estado de flexión pura.
3. Cada carga axial se combina sólo con un momento flector para producir la falla mientras que cada momento flector puede combinarse con dos cargas axiales para lograr el mismo efecto.
4. Todos los puntos dentro del diagrama de interacción, como el punto F, representan combinaciones carga axial-momento flector que pueden ser resistidas por la sección. Los puntos fuera del diagrama, como el punto G, son combinaciones que ocasionan la falla.
5. Una recta que une el origen con un punto sobre el diagrama de interacción puede interpretarse como la historia de carga de una sección con carga excéntrica fija que es incrementada hasta la rotura.

El diagrama de interacción representa todas las combinaciones de falla y por ende constituye una descripción completa de la capacidad resistente de una sección.

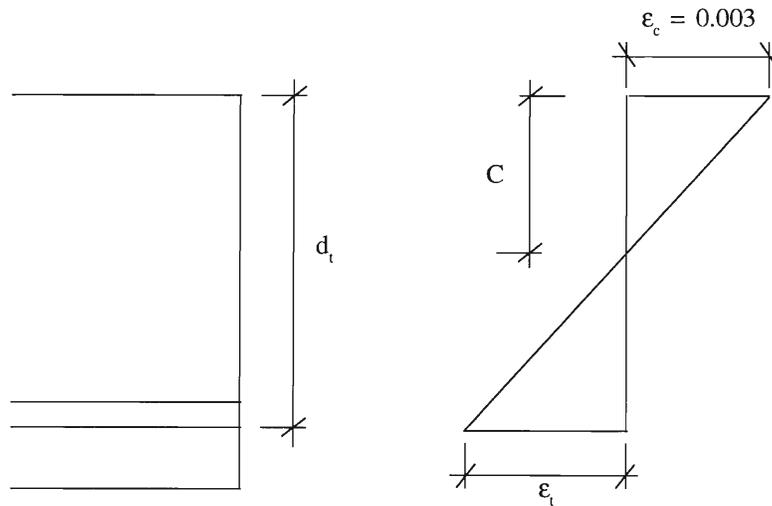
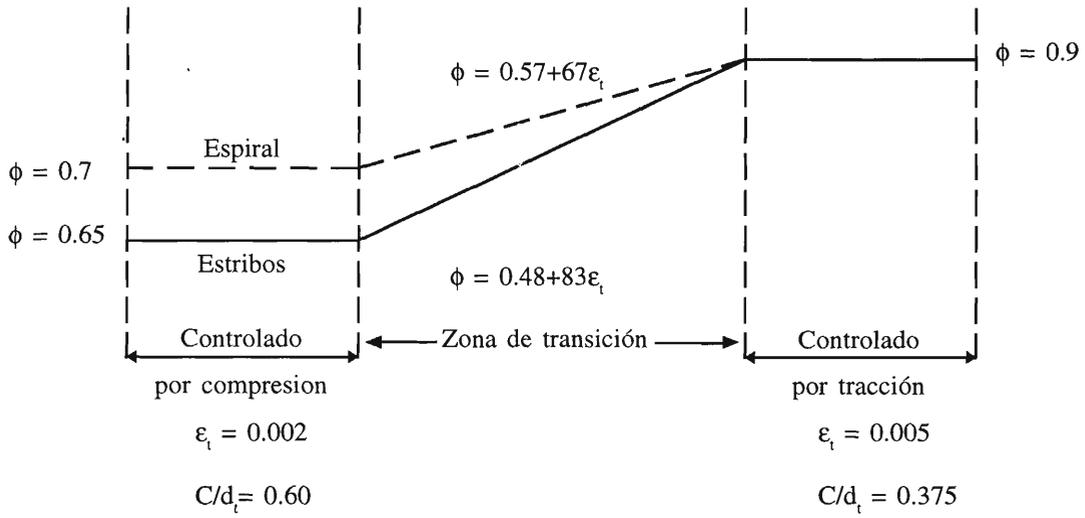


Figura 10.6. Distribución de deformaciones unitarias en una sección

Se considera una sección controlada por compresión cuando la deformación por tracción en el acero ϵ_s es igual o menor que la que corresponde al límite elástico del acero f_y en el momento que el concreto llega a una deformación $\epsilon_c = 0.003$. Se puede tomar $\epsilon_s = 0.002$ para acero grado 60 o para refuerzo de pretensado.

Se considera una sección controlada por tracción cuando $\epsilon_t \geq 0.005$. Para secciones con cargas axiales menores de $0.1 f'_c A_g \epsilon_t$ no se tomará menor de 0.004.

Las secciones con deformaciones unitarias entre $\epsilon_t = 0.002$ y $\epsilon_t = 0.005$ son de transición y en ellas se puede variar el factor ϕ entre los límites indicados para compresión, $\phi = 0.7$ para elementos con refuerzo en espiral y $\phi = 0.65$ para otros elementos en compresión, ó $\phi = 0.9$ para los elementos controlados por tracción.



Interportación en C/d_t :

Refuerzo en espiral $\phi = 0.37 + 0.2 (C/d_t)$

Refuerzo de estribos $\phi = 0.23 + 0.25 C/d_t$

Fig. 10.7 Variación del factor ϕ de reducción de resistencia.

Los diagramas de interacción pueden expresarse en términos de esfuerzos. de modo que no dependan de las dimensiones de la sección. Estas curvas son especialmente útiles para el diseño de columnas. En el apéndice C se incluyen algunos de estos diagramas.

10.2.3 Diseño de columnas cortas de concreto armado

Para estimar, en principio, las dimensiones de la sección, se suele emplear expresiones como las siguientes:

· Para columnas con estribos:

$$A_g \geq \frac{P_u}{0.45 (f'_c + f_y \rho_t)} \tag{10-12}$$

ó

$$A_g \geq \frac{P}{0.45f'_c}$$

Para columnas con refuerzo en espiral:

$$A_g \geq \frac{P_u}{0.55(f'_c + f_y \rho_t)} \quad (10-13)$$

ó

$$A_g \geq \frac{P}{0.55f'_c}$$

donde: $\rho_t = A_{st}/A_g$.

A partir del área estimada, se definen las dimensiones de la sección del elemento, las cuales suelen ser múltiplos de 5 cm. Si la columna está sometida a momentos flectores elevados, el área estimada a través de las expresiones (10-12) y (10-13) puede resultar insuficiente.

Si la columna estuviera sometida a compresión pura, el área de acero se determinaría directamente a través de la expresión (10-1) ó (10-2). Se escogen las varillas y se distribuye el refuerzo.

Si la columna está sometida a flexo-compresión, se emplean los diagramas de interacción presentados en el apéndice C. Es necesario definir una distribución de refuerzo para escoger el diagrama de interacción a utilizar. Se evalúan las cargas P_u y M_u , y se calcula $P_u/f'_c bh$ y e/h . Con el primer valor se ingresa al diagrama por el eje vertical y se ubica, sobre la recta e/h correspondiente, el punto que corresponde a la condición de carga analizada. De acuerdo a la distribución de los diagramas para diferentes cuantías de refuerzo, se estima una cuantía para dicho punto. Para optimizar el diseño, se puede repetir el proceso con otras distribuciones de refuerzo, evaluando las cuantías en cada caso. Finalmente se elige la sección más eficiente, es decir, la que requiera menos refuerzo. De ser preciso, se reconsidera las dimensiones de la sección transversal.

Limitaciones del refuerzo en miembros a compresión

El código del ACI recomienda una cuantía mínima y una cuantía máxima de refuerzo que se debe utilizar en columnas, de acuerdo a algunos criterios que se presentan a continuación (ACI-10.9).

El refuerzo longitudinal de una columna le provee resistencia a la flexión y reduce los efectos de *creep* y contracción del concreto bajo cargas sostenidas. Los ensayos han demostrado que estos efectos tienden a transferir la carga del concreto al refuerzo con el consiguiente incremento del esfuerzo en el acero. Esta transferencia se acentúa conforme la cuantía disminuye y cuando ésta es muy pequeña, el acero entra en fluencia bajo cargas de servicio. Por ello, el

código recomienda un área de refuerzo longitudinal de, por lo menos, 0.01 veces el área de la sección bruta de la columna.

En términos prácticos, la cantidad de acero está limitada por cuestiones constructivas ya que si la columna cuenta con demasiado refuerzo, el vaciado del concreto se vuelve un proceso muy difícil. Las columnas con cuantías altas sugieren que es conveniente reconsiderar las dimensiones de la sección transversal. El código sugiere, como máximo, un área de acero equivalente a 0.08 veces el área de la sección de la columna. Sin embargo, en la práctica, rara vez se excede 0.06 por las dificultades que se presentan durante su armado.

Las columnas con estribos rectangulares y circulares requieren, como mínimo, cuatro varillas longitudinales. Si se emplea refuerzo transversal espiral son necesarias, por lo menos, seis barras longitudinales (ACI-10.9.2). Las columnas que tengan secciones diferentes requieren de, por lo menos, una varilla en cada esquina. En la figura 10.8 se muestran algunas distribuciones de acero longitudinal.

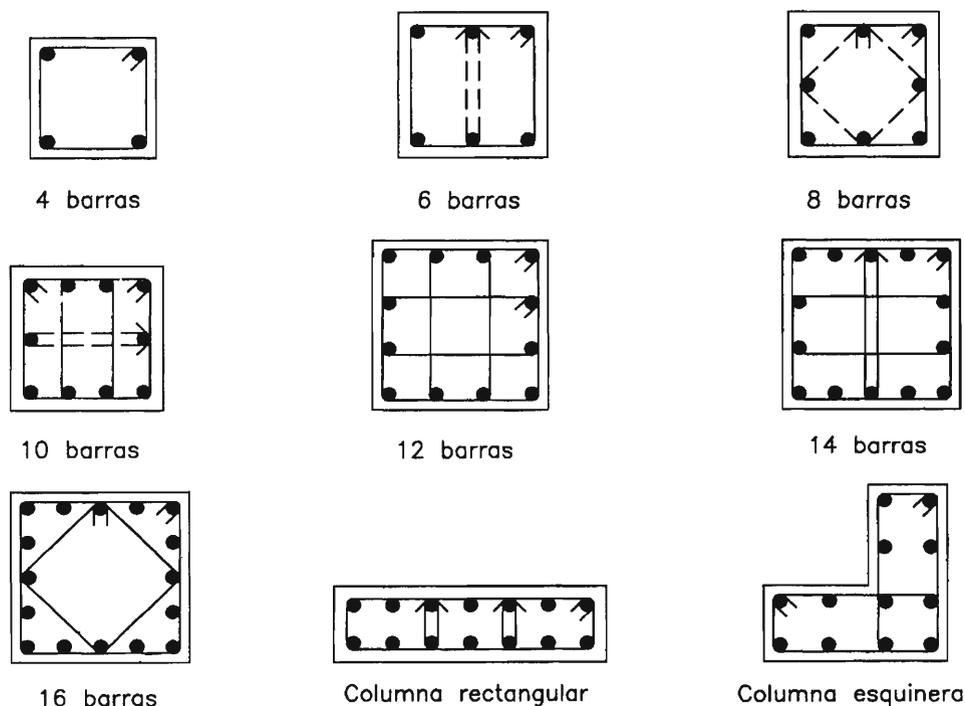


Figura 10.8. Distribuciones típicas de acero longitudinal.

10.3 DETALLES DEL DISEÑO DE COLUMNAS

El refuerzo transversal en columnas deberá satisfacer los requerimientos expuestos en esta sección (ACI-7.10). Si las columnas están sometidas a torsión y corte, además de flexo-compresión, el refuerzo transversal deberá ser diseñado para soportar estos esfuerzos.

10.3.1 Columnas con estribos

Todas las varillas del refuerzo longitudinal deberán apoyarse en estribos. Si el refuerzo longitudinal está compuesto por varillas menores que la #10, los estribos serán de denominación #3 o mayor. Por el contrario, si el acero longitudinal es de diámetro mayor, los estribos serán #4 o mayores. También se emplean mallas de alambre electrosoldado de sección equivalente.

El espaciamiento vertical de los estribos, s , deberá cumplir:

$$s \leq 16d_{b \text{ longitudinal}}$$

$$s \leq 48d_{b \text{ estribo}}$$

$s \leq$ menor dimensión de la sección transversal de la columna

Los estribos se distribuirán como se muestra en la figura 10.9. En zonas no sísmicas los ganchos de los estribos pueden ser de 90° (ties) y los estribos de zonas sísmicas (hoops) tienen que tener forzosamente ganchos de 135°. Las varillas longitudinales deberán contar, alternadamente con estribos que doblen alrededor de ellas. Si la distancia libre entre varillas es mayor de 15 cms., todas las varillas deberán tener estribos que las apoyen.

Los estribos intermedios se pueden reemplazar por amarres cruzados (cross-ties) con ganchos de 90° en un extremo y de 135° en el otro. Estos amarres se colocarán alternando sus extremos verticalmente.

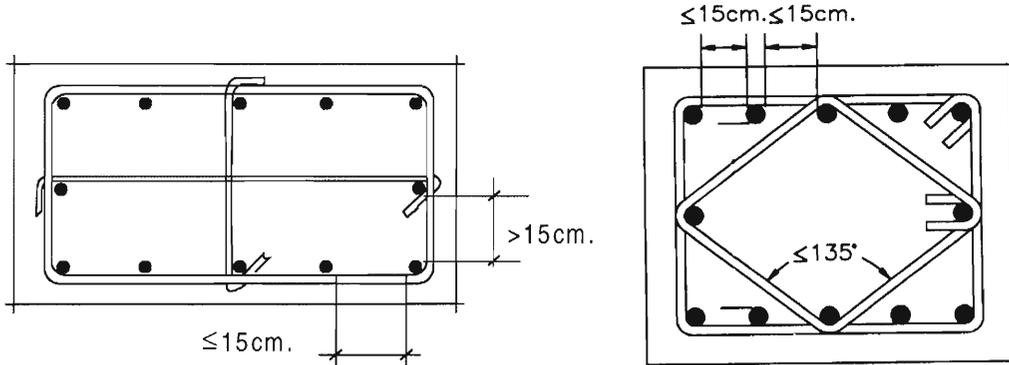


Figura 10.9. Características de los estribos de columnas.

Si las varillas longitudinales son distribuidas circularmente son necesarios estribos circulares completos, para lo cual los extremos se empalmarán con empalmes $\geq 48 d_b$ ó ≥ 30 cms. para estribos corrugados ó $\geq 72 d_b$ ó ≥ 30 cms para barras lisas o corrugados con recubrimiento epóxico o alternativamente para estas últimas empalme de $48 d_b$ con ganchos en los extremos, que anclan en el núcleo.

Los estribos se distribuirán verticalmente sobre la zapata o la losa del nivel inferior, a partir de $s/2$, hasta una distancia similar por debajo del refuerzo horizontal más bajo del elemento superior, viga o losa (ver figura 10.10). Si a la columna llegan vigas o consolas en cuatro direcciones, los estribos terminarán a no menos de 7.5 cm del refuerzo horizontal más bajo del elemento menos peraltado.

Cuando se colocan pernos en la parte superior de las columnas o pedestales, se colocarán estribos adicionales que rodeen por lo menos 4 fierros de la columna o pedestal, en los 12.5 cm superiores consistentes por lo menos en 2 estribos # 4 ó 3 estribos # 3.

Para pedestales, ver 14.3. Pedestales.

10.3.2 Columnas con refuerzo en espiral

El refuerzo en espiral consiste en varillas o alambres lisos de tamaño adecuado para su manipuleo y puesta en obra. Su diámetro será mayor o igual que 3/8" y su esfuerzo de fluencia, menor que 4200 kg/cm² (ACI-10.9.3). La distancia libre entre espirales sucesivos será mayor que 2.5 cm, menor que 7.5 cm y mayor que 1 1/3 el tamaño del agregado grueso. Además, el paso del espiral será menor que un sexto del diámetro del núcleo de concreto.

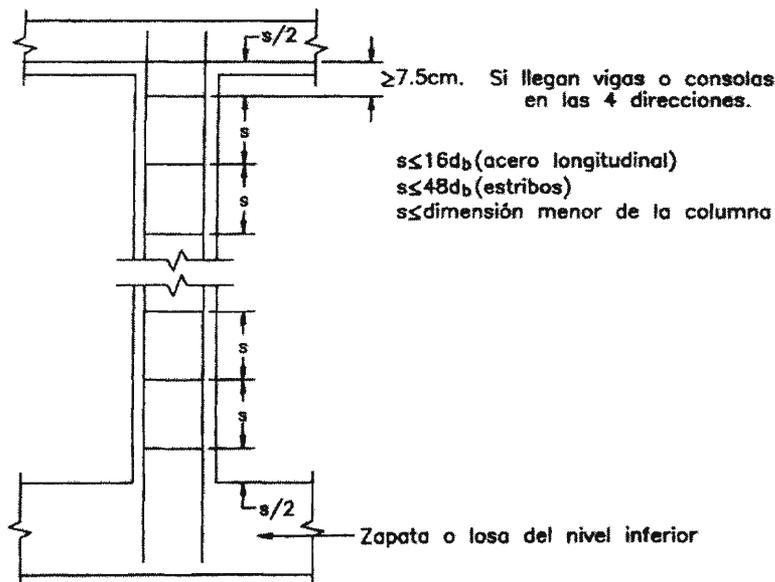


Figura 10.10. Distribución de estribos en columnas

La hélice debe ser capaz de proveer una resistencia mayor que la resistencia última de la columna. Para ello, el código recomienda:

$$\rho_s \geq 0.45 \frac{f'_c}{f_y} \left(\frac{A_g}{A_c} - 1 \right) \quad (10-14)$$

(ACI-Ec(10-5))

La deducción de esta fórmula se presenta en la sección 4.2.

El anclaje del refuerzo en espiral se garantiza proveyendo una vuelta y media adicional a ambos extremos del espiral. Los empalmes traslapados para fierro corrugado tendrán una longitud igual a 48 veces el diámetro del alambre o varilla del espiral.

Si el fierro es liso la longitud será de 72 diámetros o de 48 diámetros si se colocan ganchos en los extremos del empalme. Los ganchos pueden ser de 90° a 135° .

Para barras corrugadas con recubrimiento epóxico rigen iguales reglamentaciones que para fierro liso.

En todo caso la longitud de empalme será por lo menos de 30 cms. Es posible utilizar empalmes mecánicos o soldados.

El refuerzo en espiral se colocará a partir del borde superior de la zapata o de la losa del nivel inferior hasta el refuerzo horizontal más bajo del elemento superior. Su anclaje será de una vuelta y media. Si no existen vigas o consolas en todos los lados de la columna, se colocarán estribos en todo el peralte de la viga, losa o panel. Este refuerzo servirá para encerrar no sólo el refuerzo longitudinal de la columna sino las barras provenientes de las vigas ancladas en ella. Si la columna tiene capitel, la hélice se extenderá hasta que el diámetro del capitel sea el doble que el de la columna, como se muestra en la figura 10.11.

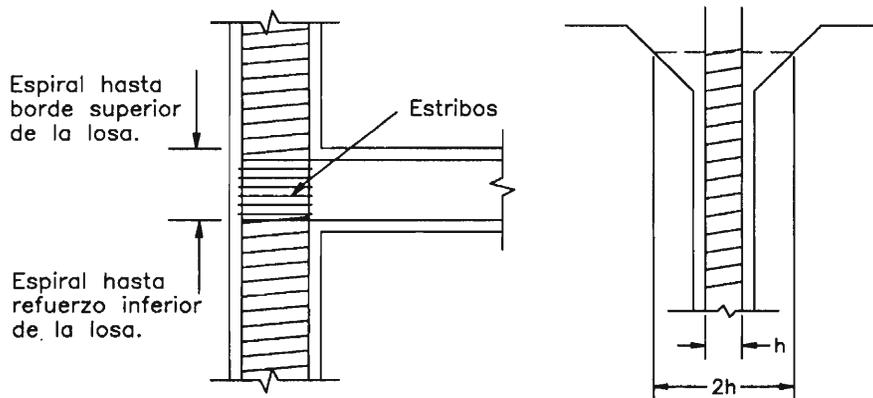


Figura 10.11. Distribución del refuerzo transversal en espiral en columnas

Si la hélice tiene un paso mayor al indicado en esta sección, se le considerará como una serie de estribos circulares con espaciamiento igual al paso de la hélice y la columna será una columna con estribos y no con refuerzo en espiral.

10.3.3 Cambios de sección en columnas

En ocasiones, las dimensiones de las columnas en los pisos inferiores de una edificación son mayores que en los pisos superiores ya que están sometidas a mayores cargas. Cuando se

presenten estos cambios de sección es conveniente tener en cuenta algunos criterios para el detallado del elemento. El código del ACI da algunas recomendaciones al respecto, las cuales se muestran en la figura 10.12 (ACI-7.8).

El refuerzo longitudinal sobre tramo inclinado y debajo de él debe ser paralelo al eje de la columna. El acero longitudinal doblado se apoyará en estribos diseñados para resistir una vez y media la componente horizontal del tramo inclinado. El acero será doblado antes de ser colocado en el encofrado. Si las caras de la columna, antes y después del cambio de sección, están a más de 7.5 cm., una de la otra, no deberá usarse refuerzo doblado, sino bastones empalmados con el refuerzo longitudinal.

10.3.4 Empalme del refuerzo longitudinal de columnas

Las recomendaciones presentadas en la sección 3.5.1 son válidas para el caso de columnas, sin embargo, el código da recomendaciones adicionales para ellas, para los casos de columnas que no soportan cargas sísmicas.

Si el esfuerzo en las barras en tracción no supera $0.5f_y$, se empleará empalme clase B si más de la mitad de las barras son empalmadas en una sección y empalme clase A si la mitad o menos son empalmadas y los empalmes están desfasados una longitud 1_d . Si el esfuerzo en las barras supera $0.5f_y$, se utilizará necesariamente empalmes clase B.

Si a lo largo del empalme se proveen estribos cuya área efectiva es mayor que $0.0015hs$, donde h es la dimensión de la sección de la columna perpendicular a los brazos del estribo considerado y s su espaciamiento, la longitud del empalme se podrá reducir multiplicándola por 0.83. En ningún caso, ésta se reducirá a menos de 30 cm.

En columnas con refuerzo transversal en espiral, la longitud de empalme podrá reducirse por 0.75. En ningún caso se tomará menor que 30 cm.

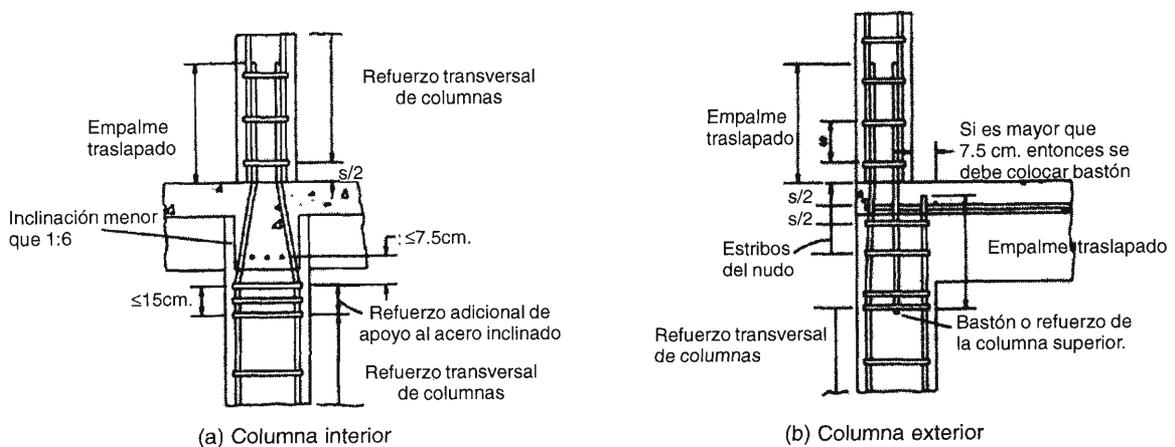


Figura 10.12. Cambio de sección transversal en columnas de concreto armado

10.3.5. Transmisión de cargas a través de los pisos

El ACI en 10.15 indica que cuando la resistencia a la compresión del concreto de la columna es mayor que 1.4 veces la del concreto de las vigas y losas del piso se deberán considerar las siguientes normas:

- Se colocará en el piso concreto de la resistencia que corresponde a la columna en un área que se extienda 60 cm más allá de la cara de la columna e integrándolo con el concreto del piso.
- La resistencia de la columna a través del piso se basará en la resistencia menor del concreto del piso con fierros verticales adicionales y el refuerzo de estribos o espirales que se necesite.
- En columnas soportadas por vigas de aproximadamente igual peralte, en los 4 lados, o por losas macizas, se podrá tomar como f'_c del nudo el 75% del f'_c de la columna más el 35% del f'_c del piso, pero teniendo en cuenta que
$$\frac{f'_c \text{ columna}}{f'_c \text{ piso}} \leq 2.5$$

10.4 COLUMNAS ESBELTAS

En esta sección se analizará el comportamiento de las columnas esbeltas, primero en términos generales y luego, específicamente en el caso de concreto armado. En las columnas esbeltas no sólo se debe resolver el problema de resistencia, sino también el de estabilidad. Se define estabilidad como la capacidad de un elemento de responder con deformaciones pequeñas a variaciones pequeñas de carga. La falta de estabilidad en columnas lleva al problema de pandeo que se desarrolla con más detalle en los siguientes párrafos.

10.4.1 Columnas esbeltas sometidas a flexo-compresión

En la figura 10.13, se muestra una columna biarticulada con desplazamiento lateral restringido en sus extremos, sometida únicamente a una fuerza de compresión P . Es de material elástico y está perfectamente alineada. Si se le da un pequeño desplazamiento lateral en el centro de la luz, la deformada será similar a la mostrada con línea punteada. A lo largo del elemento aparecerán momentos, denominados de segundo orden, que son producidos por la excentricidad de la carga axial generada por la deformación aplicada a la columna. Los momentos de 2° orden incrementarán la deflexión de la columna, incrementando los esfuerzos en ella. Si la carga P es pequeña, las deflexiones serán cada vez menores y finalmente se alcanzará el equilibrio. Sin embargo, si la carga P es cercana a la denominada carga crítica, el elemento fallará por pandeo. Las deflexiones de la pieza se incrementarán cada vez más hasta el colapso final de la pieza.

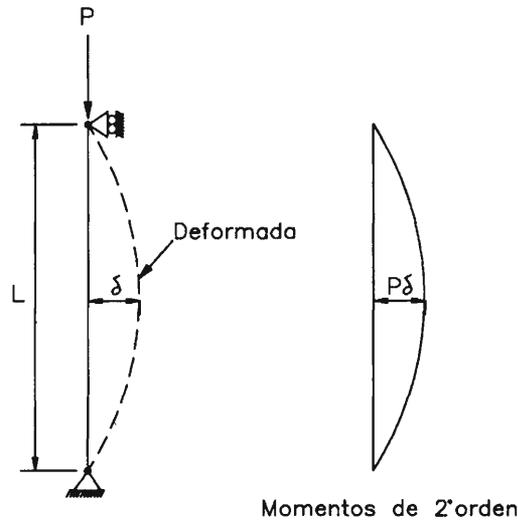


Figura 10.13. Momentos de 2º orden en una columna biarticulada sometida a compresión

En 1744, Euler dedujo la expresión que permite calcular la carga crítica de pandeo o carga de Euler:

$$P_c = \frac{\pi^2 EI}{l^2} \quad (10-15)$$

donde: E: Módulo de elasticidad del material
 I: Momento de inercia de la sección en la dirección analizada
 l: Longitud de la columna

Dividiendo ambos términos entre el área de la sección, para obtener el esfuerzo en el elemento y reemplazando I por Ar^2 :

$$\frac{P_c}{A} = \sigma_c = \frac{\pi^2 EI}{l^2 A^2} = \frac{\pi^2 E}{(l/r)^2} \quad (10-16)$$

La relación (l/r) se denomina esbeltez de la columna. Los elementos más esbeltos pandean bajo un esfuerzo menor que los elementos menos esbeltos. Conforme la esbeltez disminuye, el esfuerzo de pandeo se incrementa. Puesto que la columna no puede soportar un esfuerzo superior a su resistencia, existe una esbeltez a partir de la cual la falla se produce por resistencia y no por pandeo.

La esbeltez que corresponde al límite entre ambos tipos de falla es:

$$\left(\frac{l}{r}\right)_{\text{lim}} = \sqrt{\frac{\pi^2 E}{\sigma_{\text{max}}}}$$

En la figura 10.14, se muestra la gráfica esfuerzo de falla versus (l/r) . Cuando la esbeltez es mayor que la esbeltez límite, la curva es una hipérbola y corresponde a la relación (10-16). Si la esbeltez es menor que la límite, la falla se produce por resistencia, y por lo tanto la gráfica es una recta horizontal que corresponde a σ_{\max} del material.

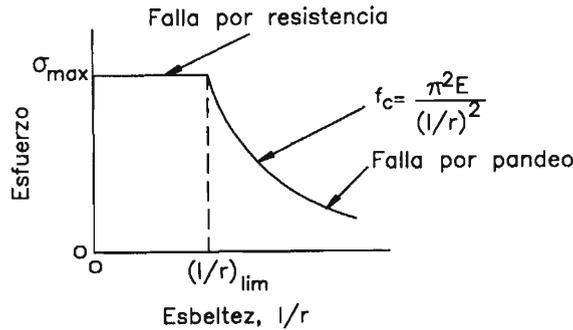


Figura 10.14. Gráfica esfuerzo-esbeltez

La expresión (10-15) y todas las derivadas de ella son válidas para el caso de una columna biarticulada con el desplazamiento lateral de apoyos restringido. Si las condiciones de apoyo varían, es posible adaptar las mismas expresiones para otras situaciones, afectando la longitud de la columna por un factor k que depende de dichas condiciones de apoyo. El término kl se denomina longitud efectiva o longitud de pandeo.

La longitud efectiva es la porción de la longitud de la columna que se puede asumir trabaja como un elemento biarticulado. En la figura 10.15 se muestra el valor de k para diferentes casos. La expresión (10-15) quedará transformada en:

$$P_c = \frac{\pi^2 EI}{(kl)^2}$$

La deformada se muestra en línea punteada	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)	(f)
Valor de K	0.5	0.7	1.0	1.0	2.0	2.0

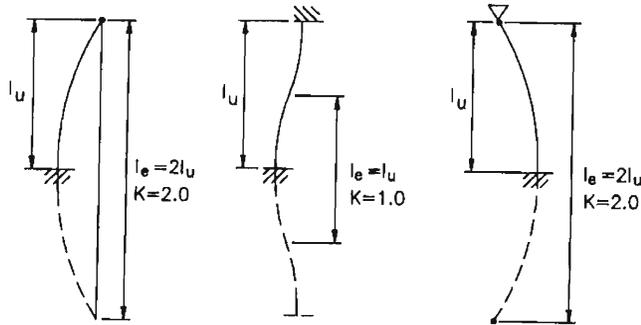
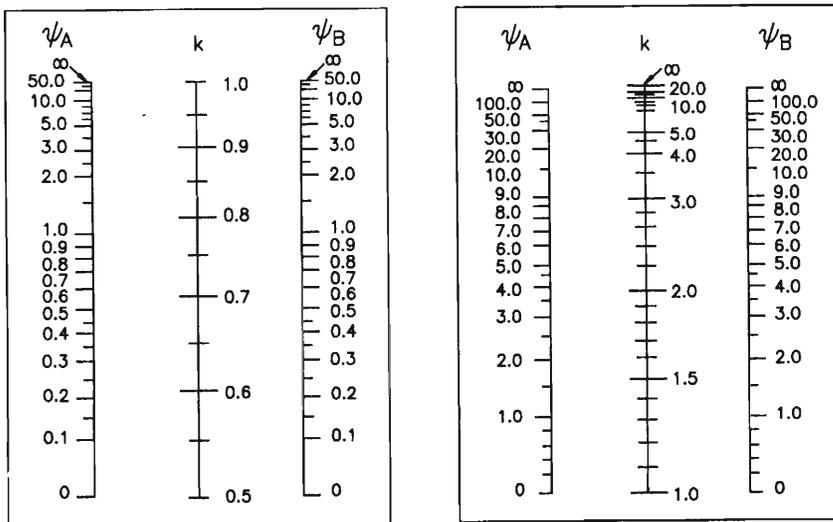


Figura 10.15. Valor del factor de longitud efectiva para algunas condiciones típicas de apoyo

Como se aprecia en la figura 10.15, las columnas cuyos extremos no pueden desplazarse lateralmente tienen un valor de k menor que 1 mientras que en las columnas que sí pueden hacerlo, k es mayor que la unidad. Por lo tanto, las columnas con desplazamiento lateral restringido requieren cargas mayores para pandear.

Las columnas al interior de un pórtico o de una estructura compleja tienen condiciones de apoyo más complicadas que las presentadas en la figura 10.15, ya que sus extremos no sólo se desplazan uno respecto al otro sino que a su vez giran. La determinación de la longitud efectiva no es tan sencilla ya que los extremos del elemento no están ni totalmente empotrados ni totalmente articulados.

Uno de los métodos empleados para estimar el valor de k es haciendo uso de los nomogramas de Jackson & Moreland presentados en la figura 10.16.a y 10.16.b. El primer nomograma es utilizado para columnas de pórticos con desplazamiento lateral restringido o arriostradas y el segundo para aquéllas que pertenecen a pórticos que tienen desplazamientos laterales, llamadas también no arriostradas.



(a) Columnas arriostradas

(b) Columnas no arriostradas

Figura 10.16. Nomogramas de Jackson & Moreland

El factor de longitud efectiva se determina evaluando el parámetro ψ en ambos extremos de la columna, a través de la siguiente relación:

$$\psi = \frac{\sum (E_c I_c / L_c)}{\sum (E_g I_g / L_g)} \quad (10-17)$$

donde: I_c : Momento de inercia de la columna
 I_g : Momento de inercia de la viga
 L_c : Longitud de la columna, entre ejes
 L_g : Longitud de la viga, entre ejes
 E_c, E_g : Módulo de elasticidad de las columnas y vigas, respectivamente.

Con esos valores se ingresa a la rectas izquierda y derecha del nomograma correspondiente, y se unen ambos puntos con una línea. En la intersección de esta línea con la recta central se lee el valor de k .

En el primer nomograma, los valores de k van desde 0.5 a 1. El límite inferior corresponde a una columna biempotrada sin desplazamiento lateral entre apoyos y el superior, a una columna biarticulada. En el segundo nomograma, el mínimo valor de k es igual a 1 y corresponde a una columna biempotrada con desplazamiento lateral. Este nomograma no presenta límite superior para el factor de longitud efectiva.

Los valores de k determinados a través de los nomogramas de Jackson & Moreland se basan en patrones de deformación específicos de los pórticos. Si están arriostrados, las vigas deben presentar curvatura simple y las columnas deben pandear simultáneamente. Si no lo están, vigas y columnas deben deformarse bajo curvatura doble, como se muestra en la figura 10.17.a. Si estas condiciones no se cumplen, la rigidez de las vigas debe modificarse para evaluar el parámetro ψ . La rigidez de las vigas de pórticos no arriostrados cuyo extremo opuesto a la columna analizada está rotulado, se multiplicará por 0.5 y si está empotrado, por 0.67. Para vigas de pórticos arriostrados contra desplazamientos, los factores serán 1.5 y 2 en condiciones similares.

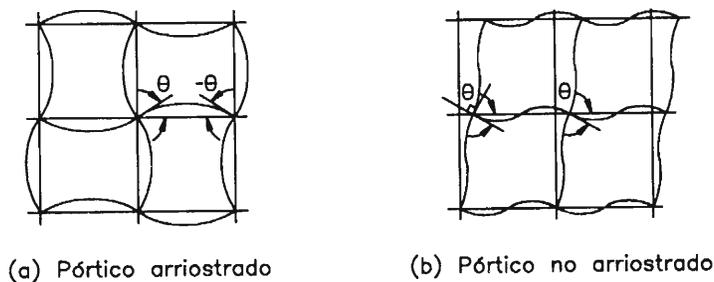


Figura 10.17. Patrones de deformación de los elementos para los cuales son aplicables los nomogramas de Jackson & Moreland

10.4.2 Columnas esbeltas de concreto armado

Las columnas de concreto armado, por lo general, son poco esbeltas y su falla no se produce por pandeo. Sin embargo, los momentos de segundo orden reducen la capacidad resistente de la pieza y dependiendo de la esbeltez de la columna, dicha reducción es considerable.

En la figura 10.18 se presenta una columna sometida a una carga P con una excentricidad e , igual en ambos extremos. El momento flector en el elemento es constante e igual a Pe y genera una deformada cuya configuración corresponde, aproximadamente, a media onda sinusoidal. Estas deflexiones conocidas como deformaciones de primer orden, incrementan la excentricidad de la carga axial a lo largo del elemento y generan la aparición de momentos de segundo orden que ocasionan deformaciones adicionales.

En la figura 10.19 se muestra el diagrama de interacción de una columna, el cual como ya se indicó, es la representación gráfica de las combinaciones de carga axial y momento flector que ocasionan la falla del elemento. La falla definida por el diagrama de interacción se produce cuando se alcanza la resistencia del concreto y por lo tanto, es independiente de la esbeltez. Si una columna corta es cargada progresivamente con una excentricidad constante, su historia de carga puede ser representada por una línea, por ejemplo la línea de puntos OA. Los momentos de segundo orden son muy pequeños pues la deflexión ocasionada por la flexión no es significativa. La excentricidad, definida por la pendiente de la línea OA es prácticamente constante. Por el contrario, en una columna esbelta, los momentos secundarios cobran importancia y la excentricidad se incrementa con las solicitaciones. En este caso, la línea curva OB representa la historia de carga. La excentricidad se incrementa gradualmente por lo que la curva se inclina cada vez más hasta alcanzar la falla. Si se presentara el caso poco común de falla por pandeo, la curva OC representaría su proceso de carga. Como se aprecia, la curva no intercepta el diagrama de interacción, ya que la columna nunca alcanza su resistencia máxima.

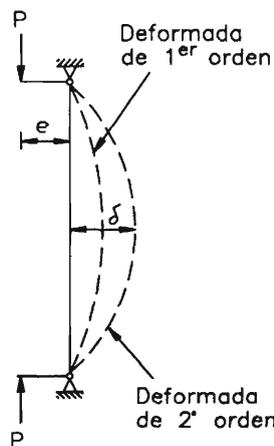


Figura 10.18. Columna de concreto armado sometida a carga P excéntrica

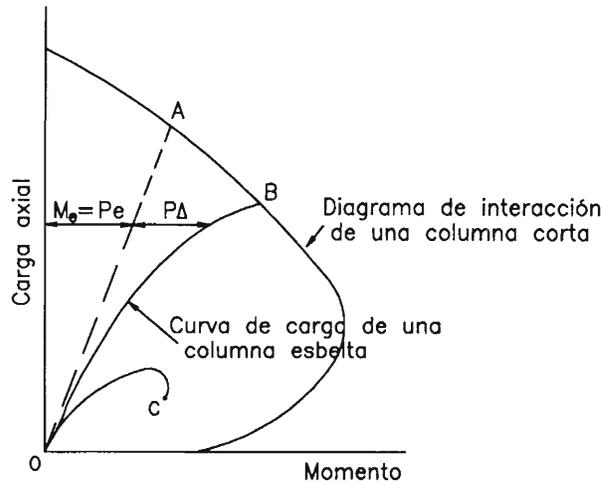


Figura 10.19. Diagramas de interacción de columnas cortas y esbeltas

En la figura 10.19 se puede observar que el incremento de los momentos debido a la presencia de los momentos de 2º orden disminuye la resistencia de la columna a la carga axial. Si la carga axial se reduce en menos del 5%, ésta puede despreciarse y la columna se diseña sin tomar en cuenta el efecto de esbeltez.

El código del ACI recomienda que el efecto de esbeltez se desprecie si se cumple:

• Para columnas no arriostradas:
$$\frac{kl_u}{r} \leq 22 \quad (10-18)$$

• Para columnas arriostradas:
$$\frac{kl_u}{r} \leq 34 - 12 \frac{M_1}{M_2} \quad (10-19)$$

(ACI-Ec(10-8))

donde: k: Factor de longitud efectiva que puede ser estimado empleando los nomogramas de Jackson & Moreland. Para la determinación del parámetro y , se debe considerar el agrietamiento de los elementos de concreto armado.

l_u : Longitud libre de la columna. En la figura 10.20 se muestra el valor de l_u para diferentes casos.

r: Radio de giro de la sección de la columna que puede considerarse igual a 0.3h para columnas rectangulares y a 0.25d para las circulares, donde h y d son las dimensiones de la sección transversal en la dirección de análisis.

M_1 : Menor momento amplificado en el extremo de la columna. Es positivo si la columna se deforma bajo curvatura simple y negativo si se deforma bajo curvatura doble.

M_2 : Mayor momento amplificado en el extremo de la columna. Siempre es positivo.

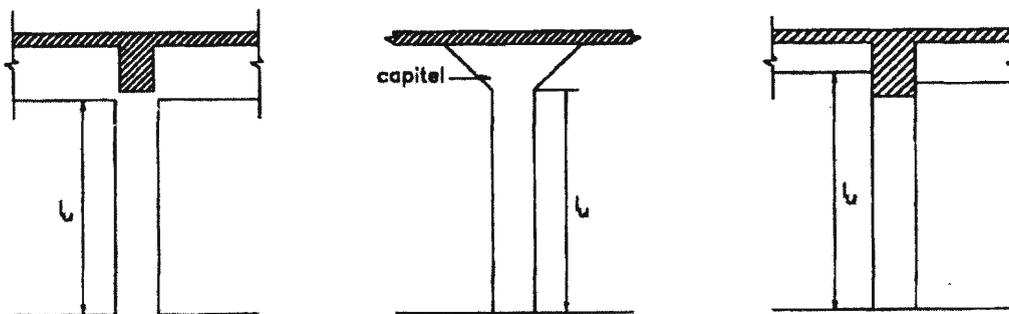


Figura 10.20. Longitud libre de columnas

En la expresión (10-19), el cociente M_1/M_2 debe considerarse siempre mayor que 0.5.

En la realidad, todos los pórticos presentan desplazamientos laterales por lo que el código del ACI sugiere dos criterios para clasificar las columnas en arriostradas y no arriostradas (ACI-10.11.4.1, 10.11.4.2):

- Si los momentos de 2º orden no exceden el 5% de los momentos de 1º orden, la estructura se considerará arriostrada.
- Si el índice de estabilidad, Q , es menor que 0.05, la estructura podrá ser considerada arriostrada, donde:

$$Q = \frac{\sum P_u \Delta_o}{V_u l_c} \tag{10-20}$$

(ACI-Ec-10-6)

donde: $\sum P_u$: Suma de las cargas axiales amplificadas de las columnas del entrepiso en estudio.

Δ_o : Desplazamiento lateral de entrepiso obtenido de un análisis de primer orden por efecto de la fuerza cortante V_u .

V_u : Fuerza cortante amplificada del entrepiso en estudio.

l_c : Longitud de la columna medida a ejes.

La $\sum P_u$ corresponderá a la combinación de carga para la cual esta suma sea maxima. Para el cálculo de los términos $\sum P_u$, M_1 , M_2 y Δ_o se efectuará un análisis de 1º orden. En este análisis se considerará el efecto del agrietamiento de los elementos de concreto armado a través del empleo de los siguientes parámetros:

- Módulo de elasticidad.....Determinado a través de (2-6) ó (2-7)

- Momento de inercia

Vigas.....0.35 I_g

Columnas.....0.70 I_g

Muros

No agrietados0.70I_g

Agrietados0.35I_g

Losas sin vigas0.25I_g

• Área 1.00A_g

Los términos I_g y A_g corresponden al momento de inercia respecto al eje centroidal y el área de la sección bruta del elemento, respectivamente. El momento de inercia se evalúa despreciando la presencia del refuerzo. Estos parámetros también se emplearán para la determinación del parámetro ψ necesario para ingresar a los diagramas de Jackson & Moreland.

Si la estructura se encuentra sometida a cargas laterales permanentes como las provenientes de empuje del terreno, los momentos de inercia se dividirán por $(1+\beta_d)$ donde:

- Para pórticos arriostrados, β_d es el cociente de la máxima carga axial permanente amplificada entre la máxima carga axial amplificada.
- Para pórticos no arriostrados, es el cociente de la máxima fuerza horizontal permanente amplificada entre la máxima fuerza horizontal amplificada total del entrepiso.

Esta reducción busca tomar en consideración el hecho que bajo cargas sostenidas, el efecto del *creep* incrementa las deflexiones en los elementos.

Si las cargas horizontales provienen de solicitaciones sísmicas, el parámetro β_d será nulo debido a su carácter transitorio.

Si las deflexiones del entrepiso se evalúan bajo cargas de servicio con los parámetros antes mencionados, el índice de estabilidad podrá considerarse igual a:

$$Q = \frac{(1.2 \sum P)(1.43 \Delta_o)}{VI_c} = \frac{1.72 \sum P \Delta_o}{VI_c}$$

En la expresión anterior, tanto las cargas axiales como las fuerzas cortantes se consideran bajo condiciones de servicio.

Si por algún motivo se requiere analizar la estructura bajo condiciones de servicio, como por ejemplo para estimar sus períodos de vibración, se recomienda considerar los parámetros de análisis definidos, sin embargo, se recomienda amplificar los momentos de inercia por 1.43.

Para secciones rectangulares, el código del ACI sugiere tomar, aproximadamente, el radio de giro igual a 0.3 veces la dimensión de la sección en la dirección de la flexión mientras que para secciones circulares, el radio de giro es igual a 0.25 veces el diámetro de la sección. En secciones irregulares, este parámetro debe calcularse en función a la sección bruta de la columna.

Dado que el valor de k para columnas arriostradas va de 0.5 a 1, el código sugiere considerar un valor de 1 a menos que se efectúe un análisis que justifique tomar un valor menor. Para columnas no arriostradas, se sugiere que el valor de k debe ser mayor que 1.

Si los límites definidos a través de las expresiones (10-18) y (10-19) son superados, es necesario diseñar la sección tomando en cuenta la reducción de resistencia producida por los momentos de 2° orden, por alguno de los procedimientos indicados por el ACI.

10.5 DISEÑO DE COLUMNAS ESBELTAS DE CONCRETO ARMADO SEGÚN EL CÓDIGO DEL ACI

Las columnas esbeltas según el código del ACI se diseñan por los mismos métodos que las columnas cortas. La diferencia se encuentra en que los momentos de diseño incluyen los efectos de segundo orden. El código propone dos métodos para su determinación. El primero consiste en efectuar un análisis de segundo orden en el que debe considerarse la influencia de las cargas axiales, deflexiones, duración de cargas, agrietamiento de las secciones, etc. Es sumamente laborioso si no se trabaja con la ayuda de un computador y por ello se propone un segundo procedimiento, denominado método de amplificación de momentos, que consiste en incrementar los momentos calculados en un análisis de primer orden por un factor definido.

El código del ACI establece que el método de amplificación de momentos no debe utilizarse para el diseño de columnas cuya esbeltez (kl_u/r) supere 100. Esto se debe a la falta de ensayos sobre el comportamiento de este tipo de estructuras con la consiguiente incertidumbre respecto a la validez del procedimiento presentado.

10.5.1 Método de amplificación de momentos

El método de amplificación de momentos se basa en un análisis de 2° orden. Para tener una idea del procedimiento seguido para la determinación de los factores de amplificación, éste será deducido para una columna biarticulada sometida a carga axial y momentos iguales en sus extremos (ver figura 10.21).

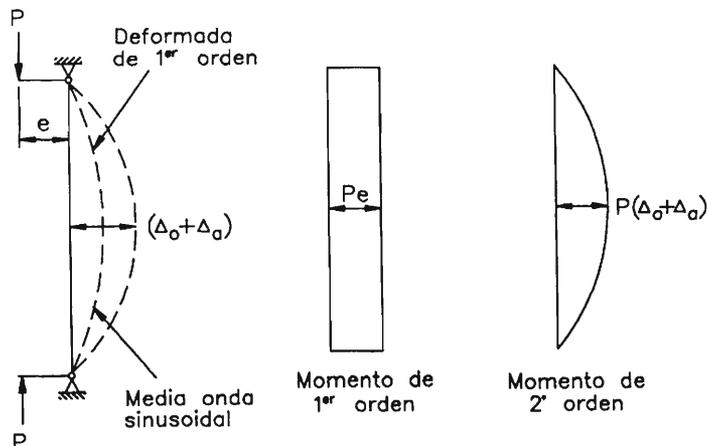


Figura 10.21. Diagrama de momentos de primer y segundo orden de una columna sometida a flexo-compresión

Asumiendo que la deformada producida por el momento externo tiene la forma de media onda sinusoidal, la deflexión producida por los momentos de segundo orden Δ_a es:

$$\Delta_a = \left[\frac{P}{EI} (\Delta_o + \Delta_a) \frac{l}{\pi} \right] \frac{l}{\pi}$$

Reemplazando (10-15) en la expresión anterior, se obtiene:

$$\Delta_a = (\Delta_o + \Delta_a) \frac{P}{P_c}$$

y la deflexión total en el centro de la columna es:

$$\Delta = \Delta_o + \Delta_a = \frac{\Delta_o}{1 - \frac{P}{P_c}}$$

El momento total en esta sección es:

$$M_c = M_o + P\Delta$$

(10-21)

Haciendo uso de (10-21) y sabiendo que $\Delta_o = M_o l^2 / 8EI$:

$$M_c = M_o \left(1 + \frac{Pl^2}{8EI} \left[\frac{1}{1 - P/P_c} \right] \right)$$

Empleando la siguiente identidad, partiendo de (10-15)

$$P = \frac{P}{P_c} \frac{\pi^2 EI}{l^2}$$

en la expresión anterior se obtiene, después de acomodar términos:

$$M_c = \frac{M_o (1 + 0.23P/P_c)}{1 - P/P_c} = \delta M_o$$

$$\delta = \frac{(1 + 0.23P/P_c)}{1 - P/P_c}$$

El factor de amplificación δ corresponde a una columna biarticulada sometida a momentos flectores iguales en sus extremos. El término $0.23P/P_c$ depende de la forma del diagrama de momentos flectores de primer orden. En columnas sometidas a momentos diferentes en sus extremos, resulta conservador despreciarlo y de este modo se obtiene:

$$\delta = \frac{1}{1 - P/P_c} \quad (10-22)$$

Cuando la columna tiene momentos diferentes en sus apoyos, el momento máximo de primer orden no se presenta en la misma sección que el momento máximo de segundo orden y por lo tanto no es correcto sumarlos directamente. Si los momentos secundarios son elevados, el momento máximo se presentará entre los apoyos de la columna y si son bajos, en uno de los extremos, como se aprecia en la figura 10.22.

Para hacer extensivo el método presentado a estos casos, el momento máximo en el extremo M_2 se multiplica por el factor C_m . Esta medida tiene como objetivo, convertir el máximo momento en el extremo del elemento en un momento uniforme $C_m M_2$ de modo que al aplicarle el factor de amplificación, el momento amplificado sea similar al que se hubiera obtenido de sumar los momentos de primer y segundo orden (ver figura 10.23).

El código del ACI define formulaciones distintas para el diseño de columnas esbeltas de pórticos sin desplazamiento horizontal y pórticos con desplazamiento horizontal.

Método de amplificación aplicado columnas de pórticos sin desplazamiento horizontal

No se toma en cuenta cuando:

$$\frac{kl_u}{r} \leq 34 - 12 \frac{M_1}{M_2} \quad (\text{ACI-Ec-10-7})$$

y

$$\frac{kl_u}{r} \leq 40$$

M_1 = Menor momento amplificado en los extremos del elemento, positivo si la flexión es en simple curvatura y negativo si lo es en doble curvatura.

M_2 = Mayor momento amplificado en los extremos en la columna, siempre positivo.

Por eso $\frac{M_1}{M_2}$ es positivo para flexión en simple curvatura y negativo para flexión en doble curvatura.

En el primer caso, los elementos a compresión se diseñarán para P_u y M_c donde:

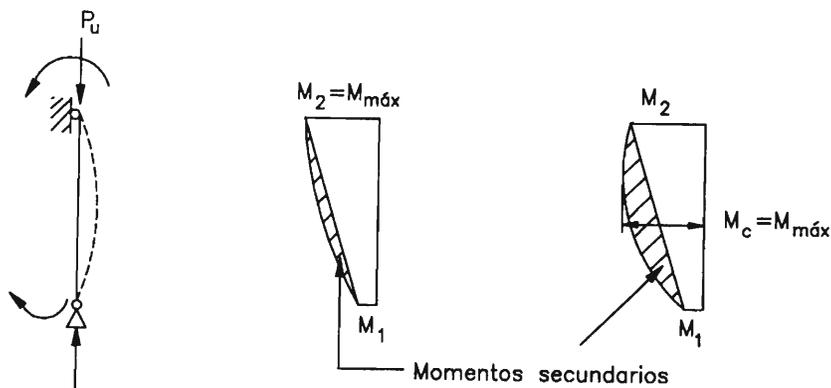
$$M_c = \delta_{ns} M_2 \quad (10-23)$$

(ACI-Ec-10-8)

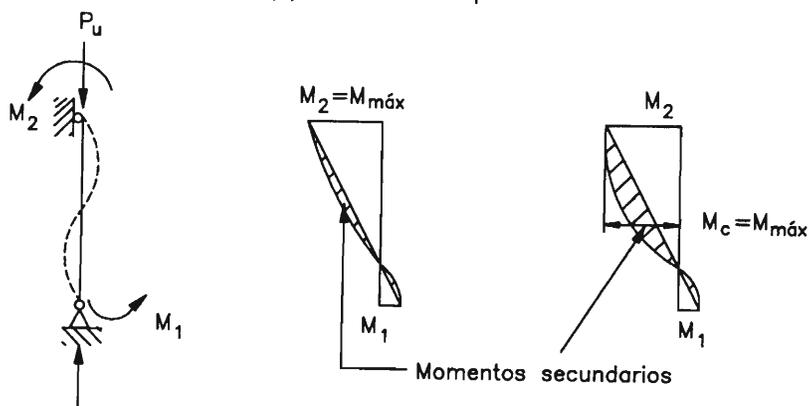
El factor de amplificación δ_{ns} está definido por:

$$\delta_{ns} = \frac{C_m}{1 - \frac{P_u}{0.75P_c}} \geq 1 \quad (10-24)$$

(ACI-Ec-10-9)



(a) Curvatura simple



(b) Curvatura doble

Figura 10.22. Magnitud de los momentos máximos respecto a los momentos secundarios en columnas esbeltas

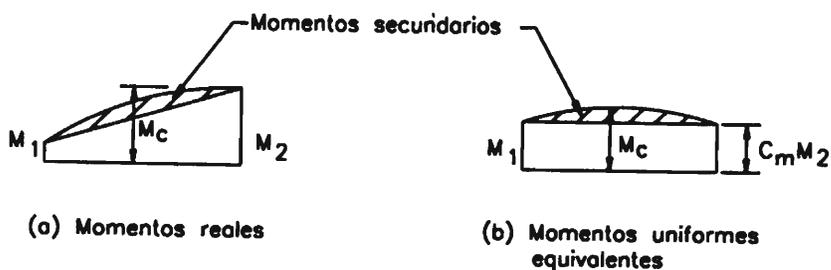


Figura 10.23. Significado del parámetro C_m

En esta expresión, el factor ϕ se ha reemplazado por 0.75 ya que se ha demostrado el tipo de refuerzo transversal de la columna no afecta el cálculo de δ_{ns} .

$$P_c = \frac{\pi^2 EI}{(Kl_u)^2} \quad (10-25)$$

(ACI-Ec(10-10))

El término EI se considerará igual a:

$$EI = \frac{0.2E_c I_g + E_s I_{se}}{1 + \beta_d} \quad (10-26)$$

(ACI-Ec(10-11))

$$EI = \frac{0.4E_c I_g}{1 + \beta_d} \quad (10-27)$$

(ACI-Ec(10-12))

donde: E_s : Módulo de elasticidad del acero.

I_{se} : Momento de inercia del refuerzo respecto al eje centroidal de la sección bruta.

$$\beta_d = \frac{\text{Máxima carga axial amplificada sostenida}}{\text{Máxima carga axial amplificada}}$$

En forma aproximada se puede tomar $\beta_d \approx 0.6$ por lo que $EI \approx 0.25E_c I_g$ (ACI-R.10.12.3).

Si el elemento no está sometido a cargas transversales entre apoyos el parámetro C_m está definido por:

$$C_m = 0.6 + 0.4 \frac{M_1}{M_2} \geq 0.4 \quad (10-28)$$

(ACI-Ec(10-13))

En caso contrario, se tomará igual a la unidad.

El momento M_2 en la ecuación (10-23) no se tomará menor que:

$$M_{2,\min} = P_u (1.5 + 0.03h) \quad (10-29)$$

(ACI-Ec(10-14))

En los elementos en los que $M_{2,\min}$ supere M_2 , el valor de C_m podrá ser determinado a través de la expresión (10-28) o podrá asumirse igual a la unidad, indistintamente.

Método de amplificación aplicado columnas de pórticos con desplazamiento horizontal

No se toma en cuenta cuando:

$$\frac{Kl_u}{r} \leq 22$$

Los momentos en los extremos del elemento sometido a compresión, M_1 y M_2 , se determinan a través de las siguientes expresiones:

$$M_1 = M_{1ns} + \delta_s M_{1s} \quad (10-30)$$

(ACI-Ec(10-15))

$$M_2 = M_{2ns} + \delta_s M_{2s} \quad (10-31)$$

(ACI-Ec(10-16))

donde: M_{1ns} : Momento factorizado en el extremo del elemento donde actúa M_1 debido a cargas que no producen desplazamientos laterales apreciables.

M_{2ns} : Momento factorizado en el extremo del elemento donde actúa M_2 debido a cargas que no producen desplazamientos laterales apreciables.

M_{1s} : Momento factorizado en el extremo del elemento donde actúa M_1 debido a cargas que producen desplazamientos laterales apreciables.

M_{2s} : Momento factorizado en el extremo del elemento donde actúa M_2 debido a cargas que producen desplazamientos laterales apreciables.

δ_s : Factor de amplificación de momento en elementos no arriostrados.

Para estimar los términos $\delta_s M_s$ en las expresiones (10-30) y (10-31), se pueden emplear tres procedimientos:

1. Estimar el valor de $\delta_s M_s$ a través de un análisis de 2° orden empleando las propiedades de los elementos definidas en la sección 10.4.2.
2. Evaluar el término $\delta_s M_s$ a través de la siguiente expresión:

$$\delta_s M_s = \frac{M_s}{1 - Q} M_s \quad (10-32)$$

(ACI-Ec(10-17))

Si el factor de amplificación, δ_s , excede 1.5, este procedimiento no podrá ser empleado para estimar el valor de $\delta_s M_s$.

3. Estimar el valor de $\delta_s M_s$ mediante la siguiente expresión:

$$\delta_s M_s = \frac{M_s}{1 - \frac{\Sigma P_u}{0.75 \Sigma P_c}} \geq M_s \quad (10-33)$$

(ACI-Ec(10-18))

donde: ΣP_u : Suma de las cargas verticales de las columnas del entrepiso en estudio.

ΣP_c : Suma de las cargas críticas de las columnas del entrepiso que aportan rigidez lateral. La carga crítica, P_c , y la rigidez a la flexión, EI , se evalúan empleando las expresiones (10-26) y (10-27).

Si el la esbeltez del elemento a compresión es mayor que:

$$\frac{l_u}{r} > \frac{35}{\sqrt{\frac{P_u}{f'_c A_g}}} \quad (10-34)$$

(ACI-Ec(10-19))

la columna deberá ser diseñada para resistir la carga P_u y el momento M_c calculado a través de (10-23) utilizando los valores de M_1 y M_2 determinados mediante (10-30) y (10-31), o sea:

$$M_{c1} = \delta_{ns}(M_{1ns} + \delta_s M_{1s})$$

$$M_{c2} = \delta_{ns}(M_{2ns} + \delta_s M_{2s})$$

ya que al ser la columna muy larga. el máximo momento puede ocurrir en cualquier sección de la misma.

El parámetro β_d se tomará:

$$\beta_d = \frac{\text{Máximo corte amplificado sostenido en el piso}}{\text{Máximo corte amplificado en el piso}}$$

Cuando las fuerzas horizontales son de corta duración como en el caso de sismos: $\beta_d = 0$

Si las fuerzas horizontales son permanentes, no de sismo, se puede tomar por simplificación $\beta_d = 1$

Además de verificar las condiciones de resistencia de la estructura bajo la acción de cargas laterales, el código recomienda considerar también su estabilidad a través de los siguientes criterios (ACI-10.13.6):

1. Si $\delta_s M_s$ se evalúa mediante un análisis de 2° orden, el cociente de las deflexiones laterales de 2° orden entre las deflexiones laterales de 1er orden, debidas a 1.4 veces la carga permanente, 1.7 veces la carga viva más la carga lateral, no deberá ser mayor que 2.5.
2. Si $\delta_s M_s$ se estima haciendo uso del índice de estabilidad, Q, éste parámetro, evaluado para la suma de las cargas verticales últimas debidas a 1.4 veces la carga permanente más 1.7 veces la carga viva. no deberá exceder 0.6.
3. Si $\delta_s M_s$ se determina a través de la expresión (10-33), el factor de amplificación δ_s , evaluado utilizando ΣP_u y ΣP_c correspondientes a la carga axial permanente factorizada y la carga viva factorizada, deberá ser positivo y menor que 2.5.

Para la verificación de la estabilidad de la estructura, el parámetro β_d se tomará igual al cociente de la máxima carga axial permanente factorizada entre la máxima carga axial factorizada.

Adicionalmente, el código recomienda que en pórticos con desplazamientos horizontales, las vigas sean diseñadas con los momentos amplificados de las columnas. Esto pretende evitar la

formación de rótulas plásticas en los elementos a flexión con la consecuente pérdida de rigidez del conjunto y reducción de la capacidad de carga de las columnas.

10.6 DISEÑO DE COLUMNAS DE CONCRETO ARMADO SOMETIDAS A FLEXIÓN BIAXIAL

Las columnas sometidas a flexión biaxial se ubican, generalmente, en las esquinas de las edificaciones. Su carga axial tiene excentricidad respecto al eje X y al eje Y como se muestra en la figura 10.24. La falla de estos elementos es función de tres variables: carga axial, momento en la dirección X y momento en la dirección Y, por lo que el diagrama de interacción deja de ser una curva para transformarse en una superficie como la mostrada en la figura 10.25. La intersección de dicha superficie con el plano P_n-M_{nx} corresponde al diagrama de interacción de una columna sometida a flexión uniaxial en la dirección X y la intersección con el plano P_n-M_{ny} corresponde al diagrama de interacción con flexión sólo alrededor de Y.

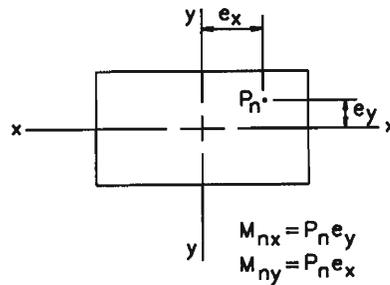


Figura 10.24. Excentricidad de la carga axial respecto a los ejes X e Y

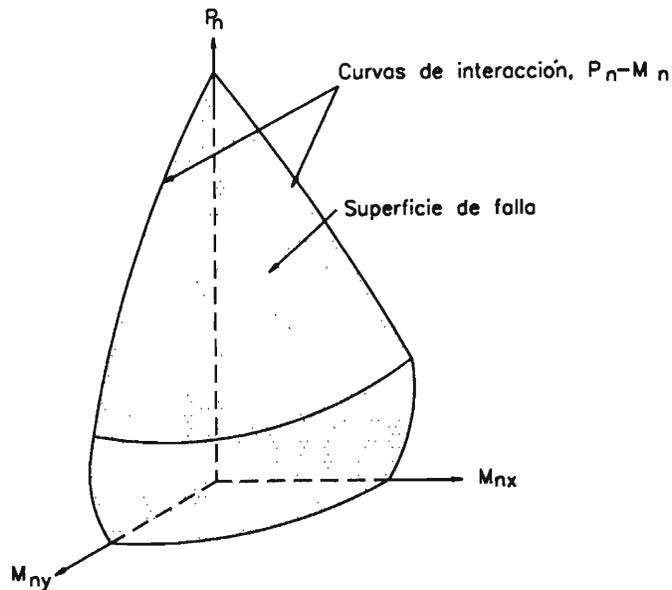


Figura 10.25. Superficie de interacción de una columna sometida a flexión biaxial

Es posible determinar una serie de puntos y establecer la forma de la superficie de interacción. Para ello, se asume un eje neutro con una inclinación a respecto al eje centroidal y una distribución de deformaciones en la sección como se muestra en la figura 10.26. Con las deformaciones asumidas, se calculan los esfuerzos en el concreto y el acero, las fuerzas en ellos y finalmente por equilibrio se determinan la carga axial y el momento resistente, en X y en Y, de la sección. Este procedimiento se repite considerando otra distribución de deformaciones y otra inclinación del eje neutro respecto al eje centroidal. Como se puede apreciar, este proceso es laborioso y no es práctico.

Para simplificar el diseño se han propuesto dos métodos a través de los cuales se puede estimar la capacidad resistente de una sección determinada sometida a flexión biaxial sin necesidad de conocer la superficie de interacción de la columna. El primero se denomina método de la carga recíproca o de Bresler, en honor a quien lo propuso: Boris Bresler y el segundo es el método del contorno de carga, desarrollado por Parme, Nieves y Gouwens.

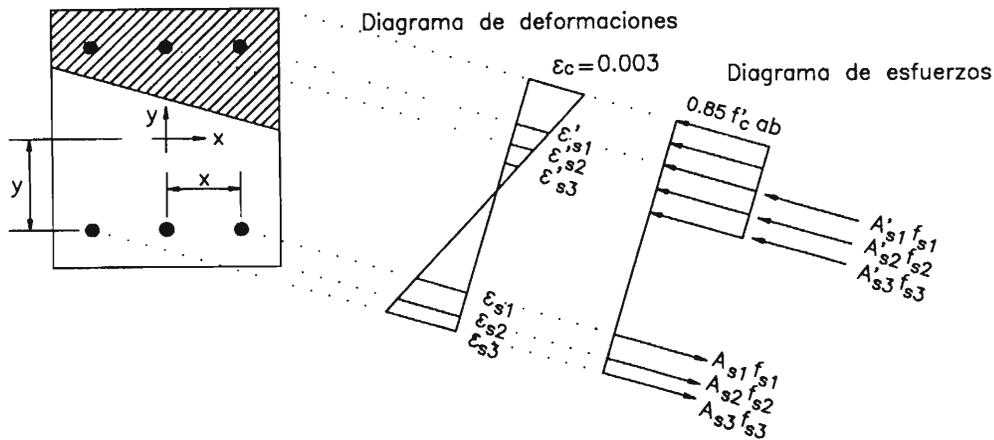


Figura 10.26. Esfuerzos y deformaciones en una sección de una columna sometida a flexión biaxial

10.6.1 Método de Bresler o de la carga recíproca

La superficie de falla representada por el diagrama de interacción sobre los ejes P_n , M_{nx} y M_{ny} puede representarse de modo equivalente sobre un sistema cuyos ejes sean P_n , e_x y e_y como se muestra en la figura 10.27 o sobre un sistema con ejes $1/P_n$, e_x y e_y como el presentado en la figura 10.28. En el último caso, la superficie se denomina superficie de falla recíproca.

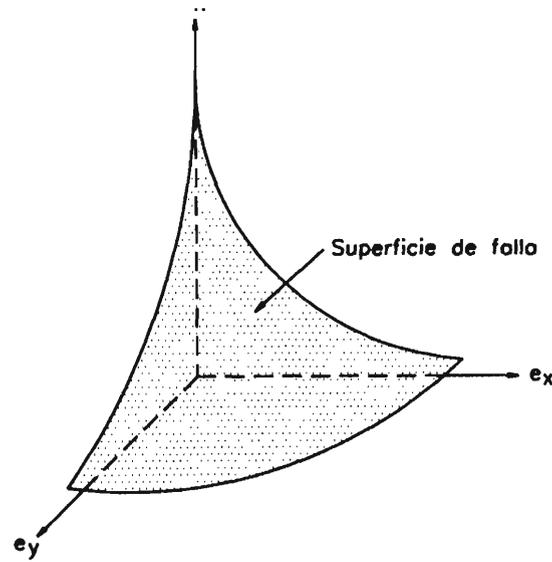


Figura 10.27. Superficie de falla

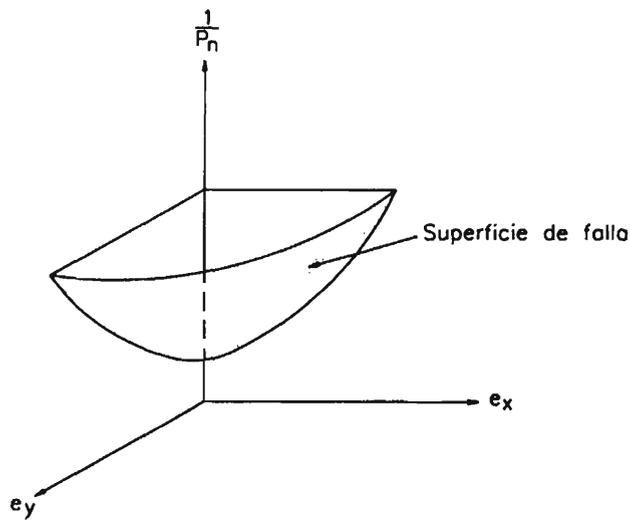


Figura 10.28. Superficie de falla recíproca

Un punto real sobre la superficie de falla recíproca: $(1/P_{n1}, e_{xA}, e_{xB})$ puede ser aproximado a otro $(1/P_i, e_{xA}, e_{xB})$ sobre el plano S'_3 el cual contiene los puntos A, B y C (figura 10.29). El punto A representa la carga axial nominal de la columna cuando $e_x = e_{xA}$ y $e_y = 0$. Similarmente, el punto B representa la carga axial nominal bajo la condición que $e_x = 0$ y $e_y = e_{yB}$. El punto C representa la carga axial nominal de la columna con excentricidad nula en las dos direcciones.

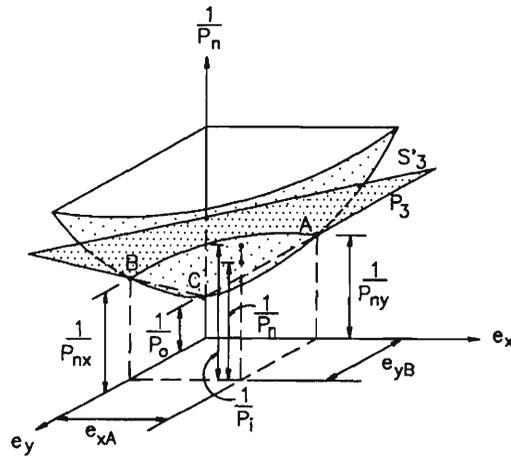


Figura 10.29. Principio del método de Bresler

La ecuación de S'_3 está dada por:

$$\frac{1}{P_i} = \frac{1}{P_{nx}} + \frac{1}{P_{ny}} - \frac{1}{P_o} \tag{10-35}$$

- donde:
- P_i : Carga axial nominal aproximada bajo excentricidades e_x y e_y .
 - P_{nx} : Carga axial nominal bajo excentricidad e_y en una sola dirección.
 - P_{ny} : Carga axial nominal bajo excentricidad e_x en una sola dirección.
 - P_o : Carga axial nominal bajo excentricidad nula.

La expresión (10-35) permite estimar con precisión suficiente la resistencia de la columna sometida a flexión biaxial. Esta relación se puede transformar, para cargas últimas, en:

$$\frac{1}{\phi P_i} = \frac{1}{\phi P_{nx}} + \frac{1}{\phi P_{ny}} - \frac{1}{\phi P_o} \tag{10-36}$$

Para el diseño, P_{nx} y P_{ny} se determinan de los diagramas de interacción para flexión en un sentido y P_o se determina a través de la expresión (4-1).

10.6.2 Método del contorno de carga

El método del contorno de carga basa el desarrollo de sus fórmulas en la superficie de interacción presentada en la figura 10.25, específicamente en la curva generada por la intersección de dicha superficie con un plano paralelo al M_{nx} - M_{ny} a una distancia P_n (figura 10.30). Esta curva está definida por la siguiente expresión:

$$\left(\frac{M_{nx}}{M_{nox}} \right)^\alpha + \left(\frac{M_{ny}}{M_{noy}} \right)^\alpha = 1 \tag{10-37}$$

- donde: M_{nx} : Momento resistente nominal en la dirección X.
 M_{nox} : Momento resistente nominal en la dirección X sin excentricidad en la otra dirección.
 M_{ny} : Momento resistente nominal en la dirección Y.
 M_{noy} : Momento resistente nominal en la dirección Y sin excentricidad en la otra dirección.
 α : Exponente que depende de la geometría de la sección transversal, del porcentaje, distribución y resistencia del acero y de la resistencia del concreto; es igual a:

$$\alpha = \frac{\log 0.5}{\log \beta} \quad (10-38)$$

El parámetro β será definido más adelante.

Multiplicando el numerador y denominador de los términos de la expresión (10-37) por ϕ , para transformarlos a cargas últimas:

$$\left(\frac{M_{ux}}{M_{ox}} \right)^\alpha + \left(\frac{M_{uy}}{M_{oy}} \right)^\alpha = 1 \quad (10-39)$$

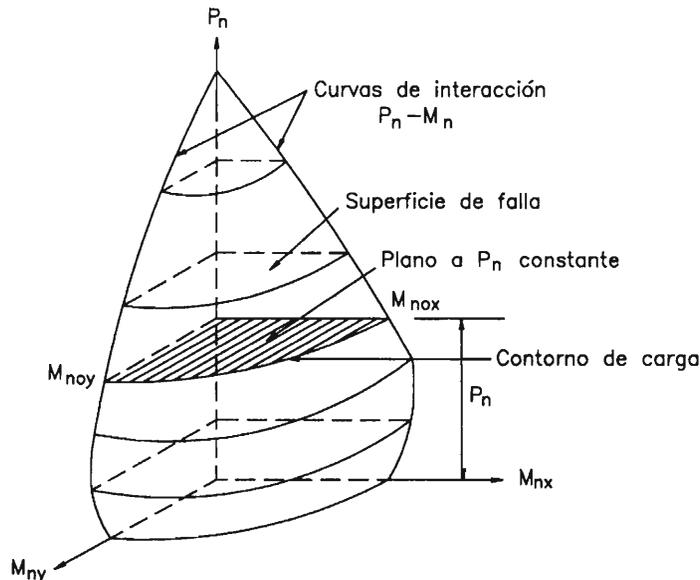


Figura 10.30. Principio del método del contorno de carga

En la figura 10.31 se muestra la curva adimensional, M_{ux}/M_{ox} versus M_{uy}/M_{oy} definida por la relación (10-39). En ella se define un punto A, tal que:

$$\frac{M_{ux}}{M_{uy}} = \frac{M_{ox}}{M_{oy}} = \beta$$

y entonces:

$$M_{ux} = \beta M_{ox}$$

$$M_{uy} = \beta M_{oy}$$

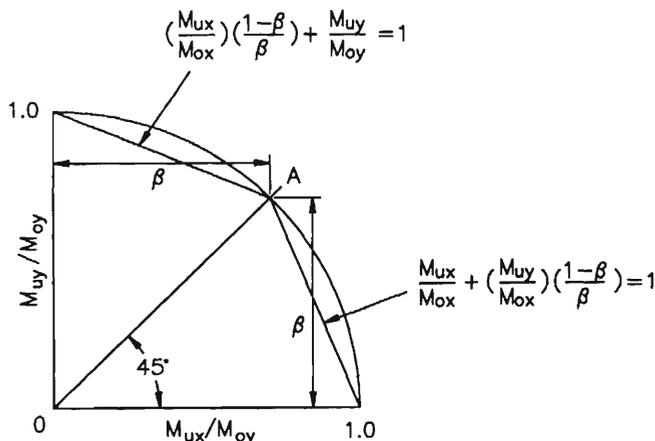


Figura 10.31. Contorno de carga

El parámetro β representa la fracción de la capacidad resistente de la columna sometida a flexión en la dirección X que puede ser soportada simultáneamente a una fracción similar de la capacidad resistente a la flexión en la dirección Y. Su valor oscila entre 0.55 y 0.90 pero se suele tomar igual a 0.65 para iniciar el diseño. En la figura 10.32 se muestra una gráfica que permite determinar el valor de β a partir de los momentos actuantes y los momentos resistentes de la columna en las dos direcciones.

La curva presentada en la figura 10.31 se puede aproximar a dos líneas rectas definidas por:

- Si $\frac{M_{uy}}{M_{ux}} > \frac{M_{oy}}{M_{ox}}$

$$M_{oy} = M_{uy} + M_{ux} \left(\frac{M_{oy}}{M_{ox}} \right) \left(\frac{1-\beta}{\beta} \right) \quad (10-40)$$

- Si $\frac{M_{uy}}{M_{ux}} \leq \frac{M_{oy}}{M_{ox}}$

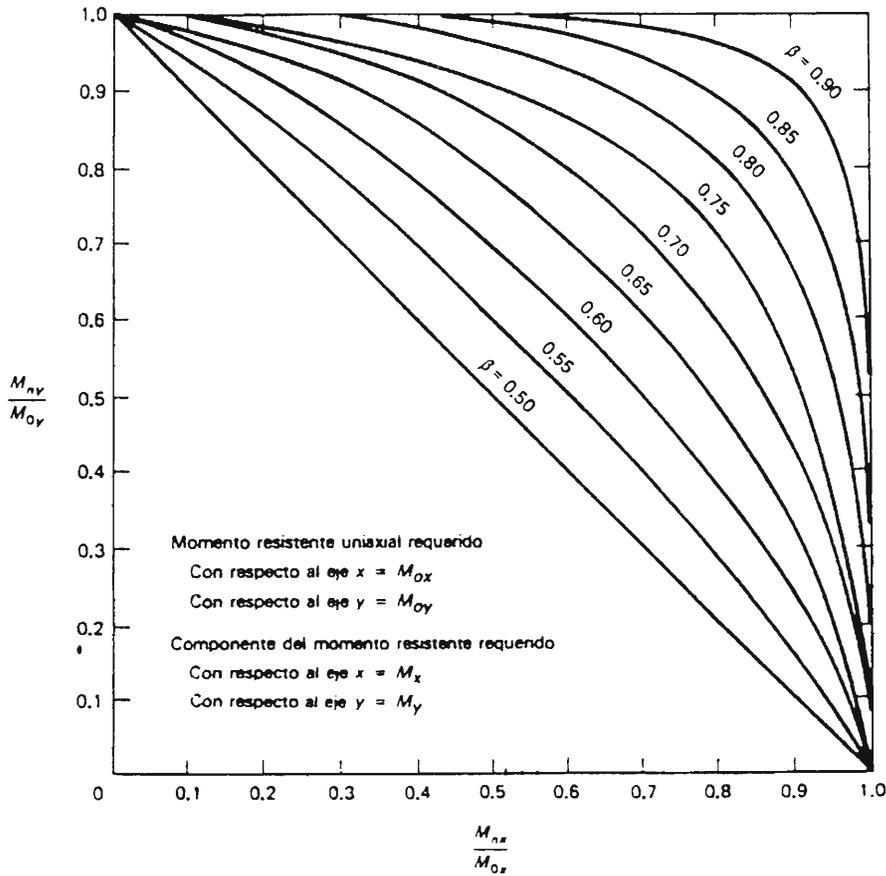


Figura 10.32. Gráfica para la determinación del parámetro β . (Ref. 27)

$$M_{ox} = M_{ux} + M_{uy} \left(\frac{M_{ox}}{M_{oy}} \right) \left(\frac{1-\beta}{\beta} \right) \quad (10-41)$$

Para secciones rectangulares con refuerzo uniformemente distribuido en las cuatro caras, las expresiones (10-40) y (10-41) se pueden aproximar a:

• Si $\frac{M_{uy}}{M_{ux}} > \frac{M_{oy}}{M_{ox}}$ ó $\frac{M_{uy}}{M_{ux}} > \frac{b}{h}$

$$M_{oy} \approx M_{uy} + M_{ux} \left(\frac{b}{h} \right) \left(\frac{1-\beta}{\beta} \right) \quad (10-42)$$

$$\bullet \quad \text{Si } \frac{M_{uy}}{M_{ux}} \leq \frac{M_{oy}}{M_{ox}} \quad \text{ó} \quad \frac{M_{uy}}{M_{ux}} \leq \frac{b}{h}$$

$$M_{ox} \approx M_{ux} + M_{uy} \left(\frac{h}{b} \right) \left(\frac{1-\beta}{\beta} \right) \quad (10-43)$$

donde b y h son las dimensiones de la sección rectangular en la dirección X e Y respectivamente. Estas dos últimas expresiones son las más utilizadas en el diseño.

El procedimiento de diseño a través de este método consiste en asumir una relación b/h para la columna. Si ésta es mayor que M_{uy}/M_{ux} se evalúa M_{ox} con la expresión (10-43) y si no, M_{oy} , con la ecuación (10-42). La columna se diseña para un momento flector igual a M_{ox} o M_{oy} y una carga axial igual a P_u . Es conveniente distribuir el refuerzo en las dos caras paralelas al eje de flexión. Determinada la ubicación del refuerzo y puesto que el acero en los cuatro lados del elemento debe estar igualmente espaciado, se distribuye acero en las otras dos caras bajo este criterio. Finalmente, se verifica la resistencia de la sección por cualquiera de los métodos presentados.

EJEMPLOS

Ejemplo 10.1

Diseñar las columnas de sección rectangular capaces de resistir las siguientes combinaciones de cargas:

$$(a) \quad P_n = 180 \text{ tn.}$$

$$M_n = 30 \text{ tn-m.}$$

$$(b) \quad P_n = 320 \text{ tn.}$$

$$M_n = 7 \text{ tn-m}$$

Usar $f'_c = 210 \text{ kg/cm}^2$ y $f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$.

$$(a) \quad P_n = 180 \text{ tn.}, M_n = 30 \text{ tn-m.}$$

Para el predimensionamiento se asumirá una cuantía de 2%. Haciendo uso de la expresión (10-12) se tiene:

$$A_g > P_n / (0.45(f'_c + f'_y \rho)) = 0.65 \times 180000 / (0.45 \times (210 + 4200 \times 0.02)) = 884 \text{ cm}^2.$$

Se puede considerar una sección de 40x40 cm. o una de 30x50. Esta última será la utilizada ya que en la dirección más peraltada la resistencia a la flexión es mayor y ésto será aprovechado. Para ingresar a los diagramas de interacción se requieren los siguientes valores:

$$P_n / A_g f'_c = 0.97$$

$$M_n / A_g f'_c h = 0.32$$

$$e/h = (3000/180)/150 = 0.33$$

Verificar que diagrama se utiliza

La flexión se presenta en una sola dirección por lo que el refuerzo se distribuirá en las caras más esforzadas de la columna. La distancia entre el refuerzo en ambas caras es aproximadamente:

$$\gamma h = 50 - 12 = 38 \text{ cm.}$$

$$\gamma = 38/50 = 0.76$$

Conservadoramente, se utilizará el diagrama de interacción C-19 correspondiente a $\gamma = 0.80$, ubicado en el apéndice C del presente texto. Se ingresa al diagrama de interacción con K_n y R_n y se obtiene que la cuantía requerida es:

$$\rho = 5\%$$

$$A_s = 5/100 \times 30 \times 50 = 75 \text{ cm}^2.$$

Con 15#8 se consigue el área de acero requerida, sin embargo, esta cantidad de varillas no pueden ser distribuidas en la columna cumpliendo con los límites de espaciamiento y recubrimiento. Por ello, la sección será incrementada a 40x60 cm. En este caso:

$$P_n / A_g f'_c = 0.36$$

$$M_n/A_g f'_c h = 0.10$$

$$e/h = (3000/180)/60 = 0.28$$

$$\gamma h = 60 - 12 = 48 \text{ cm.}$$

$$\gamma = 48/60 = 0.8$$

Por lo tanto, Para $\gamma = 0.8$, $\rho = 1.0\%$. El área de acero requerida es:

$$A_s = 0.01 \times 40 \times 60 = 24 \text{ cm}^2$$

Esta puede proveerse con 4 varillas #8 y 2 #5.

El refuerzo transversal consistirá en estribos rectangulares cuyo espaciamiento está dado por:

$$s \leq 16d_b = 16 \times 2.54 = 40 \text{ cm.}$$

$$s \leq 48d_b (\text{estribo}) = 48 \times 2.54 \times 3/8 = 46 \text{ cm.}$$

$$s \leq \text{Menor dimensión de la columna} = 40 \text{ cm.}$$

Luego, la columna será provista de estribos #3 @ 40 cm.

(b) $P_n = 320 \text{ tn.}$, $M_n = 7 \text{ tn-m.}$

Asumiendo una cuantía de 2% para el predimensionamiento:

$$A_g > P_u / (0.45(f'_c + f_y r_t)) = 0.65 \times 320000 / (0.45 \times (210 + 4200 \times 0.02)) = 1572 \text{ cm}^2.$$

Se considerará una sección cuadrada de 50x50 cm. ya que el elemento está prácticamente sometido a compresión pura. Los valores requeridos para ingresar a los diagramas de interacción son:

$$P_n/A_g f'_c = 0.97$$

$$M_n/A_g f'_c h = 0.04$$

$$e/h = (700/320)/50 = 0.044$$

El refuerzo se distribuirá en las caras más esforzadas de la columna.

$$\gamma h = 50 - 12 = 38 \text{ cm.}$$

$$\gamma = 38/50 = 0.76$$

Utilizando el diagrama de interacción correspondiente a $\gamma 0.8$ se obtiene que la cuantía requerida es:

$$\rho = 1\%$$

$$A_s = 1/100 \times 50^2 = 25 \text{ cm}^2.$$

Con 4 varillas #8 y 2 #6 se obtiene el área de acero necesaria.

El refuerzo transversal consistirá en estribos rectangulares con espaciamiento s igual a:

$$s \leq 16d_p = 16 \times 2.54 = 40 \text{ cm.}$$

$$s \leq 48d_p(\text{estribo}) = 48 \times 2.54 \times 3/8 = 46 \text{ cm.}$$

$$s \leq \text{Menor dimensión de la columna} = 50 \text{ cm.}$$

Se colocarán estribos #3@40 cm.

En la figura 10.33 se aprecia la distribución del refuerzo longitudinal y transversal de las columnas diseñadas.

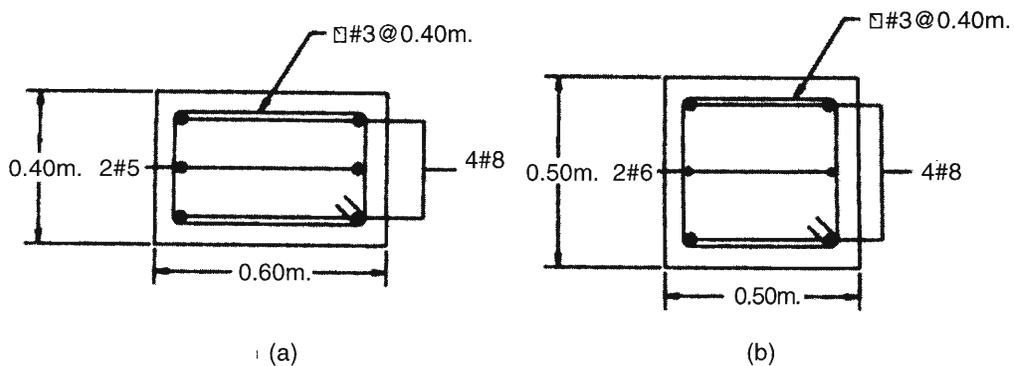


Figura 10.33. Ejemplo 10.1

Ejemplo 10.2

Determinar la dimensión que falta en la columna mostrada en la figura 10.34 de modo que la cuantía de refuerzo requerida sea 1%. El elemento está sometido a una carga axial de 300 tn. y un momento flector de 30 tn-m. Usar $f'_c = 280 \text{ kg/cm}^2$ y $f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$.

La excentricidad de la carga es:

$$e = M_n / P_n = 30 / 300 = 0.10 \text{ m.}$$

y además:

$$e/h = 0.10 / 0.40 = 0.25$$

$$\gamma = (40 - 12) / 140 = 0.70$$

En el diagrama de interacción C-23 correspondientes a $\gamma = 0.8$ se procede por tanteos partiendo de una cuantía de 1% y calculando A_g de K_n y R_n

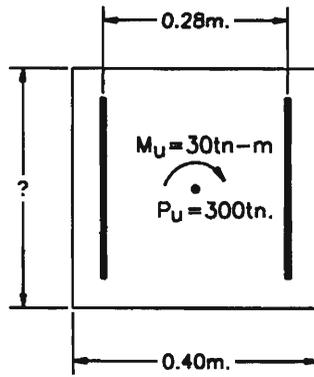


Figura 10.34. Ejemplo 10.2

De este modo, el área bruta de la columna será:

$$A_g = 3000 \text{ cm}^2.$$

$$b = A_g / h = 3000 / 40 = 75 \text{ cm.}$$

y el área de refuerzo requerida será:

$$A_s = 0.01 \times 40 \times 75 = 30 \text{ cm}^2.$$

la cual será provista por 8 varillas #6 y 4 #5 distribuidas como se muestra en la figura 10.35.

El refuerzo transversal estará provisto por estribos cuyo espaciamiento es:

$$s \leq 16d_b = 16 \times 2.54 \times 0.75 = 30 \text{ cm.}$$

$$s \leq 48d_b (\text{estribo}) = 48 \times 2.54 \times 3/8 = 46 \text{ cm.}$$

$$s \leq \text{Menor dimensión de la columna} = 40 \text{ cm.}$$

Luego, se colocarán estribos #3@30 cm.

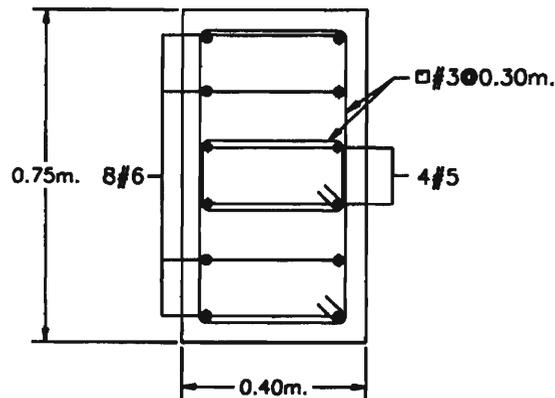


Figura 10.35. Ejemplo 10.2

Ejemplo 10.3

Determinar el refuerzo requerido por una columna de 40x40 cm. perteneciente a un pórtico no arriostrado. El elemento está sometido a las cargas que se muestran en el siguiente cuadro:

	D	L	5
P(tn)	20.0	15.0	8.0
M_{arriba} (tn-m)	4.8	3.8	5.5
M_{abajo} (tn-m)	2.4	1.9	5.5

La luz libre de la columna es 4.5 m. La distancia entre ejes de columnas es 6 m. El entrepiso está conformado por 12 columnas y se puede asumir que ΣP_n es igual a 10 veces la carga P_n de la columna analizada. El elemento está empotrado en su base y en la parte superior es solidario con dos vigas, una a cada lado, de dimensiones 40x60 cm. Usar $f'_c=280 \text{ kg/cm}^2$ y $f_y=4200 \text{ kg/cm}^2$.

Para determinar si la columna requiere ser diseñada considerando el efecto de esbeltez se asume que $k=1.2$, obteniendo:

$$kl_u/r=1.2 \times 4.5 / (0.3 \times 0.40) = 45 > 22$$

Por lo tanto, es necesario efectuar el diseño tomando en cuenta la esbeltez de la columna. Dado que kl_u/r es menor que 100, el método de amplificación de momentos puede ser empleado.

Para afinar el valor del factor k, se emplearán los nomogramas de Jackson & Moreland. Los momentos de inercia efectivos de vigas y columnas son:

$$I_{\text{columna}} = 0.70 \times I_g = 0.70 \times 40^4 / 12 = 149333 \text{ cm}^4.$$

$$I_{\text{viga}} = 0.35 \times I_g = 0.35 \times 40 \times 60^3 / 12 = 252000 \text{ cm}^4.$$

- Para una columna interior, asumiendo que está empotrada en su extremo inferior y al superior, llegan dos vigas y la columna del siguiente entrepiso:

$$EI/I_c = 149333E / (450 + 30) = 311E$$

$$EI/I = 252000E / 600 = 420E$$

En el extremo inferior: $\psi_A = \Sigma(EI/I_c) / \Sigma(EI/I) = 0$

En el extremo superior: $\psi_B = \Sigma(EI/I_c) / \Sigma(EI/I) = 2 \times 311E / (2 \times 420E) = 0.74$

Del nomograma de Jackson & Moreland, se obtiene que $k=1.10 < 1.2$ y por lo tanto se considerará $k=1.2$.

- Para una columna exterior, asumiendo que está empotrada en su extremo inferior y al superior llegan una viga y la columna del siguiente entrepiso:

En el extremo inferior: $\psi_A = \Sigma(EI/I_c) / \Sigma(EI/I) = 0$

En el extremo superior: $\psi_B = \Sigma(EI/l_c) / \Sigma(EI/l) = 2 \times 311E / (2 \times 420E) = 1.48$

Del nomograma de Jackson & Moreland, $k=1.2$.

La carga crítica de la columna, P_c , es igual a:

$$P_c = \pi^2 EI / (k l_u)^2$$

$$\beta_d = 0$$

$$E_c = 15100 \times \sqrt{f'_c} = 15100 \times 16.73 = 252623 \text{ kg/cm}^2$$

$$EI = 0.4 \times 252623 \times 40^4 / 12 = 2.156 \times 10^{10} \text{ kg-cm}^2$$

$$P_c = \pi^2 \times 2.156 \times 10^{10} / (1.2 \times 450)^2 = 729728 \approx 730 \text{ tn.}$$

La columna debe diseñarse para tres combinaciones de carga:

$$1.2D + 1.6L$$

$$1.2D + 1.0E + 1.0L$$

$$0.9D + 1.0E$$

Carga permanente + sobrecarga: Esta combinación no genera desplazamientos considerables del entrepiso y por lo tanto, no se requiere evaluar un factor de amplificación de momentos.

$$P_u = 1.2 \times 20 + 1.6 \times 15 = 48 \text{ tn.}$$

$$M_{1ns} = 1.2 \times 4.8 + 1.6 \times 3.8 = 11.84 \text{ tn-m.}$$

$$M_{2ns} = 1.2 \times 2.4 + 1.6 \times 1.9 = 5.92 \text{ tn-m.}$$

Con M_{1ns} y la carga axial última se diseña la columna con el procedimiento presentado en los ejemplos previos.

$$\gamma = (40 - 12) / 40 = 0.7$$

$$K_n = P_n / A_g f'_c = \frac{48000}{0.65 \times 40^2 \times 280} = 0.16$$

$$R_n = M_n / A_g f'_c h = \frac{1184000}{0.65 \times 40^3 \times 280} = 0.10$$

Del diagrama de interacción C-22 correspondiente se estima una cuantía de 1%. Se asume que el acero se distribuye en las caras más esforzadas.

Carga permanente + sobrecarga + sismo: Las cargas amplificadas son:

- Combinación 1: 1.2D + 1.0E + 1.0L

$$P_u = 1.2 \times 20 + 1.0 \times 8 + 1.0 \times 15 = 47 \text{ tn.}$$

$$M_{1ns} = 1.2 \times 2.4 + 1.0 \times 1.9 = 4.78 \text{ tn-m.}$$

$$M_{1s} = 1.0 \times 5.5 = 5.5 \text{ tn-m.}$$

$$M_{2ns} = 1.2 \times 4.8 + 1.0 \times 3.8 = 9.56 \text{ tn-m.}$$

$$M_{2s} = 1.0 \times 5.5 = 5.5 \text{ tn-m.}$$

- Combinación 2: 0.9D+1.0E

$$P_u = 0.9 \times 20 + 1.0 \times 8 = 26 \text{ tn.}$$

$$M_{1ns} = 0.9 \times 2.4 = 2.16 \text{ tn-m.}$$

$$M_{1s} = 1.0 \times 5.5 = 5.5 \text{ tn-m.}$$

$$M_{2ns} = 0.9 \times 4.8 = 4.32 \text{ tn-m.}$$

$$M_{2s} = 1.0 \times 5.5 = 5.5 \text{ tn-m.}$$

La primera combinación de carga es la más crítica y domina el diseño:

$$\delta_s M_s = 5.5 / (1 - 10 \times 47 / (0.75 \times 12 \times 730)) = 5.92 \text{ tn-m}$$

y el momento de diseño, M_2 estará dado por:

$$M_2 = 9.56 + 5.92 = 15.48 \text{ tn-m.}$$

La columna se diseña para este momento y la carga axial amplificada:

$$\gamma = 0.7$$

$$K_n = P_n / A_y f'_c = \frac{47000}{0.65 \times 40^2 \times 280} = 0.16$$

$$R_n = M_n / A_g f'_c h = \frac{1548000}{0.65 \times 40^3 \times 280} = 0.13$$

Con la ayuda del diagrama de interacción C-22 adecuado, se estima la cuantía de acero requerida aproximadamente 1.0%. Esta cuantía es más crítica que la calculada para la condición anterior y la que determina el empleo de 6 varillas #6. En la figura 10.36 se muestra la distribución final del refuerzo. Los estribos estarán constituidos por varillas #3 @ 40 cm.

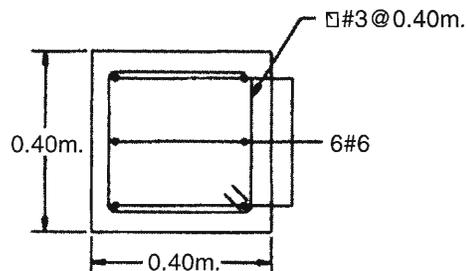


Figura 10.36. Ejemplo 10.3

Ejemplo 10.4

Diseñar una columna de sección rectangular sometida a las siguientes cargas:

$$P_n = 100 \text{ tn.}$$

$$M_{ux} = 22.5 \text{ tn-m.}$$

$$M_{uy} = 15.5 \text{ tn-m.}$$

No considerar efectos de esbeltez. Utilizar el método de Bresler. Considerar $f'_c = 280 \text{ kg/cm}^2$ y $f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$.

La columna se predimensionará considerando una cuantía de 2%:

$$A_g > 100000 / (0.45 \times (280 + 4200 \times 0.02)) = 610.5 \text{ cm}^2.$$

Se puede considerar una sección de 25x25 cm. o una de 20x30. Sin embargo, la relación (10-12) da buenos resultados cuando es utilizada en columnas sometidas a flexión en una dirección. En este caso, la columna resiste momentos considerables en dos direcciones. Por ello, las dimensiones de la columna se tomarán mayores que las estimadas. En principio, se considerará una sección de 30x40 cm.

El diseño por el método de Bresler consiste en determinar el refuerzo de la columna en las dos direcciones independientemente y finalmente verificar que la carga axial que puede resistir la columna sometida a flexión biaxial sea mayor que la aplicada.

Dirección X-X: $h=40 \text{ cm.}$, $b=30 \text{ cm.}$ y $\gamma=(40-12)/40=0.7$

$$K_n = \frac{100000}{30 \times 40 \times 0.65 \times 280} = 0.46$$

$$R_n = \frac{22.5 \times 10^5}{30 \times 40^2 \times 0.65 \times 280} = 0.26$$

Para $\gamma=0.7$, se obtiene que la cuantía de refuerzo en la sección analizada es 3.5%, lo que equivale a un área de acero de 42 cm². Esta puede ser provista por 4 varillas #6 y 6 varillas #8. La sección es muy pequeña para esta cantidad de refuerzo, por lo que se incrementará a 35x45 cm. En este caso:

$$\gamma=(45-12)/45=0.73$$

$$K_n = \frac{100000}{35 \times 45 \times 280 \times 0.65} = 0.34$$

$$R_n = \frac{22.5 \times 10^5}{35 \times 45^2 \times 280 \times 0.65} = 0.17$$

Para $\gamma=0.7$, $\rho=1.3\%$, equivalente a 20.48 cm², los cuales pueden ser provistos por 4 varillas #8.

Dirección Y-Y: $h=35$ cm., $b=45$ cm. y $\gamma=(35-12)/35=0.66$

$$K_s=0.34$$

$$R_n = \frac{15.5 \times 10^5}{45 \times 35^2 \times 0.65 \times 280} = 0.15$$

Para $\gamma=0.7$. $\rho=1\%$. La columna requiere una cuantía de 1% ó 15.75 cm². Se le colocarán 2 varillas #8 y 2 #6. Este refuerzo es adicional al calculado para la dirección X-X.

El paso final del método consiste en estimar la resistencia de la pieza a la compresión y verificar que ésta sea superior a la carga aplicada. La cuantía total de la columna, considerando el refuerzo requerido en la dirección X-X e Y-Y es:

$$\rho=(6 \times 5.1 + 2 \times 2.85)/(45 \times 35)=2.3\%$$

Para aplicar la ecuación (10-35) es necesario determinar la resistencia a la compresión axial de la columna si ésta se encuentra sometida únicamente a flexión en una dirección. Haciendo uso de los diagramas de interacción correspondientes, se obtiene los siguientes resultados.

- En la dirección X-X:

$$\gamma=0.7$$

$$R_n=0.17$$

Del diagrama $K_n=0.48$ y $P_u=0.65 \times 280 \times 35 \times 45 \times 0.48=137.6$ tn.

- En la dirección Y-Y:

$$\gamma=0.66$$

$$R_n=0.15$$

Para $\gamma=0.7$, $K_u=0.66$ $P_n=0.65 \times 280 \times 35 \times 45 \times 0.66=189.2$ tn.

Es importante destacar que los diagramas de interacción empleados en los cálculos anteriores son los que corresponden a columnas de sección rectangular con refuerzo en las cuatro caras.

La resistencia a la compresión pura de la pieza es:

$$\phi P_0=0.65 \times (0.85 \times 280 \times (35 \times 45 - 36.3) + 4200 \times 36.3) = 337.1 \text{ tn.}$$

Con los parámetros determinados es posible estimar la resistencia a la compresión de la columna sometida a flexión biaxial:

$$1/P_i = 1/137.6 + 1/189.2 - 1/337.1$$

$$P_i = 104.3 \text{ tn.} > 100 \text{ tn.}$$

Por lo tanto, según el método de Bresler, la columna es capaz de resistir las cargas aplicadas.

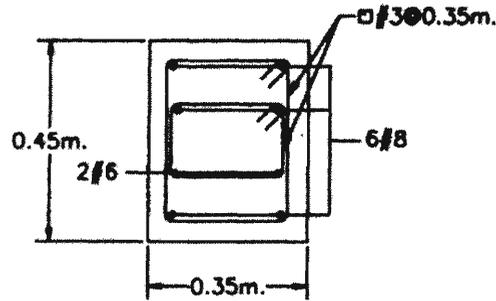


Figura 10.37. Ejemplo 10.4

Ejemplo 10.5

Diseñar una columna de sección rectangular sometida a las siguientes cargas:

$$P_u = 160 \text{ tn.}$$

$$M_{ux} = 30 \text{ tn-m.}$$

$$M_{uy} = 20 \text{ tn-m.}$$

No considerar efectos de esbeltez. Utilizar el método del contorno de carga. Considerar $f'_c = 280 \text{ kg/cm}^2$ y $f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$.

La columna se predimensionará haciendo uso de la expresión (10-17) y considerando una cuantía de 2%:

$$A_g > 160000 / (0.45 \times (280 + 4200 \times 0.02)) = 977 \text{ cm}^2.$$

Si la sección estuviera sometida a flexión uniaxial, se podría considerar una sección de 35x35 cm. o una de 25x40. Sin embargo, en este caso, el cálculo se iniciará con una sección de mayor área 35x50 cm.

El diseño por el método del contorno de carga consiste en estimar un momento equivalente que pretende tomar en cuenta el efecto de los momentos en las dos direcciones. Dependiendo de la relación entre M_{uy}/M_{ux} y b/h , se empleará las expresiones (10-40) ó (10-41). Con el momento equivalente se calcula el refuerzo en una dirección y en la otra se coloca refuerzo proporcional a la relación entre los lados de la columna. Finalmente, con la expresión (10-39) se verifica que el elemento sea capaz de resistir las cargas aplicadas.

Para determinar el momento equivalente es necesario conocer los siguientes parámetros:

$$M_{uy}/M_{ux} = 20/30 = 0.67$$

$$b/h = 35/50 = 0.70$$

Como $M_{uy}/M_{ux} < b/h$ entonces se hará uso de la relación (10-41). Asumiendo que $\beta = 0.65$:

$$M_{ox} = 30 + 20 \times (50/35) \times (1 - 0.65) / 0.65 = 45.38 \text{ tn-m.}$$

$$\gamma = (50 - 12) / 50 = 0.76$$

$$K_n = \frac{160000}{35 \times 50 \times 280 \times 0.65} = 0.51$$

$$R_n = \frac{45.38 \times 10^5}{35 \times 50^2 \times 280 \times 0.65} = 0.28$$

Haciendo uso del diagrama de interacción C-23 correspondiente, se determina que la cuantía de acero es 3.5% que equivale a un área de 61.25 cm². Esta será provista por 12 varillas #8. Esta cantidad de refuerzo no cabe paralelamente al lado menor de la columna. Por ello, la sección se incrementará a 40x60 cm. En este caso:

$$b/h=40/60=0.67$$

Como $M_{uy}/M_{ux}=b/h$ entonces se hará uso de la relación (10-41). Asumiendo que $b=0.65$:

$$M_{ox}=30+20 \times (60/40) \times (1-0.65)/0.65=46.15 \text{ tn-m.}$$

$$K_n = \frac{\gamma=(60-12)/60=0.8}{\frac{160000}{0.65 \times 280 \times 60 \times 4}} = 0.37$$

$$R_n = \frac{46.15 \times 10^5}{0.65 \times 280 \times 40 \times 60^2} = 0.17$$

Haciendo uso del diagrama de interacción C-23, se obtiene:

$\rho=1.15\%$, lo que equivale a un área de acero de 27.6 cm² ó 6 varillas #8. En la otra dirección son necesarias:

$$A_s=27.6/40 \times 60=41.4 \text{ cm}^2 \text{ (6 varillas \#8 y 4\#6)}$$

Por lo tanto, paralelamente al lado mayor, considerando las dos varillas que corresponden a los extremos del arreglo en la dirección perpendicular, será necesario añadir 3 varillas adicionales en cada lado. La cuantía total de refuerzo será:

$$\rho=(8 \times 5.1+4 \times 2.85)/(60 \times 40)=2.18\%.$$

Considerando la carga axial que resiste la columna y la cuantía provista es posible determinar la resistencia a la flexión de la pieza si está sometida únicamente a flexión uniaxial.

Resistencia a la flexión en X-X: $h=60$ cm., $b=40$ cm. y $\gamma=(60-12)/60=0.8$

- Con $K_n=0.37$ y $\rho=2.18\%$
- Se obtiene $R_n=0.19$
- $M_{ox}=0.65 \times 280 \times 40 \times 60^2 \times 0.19=4979500 \text{ kg-cm}$

Resistencia a la flexión en Y-Y: $h=40$ cm., $b=60$ cm. y $\gamma=(40-12)/40=0.7$

- Con $K_n=0.37$ y $\rho=2.18\%$
- Se obtiene $R_n=0.18$
- $M_{oy}=0.65 \times 280 \times 40^2 \times 60 \times 0.18=3145000 \text{ kg-cm}$

Para verificar que la resistencia de la pieza sea mayor que las cargas, es necesario determinar el parámetro β con ayuda de la gráfica presentada en la figura 10.32. Para entrar a la gráfica se requiere:

$$M_{ux}/M_{ox}=3000000/4979500=0.60$$

$$M_{uy}/M_{oy}=2000000/3145000=0.64$$

De la gráfica se obtiene que $\beta=0.62$. Finalmente, en la expresión (10-38) y (10-39) se tiene:

$$(\log \beta)/(\log 0.5)=0.690$$

$$(M_{ux}/M_{ox})^{0.690}+(M_{uy}/M_{oy})^{0.690}=1.44>1$$

Por lo tanto, la resistencia del elemento es menor que las cargas que soporta. Si consideramos que en la cara de mayor longitud, la columna cuenta con 3 varillas #8 y reemplazamos las varillas #6 por varillas #8 y adicionamos 2 varillas #8, se tiene:

$$\rho=14 \times 5.1(60 \times 40)=2.98\%$$

Resistencia a la flexión en X-X: $h=60$ cm., $b=40$ cm. y $\gamma=0.8$

Para $\gamma=0.80$, $M_{ox}=5765800$ kg-cm.

Resistencia a la flexión en Y-Y: $h=40$ cm., $b=60$ cm. y $\gamma=0.7$

Para $\gamma=0.70$, $M_{oy}=3581800$ kg-cm.

$$M_{ux}/M_{ox}=3000000/5765800=0.52$$

$$M_{uy}/M_{oy}=2000000/3581800=0.56$$

$$\beta=0.535$$

$$(\log \beta)/(\log 0.5)=0.90$$

$$(M_{ux}/M_{ox})^{0.90}+(M_{uy}/M_{oy})^{0.90}=1$$

Con la nueva armadura, la sección cuenta con la resistencia requerida para soportar las cargas que se le imponen. En la figura 10.38 se muestra el detallado final del refuerzo.

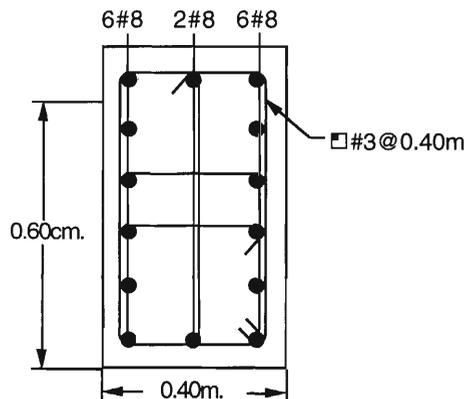


Figura 10.38. Ejemplo 10.5

11. Muros

Los muros son elementos verticales que se usan para separar y cerrar espacios. Aunque son malos aislantes térmicos y acústicos, se usan mucho en la construcción por sus propiedades resistentes. Por las cargas que reciben, pueden clasificarse en muros portantes, muros no portantes y muros estructurales o de corte. Los primeros son aquéllos que soportan cargas verticales y/ o cargas horizontales perpendiculares a él mientras que los segundos sólo resisten su peso propio y eventualmente cargas horizontales. Los muros de sostenimiento y algunos muros de sótano pertenecen a este grupo. Los muros estructurales o de corte, llamados comúnmente placas, se diferencian de los dos anteriores porque reciben cargas horizontales paralelas a la cara del muro, las cuales generan importantes esfuerzos cortantes en la estructura. Los muros de corte pueden ser portantes o no portantes.

Los muros también pueden clasificarse en muros de concreto simple y muros de concreto armado. Los primeros son aquéllos que están desprovistos de armadura o cuentan con ella pero no satisface los requisitos mínimos requeridos por el código presentados en la sección siguiente. Este tipo de muros será analizado en el capítulo 14.

Por lo general, los muros están sometidos a cargas distribuidas en toda su longitud. Sin embargo, si una carga concentrada es aplicada, se considera que ésta es resistida sólo por una porción del muro. Esta tiene una longitud igual a la menor de la distancia centro a centro entre dos cargas concentradas sucesivas y $(b+4h)$, donde h es el espesor del muro y b es el ancho del área donde se aplica la carga (ver figura 11.1). Se puede considerar otro ancho tributario si se demuestra su idoneidad mediante análisis detallados.

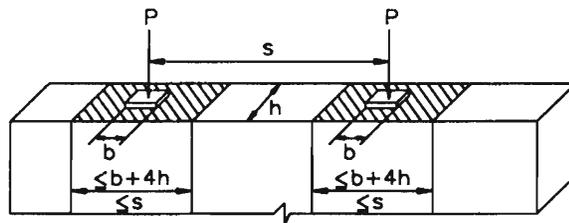


Figura 11.1. Cargas concentradas en muros de concreto armado

11.1 REFUERZO MÍNIMO EN MUROS

El código define un refuerzo mínimo en muros para controlar el agrietamiento de la estructura (ACI-14.3). El refuerzo mínimo vertical en muros es igual a:

- Para varillas menores o iguales que la #5 y $f_y \geq 4200 \text{ kg/cm}^2$ $A_{v\text{mín}} = 0.0012bh$
- Para cualquier otro tipo de varilla $A_{v\text{mín}} = 0.0015bh$

- Para mallas electrosoldadas, de alambre liso o corrugado no mayor que W31 y D31 $A_{v\text{mín}}=0.0012bh$

El refuerzo mínimo horizontal será:

- Para varillas menores o iguales que la #5 y $f_y \geq 4200 \text{ kg/cm}^2$ $A_{h\text{mín}}=0.0020bh$
- Para cualquier otro tipo de varilla $A_{h\text{mín}}=0.0025bh$
- Para mallas electrosoldadas, de alambre liso o corrugado no mayor que W31 y D31 $A_{h\text{mín}}=0.0020bh$

El refuerzo horizontal mínimo indicado es válido para muros cuyas juntas están espaciadas 7 m. o menos. Si el espaciamiento es mayor, los mínimos serán los indicados en la Tabla 11.1:

Distancia entre juntas	Refuerzo mínimo
7-9 m.	0.0025bh
9-12 m.	0.0030bh
12-15 m.	0.0035bh
15-20 m.	0.0040bh

Tabla 11.1 Refuerzo horizontal mínimo de acuerdo a la distancia entre juntas.

El espaciamiento del refuerzo horizontal y vertical no será mayor que tres veces el espesor del muro ni mayor que 45 cm. El acero vertical no necesita estribos laterales si la cuantía del refuerzo, respecto al área bruta del elemento, es menor que 0.01 o si este refuerzo no trabaja a compresión.

En los muros de espesor mayor que 25 cm., el refuerzo horizontal y vertical debe distribuirse en dos capas, como se muestra en la figura 11.2. Esta recomendación no es válida para los muros de sótano. Aunque en los muros cuyo espesor es menor que 25 cm. no se requiere que el refuerzo se distribuya en dos capas, es conveniente hacerlo, para controlar el agrietamiento, siempre que el espaciamiento y recubrimiento mínimo lo permitan.

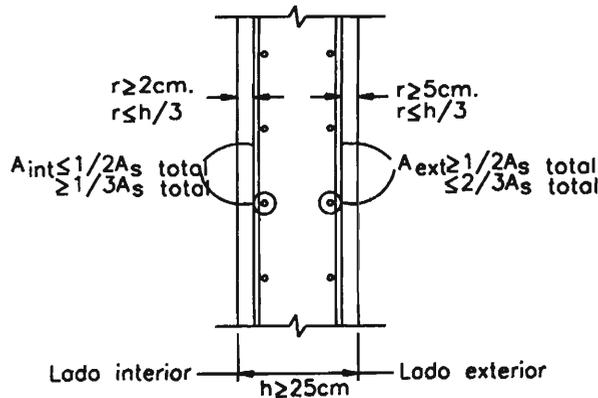


Figura 11.2. Distribución del acero en muros

Si el muro presenta aberturas, se colocará, por lo menos, 2 varillas #5, paralelas a sus lados. Este acero deberá extenderse lo suficiente para desarrollar su esfuerzo de fluencia pero no menos de 60 cm. Es una buena práctica colocar también refuerzo diagonal en las esquinas de la abertura.

11.2 MUROS DE CONCRETO ARMADO

Los muros de concreto armado pueden resistir cargas verticales y cargas horizontales perpendiculares y paralelas a su cara. A diferencia de los muros de concreto simple, admiten desplazamiento lateral de sus apoyos y deben estar provistos del refuerzo mínimo indicado en la sección 11.1

Los muros de concreto armado deberán ser convenientemente anclados en las columnas y losas que le sirven de apoyo, en la cimentación, así como en los muros que los interceptan. Los muros se anclarán en la cimentación extendiendo, por lo menos, una cantidad de refuerzo igual a la cuantía mínima vertical definida en la sección 11.2.

Los muros portantes no tienen restricciones en cuanto a sus dimensiones. Sin embargo, los no portantes tendrán un espesor mínimo de 10 cm. ó 1/30 de la menor distancia entre apoyos laterales.

11.2.1 Compresión y flexo-compresión en muros de concreto armado

El diseño de muros de concreto armado sometidos a compresión puede efectuarse a través de dos métodos: el método empírico y el método general de diseño.

Método empírico

Este método es de aplicación limitada. Puede ser empleado si se satisfacen las siguientes condiciones:

1. La sección del muro es rectangular y la excentricidad de la carga axial es menor que un sexto de la dimensión del muro, es decir, el muro está sometido íntegramente a compresión.
2. El espesor del muro es:

$$h \geq \frac{\text{Menor dimensión del muro}}{25}$$

$$h \geq 10 \text{ cm.}$$

Para muros de sótano, el espesor mínimo es 20 cm.

El procedimiento de diseño es muy sencillo y consiste en estimar la resistencia a la compresión del muro a través de la siguiente fórmula:

$$\phi P_{nw} = 0.55\phi f'_c A_g \left(1 - \left(\frac{Kl_c}{32h} \right)^2 \right) \quad (11-1)$$

ACI-Ec (14-1)

donde: ϕ : Factor de reducción de resistencia igual a 0.65 pues la sollicitación es flexo-compresión.

k : Factor de longitud efectiva. En la Tabla 11.2 se muestran los valores de este parámetro para diferentes condiciones.

l_c : Altura libre del muro.

A_g : Área de la sección transversal del muro.

Tipo de muro	Condiciones de apoyo	k
Muro apoyado arriba y abajo	Si uno de los apoyos tiene el giro restringido	0.8
	Si ambos apoyos tienen el giro restringido	1.0
Muro con apoyos que admite desplazamiento relativo	Si los apoyos superior e inferior tienen desplazamiento relativo	2.0

Tabla 11.2 Factor de altura efectiva para diferentes muros y condiciones de apoyo

Si la carga de compresión a la que está sometido el muro es mayor que la estimada a través de la expresión (11-1), entonces es necesario incrementar las dimensiones de la sección o analizarla por el método general de diseño de muros. La estructura deberá ser provista del refuerzo mínimo definido en la sección 11.1.

Por las limitaciones propias del método empírico, este procedimiento se emplea cuando la flexión se presenta alrededor del eje del muro.

Método general de diseño de muros

Si la carga axial se ubica fuera del tercio central, parte de su sección estará sometida a tracción y por lo tanto, se diseña siguiendo los criterios presentados en el capítulo 10. Por lo general, es necesario tomar en cuenta el efecto de esbeltez para el análisis y por tanto, se emplea el método de amplificación de momentos siempre que $kl_u/r < 100$.

Las expresiones (10-26) y (10-27) empleadas para la determinación del parámetro EI fueron deducidas, en principio, para columnas. Para muros, Mac Gregor propone (Ref. 31):

$$EI = \frac{E_c I_g}{\beta} \left(0.5 - \frac{e}{h} \right) \quad (11-2)$$

$$EI \geq 0.1 \frac{E_c I_g}{\beta}$$

$$EI \leq 0.4 \frac{E_c I_g}{\beta}$$

- donde:
- E_c : Módulo de elasticidad del concreto.
 - I_g : Momento de inercia de la sección bruta.
 - β : Parámetro igual a $(0.9+0.5\beta_d^2-12\rho)$.
 - β_d : Parámetro definido en la sección 10.4.2.
 - ρ : Cuantía de acero vertical respecto al área bruta de concreto.
 - e : Excentricidad de la carga axial.
 - h : Espesor del muro.

La flexión también puede producirse en el plano del muro, como en el caso de los muros de corte. Las cargas que la generan son generalmente sismo o viento y tienen sentido variable, por lo que los muros están provistos de armadura vertical concentrada en sus dos extremos como se muestra en la figura 11.3. El diseño por flexión se efectúa bajo los criterios presentados en el capítulo 5.

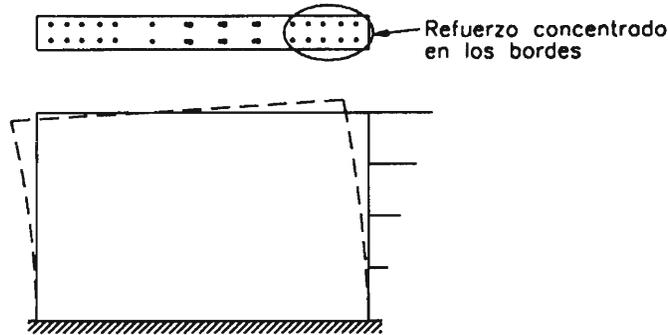
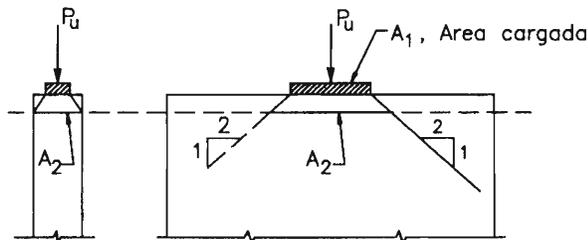


Figura 11.3. Refuerzo por flexión en muros de corte

Si existen cargas concentradas sobre el muro, se debe verificar que éstas no ocasionen el aplastamiento del concreto debajo de ellas (ver figura 11.4).



$$\frac{P_u}{\phi} \leq 0.85f'_c A_1 \sqrt{\frac{A_2}{A_1}} \leq 1.7f'_c A_1$$

Figura 11.4. Aplastamiento en muros sometidos a cargas concentradas

Al igual que para columnas, existen diagramas de interacción para el diseño de muros los cuales constituyen valiosas ayudas para el proyectista. Algunos manuales de diseño en concreto armado, presentan diagramas de interacción de muros rectangulares con refuerzo distribuido en una o dos capas, como el mostrado en la figura 11.5.

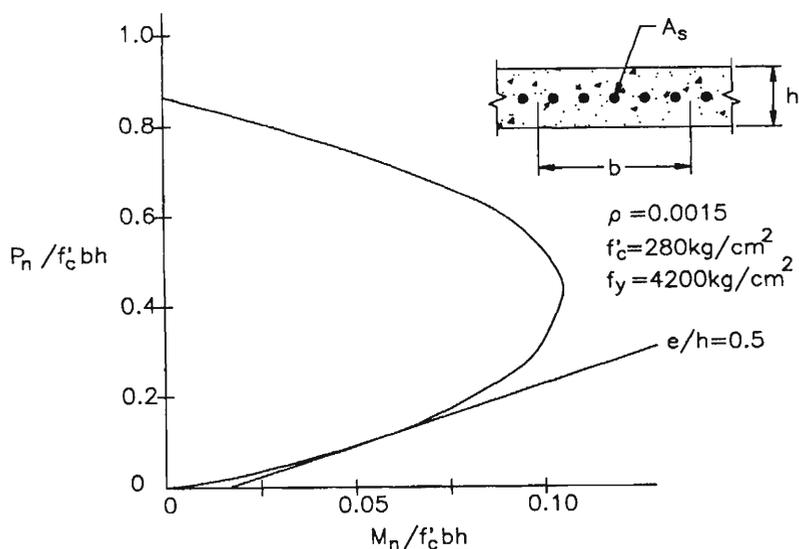


Figura 11.5. Diagrama de interacción de muro rectangular (Ref. 31)

11.2.2 Esfuerzo cortante en muros de concreto armado

El esfuerzo cortante en muros es producido por cargas que actúan perpendicular y paralelamente a sus caras.

Esfuerzo cortante generado por cargas perpendiculares al muro

En estos casos, el muro se comporta como una losa. De acuerdo a la relación entre sus lados y a sus condiciones de apoyo, funciona como una losa armada en uno o dos sentidos (ver figura 11.6). Por lo general, se busca que el concreto asuma el esfuerzo cortante generado por las cargas actuantes. Si el muro se comporta como una losa armada en una dirección, el procedimiento para verificar el corte es el presentado en el capítulo 9. Si funciona como una losa armada en dos sentidos, el procedimiento es el que se presentará en el capítulo 15.

Si el muro recibe cargas horizontales concentradas y momentos flectores como se muestra en la figura 11.7, se debe verificar que la unión no falle por punzonamiento. El procedimiento de verificación se presenta en la sección 15.8.

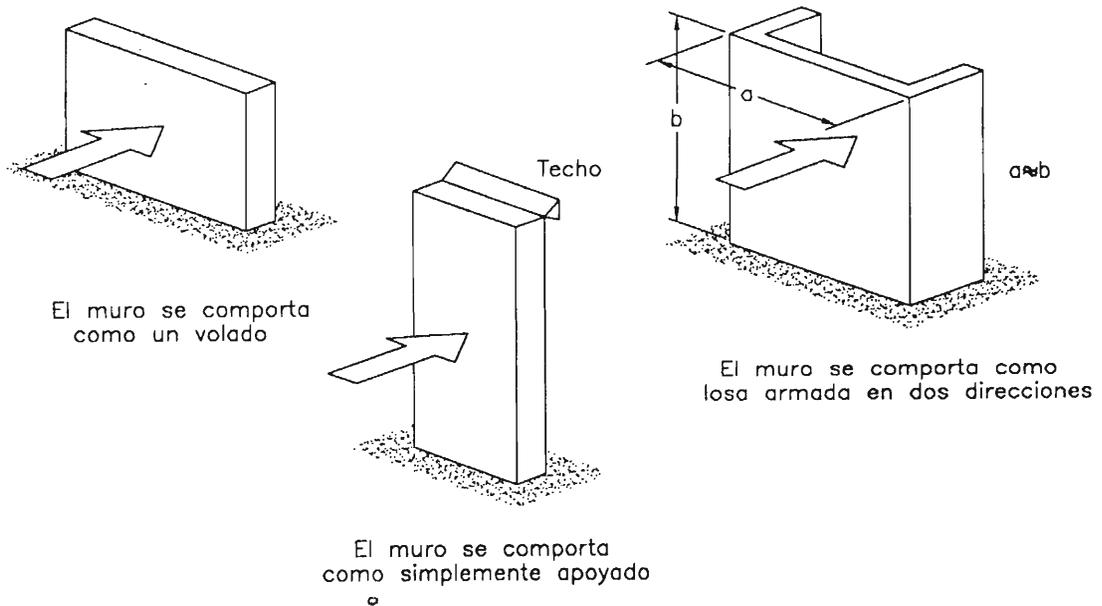


Figura 11.6. Comportamiento de los muros dependiendo de sus dimensiones y de sus condiciones de apoyo

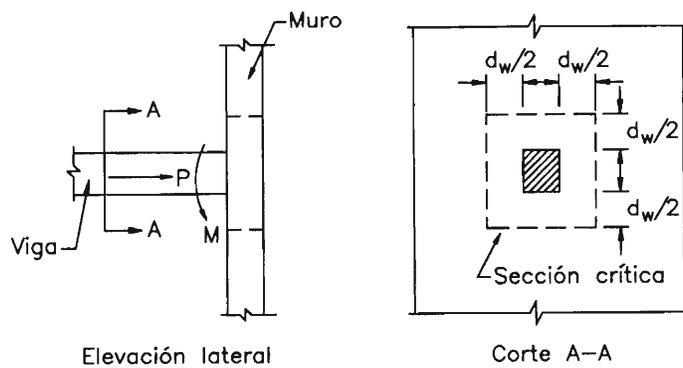


Figura 11.7. Viga conectada al muro produciéndole punzonamiento

Esfuerzo cortante generado por cargas paralelas a la cara del muro

Cuando la carga actúa en el plano del muro, la resistencia del concreto al corte se determina a través de las siguientes expresiones:

$$V_c = 0.88 \sqrt{f'_c} h d + \frac{N_u d}{4l_w} \quad (11-3)$$

(ACI-Ec(11-29))

$$V_c = \left[0.16 \sqrt{f'_c} + \frac{l_w (0.33 \sqrt{f'_c} + 0.2 N_u / l_w h)}{M_u / V_u - l_w / 2} \right] h d \quad (11-4)$$

(ACI-Ec(11-30))

donde: N_u : Carga axial amplificada en el muro, positiva si es de compresión y negativa en caso contrario.

M_u : Momento flector amplificado en la sección analizada.

V_u : Fuerza cortante amplificada en la sección analizada.

d : Peralte efectivo del muro en la dirección paralela a sus caras, estimado en $0.8l_w$ (ACI-11.10.4).

l_w : Longitud del muro.

Cuando el término $M_u/V_u - l_w/2$ es negativo, la ecuación (11-3)-ACI (11-29) no se aplica.

Si el muro está sometido a compresión, la resistencia del concreto puede ser estimada mediante la siguiente expresión que es más sencilla y práctica:

$$V_c = 0.53 \sqrt{f'_c} h d \quad (11-5)$$

Si el muro resiste tracción se puede emplear:

$$V_c = 0.53 \left(1 + \frac{0.029 N_u}{A_g} \right) \sqrt{f'_c} b_w d \quad (11-6)$$

(ACI-Ec(11-8))

donde N_u es negativo.

En este caso, b_w es el espesor del muro de concreto.

El código del ACI recomienda que la resistencia del concreto al corte entre el apoyo y la sección crítica ubicada a h_{sc} de él se considere igual que la estimada para dicha sección (ACI-11.10.7). El parámetro h_{sc} está dado por el menor de:

$$h_{sc} \leq \frac{l_w}{2}$$

$$h_{sc} \leq \frac{h_w}{2}$$

donde: h_w : Altura del muro.

La resistencia nominal del muro, será menor que (ACI-11.10.3):

$$V_n \leq 2.7 \sqrt{f'_c} h d \quad (11-7)$$

El refuerzo por corte en muros está compuesto por varillas verticales y horizontales. Si la fuerza cortante última es menor que $\phi V_c/2$, el muro se proveerá con el refuerzo mínimo definido en la sección 11.1. Si es mayor que $\phi V_c/2$ y menor que ϕV_c , la cuantía mínima de refuerzo horizontal será 0.0025 y el espaciamiento del acero será menor que $l_w/5$, $3h$ y 45 cm.

Si la fuerza cortante última es mayor que ϕV_c , el área de acero horizontal se determinará con la siguiente expresión:

$$A_v = \frac{V_s - S_2}{f_y d} = \frac{(V_n - V_c)S_2}{f_y d} \quad (11-8)$$

(ACI-11-31)

donde: A_{vh} : Área de refuerzo horizontal por corte en una franja de muro de longitud s_2 . Debe verificarse que no sea menor que el mínimo definido en el párrafo anterior

La cuantía de refuerzo vertical, ρ_n respecto a una sección bruta horizontal, deberá cumplir:

$$\rho_n \geq 0.0025 + 0.5 \left(25 - \frac{h_w}{l_w} \right) (\rho_n - 0.0025) \quad (11-9)$$

(ACI-Ec(11-32))

La cuantía vertical mínima será 0.0025 pero no es necesario que sea mayor que la cuantía horizontal. El espaciamiento del refuerzo vertical será menor que $l_n/3$, $3h$ y 45 cm. Estos requerimientos deberán ser satisfechos también cuando $\phi V_c/2 < V_u < \phi V_c$.

El acero vertical requerido por corte es adicional al requerido por flexo-compresion.

En los muros cuya relación altura/longitud es pequeña la condición crítica de diseño es el corte. Por el contrario, si esta relación es grande, la flexión gobierna el diseño. En los muros bajos, el refuerzo vertical por corte es el más efectivo, mientras que en los altos, ocurre a la inversa. Esta condición se refleja en la relación (11-9) donde para $h_w/l_w < 0.5$ la cuantía de refuerzo vertical y horizontal es la misma. En caso que $h_w/l_w > 2.5$, la cuantía de refuerzo vertical es mínima.

Para muros que tengan una altura igual o menor que dos veces su largo, el muro se puede diseñar de acuerdo al apéndice A del reglamento pero cumpliendo siempre los fierros mínimos especificados para armaduras verticales y horizontales y sus espaciamientos máximos.

11.2.3 Diseño alternativo de muros esbeltos

Este método tiene por objeto seguir las pautas del U.B.C. y está basado en estudios experimentales, principalmente aplicados a muros prefabricados y es alternativo al método general de elementos esbeltos a compresión.

Si el panel tiene ventanas u otras aberturas se considerará que no tiene sección constante en toda su altura.

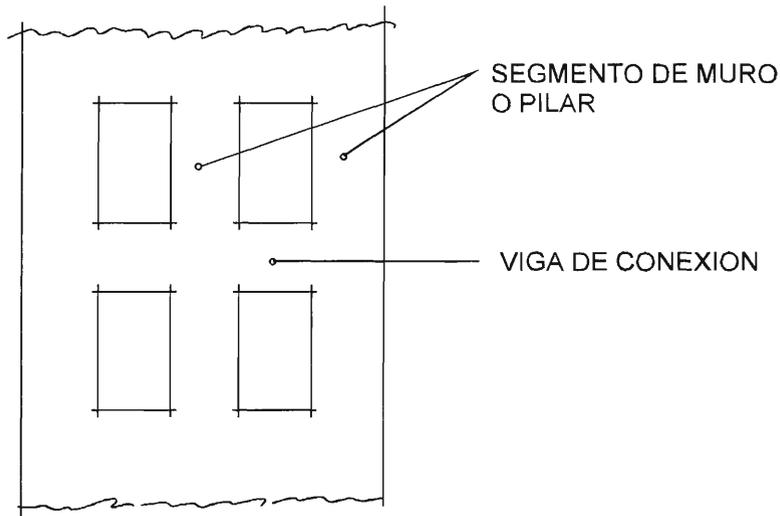


Figura 11.8

Si el muro tiene aberturas, se llama segmento de muro o pilar, el elemento vertical entre aberturas y viga de conexión al elemento horizontal entre dos aberturas.

Se deberá estudiar los esfuerzos en estos dos elementos adicionalmente a los del muro.

Si la tracción por flexión controla el diseño del muro estos requisitos cumplen el diseño general.

Los muros que se diseñan por este método alternativo deben cumplir los siguientes requisitos:

- El panel del muro se diseñará como simplemente apoyado, cargado axialmente y sujeto a una carga lateral uniforme, y que los máximos momentos y deflexiones ocurren a la mitad de la luz.
- La sección transversal es constante en toda la altura del panel.
- La cuantía del refuerzo $\rho = A_s/I_w d$ será igual o menor que $0.6 \rho_b$
- El refuerzo debe desarrollar una resistencia de diseño $\phi M_n \geq M_{cr}$ calculándolo para las cargas verticales y horizontales donde $M_{cr} = f_r I_g / y_t$ donde $f_r = 2 \sqrt{f'_c}$ é $y_t =$ distancia del eje neutro a la fibra más traccionada.
- Las cargas concentradas aplicadas encima de la sección de diseño se asume que se distribuyen en un ancho igual al ancho de la carga más un ancho a cada lado que aumenta con una pendiente de 2 vertical por 1 horizontal por debajo de la sección de diseño, pero no mayor que la distancia entre cargas concentradas y que no se extienda más allá de los bordes del panel.

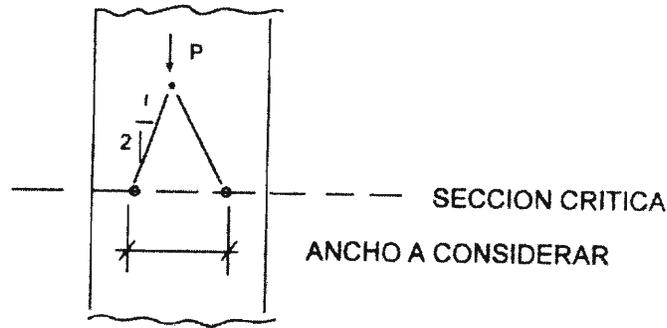


Figura 11.9

f) El esfuerzo vertical en la sección crítica a mitad de altura:

$$P_u/A_g \text{ será } \leq 0.06 f_c.$$

g) El momento de diseño para la combinación de flexión y fuerza axial en la sección crítica será:

$$M_u \leq \phi M_n \quad (\text{ACI 14-3})$$

Donde

$$M_u = M_{ua} + P_u \Delta_u \quad (\text{ACI 14-4})$$

Y M_{ua} = momento en la sección crítica debido a las cargas horizontales amplificadas o alternativamente. En estas ecuaciones se toma $\phi = 0.75$

$$M_u = \frac{M_{ua}}{1 - \frac{5 P_u l_c^2}{0.75 \times 48 E_c I_{cr}}} = \frac{M_{ua}}{1 - \frac{5 P_u l_c^2}{36 E_c I_{cr}}} \quad (\text{ACI 14-6})$$

$$\Delta_u = \frac{5 M_u l_c^2}{0.75 \times 48 E_c I_{cr}} = \frac{5 M_u l_c^2}{36 E_c I_{cr}} \quad (\text{ACI- 14-5})$$

$$\text{donde } l_{cr} = n A_{se} (d-c)^2 + l_w c^3/3 \quad (\text{ACI-14-7})$$

En esta fórmula $n = E_s/E_c$ se tomará ≥ 6

A_{se} = área efectiva del refuerzo vertical a tracción en el segmento de muro calculado por

$$A_{se} = \frac{P_u + A_s f_y}{f_y} \quad (\text{ACI-14-8})$$

y A_s = área del refuerzo longitudinal a tracción en el segmento de muro.

- h) La flecha en la sección crítica incluyendo los efectos de carga verticales y horizontales, sin amplificar incluyendo los efectos $P\Delta$, cumplirá.

$$\Delta_s = \frac{5M l_c^2}{48 E_c I_e} \quad (\text{ACI-14.9})$$

donde l_c es la altura del muro y

$$M = \frac{M_{sa}}{1 - \frac{5P_s l_c^2}{48 E_c I_e}} \quad (\text{ACI-14.10})$$

En esta fórmula M_{sa} = momento máximo de las fuerzas sin amplificar, sin incluir el efecto $P\Delta$ y P_s es la carga axial sin amplificar.

Δ_s debe ser $\leq l_c/150$

Le se calculará con la fórmula (ACI-9-7) cambiando M_a por M

$$I_e \leq \left(\frac{M_{cr}}{M} \right)^3 I_g + \left[1 - \left(\frac{M_{cr}}{M} \right)^3 \right] I_{cr}$$

EJEMPLOS

Ejemplo 11.1

Diseñar el refuerzo requerido por el muro de corte que se muestra en la figura 11.10 para resistir las cargas indicadas. La altura de entrepiso es 3 m. Usar $f'_c=280 \text{ kg/cm}^2$ y $f_y=4200 \text{ kg/cm}^2$. Considerar que las cargas laterales son debidas a sollicitaciones sísmicas y que el muro está apoyado en las losas de entrepiso mostradas en líneas punteadas.

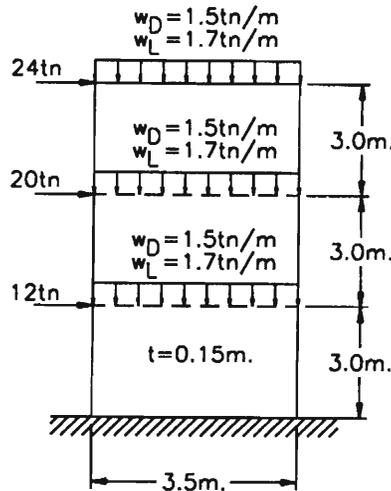


Figura 11.10. Ejemplo 11.1

Las fuerzas internas en la base son:

$$P_u = 1.2 \times (1.5 \times 3 \times 3.5) + 1.0 \times (1.7 \times 3 \times 3.5) = 36.75 \text{ tn.}$$

$$M_u = 1.0 \times (24 \times 9 + 20 \times 6 + 12 \times 3) = 372 \text{ tn-m.}$$

$$V_u = 1.0 \times (24 + 20 + 12) = 56 \text{ tn.}$$

Diseño por compresión: En este caso se puede hacer uso del método empírico para determinar la resistencia del muro de concreto a la compresión, ya que la carga distribuida en él está centrada. La resistencia será, según la expresión (11-1):

$$\phi P_{mw} = 0.55 \times 0.65 \times 280 \times 15 \times 350 \times (1 - (1 \times 300 / (32 \times 15))^2) = 320242 \text{ kg.} > P_u = 36750 \text{ kg}$$

El muro no requiere refuerzo por compresión. El factor de longitud efectiva es igual a 1 ya que el caso más desfavorable es el que corresponde al muro apoyado arriba y abajo sin restricción al giro en estos apoyos.

Diseño por flexión: El peralte efectivo de la sección se estima como:

$$d = 0.8 \times 3.5 = 2.8 \text{ m.}$$

Se debe verificar que el muro se pueda diseñar como un elemento esbelto, lo cual depende de la relación entre el peralte efectivo y su altura.

$$d/h=2.8/9=0.31<0.4$$

Por tanto, el muro se puede diseñar como un elemento esbelto.

$$R_u=37200000/(15 \times 280)^2=31.63$$

$$\rho=0.91\%$$

$$A_s=0.91/100 \times 280 \times 15=38.22 \text{ cm}^2.$$

Se colocarán 14 varillas #6 en cada extremo del muro.

Diseño por corte: En principio, se debe verificar que la fuerza cortante en el elemento no sea mayor que la máxima permitida.

$$V_{u\text{máx}}=2.7 \times 16.7 \times 280 \times 15=189378 \text{ kg.} \approx 190 \text{ tn.}$$

$$V_u/\phi=56/0.75=74.7 \text{ tn.} < V_{u\text{máx}}$$

La resistencia al corte aportada por el concreto en la sección ubicada a $l_w/2$ de la base (menor que $h_w/2$) es determinada a través de las expresiones (11-3) y (11-4):

$$V_c = 0.88 \times 16.7 \times 15 \times 280 + (36750 \times 280) / (4 \times 350) = 69073 \text{ kg.} \approx 69.1 \text{ tn.}$$

$$V_c = (0.16 \times 16.7 + 350 \times (0.33 \times 16.7 + 0.2 \times 36750 / (350 \times 15))) / (37200000 / 56000 - 350 / 2) \times 15 \times 280 \\ = 31986 \text{ kg.} \approx 32 \text{ tn.}$$

En la expresión anterior, el valor de M_u se determina a través de:

$$M_u = 1.0 \times (24 \times (9 - 1.75) + 20 \times (6 - 1.75) + 12 \times (3 - 1.75)) = 274 \text{ tn-m.}$$

Se considera la resistencia al corte más desfavorable:

$$\phi V_c = 0.75 \times 32 = 24 \text{ tn.}$$

La resistencia al corte que debe ser aportada por el acero es:

$$V_s = (V_u - \phi V_c) / \phi = (56000 - 24000) / 0.75 = 42667 \text{ kg.}$$

El refuerzo horizontal requerido es:

$$A_{vh}/s_2 = 42667 / 4200 / 280 = 0.036$$

lo cual es equivalente a 2 varillas #3 @ 35 cm. La cuantía provista es:

$$\rho_{\text{provista}} = 1.42 / (35 \times 15) = 0.0027 > \rho_{\text{mín}} = 0.0025$$

El espaciamiento máximo recomendado por el código es:

$$S_{\text{máx}} = l_w / 5 = 0.70 \text{ m.} > 0.35 \text{ m.}$$

$$s_{\text{máx}} = 3h = 3 \times 0.15 = 0.45 \text{ m.} > 0.35 \text{ m.}$$

El refuerzo vertical del muro se determina a través de la expresión (11-9) y es:

$$\rho_n = 0.0025 + 0.5 \times (2.5 - 9/3.5) \times (1.42/35/15 - 0.0025) = 0.0025$$

$$A_v = 0.0025 \times 100 \times 15 = 3.75 \text{ cm}^2/\text{m.}$$

El refuerzo vertical consistirá en 2 varillas #3 @ 0.35 m.

En la figura 11.9 se muestra el refuerzo provisto al muro diseñado.

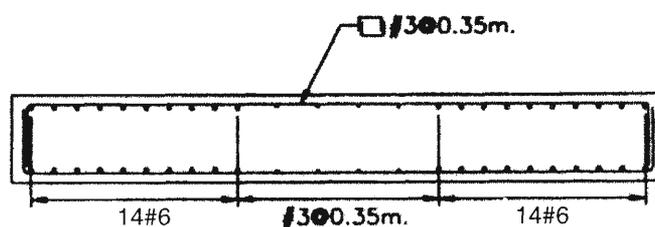


Figura 11.11

Ejemplo 11.2

Este ejemplo corresponde también a un muro de sótano con cargas similares a las de la figura 13.20.

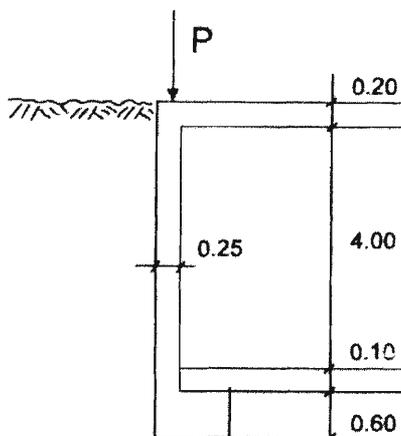


Figura 11.12. Ejemplo 11.2

Un muro tiene las dimensiones de la figura. Su largo es de 6.00 m. Soporta una carga muerta P de 11000 Kg./m. El terreno recibe una carga viva de 1000 Kg/m², pesa 1800 Kg/m³ y su ángulo de fricción interna de 44° El terreno de cimentación resiste $q_s = 2 \text{ Kg/cm}^2$.

$$l_w = 6.00 \text{ m. } l_c < 4.15 \text{ m. } d = 0.25 - 0.05 = 0.20 \text{ m.}$$

$$C_a = \text{tg}^2 (45 - 44/2) = 0.18$$

$$\text{Sobrecarga} = 1000 \times 0.18 = 180 \text{ Kg/m}^2$$

$$\text{Terreno} = 0.65 \times 1800 \times 0.18 = 874 \text{ Kg/m}^2$$

$$W = 1054 \text{ Kg/m}^2$$

$$W_u = 1.6 \times 1054 = 1686 \text{ Kg/m}^2$$

$$P_{u1} = 1.2 \times 11000 = 13200 \text{ Kg.}$$

Peso propio del muro a mitad de la altura

$$0.25 \times 2.20 \times 2400 = 1320 \text{ Kg. } P_{u2} = 1584 \text{ Kg.}$$

$$P_s = 11000 + 1320 = 12320 \text{ Kg.}$$

$$P_u = 13200 + 1584 = 14784 \text{ Kg.}$$

$$P_u/A_g = \frac{14784}{25 \times 100} = 5.9 \text{ Kg/cm}^2 < 0.06 \times 2.10 = 12.6 \text{ Kg/cm}^2 \quad \therefore \text{OK}$$

$$M_{sa} \text{ (sin amplificar)} = 1/8 \times 4.15^2 \times 1054 = 2269 \text{ Kg - m.}$$

$$M_{ua} = 1/8 \times 4.15^2 \times 1686 = 3630 \text{ Kg - m.}$$

$$f_r = 2 \sqrt{210} = 29 \text{ Kg/cm}^2$$

$$M_{cr} = \frac{29 \times 100 \times 25^3}{12 \times 12.5 \times 100} = 3020 \text{ Kg - m}$$

$$R_{ua} = \frac{363000}{100 \times 20^2} = 9.08$$

$$\rho = 0.25\%$$

$$A_s = 5.0 \text{ cm}^2$$

$$A_{se} = \frac{14784 + 5.0 \times 4200}{4200} = 8.52 \text{ cm}^2$$

(14-8)

$$n = \frac{2'042,000}{220,268} = 9.27 \quad n = 9 > 6 \text{ ok}$$

$$a \text{ de tablas de } R_u = 0.059 \times 20 = 1.18 \text{ cm.}$$

$$c = a/0.85 = 1.39 \text{ cm.}$$

$$I_{cr} = 9 \times 8.52 (20 - 1.39)^2 + \frac{600 \times 1.39^3}{3} = 27094 \text{ cm}^4 \quad (14-7)$$

$$M_u = \frac{363000}{5 \times 14784 \times 415^2} = 381856 \text{ Kg-cm} \quad (14-6)$$

$$1 - \frac{0.9 \times 48 \times 220,268 \times 27,094}{\dots}$$

$M_u > M_{cr}$ necesita refuerzo

$$R_u = 9.55 \quad \rho = 0.26\% \quad A_s = 0.26 \times 20 = 5.2 \text{ cm}^2 < A_{sc}$$

$$\text{Fierro vertical} = A_{sc} = 8.52 \text{ cm}^2 = \varnothing \frac{1}{2}'' @ .16$$

$$\text{Fierro horizontal} = 0.0025 \times 100 \times 25 = 6.25 \text{ cm}^2 = \varnothing \frac{1}{2}'' @ .20$$

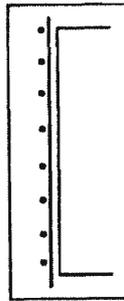


Figura 11.13. Ejemplo 11.2

$$M = \frac{226,900}{5 \times 12320 \times 415^2} = 235,626 \text{ Kg-cm} \quad (14-10)$$

$$1 - \frac{48 \times 220,268 \times 27094}{\dots}$$

$$I_e = \left(\frac{M_{cr}}{M}\right)^3 I_g + \left[1 - \left(\frac{M_{cr}}{M}\right)^3\right] I_{cr}$$

$$I_e = \left(\frac{3020}{2356}\right)^3 \times 1/12 \times 100 \times 25^3 + \left[1 - \left(\frac{3020}{2356}\right)^3\right] 27094$$

$$I_e = 274242 - 29971 = 244271 \text{ cm}^4$$

$$\Delta_s = \frac{5 \times 235626 \times 415^2}{48 \times 220,268 \times 244271} = 0.086 \text{ cm} \quad (14-9)$$

$$415/150 = 2.77 \text{ cm.} \quad \therefore \text{OK}$$

Fuerza Cortante:

$$V_u = 1/2 \times 1686 \times 3.60 = 3035 \text{ Kg.}$$

$$V_n = 1/0.75 \times 3035 = 4047 \text{ Kg.}$$

$$V_c = 0.53\sqrt{210} \times 100 \times 20 = 15360 \quad \therefore \text{OK}$$

Zapata:

$$P = 11000 + 25 \times 2400 \times 4.30 = 13580 \text{ Kg.}$$

$$q_{sn} = 20000 - 0.6 \times 2400 - 0.1 \times 2400 = 18320 \text{ Kg.}$$

$$b = 13580/18320 = 0.74 \text{ m.} = 75 \text{ cm.}$$

12. Cimentaciones

12.1 INTRODUCCIÓN

Se llama cimentación al elemento estructural que transmite las cargas de las columnas y muros al terreno. La resistencia del suelo es menor que la resistencia del concreto, por ello, la cimentación tiene mayor área que su respectiva columna o muro para así reducir los esfuerzos que se transmiten al terreno.

El terreno debe trabajar bajo una carga tal que no se altere su estado de equilibrio, o sea, que no se produzcan deformaciones o asentamientos perceptibles que repercutan en los diferentes elementos de la estructura, produciéndoles tensiones parásitas para las cuales no han sido diseñados. Si una columna se asienta más o menos que otra adyacente, la diferencia genera esfuerzos que pueden ocasionar daños en los elementos estructurales y no estructurales.

La carga de trabajo del terreno debe determinarse por medio de experiencias y sondajes a cargo de un especialista en Mecánica de Suelos. En la Tabla 12.1 se presentan algunos valores aproximados de la carga de trabajo para diferentes tipos de terrenos. Estos se utilizan sólo para diseños preliminares.

Tipo de suelo	q_s (kg/cm ²)
1. Rocas macizas: granito, diorita, gneis.	100
2. Rocas laminadas: esquistos, pizarra.	40
3. Roca sedimentarias: caliza, arenisca.	15
4. Cascajo, gravas o gravas arenosas (GW ó GP)	
Compactas	5
Medianamente compactas (Lima)	4
Sueltas	3
5. Arenas o arenas con grava bien graduadas (SW)	
Compactas	3.75
Medianamente compactas	3
Sueltas	2.25
6. Arenas o arenas con grava mal graduada (SP)	
Compactas	3
Medianamente compactas	2.50
Sueltas	1.75

7. Gravas sienosas o grava-arena-sieno (GM) Compactas Medianamente compactas Sueltas	2.50 2 1.50
8. Arenas sienosas o arena-sieno (SM)	2
9. Gravas arcillosas o arenas arcillosas (GC-SC)	2
10. Suelos inorgánicos, sienos, arenas finas (ML-CL)	1
11. Arcillas inorgánicas plásticas, arenas diatomíceas, sienos elásticos (CH-MH)	1

Tabla 12.1 Cargas de trabajo para diversos tipos de suelo.

12.2 TIPOS DE CIMENTACIONES

El tipo de cimentación apropiado para cada situación depende de varios factores entre los cuales se tiene:

1. La resistencia y compresibilidad de los estratos del suelo.
2. La magnitud de las cargas de las columnas.
3. La ubicación de la napa freática.
4. La profundidad de cimentación de las edificaciones vecinas.

En la figura 12.1 se muestran los diferentes tipos de cimentación: zapata de muro o cimiento corrido, zapata aislada, zapata combinada, zapata conectada, zapata sobre pilotes y zapatas continuas, solados o plateas. Su conveniencia en determinadas circunstancias será discutida más adelante.

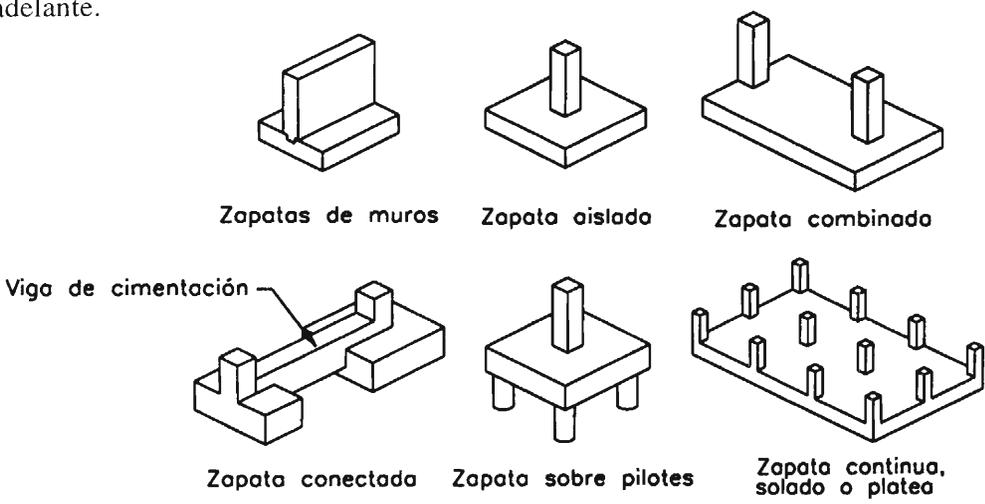


Figura 12.1. Diferentes tipos de cimentaciones

12.3 PRESIÓN DEL SUELO

Cada tipo de terreno tiene sus características propias y reacciona ante cargas externas de distintos modos. Algunos de los factores que influyen en la distribución de la reacción del terreno son: la flexibilidad del cimiento respecto al suelo, el nivel de cimentación y el tipo de terreno. Por ejemplo, en la figura 12.2 se presenta la distribución de la presión para dos tipos de suelos: granular y cohesivo.

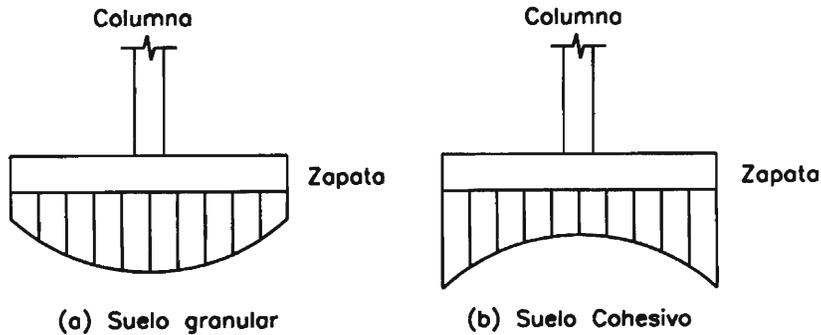


Figura 12.2. Distribución de la reacción del suelo en terrenos granulares y cohesivos

En el terreno granular se aprecia que la presión en los bordes de la cimentación es menor que en la zona central debido a la presión ejercida por las cargas aplicadas tiende a desplazar el suelo en los extremos lo cual disminuye la reacción. Este desplazamiento depende de la profundidad de cimentación. Si ésta es elevada, la fuerza ejercida por el peso propio del terreno impedirá que el suelo se desplace. En el suelo cohesivo, por el contrario, la presión en los bordes de la cimentación es mayor que en la sección central. El suelo que circunda el área cargada ejerce una fuerza de soporte sobre ella por efecto de la cohesión y por ello la reacción se incrementa.

En el diseño, no es práctico considerar la distribución real de la reacción del suelo, por lo que se asumen dos hipótesis básicas:

1. La cimentación es rígida.
2. El suelo es homogéneo, elástico y aislado del suelo circundante.

Estas suposiciones conllevan a que la distribución de la reacción del suelo, frente a las cargas transmitidas por la columna sea lineal, consideración que ha demostrado dar resultados conservadores, excepto en terrenos cohesivos como limos o arcillas plásticas.

12.3.1 Cimentación con carga excéntrica

En las zapatas cargadas excéntricamente, la reacción del suelo no es uniforme y tiene una distribución que puede ser trapezoidal o triangular.

Dependiendo de la excentricidad de la carga, la presión en el suelo es:

- Si la excentricidad es pequeña, menor que $L/6$, la presión en los extremos de la zapata es (ver figura 12.3.a):

$$q_{1,2} = \frac{P}{SL} \left(1 \pm \frac{6e}{L} \right) \quad (12-1)$$

donde: q_1, q_2 : Presión en los extremos de la zapata.

P: Carga axial.

e: Excentricidad de la carga axial.

S: Dimensión de la cimentación perpendicular a la dirección de análisis.

L: Dimensión de la cimentación paralela a la dirección de análisis.

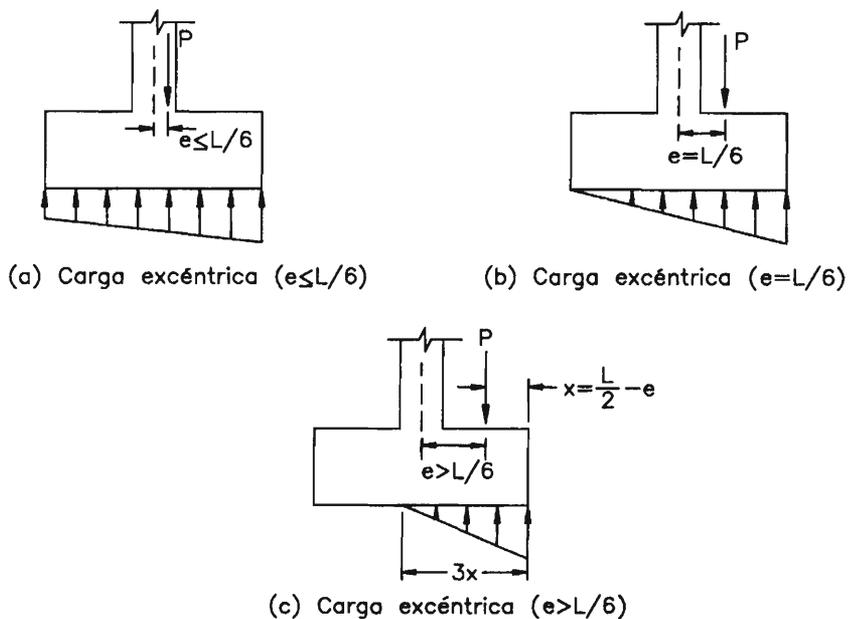


Figura 12.3. Reacción del terreno de acuerdo a la excentricidad de la carga de la columna

- Si la excentricidad es mayor que $L/6$, parte de la cimentación no recibe ninguna reacción ya que no puede existir esfuerzos de tracción entre terreno y zapata. La distribución en este caso es triangular como la mostrada en la figura 12.3.c.

Para garantizar el equilibrio deben cumplirse dos condiciones:

1. La línea de acción resultante de la reacción del suelo debe coincidir con la línea de acción de la carga excéntrica de la columna de modo que no se presente momento resultante por la excentricidad.
2. La resultante de la presión del suelo debe ser igual a la carga proveniente de la columna para satisfacer el equilibrio de fuerzas verticales.

Bajo las condiciones presentadas, la presión en el extremo de la cimentación será:

$$q = \frac{2P}{3S(L/2 - e)} \quad (12-2)$$

Esta expresión es aplicable hasta que la excentricidad es igual a $L/2$ situación bajo la cual se produce el volteo de la cimentación. En la práctica, esto sólo se presenta en roca o suelos muy duros. En la mayoría de los casos, la “fluencia del suelo” bajo el extremo de la zapata puede hacer que ésta se inutilice, produciendo una situación equivalente al volteo. Esta condición se presenta cuando la presión en el extremo comprimido causa la falla del suelo. La excentricidad que causa esta condición se denomina e_f , como se muestra en la figura 12.4. Asumiendo que el suelo falla a una presión $q_f = 2.5q_s$, se tiene:

$$m_f = \frac{P}{2q_f S}$$

$$e_f = \frac{L}{2} - m_f$$

donde: m_f : Distancia de la carga P al borde de la cimentación.

Considerando un factor de seguridad de 1.5, la excentricidad máxima a que puede estar sometida la zapata es:

$$e_{\max} = \frac{e_f}{1.5} = \frac{L}{3} - \frac{P}{7.5q_s S} \quad (12-3)$$

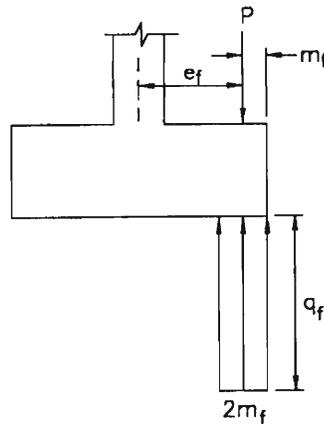


Figura 12.4. Condición de volteo inminente

- Si se presenta excentricidad en dos direcciones, las presiones en las esquinas de la zapata serán:

$$q_{1,2,3,4} = \frac{P}{SL} \left(1 \pm \frac{6e_1}{L} \pm \frac{6e_2}{S} \right) \quad (12-4)$$

donde: e_1 : Excentricidad en la dirección paralela a L .

e_2 : Excentricidad en la dirección paralela a S .

Si empleando la expresión (12-4), una de las esquinas de la zapata resulta sometida a

tracción, es evidente que parte de la zapata se ha desprendido del suelo y por lo tanto, la expresión (12-4) pierde validez. En estos casos, se sigue un procedimiento de iteraciones sucesivas para la determinación de la distribución de presiones en el suelo. Esta situación escapa a los alcances del presente texto.

Cuando la excentricidad es grande y es posible, conviene hacer la zapata excéntrica con la columna, centrándola con la tuerca P para tener una reacción uniforme.

12.4 CONSIDERACIONES GENERALES PARA EL DISEÑO

El diseño de cimentaciones involucra una serie de etapas las cuales se enumeran a continuación:

1. Determinación de la presión neta del suelo y dimensionamiento de la zapata.
2. Determinación de la reacción amplificada del suelo.
3. Verificación del corte por flexión y por punzonamiento.
4. Cálculo del refuerzo por flexión o refuerzo longitudinal.
5. Verificación de la conexión columna-zapata o muro-zapata.

A continuación se desarrollará cada una de las etapas mencionadas para el diseño de zapatas aisladas.

12.5 ZAPATAS AISLADAS

Las zapatas aisladas son losas rectangulares o cuadradas que sirven de apoyo a columnas. Tiene peralte constante o variable, disminuyendo hacia los bordes. También pueden ser escalonadas como la presentada en la figura 12.5. En este caso, el elemento debe vaciarse integralmente y no por escalones. El peralte efectivo mínimo en el borde de una zapata de sección variable es 15 cm.

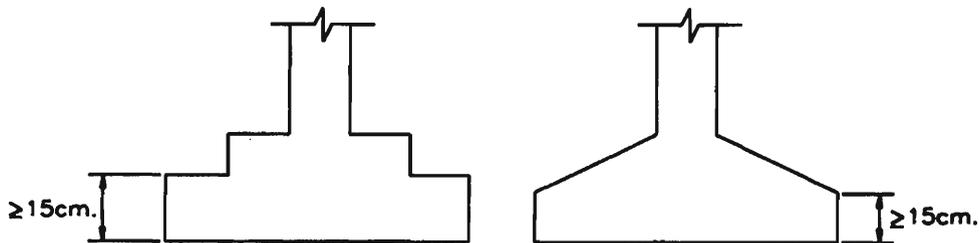


Figura 12.5. Zapatas aisladas de peralte variable

Las zapatas aisladas son el tipo más usual de cimentación pues son las más económicas. La columna puede ser centrada o excéntrica, aunque el primer caso es el más común. Si la cimentación se ubica en el límite de propiedad, la excentricidad de las cargas aplicadas puede ser tan elevada que la capacidad portante del suelo es superada. En estos casos se hace uso de las zapatas conectadas o combinadas las cuales se presentan en las secciones siguientes.

Las zapatas aisladas pueden ser de concreto simple o de concreto armado. Sin embargo, las primeras no se pueden usar ni sobre pilotes ni en zonas sísmicas.

Los criterios para el diseño de zapatas de concreto simple se presenta en el capítulo 14. Las zapatas aisladas de concreto armado se diseñan siguiendo el procedimiento que se detalla a continuación.

12.5.1 Determinación de la presión neta del suelo y dimensionamiento de la zapata

El dimensionamiento preliminar de la zapata se efectúa en base sólo a las cargas de gravedad: permanentes y sobrecarga, buscando que la presión admisible del suelo no sea sobrepasada. Para la determinación de las dimensiones del cimiento se consideran las cargas transmitidas por la columna, el peso de la zapata, el peso del suelo sobre ella y la sobrecarga del terreno. En lugar de considerar las tres últimas, se define el concepto de capacidad portante neta que es la capacidad del terreno reducida por efecto de la sobrecarga, el peso del suelo y el peso de la zapata. La capacidad portante neta es igual a:

$$q_{sn} = q_s - \gamma_t h_t - \gamma_c h_c - S/C \quad (12-5)$$

donde: q_{sn} : Capacidad portante neta.

q_s : Carga admisible del terreno.

γ_t : Peso específico del suelo.

h_t : Altura del suelo sobre la zapata.

γ_c : Peso específico del concreto.

h_c : Altura de la cimentación, estimada en función de la longitud de anclaje del refuerzo de la columna y del recubrimiento necesario.

S/C : Sobrecarga del terreno.

En la figura 12.6 se muestra con mayor detalle cada término. Haciendo uso de este parámetro, el dimensionamiento de la cimentación se efectúa sólo tomando en cuenta las cargas transmitidas por la columna, pues los otros efectos ya han sido considerados. De este modo, el área de la zapata es:

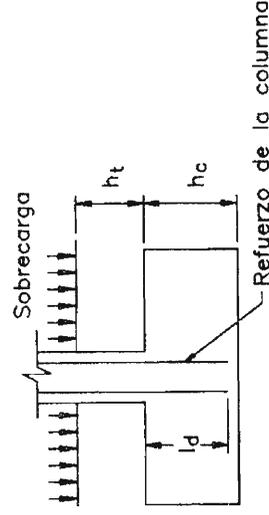


Figura 12.6. Parámetros empleados para la determinación de la capacidad portante neta del terreno

$$A = \frac{\text{Carga externa vertical sin amplificar}}{q_{sn}} \quad (12-6)$$

donde: A: Área de la cimentación.

Conocida el área, se definen las dimensiones de la cimentación cuadrada, rectangular, circular, etc. y se verifica la presión en el terreno, haciendo uso de los criterios presentados en la sección 12.3. En esta etapa, se considera los momentos flectores transmitidos a través de la columna o muro. Se verifica sólo las cargas de gravedad. Si los esfuerzos son superiores a la capacidad del suelo, entonces es necesario incrementar las dimensiones del elemento. Alternativamente, se puede emplear zapatas excéntricas de modo que la resultante de la reacción coincida con el alineamiento de la columna y la reacción del suelo sea uniforme. Si las cargas externas incluyen efectos de sismo, se realiza una segunda comprobación. Bajo este tipo de cargas, que actúan por periodos breves de tiempo, la capacidad portante del suelo se incrementa. Por ello se considera, para esta verificación, que la capacidad neta del suelo es:

$$q_{sn} = 1.33q_s - \gamma_t h_t - \gamma_c h_c - S/C$$

12.5.2 Reacción amplificada del suelo

La reacción amplificada del suelo se utiliza para el cálculo de los esfuerzos en la cimentación y para la determinación del refuerzo. La reacción del suelo, sin amplificar, está constituida por el peso de la zapata, el peso del suelo, las cargas aplicadas directamente sobre el suelo (sobrecarga, peso del piso, etc.) y las cargas provenientes de la columna o muro. Las tres primeras son ocasionadas por cargas uniformemente distribuidas sobre la cimentación mientras que la última, por una carga concentrada. Por ello, las primeras no generan esfuerzos de flexión y corte sobre la estructura, pues la acción se opone a la reacción, mientras que la última sí (ver figura 12.7).

Las cargas que provienen de la columna o muro son amplificadas y con ellas se determina la reacción amplificada del suelo. Estrictamente, el cálculo de los esfuerzos en la cimentación se debe efectuar con la distribución de la reacción que presente el suelo. Sin embargo, por simplicidad, se asume que la presión del suelo es uniforme e igual al máximo esfuerzo que presenta el terreno, como se aprecia en la figura 12.8. Esta suposición es conservadora y simplifica el cálculo en terrenos granulares.

12.5.3 Verificación del corte

Para el diseño por corte, las cimentaciones se pueden estudiar como vigas chatas y anchas, o como losas con comportamiento en dos direcciones. El primer caso, se denomina corte por flexión y el segundo, corte por punzonamiento. El corte por flexión está relacionado al comportamiento unidireccional de la cimentación mientras que el corte por punzonamiento se relaciona con el comportamiento de la losa en dos direcciones. Por lo general, no se coloca refuerzo por corte en cimentaciones sino se verifica que el concreto solo soporte los esfuerzos. En caso de ser necesario, se incrementa el peralte de la zapata.

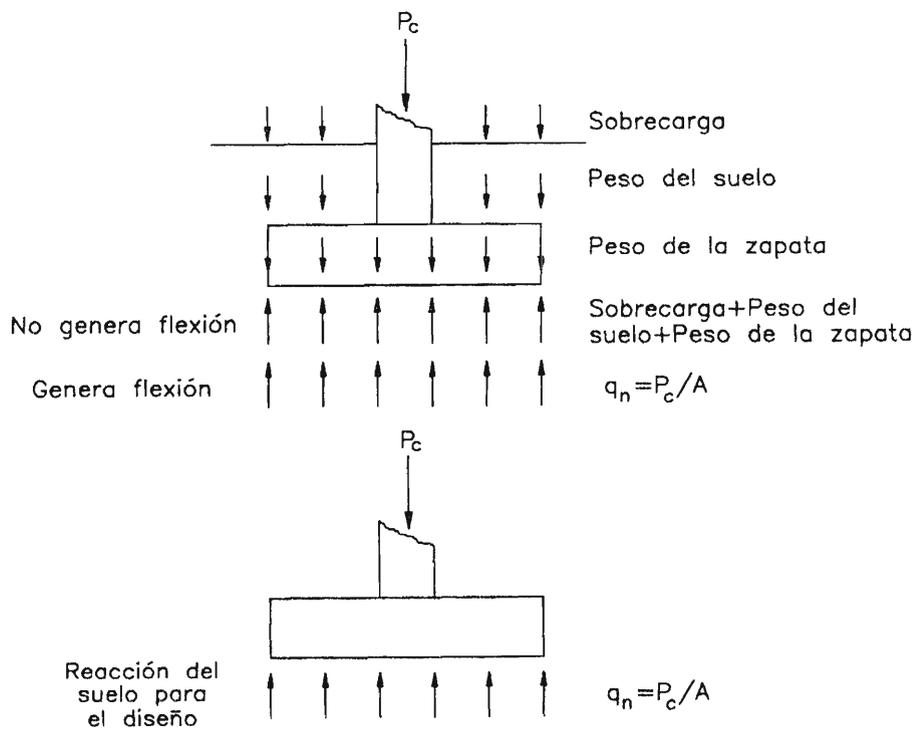


Figura 12.7. Reacción del suelo ante las cargas aplicadas

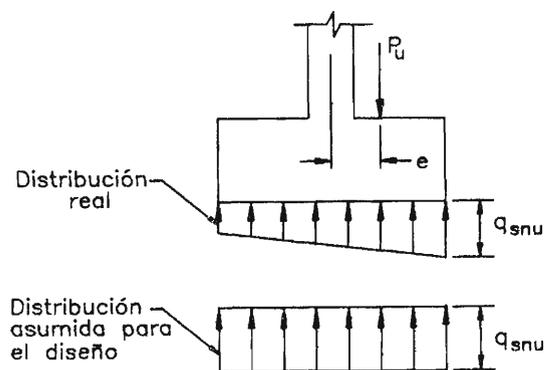


Figura 12.8. Reacción del suelo asumida para el diseño

Corte por flexión

La resistencia del concreto al corte por flexión es:

$$V_c = 0.53\sqrt{f'_c} b_w d \quad (12-7)$$

donde: b_w : Ancho de la sección analizada.

d : Peralte efectivo de la cimentación, generalmente $h-10$ cm.

La ubicación de la sección crítica depende de la naturaleza de la cimentación. Si se trata de una columna, muro o pedestal solidario a la zapata, se ubicará a d de su cara. Para columnas con plancha de base de acero, se ubicará a d de la sección media entre la cara de la columna o pedestal y el borde de la plancha. Si es un muro, columna de albañilería o un elemento no solidario con la cimentación, la sección crítica se ubicará a d de la sección entre el eje del muro y su cara. La fuerza cortante aplicada (V_u) será igual a la resultante de la reacción amplificada del suelo que actúa fuera de la sección crítica (ver figura 12.9). Si la columna tiene forma circular o poligonal, es posible definir una sección cuadrada de igual área, para ubicar las secciones críticas.

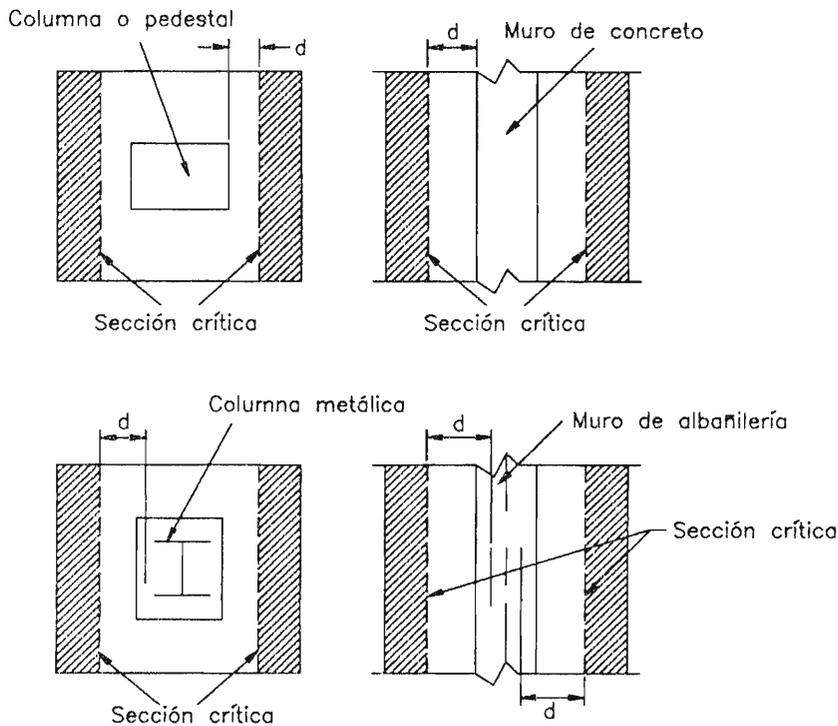


Figura 12.9. Sección crítica para el diseño del corte por flexión

Corte por punzonamiento

La resistencia del concreto al corte por punzonamiento es igual a la menor determinada a través de las siguientes expresiones:

$$V_c \leq 0.27 \left(2 + \frac{4}{\beta_c} \right) \sqrt{f'_c} b_o d \quad (12-8)$$

(ACI-Ec(11-35))

$$V_c \leq 0.27 \left(\frac{\alpha_s d}{b_o} + 2 \right) \sqrt{f'_c} b_o d \quad (12-9)$$

(ACI-Ec(11-36))

$$V_c \leq 1.1 \sqrt{f'_c} b_o d \quad (12-10)$$

(ACI-Ec(11-37))

- donde:
- V_c : Resistencia del concreto al corte
 - β_c : Cociente de la dimensión mayor de la columna entre la dimensión menor.
 - b_o : Perímetro de la sección crítica
 - α_s : Parámetro igual a 40 para columnas interiores, 30 para las laterales y 20 para las esquineras. Se considera interiores aquellas en que la sección crítica de punzonamiento tiene 4 lados, laterales las que tienen 3 y esquineras las que tienen 2

La sección crítica en este caso, está definida por cuatro rectas paralelas a los lados de la columna, ubicadas a $d/2$ de la cara. Si existe plancha de base, se ubicará a $d/2$ de la sección central entre la cara de la columna y el borde de la plancha. Si la columna es de albañilería o no solidaria a la cimentación, la sección crítica se ubicará a $d/2$ de la línea media entre el eje y el borde de la columna. El corte aplicado (V_u) será la resultante de la presión amplificada del suelo aplicada en la zona achurada mostrada en la figura 12.10.

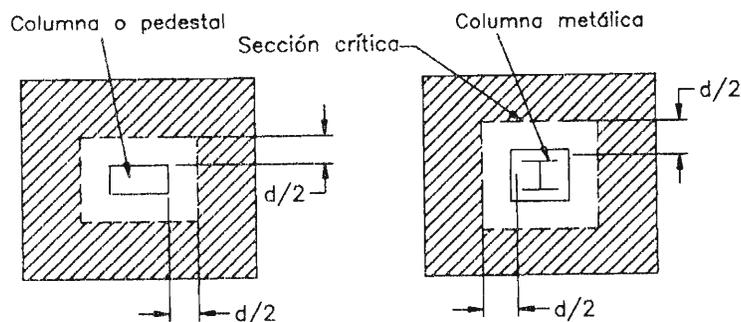


Figura 12.10. Sección crítica para el diseño del corte por punzonamiento

Al margen de las solicitaciones de corte, el código recomienda que la altura de la cimentación por encima del refuerzo inferior sea mayor que 15 cm. para zapatas sobre terreno y 30 cm. para zapatas sobre pilotes, lo que es importante en zapatas de sección transversal trapezoidal o escalonada.

12.5.4 Refuerzo longitudinal por flexión

La cimentación funciona como una losa sometida a flexión en dos direcciones. El diseño del refuerzo se efectúa considerando la flexión en cada dirección independientemente, analizando la zapata como un volado.

La sección crítica para el diseño por flexión se ubica en la cara de la columna, pedestal o muro si éstos son de concreto. En el caso de muros de albañilería o elementos no solidarios a la cimentación se encuentra al centro de la cara del muro y su eje central. Si se trata de columnas con plancha de base, la sección crítica se ubica a la mitad entre la cara de la columna y el borde de la plancha (ver figura 12.11).

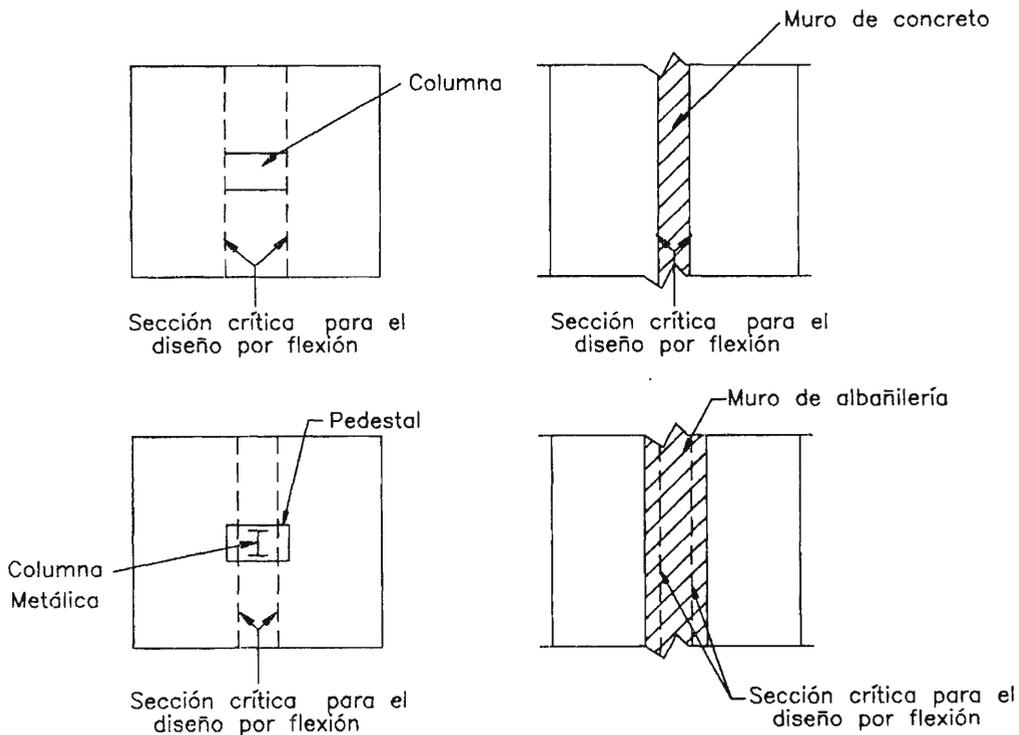


Figura 12.11. Sección crítica para el diseño del refuerzo por flexión

El refuerzo longitudinal debe distribuirse uniformemente a todo lo largo de la cimentación. En el caso de zapatas rectangulares, el refuerzo paralelo a la dirección mayor debe ser uniforme. Sin embargo, el perpendicular a éste debe concentrarse debajo de la columna, en una franja de ancho igual a la menor dimensión de la zapata. La fracción del refuerzo que debe ubicarse en esta región está determinada por la siguiente expresión:

$$\frac{\text{Re fuerzo debajo de la columna}}{\text{Re fuerzo total}} = \frac{2}{\beta + 1} \quad (12-11)$$

(ACI-Ec(15-1))

donde: β : Cociente del lado mayor de la zapata entre el lado menor.

El acero restante se distribuye en el resto de la cimentación, pero cuidando que no sea menor que el refuerzo mínimo. El código indica que se debe tomar el correspondiente a losas es decir. $A_{smin} = 0.0018bh$ (ACI-10.5.4).

El refuerzo longitudinal debe anclarse siguiendo los criterios presentados para el desarrollo del acero negativo. Si el volado de la zapata es mayor que l_d , las barras podrán colocarse rectas. Si lo anterior no se cumple y la longitud del volado es mayor que la longitud de anclaje del gancho estándar, entonces el refuerzo podrá terminarse en gancho. En caso que el volado sea menor que l_{dh} , se deberá desarrollar hacia arriba la longitud de anclaje. En la figura 12.12 se muestran los diversos tipos de anclaje para el refuerzo longitudinal de la cimentación.

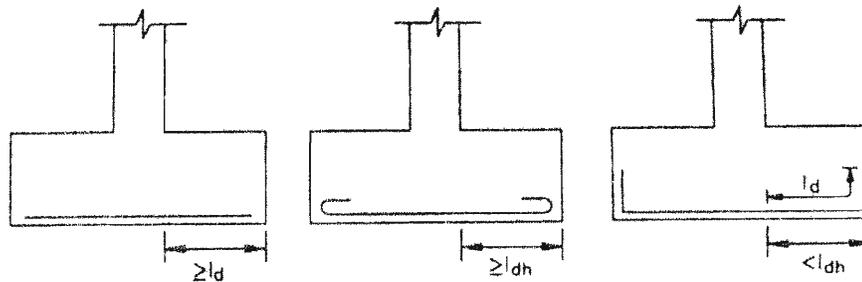


Figura 12.12. Tipos de anclaje del refuerzo longitudinal en cimientos

12.5.5 Verificación de la conexión columna-zapata o muro-zapata y desarrollo del refuerzo

Las cargas que se transmiten a través de las columnas y muros deben ser adecuadamente transferidas a la cimentación. Esta transferencia se efectúa a través del concreto y en caso de ser necesario haciendo uso de refuerzo.

Para la transferencia de fuerzas, el concreto trabaja a compresión pura. El aplastamiento en la superficie de contacto entre columna y cimiento no deberá exceder la resistencia dada por la expresión (4-2) que se reproduce a continuación:

$$\phi P_n = \phi 0.75f'_c \sqrt{\frac{A_2}{A_1}} A_1 \quad (12-12)$$

donde ϕ es igual a 0.65 pues se está analizando aplastamiento en el concreto y $\sqrt{A_2/A_1} \leq 2$. Si la carga última aplicada excede la resistencia determinada a través de (12-12) entonces es necesario hacer uso de refuerzo vertical para resistir la fuerza adicional. Este acero debe ser capaz de transmitir la compresión que excede la resistencia del concreto y trabaja al esfuerzo de fluencia. El área de acero requerida será:

$$A_s = \frac{P_u - \phi P_n}{\phi f_y} \quad (12-13)$$

donde: A_s : Área de acero requerida.
 P_u : Carga de compresión última.

En caso que la columna esté sometida a momentos flectores pequeños que no generan tracción en el elemento, el área de acero requerida para la transferencia de esfuerzos a la cimentación se determina con el procedimiento anterior, pero se utiliza el mayor esfuerzo de compresión en la sección. Si el momento es alto, como el proveniente de una condición de carga que incluye sismo, es conveniente anclar a tracción y compresión todo el refuerzo de la columna en la cimentación. Para el primer caso se hace uso de ganchos y para el segundo se verifica que la porción recta de la varilla sea mayor que su longitud de anclaje a compresión, puesto que el gancho no es efectivo cuando el acero está comprimido. Por lo general, la última condición es más crítica. En la figura 12.13 se presenta más claramente esta situación.

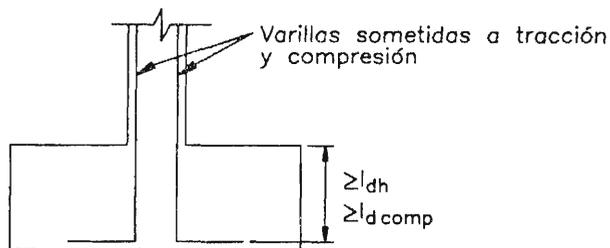


Figura 12.13. Peralte de la zapata requerido para garantizar el adecuado anclaje del refuerzo de la columna

La fuerza cortante en la base de la columna o muro se transmite a la cimentación por corte-fricción y el refuerzo se calcula a través de los procedimientos presentados en el capítulo 6.

El refuerzo perpendicular a la superficie de contacto puede estar constituido por el acero longitudinal de la columna que penetra en la cimentación o por *dowels* o bastones de acero como los mostrados en la figura 12.14. Este acero no deberá ser de denominación mayor a la #11. Si la columna o muro cuenta con varillas longitudinales #14 ó #18, se empleará obligatoriamente bastones de menor diámetro para reforzar la superficie de contacto columna-cimentación. Estos deberán estar embebidos en el cemento una longitud igual a su longitud de anclaje y en la columna una distancia igual a la mayor entre la longitud de empalme del bastón y la longitud de anclaje de la varilla #14 ó #18. Los empalmes entre bastones y refuerzo longitudinal deberán satisfacer los requisitos de empalmes en columnas presentados en la sección 10.3.4.

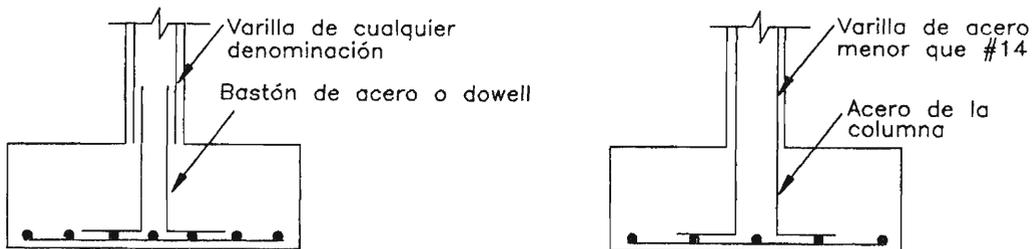


Figura 12.14. Transmisión de las cargas de la columna a la cimentación

En columnas y pedestales, el área de refuerzo en la interfase no será menor que 0.005 veces el área bruta de la columna o pedestal. Para muros, el área mínima de refuerzo no será menor que la cuantía mínima vertical de muros.

12.6 ZAPATAS DE MUROS

Las zapatas de muros pueden ser de concreto simple o de concreto armado, dependiendo de la magnitud de los esfuerzos a los que se encuentran sometidas. Por lo general, los muros de albañilería no portante tienen cimentación de concreto simple mientras que los muros portantes, de concreto o albañilería, utilizan zapatas de concreto armado, sobre todo en terrenos de mala calidad.

Las zapatas de muros son elementos que trabajan básicamente en una dirección, presentándose los esfuerzos principales perpendicularmente al muro. En este tipo de cimentación, sólo se analiza la flexión en esta dirección y no se chequea corte por punzonamiento.

El diseño se efectúa en una porción de zapata de largo unitario. El ancho del cimiento estará dado por:

$$B = \frac{P}{100q_{sn}} \quad (12-14)$$

donde: B: Ancho de la zapata (cm).

P: Carga de servicio en la zapata de largo unitario (kg).

q_{sn} : Capacidad portante neta del terreno (kg/cm^2).

Determinadas las dimensiones de la zapata se verifica la presión en el suelo. En esta etapa se considera el efecto de los momentos y de las cargas de sismo. Si es necesario se incrementa el ancho de la cimentación y finalmente se calcula la reacción amplificada del terreno.

Cuando el momento de volteo es muy alto, como es el caso de los ocasionados por sismo o para muros excéntricos, la reacción en la base no es suficiente para equilibrar las fuerzas externas. En este caso, se tiene que tomar en cuenta el empuje pasivo que experimenta la cimentación para garantizar el equilibrio, como se muestra en la figura 12.15. En la parte superior, la distribución no es triangular pero puede asumirse, por simplicidad, que tiene forma semicircular. La altura y ancho de la cimentación se definen de modo que:

$$(F.S.)Pe \leq Re + Hh' \quad (12-15)$$

donde: F.S.: Factor de seguridad igual a 1.5 en este caso.

h' : Brazo de palanca del empuje pasivo; se puede estimar en 0.5h a 0.6h.

Si la zapata es de concreto simple, se diseña mediante el procedimiento presentado en el capítulo 14. Si es de concreto armado, el refuerzo longitudinal se calcula como si la zapata fuera una viga en voladizo de ancho unitario. El corte se verifica con el procedimiento convencional. Paralelamente al muro, es conveniente colocar refuerzo de temperatura para facilitar el armado

y colocación del acero principal. Este refuerzo controla el agrietamiento en esta dirección y le da una cierta resistencia a la cimentación en esa dirección.

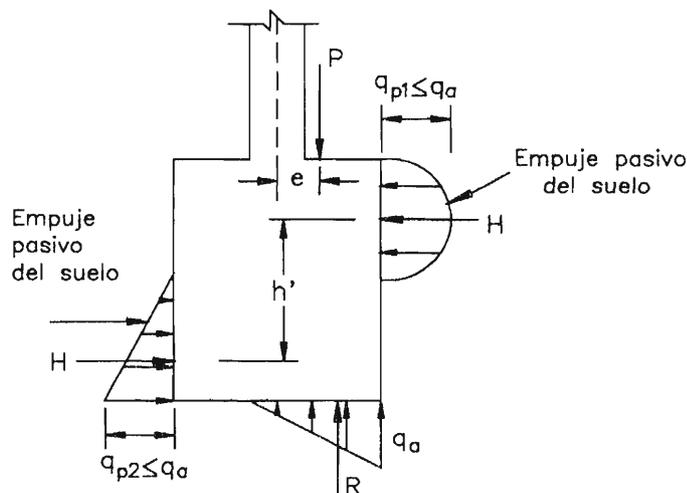


Figura 12.15. Efecto del empuje pasivo sobre la cimentación

12.7 ZAPATAS SOBRE PILOTES

Las zapatas sobre pilotes son de concreto armado necesariamente. Para dimensionarlas, es necesario conocer el número de pilotes que contienen. Si q_p es la capacidad de carga de los pilotes y éstos trabajan de punta, el número de pilotes será:

$$\text{Número de pilotes} = \frac{P'}{q_p}$$

donde: P' : Carga que baja por la columna más el peso de la zapata, del terreno y la sobrecarga.

Los pilotes se distribuyen uniformemente en la zapata, lo que determinará sus dimensiones. La distancia centro a centro entre dos pilotes será mayor que 90 cm. y que 2.5 a 3 veces el diámetro del pilote (ver figura 12.16).

Si los pilotes trabajan por fricción, es necesario reducir la eficiencia del grupo ya que éstos tienden a hundirse con el terreno que está entre ellos. La eficiencia se determina, empíricamente, a través de la fórmula de Converse-Labarre:

$$\text{Eficiencia del grupo} = 1 - \text{tg}^{-1}\left(\frac{d_p}{s}\right) \left[\frac{(n-1)m + (m-1)n}{90mn} \right] \quad (12-16)$$

donde: d_p : Diámetro del pilote.
 s : Distancia centro a centro entre pilotes adyacentes.
 m : Número de hileras de pilotes.

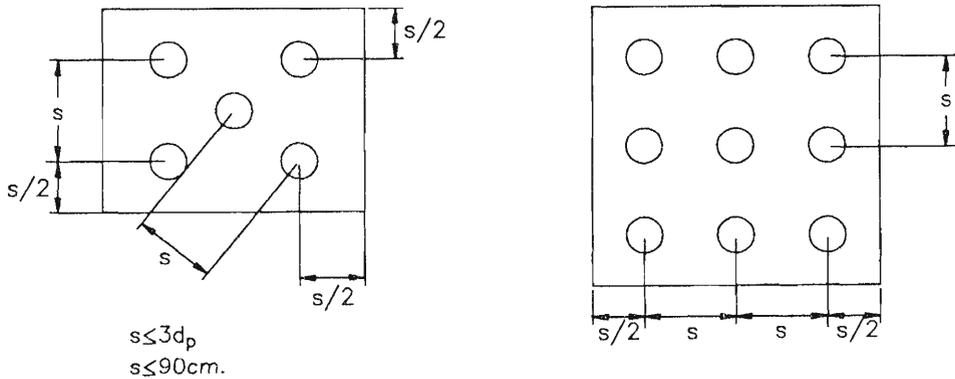


Figura 12.16. Espaciamientos mínimos entre pilotes

n: Número de pilotes por hilera.

El número de pilotes requeridos será:

$$\text{Número de pilotes} = \frac{P'}{q_p} \times \frac{1}{\text{Eficiencia}}$$

Conocido el número de pilotes, se verifica que la carga generada en ellos por la condición de sismo no exceda $1.33q_p$. Si la excentricidad de la carga respecto al centro de gravedad de la zapatas es X_c e Y_c , como se muestra en la figura 12.17, la carga que actúa sobre cada pilote es:

$$P = N \left(\frac{1}{n} \pm \frac{Y_c y}{\sum y_i^2} \pm \frac{X_c x}{\sum x_i^2} \right) \quad (12-17)$$

donde: P: Carga en el pilote analizado aplicada en su centro de gravedad.

N: Carga que baja por la columna.

n: Número total de pilotes.

y: Distancia del centro de gravedad del pilote analizado al eje X.

x: Distancia del centro de gravedad del pilote analizado al eje Y.

y_i : Distancia del centro de gravedad del pilote i-ésimo al eje X.

x_i : Distancia del centro de gravedad del pilote i-ésimo al eje Y.

En caso de ser necesario se incrementa el número de pilotes y el área de la zapata. Si algún pilote está sometido a una carga de tensión, se debe efectuar un análisis similar al realizado para el caso de zapatas cuya carga tiene una excentricidad mayor que $L/6$.

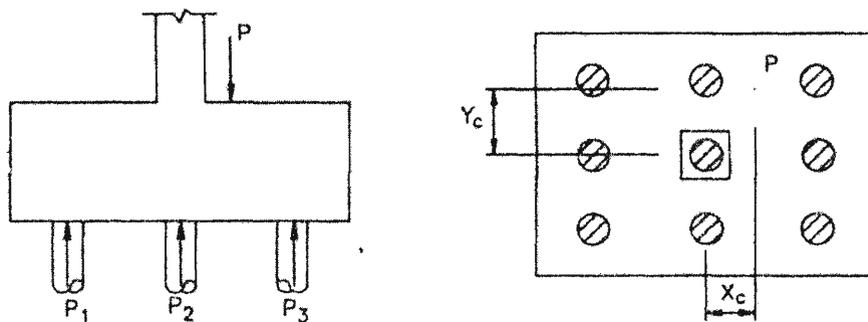


Figura 12.17. Zapata sobre pilotes sometida a carga excéntrica

Después de verificar que las cargas en los pilotes no excedan su capacidad, se procede a diseñar la zapata. Cuando la distancia entre el eje de cualquier pilote y el eje de la columna es mayor que 2 veces la distancia entre la parte superior del pilote y la parte superior de la zapata, el procedimiento es el mismo que en el caso de zapatas aisladas. La única diferencia es que, en lugar de trabajar con una carga repartida, se consideran una serie de cargas concentradas generadas por los pilotes y ubicadas en sus centros de gravedad. Las secciones críticas para el diseño son las mismas. En caso que la sección crítica atravesase un pilote, como se muestra en la figura 12.18, se considerará que el 100% de la carga del pilote genera esfuerzos sobre la zapata si éste es tangente exteriormente a dicha sección. Si el pilote es tangente interiormente, no se tomará en cuenta la carga del pilote. En un caso intermedio, la carga a considerar se determina por interpolación lineal. En las zapatas sobre pilotes, se verifica el punzonamiento no sólo alrededor de la columna, sino también alrededor de cada pilote.

Otras zapatas que no cumplan los requisitos indicados, podrán diseñarse por el mismo método o de acuerdo al Apéndice A, en cuyo caso f_{cu} debe cumplir lo indicado en A.3.2. (2-b)

Se debe verificar también el punzonamiento alrededor de cada pilote. Si la distancia libre entre dos pilotes es menor que d , la sección crítica envolverá los dos pilotes.

12.8 ZAPATAS COMBINADAS

Las zapatas combinadas consisten en una zapata común a dos o más columnas alineadas. Se utilizan cuando la distancia entre éstas es reducida o cuando la capacidad portante del terreno es tan baja que se requieren zapatas de gran área lo que ocasiona que éstas se traslapen.

Las dimensiones de las zapatas de las columnas exteriores de una edificación está condicionada por los límites de propiedad, generándose, por lo general, excentricidades en la zapata que no pueden ser resistidas por la columna. La presión del suelo no es uniforme y en muchos casos, es imposible conseguir que los esfuerzos sean menores que la capacidad portante del terreno. En estos casos, es conveniente usar zapatas combinadas que unan la columna exterior con la

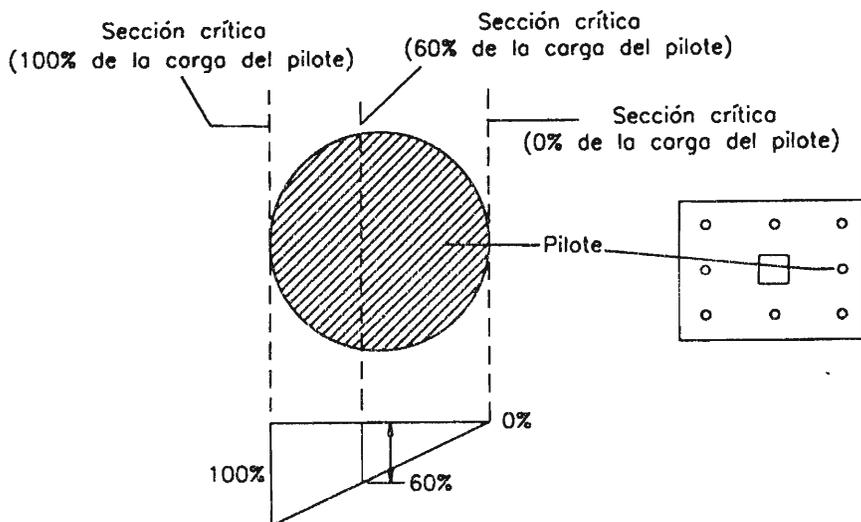


Figura 12.18. Pilote atravesado por sección crítica

interior adyacente, con objeto de eliminar dicha excentricidad y conseguir que la reacción del suelo sea uniforme.

El código no incluye recomendaciones específicas para el diseño de este tipo de cimentación, sin embargo, indica que ni el método elástico o alternativo ni el método directo utilizado para losas armadas en dos sentidos no es aplicable.

No existen métodos analíticos que puedan tomar en cuenta todos los factores que intervienen en un problema de este tipo. La estructura es indeterminada y la verdadera distribución de la presión del suelo sobre la zapata es desconocida. Algunas de las variables que influyen en la reacción son:

1. Tipo de terreno inmediatamente debajo de la zapata.
2. Tipo de terreno a profundidades mayores.
3. Tamaño y forma de la cimentación.
4. Rigidez de la cimentación y de la superestructura.
5. Módulo de reacción de la sub-rasante.

El método de diseño presentado en esta sección considera que la zapata es rígida y que el suelo es homogéneo y elástico, y por lo tanto, la reacción del suelo es uniforme. Existen otros procedimientos más laboriosos que consideran la flexibilidad de la estructura que también pueden ser utilizados. En esta sección sólo se analizarán zapatas combinadas rectangulares con dos columnas.

El predimensionamiento de la zapata se efectúa de modo que la resultante de las cargas permanentes sin amplificar, incluidos los momentos, coincida con la ubicación del centro de gravedad de la zapata. Para ello, se extiende, desde la línea de acción de la resultante, una longitud a

ambos lados igual o mayor que la distancia entre este punto y el límite exterior de la columna más alejada (ver figura 12.19). Es conveniente que, cuando sea posible, la zapata se extienda más allá del borde de la columna para que la sección crítica por punzonamiento no sea disminuida. Definido el largo de la zapata combinada, la capacidad portante neta del terreno y las cargas de gravedad, se determina el ancho de la cimentación:

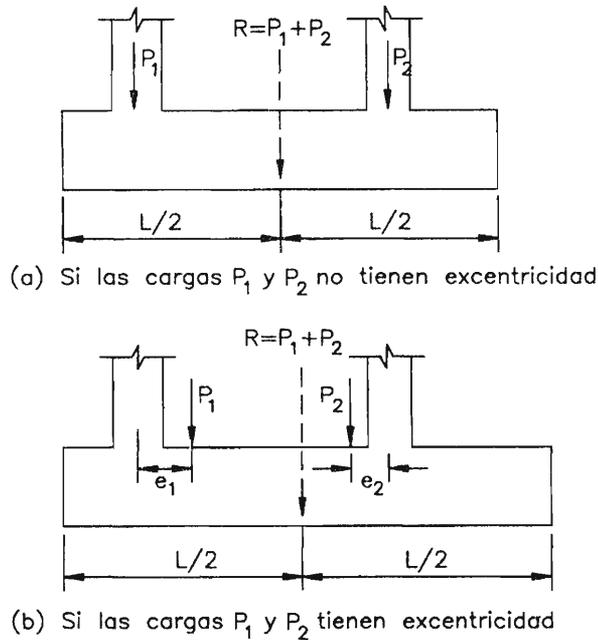


Figura 12.19. Dimensionamiento de zapata combinada

$$S = \frac{P_1 + P_2}{q_{sn} L} \quad (12-18)$$

donde: S: Ancho de la cimentación.

L: Largo de la cimentación.

P_1 : Carga de gravedad que baja por la columna 1.

P_2 : Carga de gravedad que baja por la columna 2.

Si las columnas resisten cargas sísmicas, se efectúa la verificación por sismo en las dos direcciones. En caso que la reacción del terreno exceda su capacidad, se incrementa el ancho de la cimentación. También se verifica la excentricidad en la dirección perpendicular, en caso que ésta exista. Este tipo de zapata requiere una verificación adicional si la carga viva es mayor que 500 kg/m^2 como el caso de depósitos. Se analiza la reacción del terreno cuando se retira el 50% de la sobrecarga de la columna 1 y el resto de cargas permanecen constantes. Se repite el proceso pero con la otra columna. En caso que se exceda la capacidad portante del terreno, se incrementa el ancho de la zapata.

Los esfuerzos en la cimentación, se obtienen amplificando los diagramas de momento flector y fuerza cortante obtenidos del análisis bajo cargas de servicio. El factor de amplificación será el mayor de:

$$F_1 = \frac{1.4D + 1.7L}{D + L}$$

$$F_2 = \frac{0.75(1.4D + 1.7L + 1.87E)}{D + L + E}$$

$$F_3 = \frac{0.9D + 1.43E}{D + E}$$

Los diagramas de momentos flectores y fuerzas cortantes en la dirección paralela al largo de la zapata se muestra en la figura 12.20. Se puede considerar que las columnas son apoyos de tipo cuchilla o se puede considerarlas con sus dimensiones reales. Esto reducirá los esfuerzos de la cimentación en estas secciones.

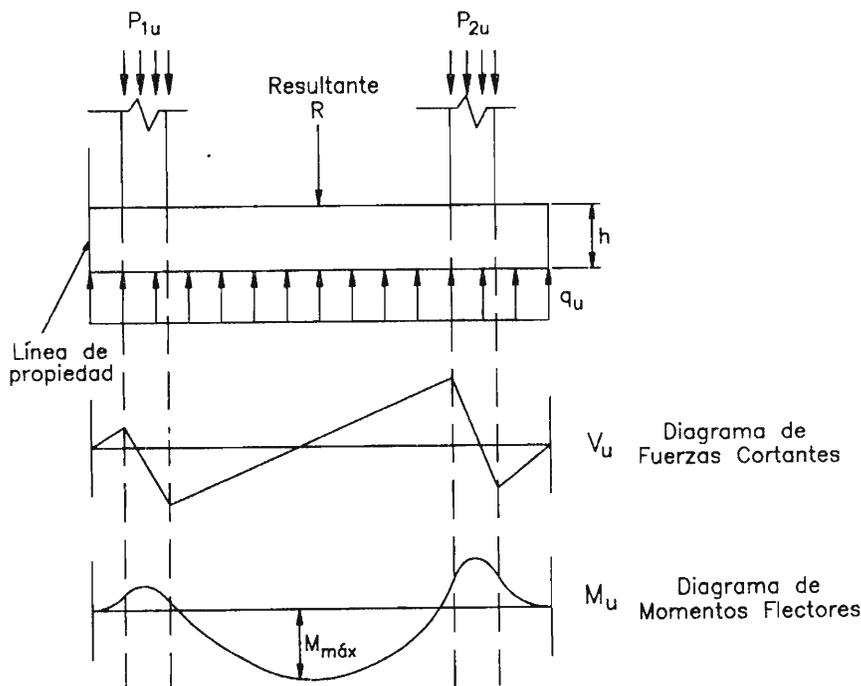


Figura 12.20. Momentos flectores y fuerzas cortantes sobre zapatas combinadas

Antes de calcular el refuerzo por flexión, se verifica el punzonamiento y la transferencia de las cargas de las columnas a la zapata. En caso de ser necesario se incrementa el peralte del elemento. Si las columnas están pegadas al borde de la zapata será necesario reducir la sección crítica para la verificación del corte por punzonamiento, como se muestra en la figura 12.21. Definido el peralte de la estructura, se determina el refuerzo por flexión como si se tratara de

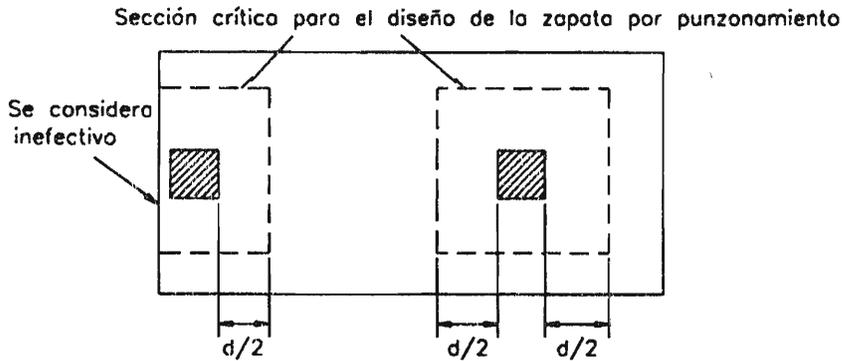


Figura 12.21. Reducción de la sección crítica de corte por punzonamiento por efecto del tamaño de la zapata

una losa. El refuerzo mínimo es igual a $0.0018hS$. Dependiendo de la separación entre columnas, el acero de flexión tendrá distribuciones diferentes (ver figura 12.22). En las secciones donde no se requiera refuerzo por flexión, se recomienda colocar acero adicional en la parte inferior igual a la mitad o la tercera parte del requerido en la parte superior. Finalmente, se verifica la longitud de anclaje del refuerzo.

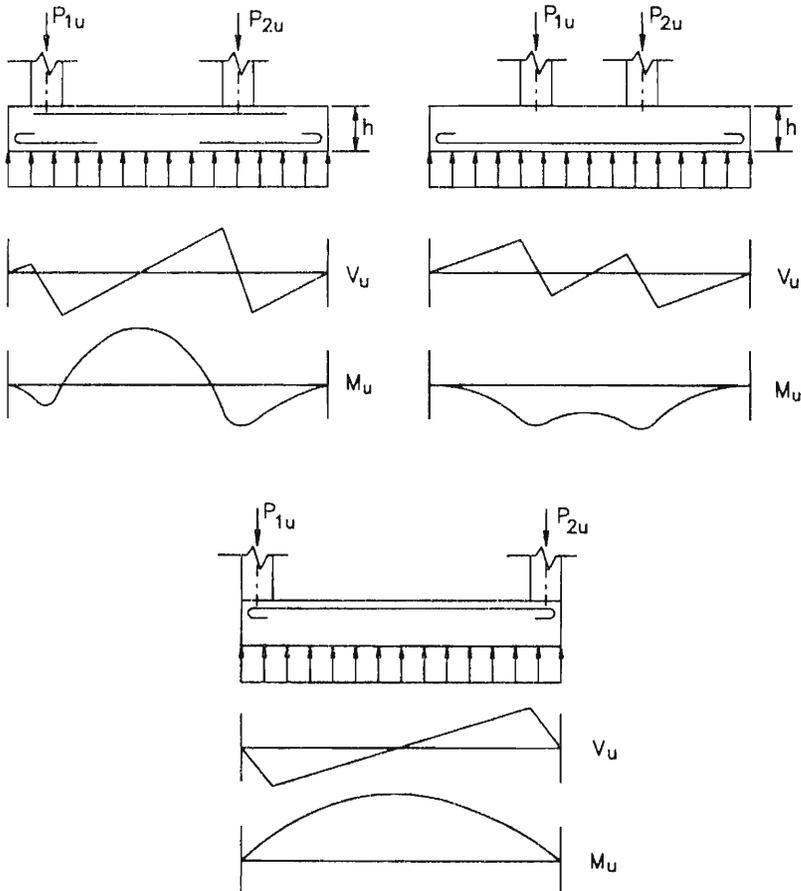
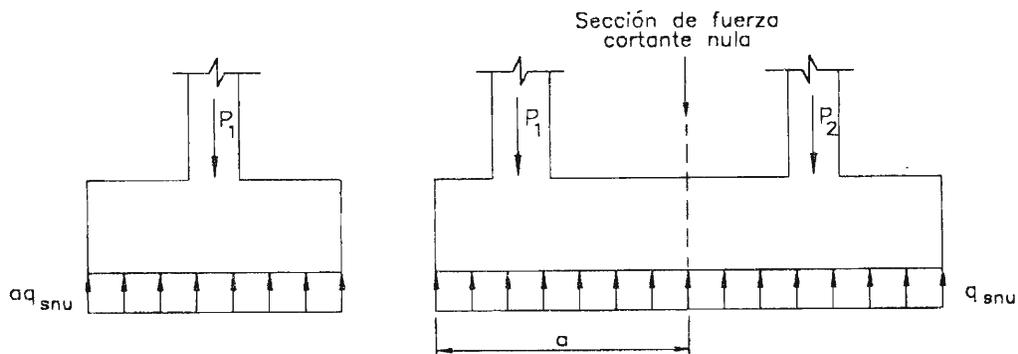


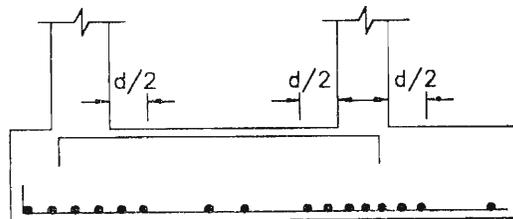
Figura 12.22. Distintas distribuciones del refuerzo longitudinal en zapatas combinadas

El siguiente paso del diseño es la verificación del cortante por flexión. En caso de ser necesario, se proveen estribos, los cuales se diseñan como si se tratara de una viga. Por lo general, para zapatas combinadas se utilizan estribos múltiples y de diámetros grandes.

El refuerzo longitudinal paralelo a la menor dimensión de la cimentación se calcula considerando que a cada columna le corresponde una porción de la zapata. La parte de la zapata que corresponde a cada una de ellas es la limitada por su borde más cercano y la sección de fuerza cortante nula (ver figura 12.23.a). Se recomienda distribuir el acero calculado en una franja limitada por las secciones verticales paralelas a la cara de la columna a $d/2$ de ésta, como se muestra en la figura 12.23.b y en el resto de la zapata acero adicional al doble del espaciamiento. Se verifica la resistencia al corte por flexión en esta dirección aunque por lo general, no se requiere refuerzo transversal en este sentido.



(a) Reacción del suelo para el diseño del refuerzo longitudinal paralelo al lado mayor



(b) Distribución del refuerzo

Figura 12.23. Refuerzo longitudinal perpendicular al lado mayor de la zapata combinada

12.9 ZAPATAS CONECTADAS

Las zapatas conectadas son más usadas que las combinadas cuando se trata de reducir la excentricidad que se presenta en la cimentación de columnas exteriores. Cuando la columna interior más cercana está algo alejada de la columna exterior y las cargas son pequeñas, la zapata combinada resulta larga, estrecha y sometida a momentos flectores elevados en el vola-

dizo. En estos casos, el uso de zapatas conectadas es más idóneo.

Las zapatas conectadas consisten en dos zapatas independientes unidas a través de una viga de cimentación. Este elemento busca transmitir el momento generado por la excentricidad que se presenta en la zapata exterior, a la zapata interior por lo que la zapata exterior se dimensiona alargada para que tenga la menor excentricidad. La viga debe ser lo suficientemente rígida como para garantizar esta transferencia y debe ser capaz de resistir las cargas transmitidas.

Para el diseño, se asume que el peso propio de la viga es resistido por el relleno debajo de ella y que la reacción del terreno a las cargas se produce únicamente a través de las zapatas. Esta suposición es coherente, si se toma en cuenta que el terreno debajo de la viga se afloja y reacciona solo lo suficiente para soportar el peso de la viga.

La viga de cimentación se idealiza como un volado como el mostrado en la figura 12.24. La carga P' en el extremo debe ser de tal magnitud que ocasione en el extremo empotrado un momento M_1 similar al producido por la excentricidad de la zapata exterior. La viga se diseña con los diagramas de momento flector y fuerza cortante mostrados. En la parte inferior del elemento se recomienda distribuir acero adicional igual a un tercio o un medio del refuerzo negativo para absorber asentamientos diferenciales.

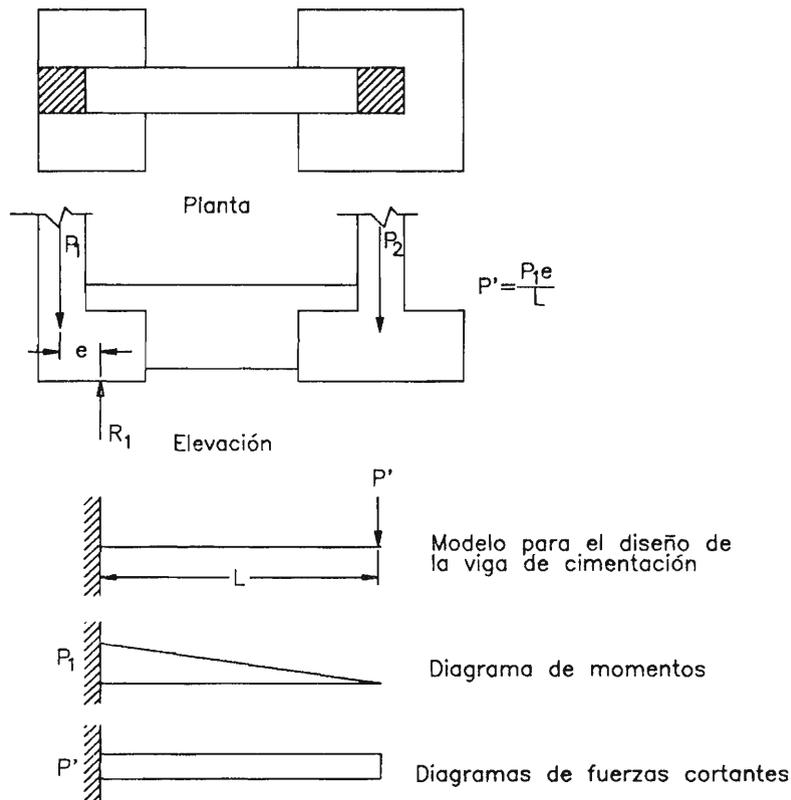


Figura 12.24. Modelo para el diseño de las zapatas conectadas

La zapata exterior resiste la carga P_1 que baja por la columna más la carga P' proveniente de la viga de cimentación. Por lo tanto, se dimensiona para una carga igual a P_1+P' . El momento generado por la excentricidad de la zapata es igual a $M_1=P_1e$, donde e es la excentricidad de la carga P_1 . Esta zapata se hace rectangular para reducir la excentricidad e . Por su parte, la zapata interior está sometida a una fuerza igual a P_2-P' . El dimensionamiento de la cimentación, sin embargo, se efectúa con el total de la carga P_2 , lo cual está del lado de la seguridad.

12.10 PILOTES

Los pilotes son elementos que se emplean en suelos blandos para transmitir las cargas de las estructuras a una zona de capacidad portante más elevada. Pueden ser de madera, concreto simple, concreto armado, concreto pretensado y acero. De acuerdo al mecanismo de transmisión de la carga al suelo, los pilotes se clasifican en:

1. Resistentes por efecto de punta: Son los pilotes que llegan a apoyarse en estratos resistentes.
2. Resistentes por efecto lateral o fricción: Son los pilotes que no alcanzan estratos resistentes y flotan en el estrato en el que se encuentran.
3. Resistentes por efecto lateral y por efecto de punta simultáneamente.

12.10.1 Pilotes de madera

Los pilotes de madera fueron los primeros en ser utilizados. Actualmente son usados en zonas en las que constituyen una alternativa adecuada, por economía y eficiencia frente al concreto y el acero. El pilote debe cortarse siguiendo exactamente las fibras de la madera, dirección en la cual ésta tiene mayor resistencia.

Los pilotes de madera se protegen contra insectos, larvas marinas, moluscos terénides, teredo, etc. Para ello, se utilizan, básicamente, dos métodos: la protección mecánica mediante recubrimiento del pilote y la protección química con creosota, pentaclorofenol u otros productos similares.

Los pilotes de madera tienen el inconveniente que:

1. Soportan mal las variaciones de sequía y humedad, sin embargo trabajan bien cuando están permanentemente bajo agua.
2. Sus dimensiones están limitadas.
3. La sustitución de pilotes carcomidos bajo una cimentación precisa de trabajos subterráneos y de recalce de cimentaciones que son lentos y caros.

12.10.2 Pilotes de acero

Los pilotes de acero, de acuerdo al procedimiento de puesta en obra, pueden ser hincados o roscados. Los primeros están constituidos por perfiles tubulares y de sección en I, o por combinaciones de ambos: un perfil I dentro de otro tubular.

Las ventajas que presentan los pilotes de acero son:

1. Resistencia elevada a la compresión.
2. Posibilidad de alcanzar grandes profundidades mediante soldadura de unos elementos metálicos con otros.
3. Posibilidad de atravesar estratos resistentes.

Sin embargo, presentan la desventaja de disminuir su sección transversal por efecto de la corrosión. Por ello, se recubren con películas plásticas especiales colocadas en fábrica como medio de protección o se les somete a una protección catódica por medio de una corriente eléctrica permanente.

12.10.3 Pilotes de concreto

Los pilotes de concreto se clasifican en pilotes de concreto simple, armado o pretensado, de acuerdo al refuerzo del que están provistos. También pueden clasificarse en pilotes vaciados “in situ” o pilotes prefabricados. A continuación se presentan algunos de los tipos de pilotes de concreto más comunes.

Pilotes fabricados “in situ” mediante tubos recuperables

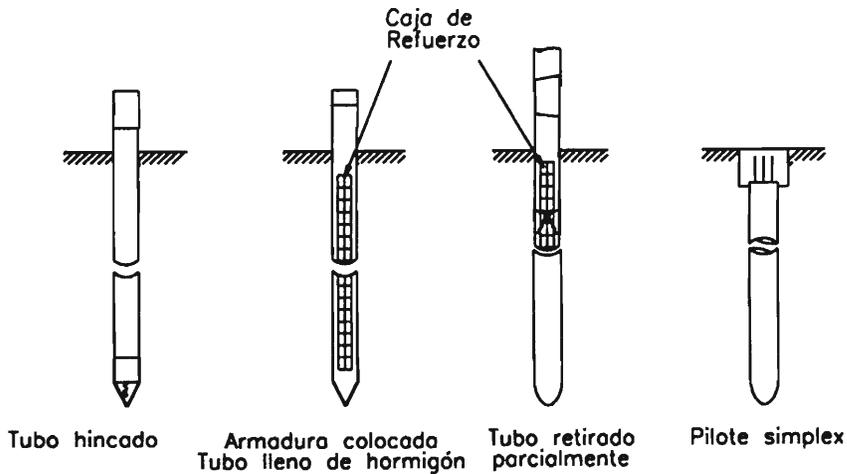
La construcción de este tipo de pilotes se efectúa hincando en el suelo un tubo de acero provisto de una punta, la cual puede ser recuperable o no de acuerdo a su forma. A medida que el tubo se llena de concreto fresco, éste se retira progresivamente. Entre éstos se tiene: pilote Simplex, pilote Express, pilote Vibro y pilote Franki, que son los más usados. Estas patentes se diferencian en el procedimiento de llenado y compactación del concreto así como en el proceso de extracción del tubo.

Pilotes fabricados “in situ” con tubos no recuperables

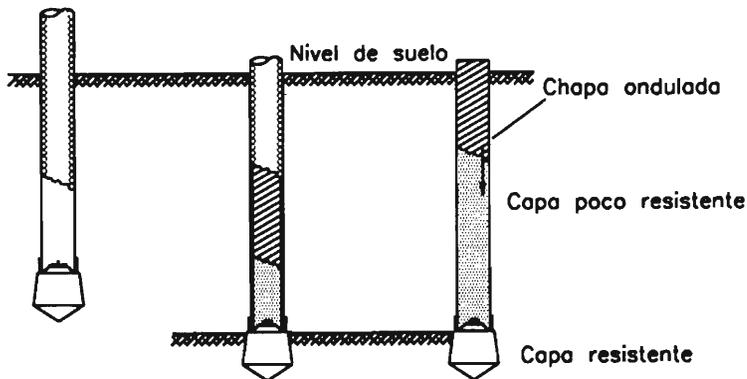
Se usan cuando es preciso proteger el concreto de agentes erosivos como aguas subterráneas o suelos agresivos. Se utiliza una camisa de protección de chapa ondulada la cual una vez hincada queda junto con el hormigón. Este procedimiento es más caro y debe emplearse en casos muy específicos. El proceso de construcción de estas piezas es similar al anterior sólo que antes de vaciar el concreto se introduce en el tubo de hincado la chapa ondulada o ésta se hinca (ver figura 12.25). Entre estos pilotes se tiene: pilote “Buttonbottom”, pilote “Pedestal”, pilote “Cobi” de mandril neumático y los pilotes Raymond, los más usados.

Pilotes perforados

La diferencia entre éstos y los anteriores es que la perforación se realiza con extracción de tierra. Los distintos tipos de pilotes perforados se diferencian entre ellos por el sistema de



(a) Pilote fabricado "in situ" con tubo recuperable



(b) Pilote fabricado "in situ" con tubo no recuperable

Figura 12.25. Pilotes de concreto vaciados "in situ"

compactación del concreto. Entre éstos se tienen: pilote "Wolfsholz", pilote Rodio, pilote Froté, pilote Strauss, pilote Forum y pilote Benoto. Para evitar el desmoronamiento de las paredes de la perforación, se le rellena con bentonita que luego se recupera al ser desplazada por el concreto. Estos pilotes presentan algunas ventajas, entre las que se tiene:

1. La perforación permite conocer la naturaleza de los estratos del terreno.
2. No hay peligro que se presenten vibraciones en el suelo o en las edificaciones vecinas.
3. Existe la posibilidad de alcanzar grandes profundidades.

Estos pilotes no son recomendable en terrenos con pedrones que estorben la perforación.

Pilotes prefabricados de hormigón armado e hincados

Este tipo de pilotes presentan la ventaja de ser durables y además su forma y dimensiones son controladas por el constructor. Tienen generalmente forma cuadrada u octogonal. Su longitud varía entre 10 y 20 m. alcanzando en casos extremos los 30 m. Su dimensión transversal varía de 25 a 60 cm. y su peso es considerable.

La armadura longitudinal debe diseñarse de forma que el pilote resista los esfuerzos propios de la construcción y los esfuerzos de acarreo, transporte y puesta en obra. Estos últimos se disminuyen aumentando el número de puntos de suspensión. La armadura transversal puede estar constituida por estribos o espirales helicoidales. El zunchado debe recargarse en los dos extremos del pilote para evitar que falle por efecto de choques y por los golpes del martillo.

Para la puesta en obra de los pilotes se usan dispositivos de enganche para sostenerlos durante su acarreo. Entre ellos se tiene: eslingas, pasadores, dientes de agarre, barras de elevación, etc. Durante el proceso de hincado se cubre la cabeza de los pilotes con un casco de protección para evitar la disgregación del concreto.

El hincado puede hacerse con martillos de percusión, neumáticos o diesel, o con martillos vibratorios. Cada martillo tiene una fórmula para determinar la resistencia del pilote a partir del hundimiento correspondiente a los últimos golpes.

Pilotes pretensados

Estos pilotes presentan las siguientes ventajas frente a los anteriores:

1. Su resistencia al hincado es mayor.
2. Su acarreo y transporte es más fácil con enganche en un punto o dos.
3. Su sección transversal tiene un mayor momento de inercia ya que toda la sección de concreto contribuye a él.

Sin embargo, presentan la desventaja que tienen menor resistencia a las fuerzas horizontales y que el refuerzo es más delgado y por ello es más fácilmente destruido por la oxidación. Entre este tipo de pilotes se tiene los pilotes anulares "Raymond" de concreto pretensado. Estos constan de elementos prefabricados de una longitud aproximada de 5 m. los cuales se colocan unos a continuación de otros. Se hace pasar el cable de tendido a través de los conductos longitudinales especialmente preparados. Los cables tensados se anclan provisionalmente en las extremidades y se inyecta mortero de cemento en los conductos. Cuando el mortero ha fraguado se quitan los anclajes de ambos extremos del pilote.

Pilotes prefabricados de hormigón armado y roscados

La puesta en obra de este tipo de pilotes se efectúa por roscado mecánico. El mecanismo de roscado coge una parte del fuste del pilote que arrastra en rotación y desciende con él deslizán-

dose entre dos guías verticales. Cuando llega al nivel del suelo se eleva sobre el fuste y se reinicia el roscado.

Estos pilotes presentan la ventaja de una rápida instalación y puesta en obra lo que conlleva rendimientos elevados. Se hace uso de material ligero y poco costoso para la colocación, suprimiéndose los ruidos y las vibraciones. Este tipo de pilotes tienen un campo de aplicación casi universal. Entre los principales se encuentran los pilotes roscados Grimaud.

EJEMPLOS

Ejemplo 12.1

Diseñar la zapata mostrada en la figura 12.26. La columna es de 45x45 cm. y está reforzada con varillas #8. La carga que transmite es: $P_D=180\text{tn.}$ y $P_L=120\text{tn.}$ El peso específico del suelo es 1700 kg/m^3 y su carga de trabajo es 2.5 kg/cm^2 . Además está sometido a la acción de una sobrecarga de 500 kg/m^2 . El concreto de la columna es de $f'_c=4200\text{ kg/cm}^2$. Para la zapata emplear $f'_c=210\text{ kg/cm}^2$ y $f_y=4200\text{ kg/cm}^2$.

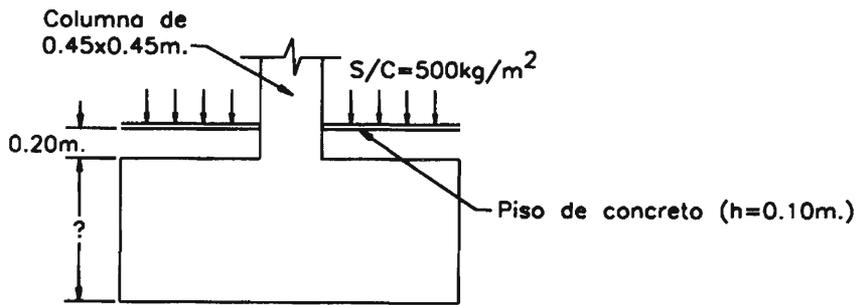


Figura 12.26. Ejemplo 12.1

Dimensionamiento de la zapata: El peralte de la zapata, en principio, debe ser capaz de permitir el desarrollo del refuerzo en compresión de la columna. La longitud de anclaje en compresión de una varilla #8 es:

$$l_{db} = 0.08 \times 2.54 \times 4200 / 14.5 = 59 \text{ cm.}$$

$$l_{db} \geq 0.004 \times 2.54 \times 4200 = 43 \text{ cm.}$$

Por el criterio anterior, se considerará un peralte de $59+10 \approx 70$ cm. La capacidad portante neta del terreno es:

$$\begin{aligned} q_{sn} &= q_s - h_t \gamma_t - h_c \gamma_c - \text{peso del piso} - S/C = 2.5 - 20 \times 1.7 \times 10^{-3} - 70 \times 2.4 \times 10^{-3} - 10 \times 2.4 \times 10^{-3} \\ &= 2.5 - 0.034 - 0.168 - 0.024 - 0.050 = 2.22 \text{ kg/cm}^2 \end{aligned}$$

El área requerida para que la reacción del terreno no sobrepase la capacidad del suelo es:

$$A = (180000 + 120000) / 2.22 = 135135 \text{ cm}^2.$$

Puesto que la zapata no está sometida a la acción de momentos, se considerará una zapata cuadrada de 3.70 m. de lado. De este modo, la reacción del suelo es:

$$q_{sn} = (180000 + 120000) / 370^2 = 2.19 \text{ kg/cm}^2.$$

Reacción amplificada del suelo: La reacción amplificada del suelo es:

$$q_{\text{snu}}=(1.2 \times 180000 + 1.6 \times 120000) / 370^2 = 408000 / 370^2 = 2.98 \text{ kg/cm}^2.$$

Verificación del corte: Por flexión, la sección crítica se ubica a d de la cara de la columna. Considerando $d=60$ cm., la fuerza cortante última es:

$$V_u = 2.98 \times (162.5 - 60) \times 370 = 113020 \text{ kg.}$$

La resistencia del concreto al corte por flexión es:

$$\phi V_c = 0.53 \times 0.75 \times 14.5 \times 370 \times 60 = 127955 \text{ kg.} > V_u$$

Por punzonamiento, la sección crítica se ubica a $d/2$ de la cara de la columna. La fuerza cortante aplicada es:

$$V_u = 2.98 \times (370^2 - 105^2) = 375107 \text{ kg.}$$

La resistencia del concreto al corte por punzonamiento es igual al menor valor obtenido a través de las expresiones (12-8) (12-9) y (12-10). Los resultados de estas expresiones se muestran a continuación:

$$b_o = (4 \times 105) = 420 \text{ cm.}$$

$$\beta_c = 1$$

$$\alpha_s = 40$$

$$\phi V_c = 0.75 \times (0.27 \times (2+4) \times 14.5 \times 420 \times 60) = 443961 \text{ kg.}$$

$$\phi V_c = 0.75 \times (0.27 \times (40 \times 60 / 420 + 2) \times 14.5 \times 420 \times 60) = 570807 \text{ kg.}$$

$$\phi V_c = 0.75 \times (1.1 \times 14.5 \times 420 \times 60) = 301455 \text{ kg.} < V_u$$

El valor del parámetro α_s se ha determinado considerando que la zapata corresponde a una columna interior. Como se puede apreciar se hace necesario incrementar el peralte de la cimentación a 80 cm. En este caso, la capacidad portante neta del suelo será:

$$q_{\text{sn}} = q_s - h_t \gamma_t - h_c \gamma_c - \text{peso del piso-S/C} = 2.5 - 0.034 - 80 \times 2.4 \times 10^{-3} - 0.024 - 0.050 = \\ = 2.5 - 0.034 - 0.192 - 0.024 - 0.050 = 2.2 \text{ kg/cm}^2$$

El ancho y largo de la zapata pueden mantenerse constantes ya que la nueva capacidad portante neta del terreno es capaz de resistir la presión que corresponde a dichas dimensiones.

2ª verificación del corte: Por flexión: No es necesario pues con un menor peralte efectivo no tenía problemas.

Por punzonamiento:

$$V_u = 2.98 \times (370^2 - 115^2) = 368552 \text{ kg.}$$

$$b_o = (4 \times 115) = 460 \text{ cm.}$$

$$\beta_c = 1$$

$$\alpha_s = 40$$

$$\phi V_c = 0.75 \times (1.1 \times 14.5 \times 460 \times 70) = 385193 \text{ kg} > V_u$$

Por lo tanto, el nuevo peralte de la zapata es adecuado.

Refuerzo longitudinal por flexión: Se evalúa el momento en la cara de la columna:

$$M_u = 0.5 \times (2.98 \times 370 \times 162.5^2) = 14557765 \text{ kg-cm.}$$

$$R_u = 14557765 / (370 \times 70^2) = 8.03$$

$$\rho = 0.22\%$$

$$A_s = 0.22 / 100 \times 370 \times 70 = 56.98 \text{ cm}^2$$

$$A_{s\text{mín}} = 0.0018 \times 370 \times 80 = 53.28 \text{ cm}^2 < A_s$$

Se colocarán 20 varillas #6 espaciadas a 19 cm. El espaciamiento máximo del refuerzo sugerido por el código es:

$$s_{\text{máx}} = 45 \text{ cm} > 19 \text{ cm.}$$

$$s_{\text{máx}} = 3h = 3 \times 80 = 240 \text{ cm} > 19 \text{ cm.}$$

Verificación de la conexión columna-zapata y desarrollo del refuerzo: En la zapata, la resistencia al aplastamiento es:

$$\phi P_n = 0.65 \times 0.85 \times 210 \times 45^2 \times 2 = 433755 \text{ kg} = 434 \text{ tn} > P_u$$

El término $\sqrt{A_2/A_1} = \sqrt{3.65^2/0.45^2} = 8.11$ se ha considerado igual a 2 pues es el límite superior que propone el código.

Como se aprecia no existen problemas de aplastamiento en la unión columna-zapata y no se requiere refuerzo adicional para la transmisión de cargas de un elemento a otro. Sin embargo, por lo menos cuatro varillas de las columnas deben ser ancladas en la zapata.

El volado de la zapata a ambos lados de la columna es suficiente para permitir que su refuerzo longitudinal desarrolle su máximo esfuerzo sin necesidad de ganchos.

Ejemplo 12.2

Diseñar la zapata mostrada en la figura 12.28. La columna es de 60x60 cm. y está reforzada con varillas #8. El peso específico del suelo es 2000 kg/m³, su carga de trabajo es 1.9 kg/cm² y está sometido a la acción de una sobrecarga de 400 kg/m². Las fuerzas que son transmitidas a la zapata son:

$$P_D = 90 \text{ tn.} \qquad M_{Dx} = 16.5 \text{ tn-m.}$$

$$P_L = 72 \text{ tn.} \qquad M_{Lx} = 15.0 \text{ tn-m.}$$

El concreto de la columna es de $f'_c = 420 \text{ kg/cm}^2$. Para la zapata emplear $f'_c = 210 \text{ kg/cm}^2$ y $f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$.

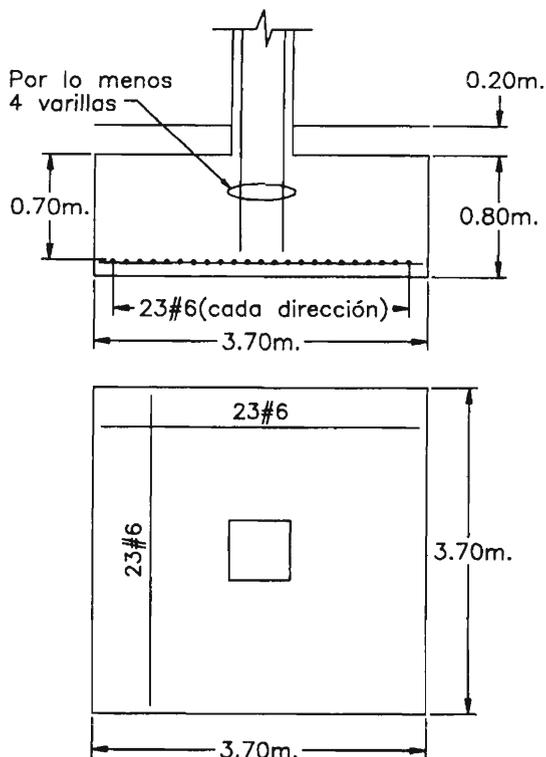


Figura 12.27. Ejemplo 12.1

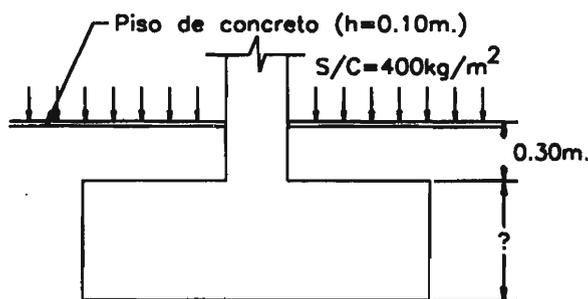


Figura 12.28. ejemplo 12.2

Dimensionamiento de lo zapata: La zapata analizada está sometida a la acción de momentos flectores y parte del refuerzo de la columna que sostiene podría estar en tensión. Por esta razón, el peralte de la zapata debe ser mayor que la longitud de anclaje de las varillas de la columna tanto en tensión como en compresión. La primera es siempre mayor y por lo tanto es la condición crítica. Sin embargo, si el acero de la columna se ancla mediante ganchos, la longitud de anclaje en compresión pasa a ser determinante. En el ejemplo se considerará que el refuerzo de la columna cuenta con ganchos y se verificará que el peralte de la zapata sea mayor que la longitud de anclaje en compresión. Bajo este criterio, el peralte debe ser por lo menos 70 cm. al igual que en el ejemplo anterior.

La capacidad portante neta del terreno es:

$$q_{sn} = q_s - h_t \gamma_t - h_c \gamma_c - \text{peso del piso} - S/C = 1.90 - 30 \times 2 \times 10^{-3} - 70 \times 2.4 \times 10^{-3} - 10 \times 2.4 \times 10^{-3} - 0.04 = \\ = 1.90 - 0.06 - 0.168 - 0.024 - 0.04 = 1.61 \text{ kg/cm}^2$$

El predimensionamiento de las dimensiones de la cimentación se efectúa mediante tanteos. Si se estima una de ellas en 3.5 m., la otra se determina considerando:

$$q_{sn} S = (90000 + 72000) / 350 + (16.5 + 15) \times 10^5 \times 175 / (1/12 \times 350^3) = 617.14 \\ S = 617.14 / 1.61 = 383 \text{ cm.}$$

Similarmente, para $L=4.0$ m., $S=3.25$ m. y para $L=4.5$ m., $S=2.8$ m. Se tomará la última sección para el diseño ya que es la que define una menor área de cimentación.

Reacción amplificada del suelo: Los esfuerzos en el suelo son iguales a:

$$q_{sn} = 162000 / (450 \times 280) + 31.5 \times 10^5 \times 450 / 2 / (1/12 \times 450^3 \times 280) = 1.62 \text{ kg/cm}^2. \\ q_{sn} = 162000 / (450 \times 280) - 31.5 \times 10^5 \times 450 / 2 / (1/12 \times 450^3 \times 280) = 0.95 \text{ kg/cm}^2.$$

La reacción amplificada del suelo es:

$$q_{snu} = (1.2 \times 90 + 1.6 \times 72) / (90 + 72) \times q_{sn} = 1.38 q_{sn} \text{ kg/cm}^2.$$

Verificación del corte: Por flexión, $d=60$ cm.:

$$V_u = 1.38 \times 135 / 2 \times (1.62 + 1.42) \times 280 = 79290 \text{ kg.}$$

La resistencia del concreto al corte por flexión es:

$$\phi V_c = 0.75 \times 0.53 \times 14.5 \times 280 \times 60 = 96831 \text{ kg.} > V_u$$

En la otra dirección:

$$V_u = 1.38 \times ((1.62 + 0.95) \times 450 / 2 \times 50) = 39899 \text{ kg.}$$

$$\phi V_c = 0.75 \times 0.53 \times 14.5 \times 450 \times 60 = 155621 \text{ kg.} > V_u$$

Por punzonamiento, la sección crítica se ubica a $d/2$ de la cara de la columna cortante aplicada es:

$$V_u = 1.38 \times ((1.62 + 0.95) \times 450 / 2 \times 280 - (1.37 + 1.20) \times 120 / 2 \times 120) = 197900 \text{ kg.}$$

La resistencia del concreto al corte por punzonamiento es:

$$b_o = (60 + 60) \times 4 = 480 \text{ cm.}$$

$$\beta_c = 60 / 60 = 1.0$$

$$\alpha_b = 40$$

$$\phi V_c = 0.75 \times (0.27 \times (2 + 4 / 1.0) \times 14.5 \times 480 \times 60) = 507384 \text{ kg.}$$

$$\phi V = 0.75 \times (0.27 \times (40 \times 60 / 480 + 2) \times 14.5 \times 480 \times 60) = 591948 \text{ kg.}$$

$$\phi V_c = 0.75 \times (1.1 \times 14.5 \times 480 \times 60) = 344520 \text{ kg.} > V_u$$

Refuerzo longitudinal por flexión: El momento en la cara de la columna es:

$$M_u = 1.38 \times (1.62 \times 195^2 / 3 + 1.33 \times 195^2 / 6) \times 280 = 11.19 \times 10^6 \text{ kg-cm.}$$

$$R_u = 11.19 \times 10^6 / 280 / 60^2 = 11.10$$

$$p = 0.30\%$$

$$A_s = 0.30 / 100 \times 280 \times 60 = 50.4 \text{ cm}^2.$$

$$A_{s\text{mín}} = 0.0018 \times 280 \times 70 = 35.28 \text{ cm}^2 < A_s.$$

Se colocarán 18 varillas #6 @ 16 cm. El espaciamiento máximo del refuerzo sugerido por el código es:

$$s_{\text{máx}} = 45 \text{ cm.} > 16 \text{ cm.}$$

$$s_{\text{máx}} = 3h = 3 \times 70 = 210 \text{ cm.} > 16 \text{ cm.}$$

En la otra dirección:

$$M_u = 1.38 \times ((1.62 + 0.95) \times 450 / 2 \times 110^2 / 2) = 4827809 \text{ kg-cm.}$$

$$R_u = 4827809 / 450 / 60^2 = 2.98$$

$$\rho = 0.08\%$$

$$A = 0.08 / 100 \times 450 \times 60 = 21.6 \text{ cm}^2.$$

$$A_{s\text{mín}} = 0.0018 \times 450 \times 70 = 56.70 \text{ cm}^2 > A_s.$$

El porcentaje de este refuerzo que se debe concentrar debajo de la columna es:

$$\% \text{ de refuerzo} = 2 / (\beta + 1) = 2 / (450 / 280 + 1) = 0.7$$

Debajo de la columna se colocará:

$$\text{Área de acero debajo de la columna} = 0.77 \times 56.70 = 43.66 \text{ cm}^2.$$

equivalente a 16 varillas #6 distribuidas en la franja de ancho igual a la menor dimensión de la zapata. En el resto de la zapata:

$$A_s = 56.70 - 16 \times 2.85 = 11.10 \text{ cm}^2$$

Se colocarán 3 varillas #5 a cada lado de la franja central.

Verificación de la conexión columna-zapata y desarrollo del refuerzo: En la zapata, la resistencia al aplastamiento es:

$$\phi P_n = 0.65 \times 0.75 \times 210 \times 60^2 \times 2 = 835380 \text{ kg} = 835 \text{ tn.} > P_u$$

El termino $\sqrt{A_2/A_1} = \sqrt{2.802/0.60}$ se ha considerado igual a 2.

No se requiere refuerzo adicional en la unión columna-zapata. En la figura 12.29 se muestra el detallado final de la zapata diseñada.

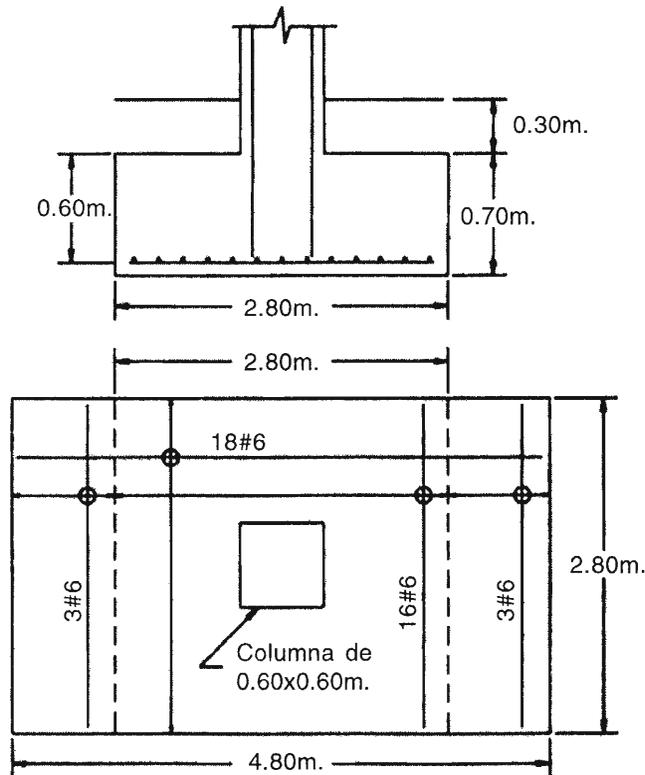


Figura 12.29. Ejemplo 12.2

Ejemplo 12.3

Diseñar la zapata combinada que soportará las columnas mostradas en la figura 12.30. Las cargas que provienen de las columnas son las siguientes:

	PD(tn)	PL(tn)
Columna 1	20	12
Columna 2	38	18

La columna 1 es de 40x40 cm. y la columna 2, de 50x50 cm. Ambas están reforzadas con varillas #6. El peso específico del suelo es 1800 kg/m³, su carga de trabajo es 2.0 kg/cm² y está sometido a la acción de una sobrecarga de 500 kg/m². El concreto de la columna es de $f'_c = 420 \text{ kg/cm}^2$. Emplear $f'_c = 210 \text{ kg/cm}^2$ y $f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$.

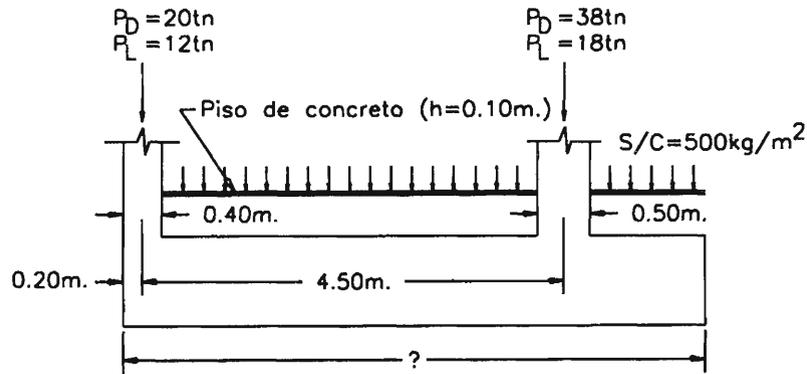


Figura 12.30. Ejemplo 12.3

Dimensionamiento de la zapata: La longitud de anclaje en compresión del refuerzo de la columna es:

$$l_{db} = 0.08 \times 2.54 \times 0.75 \times 4200 / 14.5 = 44 \text{ cm.}$$

$$l_{db} \geq 0.004 > 2.54 \times 0.75 \times 4200 = 32 \text{ cm.}$$

Se considerará un peralte de $45 + 10 = 55$ cm. La capacidad portante neta del terreno es:

$$\begin{aligned} q_{sn} &= q_s - h_t \gamma_t - h_c \gamma_c - \text{peso del piso} - S/C = 2.00 - 45 \times 1.8 \times 10^{-3} - 55 \times 2.4 \times 10^{-3} - 10 \times 2.4 \times 10^{-3} - 0.05 = \\ &= 2.00 - 0.081 - 0.132 - 0.024 - 0.05 = 1.71 \text{ kg/cm}^2 \end{aligned}$$

La zapata se debe dimensionar para que la resultante de las cargas pase por su centro de gravedad.

$$X_R = (32 \times 0.2 + 56 \times 4.7) / 88 = 3.06$$

El punto de paso de la resultante se muestra en la figura 12.31 y de acuerdo al esquema mostrado, se considerará una cimentación de 6.10 m de largo. El ancho requerido para no sobrepasar la capacidad portante del terreno es:

$$S = (56000 + 32000) / (1.71 \times 610) = 84.4 \text{ cm.} \approx 85 \text{ cm.}$$

Con estas dimensiones se deben efectuar las siguientes verificaciones:

2. Considerando el 100% de la carga permanente en ambas columnas, el 50% de la sobrecarga en la columna 1 y el 100% de la sobrecarga en la columna 2.

La excentricidad de la carga resultante es:

$$X_R = (26 \times 0.2 + 56 \times 4.7) / 82 = 3.27$$

$$e = 3.27 - 3.05 = 0.22 \text{ m.}$$

La presión en el terreno es:

$$q = 82000 / (610 \times 85) + 82000 \times 22 \times 305 / (1/12 \times 85 \times 610^3) = 1.92 > 1.71.$$

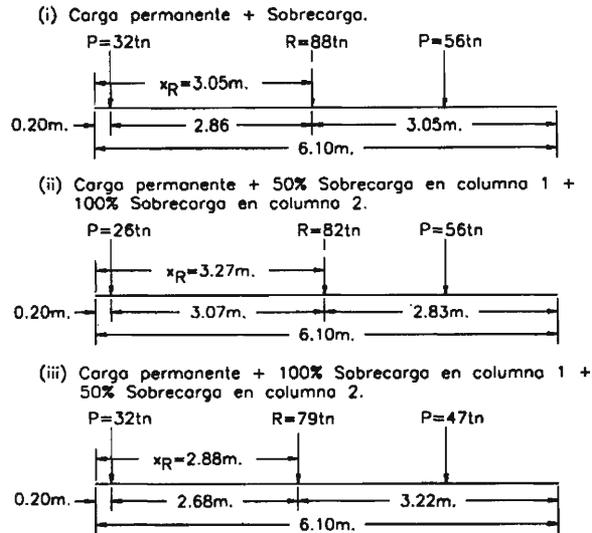


Figura 12.31. Ejemplo 12.3

Se incrementará el ancho de la cimentación a 0.95 m. En este caso, la presión será:

$$q = 1.92/0.95 \times 0.85 = 1.72 \approx 1.71.$$

2. Considerando el 100% de la carga permanente en ambas columnas, el 100% de la sobrecarga en la columna 1 y el 50% de la sobrecarga en la columna 2:

$$x_R = (32 \times 0.2 + 47 \times 4.7) / 79 = 2.88$$

$$e = 3.05 - 2.88 = 0.17 \text{ m.}$$

y la presión en el terreno es:

$$q = 79000 / (610 \times 95) + 79000 \times 17 \times 305 / (1/12 \times 95 \times 610^3) = 1.591 < 1.71.$$

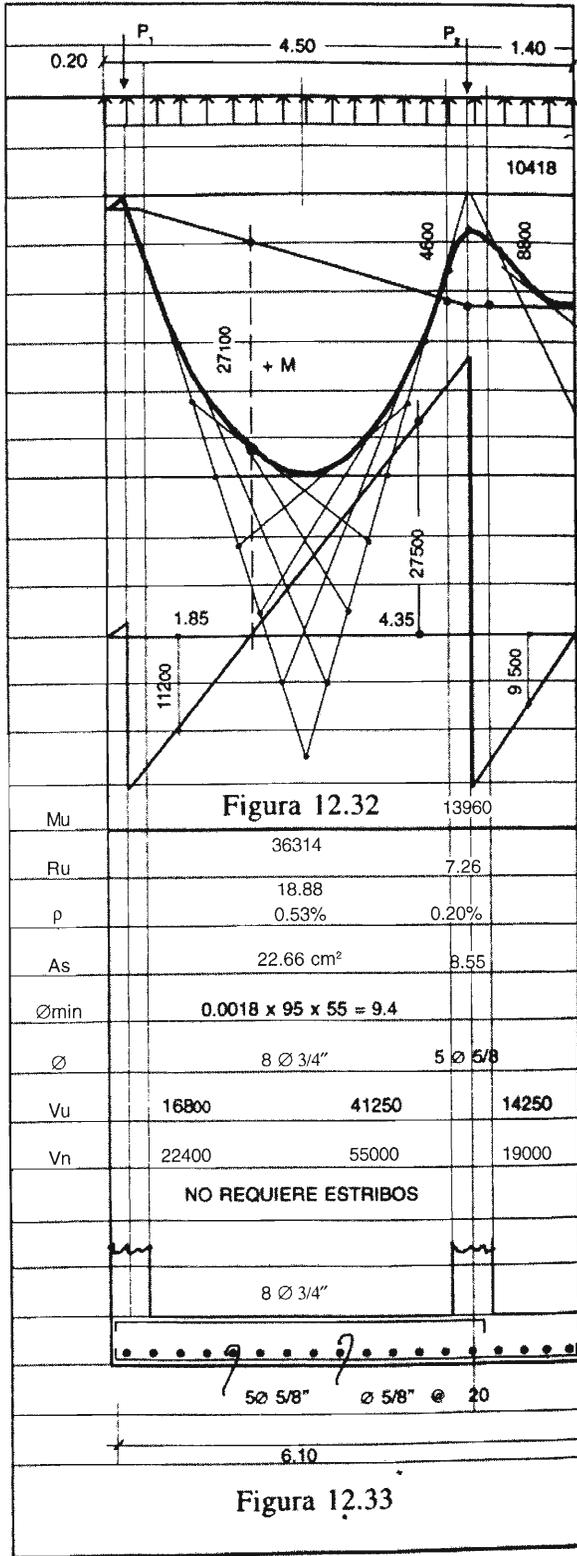
En conclusión, las dimensiones propuestas garantizan que las presiones admisibles en el terreno no sean sobrepasadas.

Reacción aniplificada del suelo: Se puede obtener amplificando las fuerzas de cada columna independientemente. Sin embargo la relación entre la carga muerta y la carga viva es diferente en ambas columnas y por lo tanto la resultante de las cargas amplificadas no actuará en el centro de gravedad de la cimentación. Para evitar este inconveniente se recomienda trabajar con las cargas y reacciones sin amplificar y amplificar los momentos y fuerzas cortantes que se obtengan.

De esta manera:

$$q_{sn} = \frac{(20 + 38 + 12 + 18) \times 1000}{6.1 \times 0.95} = 15186 \text{ Kg/m}^2 = 14426 \text{ Kg/m}$$

En la figura 12.32 se aprecia la distribución de momentos de flexión y fuerzas cortantes en el sentido longitudinal de la zapata.



$P_1 = 32000 \text{ Kgs.}$
 $P_2 = 56000 \text{ Kgs.}$
 $w = 14426 \text{ Kg/m}$
 $M_1 = \frac{1}{2} \times 14426 \times 0.2^2 = 289 \text{ Kg-m}$
 $M_2 = \frac{1}{2} \times 14426 \times 1.4^2 = 14137 \text{ Kg-m}$
 $\text{Misostático} = \frac{1}{8} \times 14426 \times 4.5^2 = 36516 \text{ Kg-m}$
 $V_{li} = 14426 \times 0.2 = 2885 \text{ Kg}$
 $V_{ld} = 32000 - 2885 = 29115 \text{ K}$
 $V_{2d} = 14426 \times 1.4 = 20196 \text{ Kg}$
 $V_{2i} = 5600 - 20196 = 35804 \text{ Kg}$
 $+ M = 27100 \text{ Kg-m (a escala)}$
 $- M_{2i} = 4600$
 $- M_{2d} = 8800$
 $- M_2 = \frac{\frac{1}{2}(4600 - 8800) - 14137}{2} = 10418 \text{ Kg-m}$

$\text{Factor} = \frac{1.2(20 + 38) + 1.6(12 + 18)}{20 + 38 + 12 + 18} = 1.34$

$P_2 = \text{Punzonamiento no hay } 50 + 45 = 95 = s$

$P_1 = \text{Punzonamiento } b_o = 85 + 2(40 + 22.5) = 210 \text{ cm.}$

$V_u = 1.34(32000 - 15186 \times 0.625) = 32070 \text{ Kg.}$

$\phi V_c = 1.1 \sqrt{210} \times 2.10 \times 45 \times 0.75 = 112978 \text{ Kg. } \therefore \text{OK}$

Flexión transversal en P_2

$M_u = 1.34 \times 4.35 \times 15186 \times \frac{1}{2} \times 22.5^2 = 2257 \text{ Kg-m}$

Fierro mínimo = $0.0018 \times 100 \times 55 = 9.9 \text{ cm}^2/\text{m}$
 $\phi 5/8 @ .20$

Estribos mínimos = $s = \frac{4200 \times 0.71 \times 2}{3.5 \times 95} = 18$

$\phi 3/8 @ .18$

Figura 12.33

Ejemplo 12.4

Diseñar la zapata conectada que sirve de base a las columnas que se muestran en la figura 12.34. Ambas columnas son de 50x50 cm. y la distancia entre sus ejes es 6 m. Las cargas que resisten son:

	P_D (tn)	P_L (tn)
Columna Exterior	50	25
Columna interior	80	45

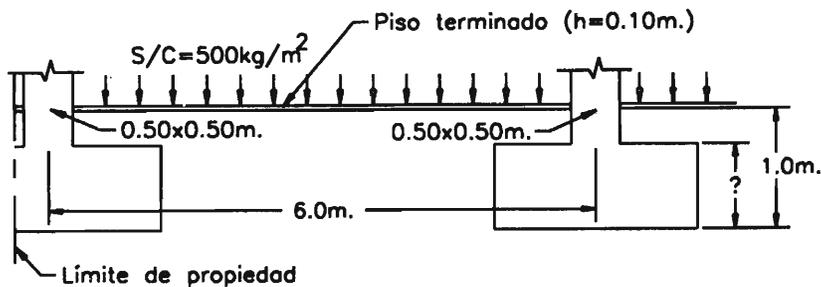


Figura 12.34. Ejemplo 12.4

La profundidad de la cimentación es 1.0 m. y la distancia entre el eje de la columna exterior y el límite de propiedad es 35 cm. La carga admisible del terreno es 2 kg/cm², su peso específico 1.6 tn/m³ y está sometida a una sobrecarga de 500 kg/m². El concreto de las columnas es de $f'_c=420$ kg/cm² y están reforzadas con varillas #8. Para la cimentación considerar $f'_c=210$ kg/cm² y $f_y=4200$ kg/cm².

La longitud de anclaje en compresión del refuerzo de las columnas es 60 cm. por lo que se considerará que las zapatas tienen un peralte de 70 cm. La capacidad portante neta del terreno es igual a:

$$q_{sn} = q_s - h_1 \gamma_t - h_c \gamma_c - \text{peso del piso-S/C} = 2 - 30 \times 1.6 \times 10^{-3} - 70 \times 2.4 \times 10^{-3} - 10 \times 2.4 \times 10^{-3} - 0.050 = \\ = 2 - 0.048 - 0.168 - 0.024 - 0.050 = 1.71 \text{ kg/cm}^2$$

La columna exterior está sometida a un momento flector generado por la excentricidad de la zapata. La viga de cimentación que la une con la zapata interior tiene como función absorber este momento y por ello, las zapatas se dimensionan como si fueran centradas. De este modo, se tiene que:

- Para la zapata interior:

$$A = 125000 / 1.71 = 73099 \text{ cm}^2$$

Se considerará una zapata de 2.70x2.70 m.

- Para la zapata exterior:

$$A=75000/1.71=43860 \text{ cm}^2$$

La zapata exterior será de 2.60x1.70 m.

Antes de efectuar el diseño de las zapatas se procederá a dimensionar la viga de cimentación y determinar sus cargas de diseño. Como se aprecia en la figura 12.35, la excentricidad entre la carga proveniente de la columna exterior y la resultante de la reacción del suelo es 0.50 m. El momento y la fuerza cortante, sin amplificar, que debe resistir la viga es:

$$M=75000 \times 0.50=37500 \text{ kg-m.}$$

$$V=37500(6-0.50)=6818 \text{ kg.}$$

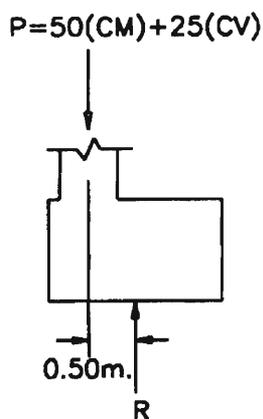


Figura 12.35. Ejemplo 12.4

La carga adicional en la columna exterior es 6818 kg. El área de zapata requerida para no sobrepasar los esfuerzos del suelo es:

$$A=(75000+6818)/1.71=47847 \text{ cm}^2.$$

$$S=47847/1.70=281 \approx 280 \text{ cm.}$$

La carga de la columna interior va a reducirse por la presencia de la viga de cimentación. Sin embargo, esta disminución se desprecia lo cual está del lado de la seguridad.

Diseño de la viga de cimentación: Se tomará una sección de 40x60 cm El momento flector y fuerza cortante amplificados serán:

$$M_u = (1.2 \times 50000 + 1.6 \times 25000) \times 0.50 = 50000 \text{ kg-m.}$$

$$V_u = 50000 / (6 - 0.5) = 9091 \text{ kg.}$$

El parámetro R_u será:

$$R_u = 5000000 / 40 / 50^2 = 50$$

Este valor es muy elevado y por lo tanto se incrementarán las dimensiones de la viga a 45x75 cm.

$$R_u = 5000000 / 45 / 65^2 = 26.30$$

La cuantía de acero será 0.76% que corresponde a un área de 22.23 cm² ó 5 varillas #8. Se distribuirá acero mínimo en la parte inferior de la viga para resistir los esfuerzos que se pudieran producir por asentamientos diferenciales.

$$A_{s\text{mín}} = 14.1 \times 45 \times 65 / 4200 = 9.82 \text{ cm}^2$$

$$A_{s\text{mín}} = 0.8 \times 14.5 \times 45 \times 65 / 4200 = 8.08 \text{ cm}^2$$

Sin embargo, no será menor que un tercio del refuerzo en la parte superior:

$$A_s / 3 = 22.23 / 3 = 7.41 \text{ cm}^2 < A_{s\text{mín}}$$

Por lo tanto, se colocarán 5 varillas #5 en la cara inferior de la viga. La resistencia al corte aportada por el concreto es:

$$\phi V_c = 0.75 \times 0.53 \times 14.5 \times 45 \times 65 = 16859 \text{ kg.} > V_u$$

Se colocarán estribos mínimos a todo lo largo de la viga para absorber esfuerzos que se puedan presentar por asentamientos diferenciales. El refuerzo transversal mínimo estará constituido por estribos #3 @ 0.30 m.

Diseño de las zapatas: El diseño de las zapatas se efectúa siguiendo el mismo procedimiento presentado en los ejemplos previos, el cual se resume en la siguiente tabla.

Zapata	Exterior	Interior
Reacción amplificada del suelo	$((1.2 \times 50000 \times 1.6 \times 25000 + 6818 \times 1.5) / (280 \times 170)) = 2.32 \text{ kg/cm}^2$	$(1.2 \times 80000 \times 1.6 \times 45000) / (270^2) = 2.30 \text{ kg/cm}^2$
V_u (punzonamiento)	$2.32 \times (170 \times 280 - 90 \times 110) = 87464 \text{ kg.}$	$2.30 \times (270^2 - 110^2) = 139840 \text{ kg.}$
ϕV_c (punzonamiento)	$0.75 \times 1.1 \times 14.5 \times (110 + 90 \times 2) \times 60 = 208148 \text{ kg.} > 87464 \text{ kg.}$ $0.75 \times 0.27 \times (2 + 4) \times 14.5 \times (110 + 90 \times 2) \times 60 = 306544 \text{ kg.}$ $0.75 \times 0.27 \times (30 \times 60 / (110 + 90 \times 2) + 2) \times 14.5 \times (110 \times 90 \times 2) \times 60 = 419297 \text{ kg.}$	$0.75 \times 1.1 \times 14.5 \times (110 \times 4) \times 60 = 315810 \text{ kg.} > 139840 \text{ kg.}$ $0.75 \times 0.27 \times (2 + 4) \times 14.5 \times (110 \times 4) \times 60 = 465102 \text{ kg.}$ $0.75 \times 0.27 \times (40 \times 60 / (110 \times 4) + 2) \times 14.5 \times (110 \times 94) \times 60 = 577855 \text{ kg.}$
V_u (flexión)	$2.32 \times (115 - 60) \times 170 = 21692 \text{ kg.}$	$2.30 \times (110 - 60) \times 270 = 31050 \text{ kg.}$
ϕV_u (flexión)	$0.75 \times 0.53 \times 14.5 \times 170 \times 60 = 58790 \text{ kg.}$ $> 21692 \text{ kg.}$	$0.75 \times 0.53 \times 14.5 \times 270 \times 60 = 93372 \text{ kg.} > 31050 \text{ kg.}$
Refuerzo paralelo a la dirección mayor	$M_u = 2.32 \times 170 \times 115^2 / 2 = 2607970 \text{ kg-cm.}$ $R_u = 2607970 / (170 \times 60^2) = 4.26$ $A_s = 0.11\% \times 170 \times 60 = 11.22 \text{ cm}^2.$ $< A_{s\text{mín}} = 21.42 \text{ cm}^2.$ 11 varillas #5	$M_u = 2.30 \times 270 \times 110^2 / 2 = 3757050 \text{ kg-cm.}$ $R_u = 3757050 / (270 \times 60^2) = 3.87$ $A_s = 0.10\% \times 270 \times 60 = 16.2 \text{ cm}^2.$ $< A_{s\text{mín}} = 34.02 \text{ cm}^2.$ 17 varillas #5
Refuerzo paralelo a la dirección menor	$M_u = 2.32 \times 280 \times 110^2 / 2 = 3930080 \text{ kg-cm.}$ $R_u = 3930080 / (280 \times 60^2) = 3.90$ $A_s = 0.10\% \times 280 \times 60 = 16.80 \text{ cm}^2.$ $< A_{s\text{mín}} = 35.28 \text{ cm}^2.$ 18 varillas #5 La zapata es rectangular y el refuerzo se debe concentrar debajo de la columna: $2 / (280 / 170 + 1) = 0.76$ $A_s = 0.76 \times 35.28 = 26.8 \text{ cm}^2.$ Se colocarán 13 varillas #5 en la franja central de la zapata y 3 varillas #5 en cada uno de los volados.	La zapata interior es cuadrada y el refuerzo en ambas direcciones es el mismo.

El procedimiento para la verificación de la transmisión de esfuerzos de la columna a la zapata es similar al presentado en los ejemplos previos.

El detallado final del refuerzo se muestra en la figura 12.36

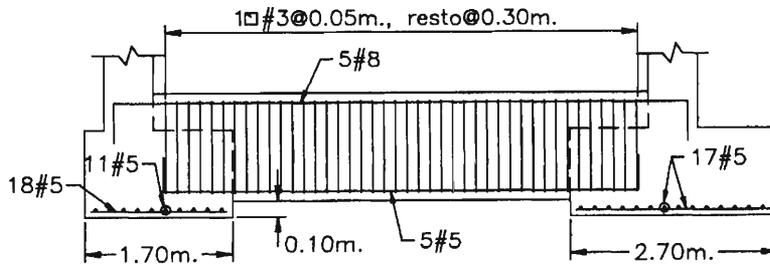


Figura 12.36. Ejemplo 12.4

13. Muros de sostenimiento

13.1 INTRODUCCIÓN

Los muros de sostenimiento son estructuras que sirven para contener terreno u otro material en desnivel. Son usados para estabilizar el material confinado evitando que desarrollen su ángulo de reposo natural. Se les utiliza en cambios abruptos de pendiente, cortes y rellenos en carreteras y ferrocarriles, muros de sótano, alcantarillas, estribos de puentes, etc.

Los muros de sostenimiento son de varios tipos:

- Muros de gravedad
- Muros en voladizo
- Muros con contrafuertes posteriores
- Muros con contrafuertes anteriores
- Muros de sótano
- Estribos de puentes

En la figura 13.1 se muestran estos tipos de estructuras.

El muro de gravedad basa su estabilidad en su peso propio. Son económicos para salvar desniveles de hasta 3 m. Por lo general son de concreto simple o mampostería. Los muros en voladizo son siempre de concreto armado y se utilizan para alturas de hasta 8 m. En este caso, la estabilidad se logra no sólo con el peso de la estructura sino principalmente con el peso del relleno. Los muros con contrafuertes se utilizan para desniveles mayores que 6 m. Son similares a los muros en voladizo pero la pantalla vertical presenta apoyos, denominados contrafuertes, cada cierto tramo. Estos apoyos dan rigidez a la estructura y reducen los esfuerzos en la base del muro de modo que pueden salvar alturas mayores que 6 m. Los contrafuertes trabajan a tracción, lo cual no es muy conveniente pues el concreto es más eficiente a compresión. En ocasiones, para mejorar la eficiencia de la estructura, se colocan los contrafuertes adelante, de modo que estos elementos trabajan a compresión. Esta solución, sin embargo, presenta el inconveniente que los contrafuertes quedan a la vista. Los muros de sótano resisten el empuje del suelo pero además pueden recibir cargas verticales de la edificación. Los estribos son muros de sostenimiento que además de las cargas propias de éste, resisten las cargas provenientes de la superestructura del puente.

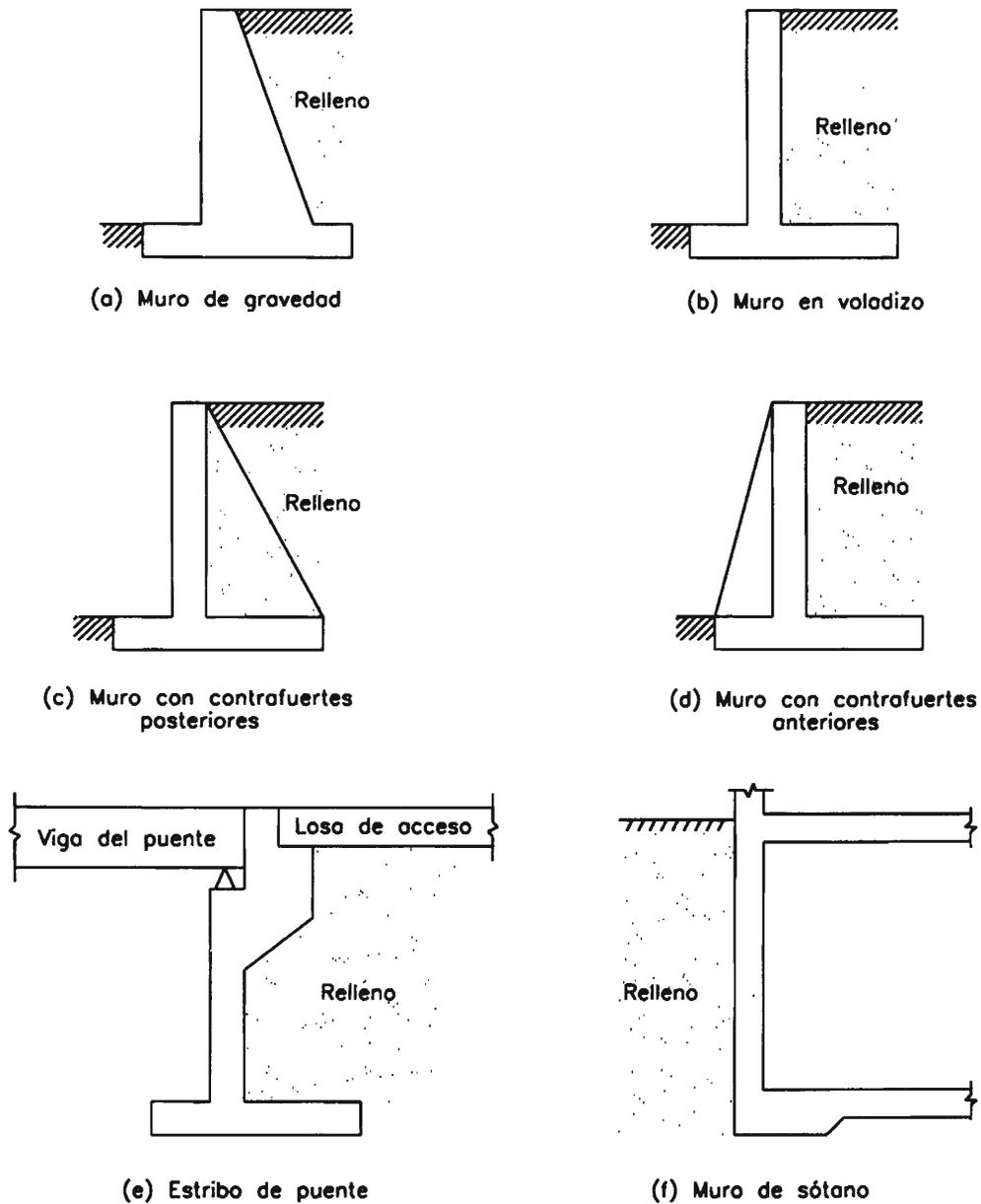


Figura 13.1. Tipos de muros de sostenimiento

13.2 CARGAS QUE ACTÚAN SOBRE LOS MUROS DE SOSTENIMIENTO

Los muros de sostenimiento están sometidos al empuje activo y pasivo del suelo, a su peso propio y del relleno, a la reacción vertical del terreno, a la fricción en la base y, eventualmente, a sobrecarga en el relleno y subpresión.

13.2.1 Empuje del suelo

El empuje del suelo es un parámetro difícil de estimar. Existen muchas teorías en Mecánica de Suelos para su determinación, cada una con limitaciones para su aplicación. El comportamiento de los suelos granulares es diferente que el de los suelos cohesivos. En el presente trabajo sólo se presentará la teoría de Rankine, la cual es válida para suelos granulares, incompresibles y homogéneos. Esta teoría desprecia la fricción entre el muro y el suelo.

La distribución del empuje del suelo es compleja, sin embargo es usual asumir una distribución lineal, similar a la generada por los líquidos, como se muestra en la figura 13.2. Esta suposición es adecuada para suelos granulares y secos.

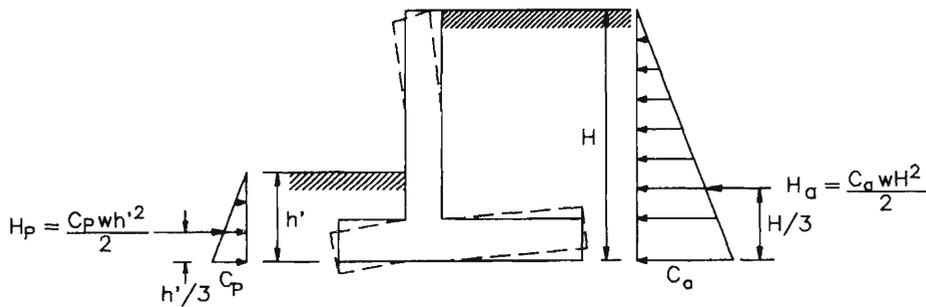


Figura 13.2. Empuje del terreno sobre muros de sostenimiento

Según Rankine, la resultante del empuje activo es igual a:

$$H_a = \frac{1}{2} C_a w H^2 \quad (13-1)$$

$$C_a = \operatorname{tg}^2 \left(45^\circ - \frac{\phi}{2} \right) = \frac{1 - \operatorname{sen} \phi}{1 + \operatorname{sen} \phi} \quad (13-2)$$

donde: w : Peso específico del suelo.

ϕ : Ángulo de fricción interna del suelo.

H : Altura del relleno que ejerce el empuje activo.

La resultante del empuje pasivo es:

$$H_p = \frac{1}{2} C_p w H^2 \quad (13-3)$$

$$C_p = \operatorname{tg}^2 \left(45^\circ + \frac{\phi}{2} \right) = \frac{1 + \operatorname{sen} \phi}{1 - \operatorname{sen} \phi} \quad (13-4)$$

En la Tabla 13.1 se muestra algunos valores referenciales del peso específico y ángulo de fricción interna para algunos tipos de terrenos.

Tipo de terreno	w(kg/m ³)	φ(°)
Arcilla suave	1440 a 1920	0° a 15°
Arcilla media	1600 a 1920	15° a 30°
Limo seco y suelto	1600 a 1920	27° a 30°
Limo denso	1760 a 1920	30° a 35°
Arena suelta y grava	1600 a 2100	30° a 40°
Arena densa y grava	1920 a 2100	25° a 35°
Arena suelta, seca y bien graduada	1840 a 2100	33° a 35°
Arena densa, seca y bien graduada	1920 a 2100	42° a 46°

Tabla 13.1 Peso específico y ángulo de fricción interna de algunos tipos de suelo

Si el relleno tiene cierta pendiente, entonces los coeficientes C_a y C_p están dados por:

$$C_a = \cos \delta \left(\frac{\cos \delta - \sqrt{\cos^2 \delta - \cos^2 \phi}}{\cos \delta + \sqrt{\cos^2 \delta - \cos^2 \phi}} \right) \quad (13-5)$$

$$C_p = \cos \delta \left(\frac{\cos \delta + \sqrt{\cos^2 \delta - \cos^2 \phi}}{\cos \delta - \sqrt{\cos^2 \delta - \cos^2 \phi}} \right) \quad (13-6)$$

donde: δ : Pendiente del relleno.

En este caso, la resultante tiene una inclinación similar a la pendiente del relleno, como se muestra en la figura 13.3.

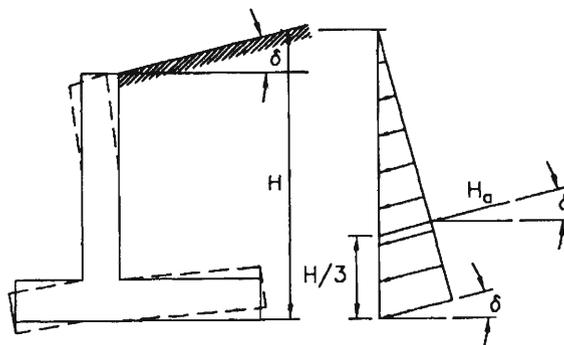


Figura 13.3. Empuje del terreno inclinado sobre muros de sostenimiento

13.2.2 Peso del relleno

El peso del relleno puede estimarse con los valores presentados en la Tabla 13.1.

13.2.3 Reacción del terreno

La reacción del terreno se determina mediante las expresiones presentadas en la sección 12.3.

13.2.4 Fricción en la base

La fricción en la base es igual a la reacción del suelo multiplicada por el coeficiente de fricción entre el suelo y el concreto. Los coeficientes de fricción son, aproximadamente:

- Concreto o mampostería contra arena limosa media a gruesa, grava limosa $\mu=0.55$
- Concreto o mampostería contra grava limpia, arena gruesa $\mu=0.45$
- Limo no plástico $\mu=0.35$
- Roca sólida sana $\mu=0.60$

13.2.5 Sobrecarga en el relleno

El efecto de la sobrecarga en el relleno produce un efecto similar al generado por un incremento h_s , en la altura de relleno, donde:

$$h_s = \frac{w_s}{w} \quad (13-7)$$

siendo: w_s : Sobrecarga en el relleno

w : Peso específico del suelo

Esta expresión es válida sólo si la sobrecarga es uniforme en todo el relleno (ver figura 13.4 (a)). Para los casos en los cuales la sobrecarga no actúa sobre todo el relleno, se han desarrollado teorías que buscan estimar el efecto de esta carga sobre el muro. Una de las más simples propone, para situaciones como la mostrada en la figura 13.4.b, que se considere que el empuje debido a la sobrecarga actúa por debajo de la superficie del relleno, a una distancia igual a la existente entre el muro y la zona de aplicación de la sobrecarga.

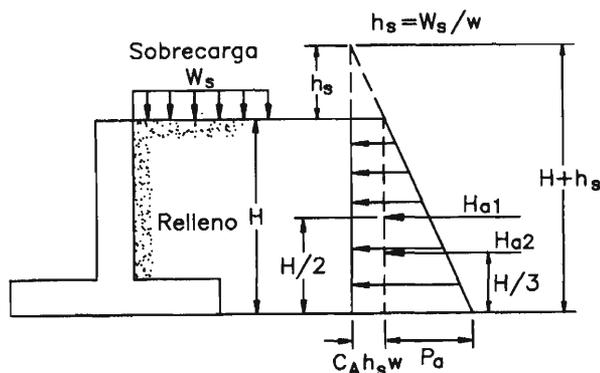


Figura 13.4(a) Sobrecarga uniforme sobre todo el relleno

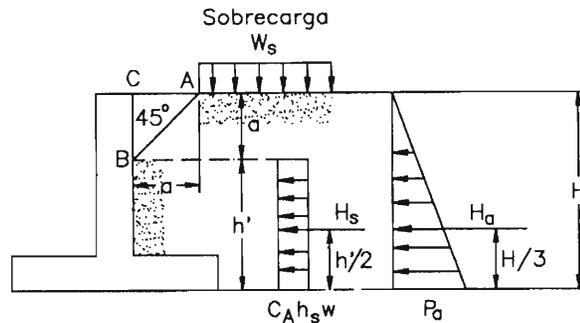


Figura 13.4.(b) Sobrecarga aplicada en parte del relleno

13.2.6 Subpresión

Si el nivel freático es elevado entonces se genera subpresión en la base. Esta fuerza puede atentar contra la estabilidad de la estructura. Si el líquido no fluye de un lado a otro del muro, la subpresión del agua puede estimarse por las leyes de la hidrostática. Si la presión es diferente a uno y otro lado del muro, entonces el agua tenderá a fluir de la zona donde ésta es mayor a aquélla donde es menor. En este caso la distribución de presiones en la base es más difícil de estimar. El análisis de este tipo de carga no es objetivo del presente trabajo pues constituye un caso particular que merece la atención de un especialista de Mecánica de Suelos.

13.3 CRITERIOS DE ESTABILIDAD

Para que el muro de sostenimiento sea estable, deben garantizarse que:

1. El muro no se voltee.
2. El muro no se deslice.
3. La reacción del suelo generada por las cargas aplicadas sobre el muro no exceda el esfuerzo admisible del mismo.
4. El talud no pierda estabilidad y el muro se deslice conjuntamente con el relleno.

La primera condición se garantiza considerando un factor de seguridad al volteo de, por lo menos, 2. Este factor de seguridad se define como:

$$F.S. = \frac{\sum M_R}{\sum M_A} \quad (13-8)$$

Los momentos actuantes son generados por el empuje activo del relleno y por el empuje de la sobrecarga que pueda existir sobre él. Los momentos resistentes o estabilizantes son debidos al peso de la estructura y del suelo que está apoyado sobre el talón y la punta del muro. El empuje pasivo del relleno sobre la punta y la sobrecarga, también generan momentos resistentes que contribuyen

a la estabilidad de muro. Generalmente, por seguridad, no se considera el empuje pasivo. Los momentos se toman respecto al punto alrededor del cual se genera el volteo del muro.

El deslizamiento del muro se garantiza con un factor de seguridad dado por:

$$\text{F.S.} = \frac{\sum F_R}{\sum F_A} \quad (13-9)$$

Las fuerzas actuantes son originadas por el empuje activo del relleno y la sobrecarga que actúa sobre él. Las fuerzas resistentes son el empuje pasivo y la fricción en la base. La falla por deslizamiento puede producirse en la interfase concreto-suelo. También se puede presentar la situación en la que el muro y parte del terreno bajo él se deslizan respecto al suelo en las capas inferiores. El coeficiente de fricción en ambos casos es diferente. Para la verificación de la estabilidad del muro debe escogerse la condición más crítica, es decir, aquella en la cual el coeficiente de fricción es el menor. En la sección 13.2.4 se indicó algunos valores del coeficiente de fricción en la interfase suelo-concreto. La fricción suelo-suelo puede tomarse, aproximadamente, como la tangente del ángulo de fricción interna del material. El coeficiente de seguridad por deslizamiento debe ser mayor que 1.5 si no se toma en cuenta el efecto del empuje pasivo y mayor que 2 si es que se considera.

Al igual que para el dimensionamiento de zapatas, se debe verificar que la reacción del suelo no exceda la capacidad portante del terreno. Debe procurarse que la excentricidad de la carga vertical actuante en el muro no sea mayor que $B/6$ para de ese modo repartir eficientemente la reacción del terreno a todo lo largo de la base de la estructura. En esta verificación no es necesario considerar un factor de seguridad pues éste ya está incluido en la capacidad portante del suelo. Si la carga vertical cae fuera del tercio central de la base, se deberá considerar que parte de la base se despega del suelo y por tanto, éste no reacciona contra ella. En este caso se deberá considerar la distribución triangular de la reacción discutida en la sección 12.3.

Finalmente, es necesario evaluar la estabilidad del talud generado por el muro. En este caso, el factor de seguridad debe ser mayor que 2. Es muy importante analizar este tipo de falla en terrenos cohesivos y húmedos (ver figura 13.5). Uno de los métodos más sencillos para determinar el coeficiente de seguridad ante este tipo colapso consiste en definir una superficie probable de falla, la cual por simplicidad se toma circular. El terreno ubicado sobre ella se divide en rebanadas. El factor de seguridad al deslizamiento es igual al cociente de la suma de los momentos generados por la cohesión del suelo y la fricción a lo largo de la superficie asumida entre la suma de momentos generados por los pesos de las rebanadas (incluyendo el peso del terreno y del muro). Los momentos, por simplicidad, se toman alrededor del centro de la superficie de falla asumida. Así se tiene que el factor de seguridad es:

$$\text{F.S.} = \frac{R \sum (c l_i + W_i \cos \beta_i \tan \phi)}{\sum W_i a_i}$$

donde: R: Radio del círculo que corresponde a la superficie de falla.

c: Cohesión del suelo.

l_i : Longitud de la superficie de falla correspondiente a la rebanada i -ésima.

W_i : Peso de la rebanada i -ésima.

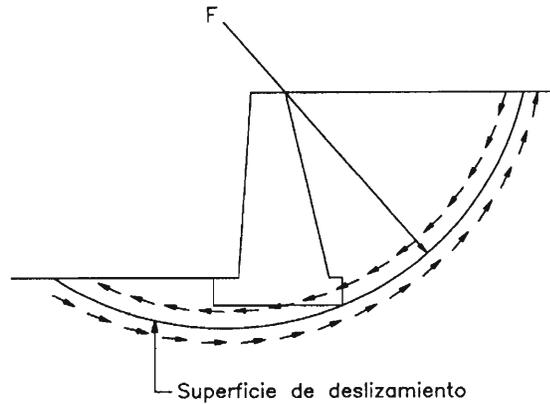


Figura 13.5. Falla por deslizamiento del muro y del terreno adyacente

β_i : (Ver figura 13.6)

a_i : Distancia horizontal del centro de la superficie de falla al centro de la rebana i -ésima.

El procedimiento requiere que se evalúe varias superficies de falla hasta que se ubique aquélla que corresponde al menor factor de seguridad. Este método es aplicable a suelos cohesivos. Además de éste, existen otros procedimientos más generales y complejos que permiten evaluar el factor de seguridad al volteo de suelos de todo tipo. No es objetivo de este trabajo presentarlos.

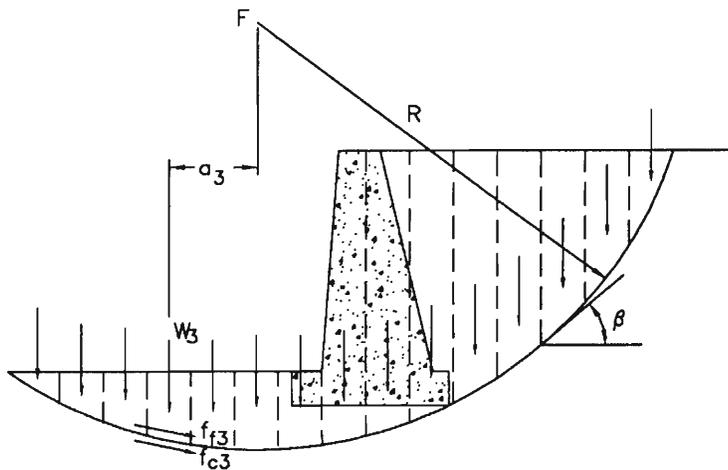


Figura 13.6. Determinación del factor de seguridad para el caso en que el muro falla por deslizamiento con el terreno

13.4 DRENAJE

La acumulación de agua debe prevenirse para que el muro no sea sometido a cargas de empuje mayores que las que se empleó para el diseño la estructura. Por ello, es necesario habilitar un sistema de drenaje que impida que el agua haga presión sobre el muro.

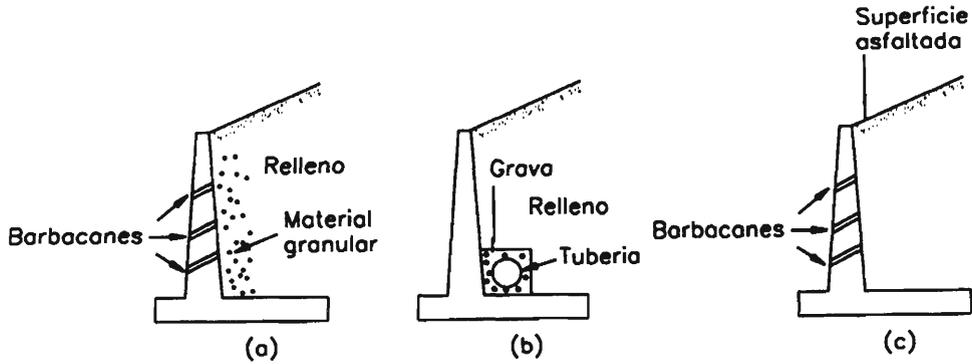


Figura 13.7. Sistemas de drenaje

Por lo general se disponen barbacanes o tubos de diámetro mayor que 4" espaciados a 1.50 m. tanto horizontal como verticalmente. Estas tuberías atraviesan el muro y están provistas de una capa de grava posterior, para evitar el relleno penetre en ellos, como se muestra en la figura 13.7.a. Este sistema es el más utilizado en nuestro país. También es posible colocar un tubo de drenaje perforado a lo largo del muro, siempre rodeado de grava para que no sea obstruido. El agua se evacua en sitios adecuados. Otras solución para evitar que el agua haga presión sobre el muro es colocar una capa impermeable en la superficie del relleno que evite que el agua superficial penetre. Una superficie de asfalto cumple con este objetivo, pero no evita el empuje del agua subterránea.

13.5 MUROS DE GRAVEDAD

Los muros de gravedad, como se indicó anteriormente, basan su estabilidad en su peso propio. El primer paso del diseño es establecer un dimensionamiento preliminar de la estructura para luego verificar que se satisfagan las condiciones de estabilidad y resistencia.

Por lo general, se conoce el desnivel de terreno que es necesario salvar y las características del rellero. A partir de esta información y haciendo uso de la Tabla 13.2 se estima una primera dimensión para la base.

$B/(H+h_s)$	$C_a w$ (kg/m ³)
0.30	204
0.35	269
0.40	343
0.45	423
0.50	512
0.55	605
0.60	715
0.65	830

Tabla 13.2 Relación $B/(H+h_s)$ para diferentes tipos de relleno.

En la figura 13.8 se muestran algunos criterios para determinar las otras dimensiones del muro de gravedad.

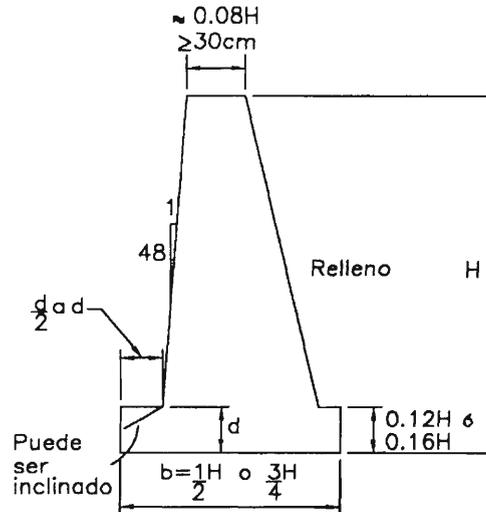


Figura 13.8. Criterios para el predimensionamiento de muros de gravedad

Con el dimensionamiento preliminar, se verifica la estabilidad de la estructura con los criterios presentados en la sección 13.3. En caso de existir relleno en el talón anterior del muro, es preferible no considerar su efecto estabilizante pues puede darse el caso que éste sea removido. En caso de ser necesario, se ajustan las dimensiones del muro.

Los muros de gravedad, por lo general, son de concreto simple o mampostería y su procedimiento de diseño se presenta en el capítulo 14.

13.6 MUROS EN VOLADIZO

Los muros en voladizo son siempre de concreto armado pues los esfuerzos a los cuales están sometidos no pueden ser resistidos por el concreto simple. En la figura 13.9 se muestran algunos criterios para el dimensionamiento preliminar de este tipo de estructuras. La base se estima haciendo uso de la Tabla 13.2, al igual que para los muros de gravedad. Si $b_1 \approx B/3$, el muro resulta económico. En caso que la capacidad portante del terreno sea muy baja, es conveniente que $b_1 \approx B/2$, para que la reacción del suelo sea casi uniforme. Esta solución, sin embargo, eleva el costo de la estructura.

La verificación de la estabilidad es el segundo paso en el diseño. El peso de este tipo de muros es menor que el de los muros de gravedad por lo que en ocasiones la condición crítica es el deslizamiento. Para solucionar este problema se incrementa la longitud de la base para incrementar el peso del relleno y de este modo elevar el aporte de la fricción. También se suele colocar un diente en la parte inferior de la base, el cual está sometido al empuje pasivo del suelo (ver figura 13.10). Esta fuerza resistente colabora con la fricción para equilibrar el empuje

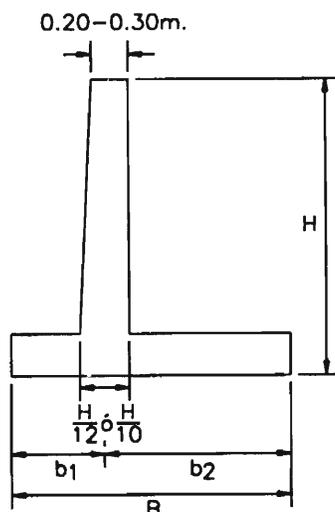


Figura 13.9. Criterios para el predimensionamiento de muros de gravedad

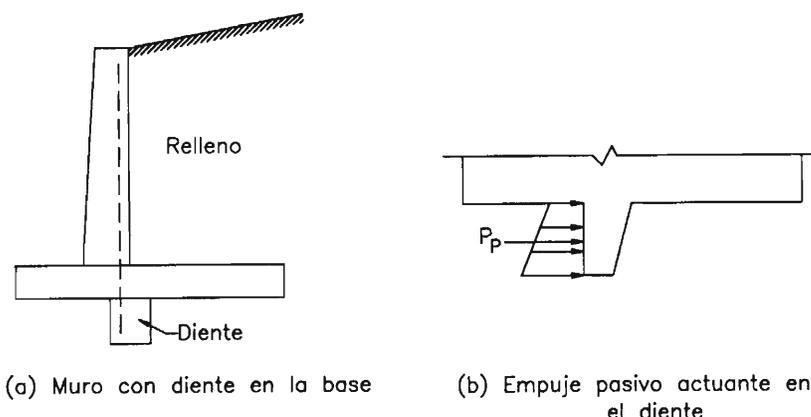


Figura 13.10. Diente en la base del muro de sostenimiento para resistir el deslizamiento

activo del suelo y puede considerarse en el diseño pues el suelo que lo genera no será removido durante la vida útil de la estructura.

Definidas las dimensiones de la estructura, se diseña la armadura por flexión. Para ello, la pantalla vertical, y los talones posterior y delantero se consideran como volados, como se muestra en la figura 13.11.

En la figura 13.12 se muestran las cargas de diseño para la pantalla vertical y los talones delantero y posterior. Sobre la pantalla vertical, actúan el empuje activo del terreno y el efecto de la sobrecarga en el relleno, si ésta existe. Las cargas se amplifican y se determina el refuerzo principal vertical. El refuerzo se debe cortar de acuerdo al diagrama de momentos flectores. Los muros de sostenimiento son muros no portantes y por lo tanto el acero mínimo que debe proveérseles es el indicado en la sección 11.1. Aproximadamente las dos terceras partes del

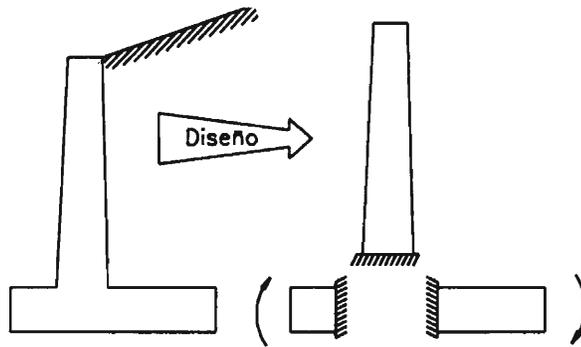
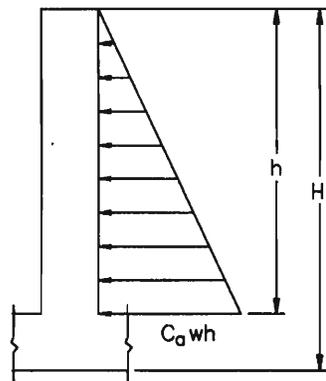
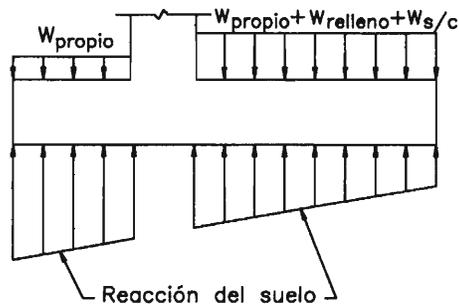


Figura 13.11. Criterios para el diseño del muro en voladizo



(a) Cargas de diseño para la pantalla vertical



(b) Cargas de diseño para el talón posterior y delantero

Figura 13.12. Cargas que actúan sobre la pantalla y los talones del muro

refuerzo horizontal deben distribuirse en el borde exterior del muro pues ésta es la zona que experimenta las mayores variaciones de temperatura. En esta cara, el acero vertical debe ser el mínimo suficiente para sostener las varillas horizontales durante el armado. La sección crítica para el corte está ubicada a d de la zapata del muro. La resistencia del concreto, en este caso,

es la misma que en losas.

El talón delantero se diseña para resistir la reacción del suelo. Si existe relleno en esta zona, es mejor no considerarlo pues este puede ser removido durante la vida útil del muro. El refuerzo se coloca en la cara inferior. También se verifica el corte a d de la cara del apoyo.

El talón posterior se diseña de modo similar al talón delantero pero en este caso las cargas son el peso del terreno, el peso de la zapata y la sobrecarga, que actúan hacia abajo, y la reacción del suelo que actúa hacia arriba. El refuerzo en este elemento se ubica en la cara superior. En este caso, la verificación del corte no se efectúa en una sección crítica ubicada a d de la pantalla vertical, sino en la cara del apoyo, ya que la reacción sobre el talón es de tracción. Tanto en el talón posterior como en el delantero, se coloca refuerzo de temperatura perpendicular a la armadura principal similar al empleado en losas.

En caso que se coloque un diente en la parte inferior de la base, éste se calcula como un volado sobre el cual actúa el empuje pasivo del suelo. El corte se verifica a d de la cara.

En la figura 13.13 se muestran algunos criterios para el detallado final del refuerzo del muro en voladizo.

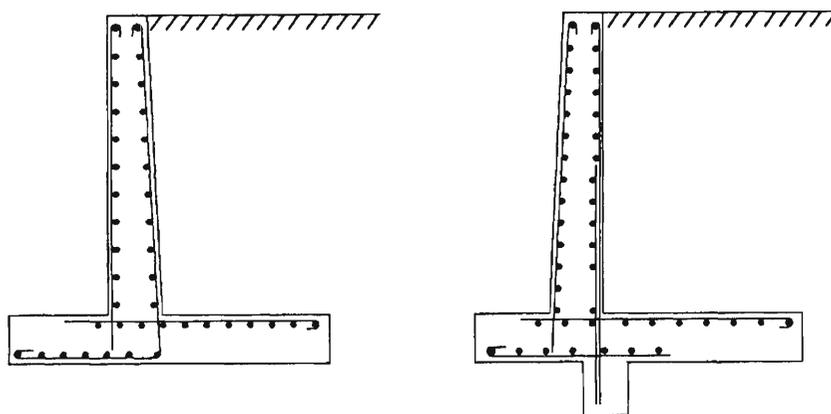


Figura 13.13. Criterios para el detallado del refuerzo en muros en voladizo

Es necesario construir juntas de contracción y dilatación, cada cierta distancia a lo largo del muro. Se debe cuidar que el material de relleno no escape por ellas. En la figura 13.14 se presentan algunos tipos de ellas. La cuantía de acero horizontal depende de la distancia entre juntas como se indicó en 11.1.

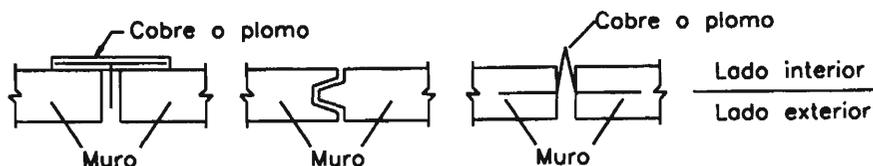


Figura 13.14. Tipos de juntas de contracción en muros

13.7 MUROS CON CONTRAFUERTE

En forma, los muros con contrafuertes son muy similares a los muros en voladizo, siendo la única diferencia la presencia de los apoyos verticales o contrafuertes como se muestra en la figura 13.15. Sin embargo, estos elementos modifican completamente el comportamiento de la pantalla vertical y del talón posterior. Estos ya no funcionan como volados sino que trabajan como losas apoyadas en tres lados. Se recomienda ubicar los contrafuertes cada 3 m. para muros de hasta 9 m. de altura y cada 2.5 m. cuando la altura es de hasta 12 m. Su espesor varía entre 20 y 30 cm.

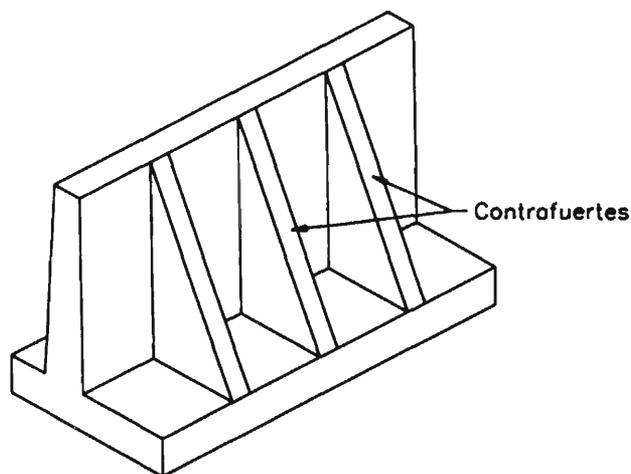
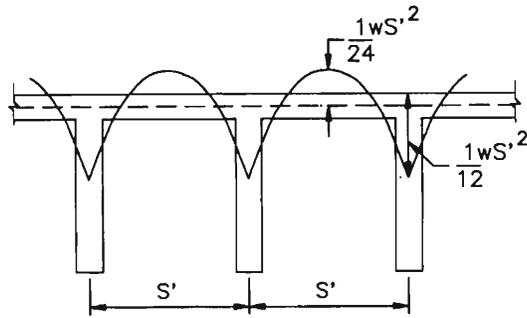


Figura 13.15. Muro con contrafuertes

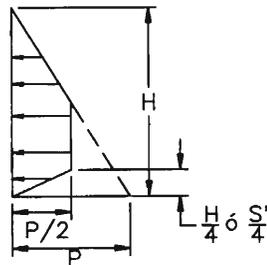
El predimensionamiento y la verificación de la estabilidad del muro es similar al del muro en voladizo. Si es necesario se coloca un diente debajo de la base para evitar el deslizamiento.

El talón delantero se diseña con los mismos criterios que el muro en voladizo. El refuerzo principal por flexión se ancla en el talón posterior o en la pantalla vertical.

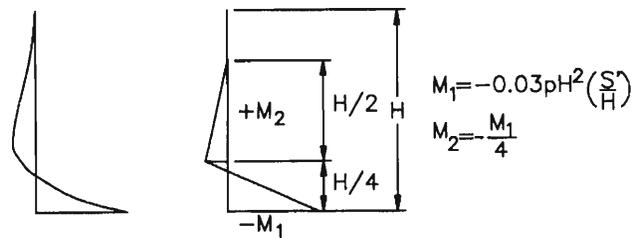
La pantalla vertical de este muro tiene armadura principal horizontal ya que se diseña como una losa apoyada en los contrafuertes sometida al empuje del relleno. La distribución de los momentos en ella se aprecia en la figura 13.16.a. Puesto que el empuje va variando con la altura, se deben analizar varias secciones para distribuir el refuerzo requerido en cada nivel. En la base, la deformación de la pantalla es casi nula y por lo tanto, no sería correcto diseñar el refuerzo horizontal de este tramo considerando el empuje total del suelo que existe en este nivel. Por ello, para calcular el acero horizontal, se asume la distribución de empujes mostrada en la figura 13.16.b. Esta suposición es empírica, pero da resultados bastante buenos. Del mismo modo, la pantalla vertical recibe apoyo de la base, lo que genera que la distribución de momentos, para el cálculo del refuerzo vertical sea como la mostrada en la figura 13.16.c. La distribución curva se simplifica a dos líneas rectas para facilitar el diseño, las cuales están definidas por:



(a) Distribución de los momentos en la pantalla



(b) Distribución del empuje del suelo para el cálculo del refuerzo horizontal en la pantalla vertical



Distribución real

Distribución asumida

(c) Diagrama de momentos para cálculo del refuerzo vertical

Figura 13.16. Distribución de momentos sobre la pantalla vertical en muros con contrafuertes

$$M_1 = -0.03pH^2 \left(\frac{S'}{H} \right) \quad (13-10)$$

$$M_2 = \frac{-M_1}{4} \quad (13-11)$$

donde: S' : Distancia entre contrafuertes.

H : Altura de la pantalla vertical.

p : Reacción del suelo en la base de la pantalla vertical, igual a $C_a wH$.

El refuerzo mínimo es el correspondiente a muros. La pantalla vertical debe anclarse correctamente en los contrafuertes, para que no se desprenda.

El talón posterior se calcula para las mismas cargas que muro en voladizo. La armadura principal va paralela a la pantalla vertical, ya que la flexión se desarrolla en esta dirección. Por lo general, una parte del talón está sometida a presión hacia arriba mientras que en la otra, la presión está dirigida hacia abajo. Dependiendo de ello, el acero se coloca en la cara superior o inferior de la zapata. El punto de esfuerzo cero es impreciso por lo que en una franja de 1 m. centrada en el punto cero determinado a través del cálculo, se coloca armadura arriba y abajo, como se muestra en la figura 13.17. Para tomar en cuenta el efecto de la disminución de esfuerzos cerca de la pantalla vertical, se recomienda colocar sólo las dos terceras partes del refuerzo requerido en esta zona.

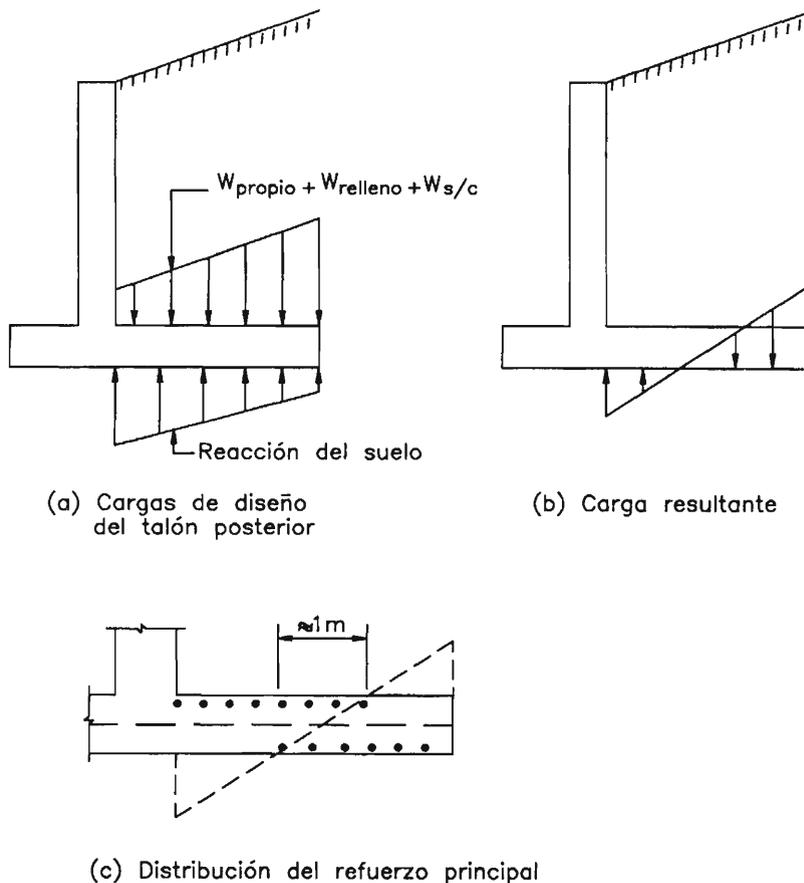


Figura 13.17. Cargas que actúan sobre los talones del muro con contrafuertes y distribución del acero

El contrafuerte se calcula como un voladizo empotrado en la base y de momento de inercia variable. Resiste el empuje del terreno que actúa sobre la franja de pantalla vertical de S' de ancho. El diagrama de fuerza cortante y momento flector que actúan sobre él se muestra

en la figura 13.18. La tracción en el refuerzo será igual a la suma de la componente de la fuerza cortante paralela a él y de la componente de M/d en la misma dirección. La tensión en el acero será:

$$T = V \cos \alpha + \frac{M}{d} \sin \alpha \quad (13-12)$$

donde: α : Ángulo que forma el refuerzo en tracción del contrafuerte y la horizontal.

d : Peralte efectivo en el nivel considerado.

V : Fuerza cortante en el nivel considerado.

M : Momento flector en el nivel considerado.

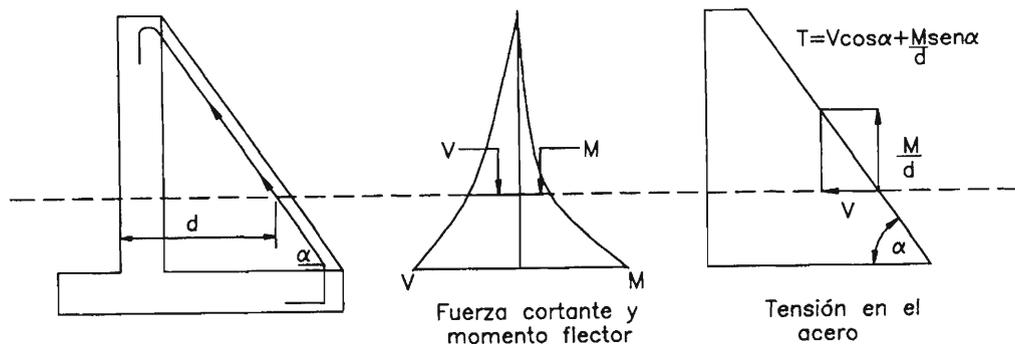


Figura 13.18. Fuerzas internas en el contrafuerte

Puesto que los esfuerzos y la sección del elemento son variables, es necesario analizar varias secciones para cortar el refuerzo que ya no es necesario. Para facilitar el cálculo puede suponerse que la distribución de la fuerza cortante es lineal, lo cual está del lado de la seguridad. Adicionalmente al refuerzo en tensión, se coloca refuerzo mínimo horizontal y vertical de muros.

El contrafuerte debe estar convenientemente anclado a la pantalla vertical y a la base. En el primer caso se le debe proveer de la cantidad de acero necesaria para resistir el empuje del suelo. Este refuerzo trabaja a tensión. Por lo general, el refuerzo horizontal de la pantalla vertical se ancla en el contrafuerte y se aprovecha para garantizar el anclaje pantalla vertical-contrafuerte. Del mismo modo, se debe proveer refuerzo vertical para anclar el contrafuerte a la base. Este acero debe resistir el peso del suelo sobre el talón posterior y la sobrecarga del terreno. El acero mínimo tanto vertical como horizontal es el que corresponde a muros.

13.8 MUROS CELULARES

En la figura 13.19 se muestra un muro celular. Se emplean cuando el terreno es de muy mala calidad. Tiene poco peso propio y por ello la presión en el suelo es muy baja. Se calcula de modo similar al muro con contrafuertes. Tienen la ventaja que se puede utilizar el espacio libre interior, siempre que estas cargas se consideren en el diseño.

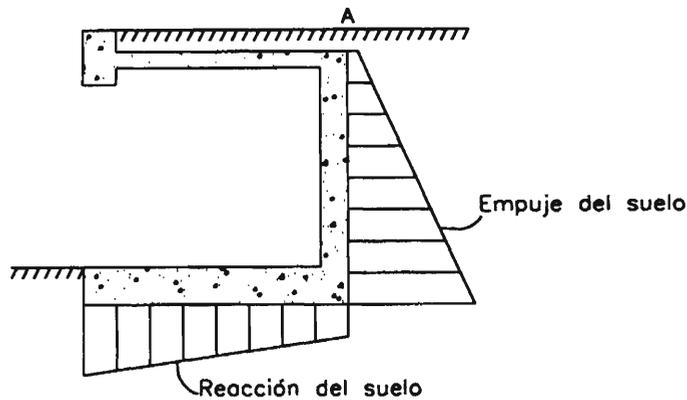


Figura 13.19. Muro celular

13.9 MUROS DE SÓTANO

Los muros de sótano son muros que se diseñan para resistir el empuje del suelo y en ocasiones, para las cargas verticales que le llegan de la superestructura. Tienen apoyo tanto en la parte superior como en la inferior. De acuerdo a la relación entre las rigideces de los elementos que le sirven de apoyo y el muro de sótano, éste puede considerarse simplemente apoyado o empotrado (ver figura 13.20). Si el muro recibe cargas verticales, trabaja a flexo-compresión y se le analiza bajo esta sollicitación. Se debe tener cuidado porque algunos muros de sótano no están apoyados en losas y se les debe proveer de un apoyo superior, o en su defecto, se les debe diseñar como muros en voladizo. Del mismo modo, durante el proceso constructivo, el muro se debe apuntalar hasta que la losa sea vaciada, o en su defecto, el relleno se debe colocar sólo después que ésta ha sido vaciada. Si no se toma estas precauciones, el elemento se someterá a cargas que no han sido consideradas en el diseño.

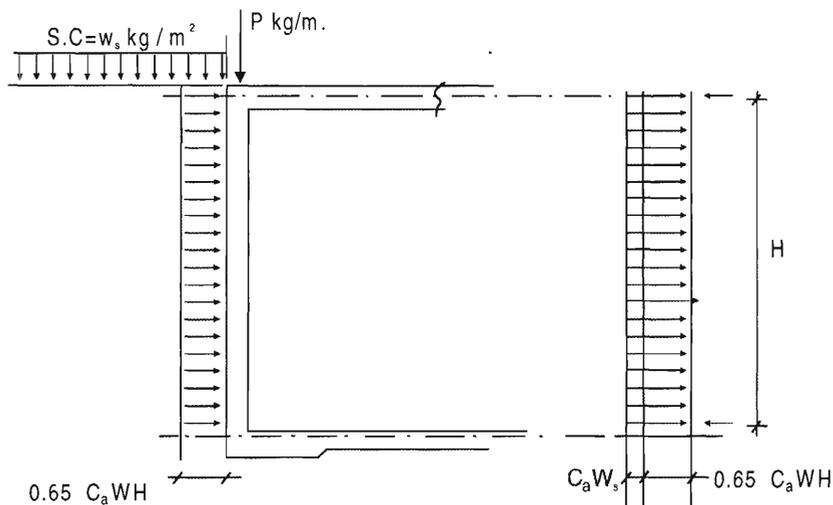


Figura 13.20. Muro de sótano

El espesor mínimo del muro es 20 cm. en terrenos secos y 30 cm. en terrenos húmedos. Si hay cimentaciones vecinas altas el empuje en el muro se incrementa, del mismo modo que si se presenta sobrecarga en el terreno adyacente a él. Si hay presencia de agua subterránea, el empuje adicional debe considerarse en el diseño.

EJEMPLOS

Ejemplo 13.1

Diseñar el muro en voladizo que se presenta en la figura 13.21. Utilizar $f'_c=210 \text{ kg/cm}^2$ y $f_y=4200 \text{ kg/cm}^2$. El coeficiente de fricción concreto-terreno es 0.55 y el correspondiente a terreno-terreno es 0.70. Considerar que el peso específico del relleno es 1600 kg/m^3 .

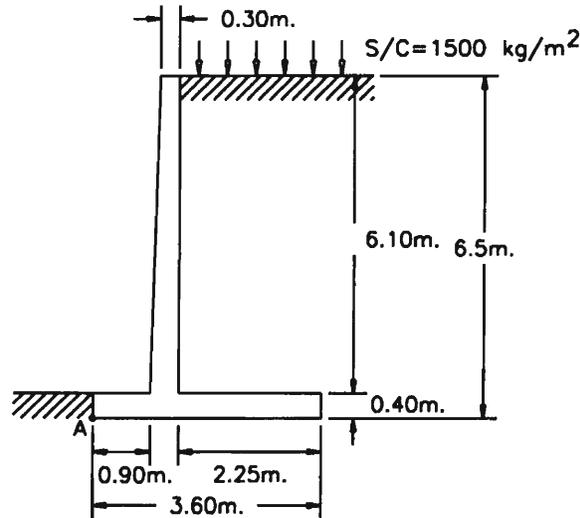


Figura 13.21. Ejemplo 13.1

Predimensionamiento del muro: Para predimensionar el muro se hace uso de la Tabla 13.2. El coeficiente de empuje activo del suelo es:

$$C_a = (1 - \text{sen}35^\circ) / (1 + \text{sen}35^\circ) = 0.27$$

$$C_a w = 0.27 \times 1600 = 434 \text{ kg/m}^3.$$

De la Tabla 13.2 se obtiene, interpolando:

$$B / (H + h_s) = 0.46.$$

El parámetro h_s es:

$$h_s = 1500 / 1600 = 0.94 \text{ m.}$$

$$H + h_s = 6.5 + 0.94 = 7.44 \text{ m.}$$

$$B = 0.46 \times 7.44 = 3.42 \text{ m}$$

$$B/3 \approx 1.15 \text{ m.}$$

El peralte de la zapata se estima en 40 cm. asumiendo que el refuerzo de la pantalla vertical estará constituido por varillas #6 cuya longitud de anclaje de gancho estándar es 30 cm. La

longitud básica de anclaje ha sido afectada por el factor de reducción por recubrimiento de concreto, igual a 0.7. En la figura 13.21 se muestra el predimensionamiento completo del muro.

Verificación de la estabilidad del muro: Los cálculos efectuados para verificar la estabilidad al volteo y al deslizamiento se muestran tabulados a continuación. En la figura 13.22 se muestra los diferentes elementos identificados.

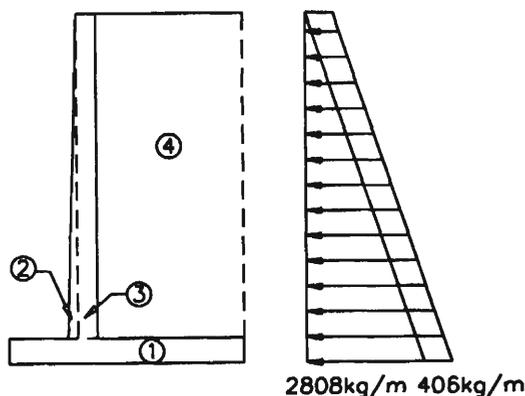


Figura 13.22. Ejemplo 13.1

Efecto	Fuerza (kg)	Brazo de palanca	Momento (kg-m)
Empuje activo	$H_1=0.5 \times 2808 \times 6.5=9126$	$6.5/3=2.17$	19803
Sobrecarga	$H_2=406 \times 6.5=2639$	$6.5/2=3.25$	8577
$\Sigma F_H=11765$		$\Sigma M_A=28380$	

Elemento	Fuerza (kg)	Brazo de palanca	Momento (kg-m)
1	$W_1=2400 \times 3.6 \times 0.4=3456$	1.8	6221
2	$W_2=0.5 \times 0.15 \times 6.1 \times 2400=1098$	1.0	1098
3	$W_3=2400 \times 6.1 \times 0.30=4392$	1.2	5270
4	$W_4=1600 \times 2.25 \times 6.10=21960$	2.475	54351
Sobrecarga	$W_{SC}=1600 \times 2.25 \times 0.94=3384$	2.475	8375
	$\Sigma F_V=34290$		$\Sigma M_R=75315$

La segunda columna indica la fuerza ejercida por el efecto indicado en la primera. En el caso del empuje activo es la resultante del mismo y en el caso del elemento 1 es su peso. La tercera columna indica la distancia entre el punto de paso de la fuerza y el punto de giro del muro, respecto al cual se analiza la estabilidad. En este caso es el punto A (ver figura 13.21).

Finalmente, la cuarta columna muestra el momento de la fuerza considerada, actuante en la primera tabla y estabilizante en la segunda.

Los factores de seguridad del muro serán:

- Factor de seguridad al volteo: $F.S.=\Sigma M_R/\Sigma M_A=75315/28380=2.65>2$
- Factor de seguridad al deslizamiento: $F.S.=(\mu\Sigma F_V)/\Sigma F_H=0.55\times 34290/11765=1.60>1.5$
- Presión en el suelo:

$$\text{Punto de paso de la resultante}=(75315-28380)/34290=1.37 \text{ m.}$$

$$e=3.6/2-1.37=0.43<B/6=3.6/6=0.6 \text{ m.}$$

$$q=34290/100/360 \pm 34290\times 43\times 180/(1/12\times 100\times 360^3)=1.64<2$$

$$=0.27<2$$

Es conveniente verificar el muro sin considerar el efecto favorable de la sobrecarga. En este caso:

$$\Sigma F_V = 34290 - 3384 = 30906 \text{ kg.}$$

$$\Sigma M_R = 75315 - 8375 = 66940 \text{ kg-m.}$$

- Factor de seguridad al volteo: $F.S.=\Sigma M_R/\Sigma M_A=66940/28380=2.36>2$
- Factor de seguridad al deslizamiento: $F.S.=(\mu\Sigma F_V)/\Sigma F_H=0.55\times 30906/11765=1.44<1.5$

El factor de seguridad al deslizamiento es algo menor que 1.5. Sin embargo, dada la condición de carga considerada y el hecho que la deficiencia del factor de seguridad no es excesiva, se considerará que el dimensionamiento es conveniente.

Hace falta verificar que la falla del suelo por deslizamiento junto con el muro no se presente. Para el ejemplo se asumirá que esta verificación ya ha sido hecha por el método conveniente.

Diseño de la armadura de la pantalla vertical: La altura de la pantalla vertical es 6.10 m. y las cargas que actúan sobre ella son las debidas al empuje activo del suelo y a la sobrecarga sobre el terreno:

$$H_1=0.5\times(1600\times 0.27\times 6.1)\times 6.1=8037 \text{ kg.}$$

$$H_2=406\times 6.1=2477 \text{ kg.}$$

El momento en la base de la pantalla será:

$$M_u=1.6\times(8037\times 6.1/3+2477\times 6.1/2)=38235 \text{ kg-m.}$$

El recubrimiento del refuerzo es 5 cm. pues se trata de concreto adyacente al terreno vaciado contra encofrado. El peralte efectivo de la pantalla será: $d=45-6=39 \text{ cm.}$

$$R_u=3823500/100/39^2=25.14$$

$$\rho=0.73\%$$

$$A_s = 28.47 \text{ cm}^2$$

El refuerzo mínimo de muros es:

$$A_{s\text{mín}} (\text{vertical}) = 0.0015 \times 100 \times 45 / 2 = 6.75 \text{ cm}^2 < 28.47 \text{ cm}^2.$$

$$A_{s\text{mín}} (\text{horizontal abajo}) = 0.0025 \times 100 \times 45 = 11.25 \text{ cm}^2.$$

$$A_{s\text{mín}} (\text{horizontal arriba}) = 0.0025 \times 100 \times 37 = 9.25 \text{ cm}^2.$$

El refuerzo vertical estará constituido por varillas #6 @ 0.10 m.

El refuerzo horizontal en la parte superior del muro será menor que en la inferior y se distribuirá en dos capas; la exterior con las 2/3 partes del acero calculado y la interior con el resto. De este modo, el acero estará distribuido de la siguiente manera:

- Tramo superior (4.0 m. superiores): Acero exterior: #5 @ 0.32 m.
Acero interior: #4 @ 0.41 m.
- Tramo inferior (3.5 m. inferiores): Acero exterior: #5 @ 0.27 m.
Acero interior: #4 @ 0.34 m.

El refuerzo se uniformizará de la siguiente manera: En el tramo superior, capa exterior #5 @ 0.35 m. y capa interior #4 @ 0.35 m.; en el tramo inferior, capa exterior #5 @ 0.30 m. y capa interior #4 @ 0.30 m.

El corte del refuerzo de la pantalla se determina con la ayuda de su diagrama de momentos mostrado en la figura 13.23. Por lo general se busca cortar la mitad del refuerzo longitudinal donde éste ya no es requerido. Si sobre el diagrama de momentos de la pantalla vertical se traza la gráfica de momentos resistentes de la distribución de acero correspondiente a varillas #6 @ 0.10 m. y se determina su intersección con el diagrama de momentos, es posible calcular la altura de corte del refuerzo. La variación del momento con la altura para una distribución constante de acero es sólo función del peralte y por lo tanto es lineal. Calculando la resistencia en la parte superior y en la base de la pantalla se determina la resistencia a la flexión en cualquier punto del elemento. En la siguiente tabla se presenta los cálculos efectuados para determinar la resistencia de la pantalla en sus dos extremos.

Distribución de acero	#6 @ 0.10 m.	#6 @ 0.10 m.
Peralte efectivo (cm)	45-6=39 30-6=24	
a (cm)	$4200 \times 2.85 \times (100/30) / (0.85 \times 210 \times 100) = 2.2$	2.2
Mn (kg-cm)	$0.9 \times 2.85 \times 100 / 30 \times 4200 \times (39 - 2.2 / 2) = 1360990$	$0.9 \times 2.85 \times 100 / 30 \times 4200 \times (24 - 2.2 / 2) = 822340$

La intersección de las dos gráficas se encuentra a 2.80 m. de la base de la pantalla. El corte de la mitad del refuerzo se efectuará a $2.80 + d = 2.80 + 0.39 = 3.19 \text{ m.} \approx 3.20 \text{ m.}$

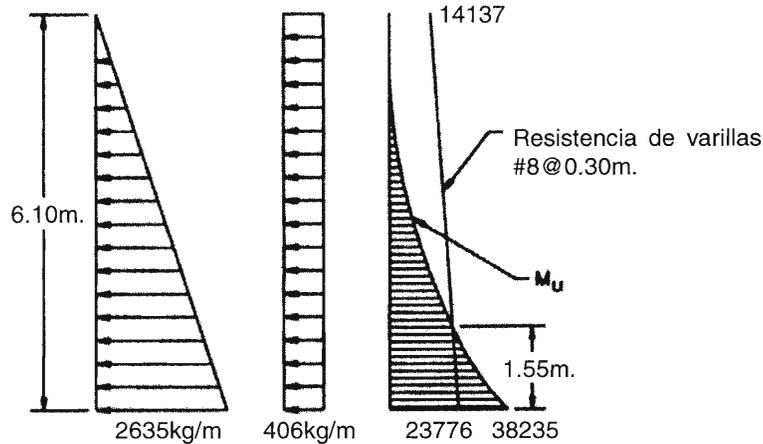


Figura 13.23. Ejemplo 13.1

El corte en la base de la pantalla es:

$$V_u = 1.6 \times (8037 + 2477) = 16822 \text{ kg.}$$

$$\phi V_c = 0.75 \times 0.53 \times 14.5 \times 100 \times 39 = 22479 \text{ kg.} > V_u$$

La longitud de anclaje del gancho estándar de una varilla #6 es 42 cm., sin embargo, el área de acero provista es mayor que la requerida y además se cumplen las condiciones presentadas en la sección 3.4 para la aplicación de un factor de reducción de 0.7 por recubrimiento de concreto. La longitud de anclaje del gancho, finalmente será:

$$l_{dh} = 42 \times 0.7 \times 28.47 / (2.85 \times 100 / 10) = 29 \text{ cm.} < 40 - 5 = 35 \text{ cm.}$$

Puesto que el recubrimiento requerido para concreto vaciado directamente sobre terreno no es satisfecho, se hace necesario el uso de un solado para el vaciado de la zapata del muro. Otra solución es incrementar el peralte de la zapata del muro.

Diseño de la armadura del talón posterior: Sobre el talón posterior actúan, hacia abajo, su peso propio y el del terreno sobre él, y hacia arriba, la reacción del terreno. La carga hacia abajo es:

$$W_{uj} = 1.2 \times (1600 \times 6.1 + 0.4 \times 2400) + 1.6 \times 1500 = 15264 \text{ kg/m.}$$

En la cara de la pantalla, la reacción del suelo es 11300 kg/m² y en el borde, 2700 kg/m². El momento en la cara del talón es:

$$M_u = 17558 \times 2.25^2 / 2 - 1.6 \times (11300 \times 2.25^2 / 6 + 2700 \times 2.25^2 / 3) = 21900 \text{ kg-m.}$$

$$R_u = 2190000 / 100 / 34^2 = 18.94$$

$$\rho = 0.53\%$$

$$A_s = 0.53 / 100 \times 100 \times 34 = 18.02 \text{ cm}^2. > A_{s\text{mín}} = 7.2 \text{ cm}^2.$$

Se colocarán varillas #6 @ 0.15 cm. En la otra dirección se colocará refuerzo mínimo provisto

por varillas #4 @ 0.175 cm.

La fuerza cortante en la cara del talón posterior es:

$$V_u = 17558 \times 2.25 - 1.6 \times (11300 + 2700) \times 2.2512 = 14306 \text{ kg.}$$

$$\phi V_c = 0.75 \times 0.53 \times 14.5 \times 100 \times 34 = 19597 \text{ kg} > V_u$$

Diseño de la armadura del talón anterior: La presión en el borde del talón anterior es 16400 kg/m² y en la cara del apoyo, 13000 kg/m². El momento flector último es:

$$M_u = 1.6 \times (16400 \times 0.90^2 / 3 + 13000 \times 0.90^2 / 6) = 9893 \text{ kg-m.}$$

$$R_u = 989300 / 100 / 34^2 = 8.56$$

$$\rho = 0.23 \%$$

$$A_s = 0.23 / 100 \times 100 \times 34 = 7.82 \text{ cm}^2 > A_{s\text{min}} = 7.2 \text{ cm}^2.$$

Se distribuirá varillas #4 @ 0.15 m. y en el sentido perpendicular, refuerzo #4 @ 0.175 m. La fuerza cortante en la cara del talón anterior es:

$$V_u = 1.6 \times 0.9 / 2 \times (16400 + 13000) = 21168 \text{ kg.}$$

$$\phi V_c = 0.75 \times 0.53 \times 14.5 \times 100 \times 34 = 19597 \text{ kg} < V_u$$

Puesto que la reacción de la pantalla actúa en sentido contrario a la carga aplicada sobre el talón, se puede efectuar la reducción de la fuerza cortante a d de la cara. Dado que V_u y ϕV_c son muy parecidos, al reducir el cortante, la carga última aplicada resultará menor que la resistencia del talón.

El detallado final del refuerzo se muestra en la figura 13.24.

Ejemplo 13.2

Diseñar el muro con contrafuertes mostrado en la figura 13.25. Utilizar $f'_c = 210 \text{ kg/cm}^2$ y $f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$. El coeficiente de fricción concreto-terreno es 0.52 y el correspondiente a terreno-terreno es 0.78. Considerar que el peso específico del relleno es 1900 kg/m^3 .

Predimensionamiento del muro: El coeficiente de empuje activo del suelo es:

$$C_a = (1 - \text{sen}38^\circ) / (1 + \text{sen}38^\circ) = 0.24$$

$$C_a w = 0.24 \times 1900 = 456 \text{ kg/m}^3.$$

Haciendo uso de la Tabla 13.2:

$$B / (H + h_s) = 0.47.$$

El parámetro h_s es nulo pues no existe sobrecarga.

$$H = 8.00 \text{ m.}$$

$$B = 0.47 \times 8.0 = 3.76 \text{ m} \approx 3.75 \text{ m.}$$

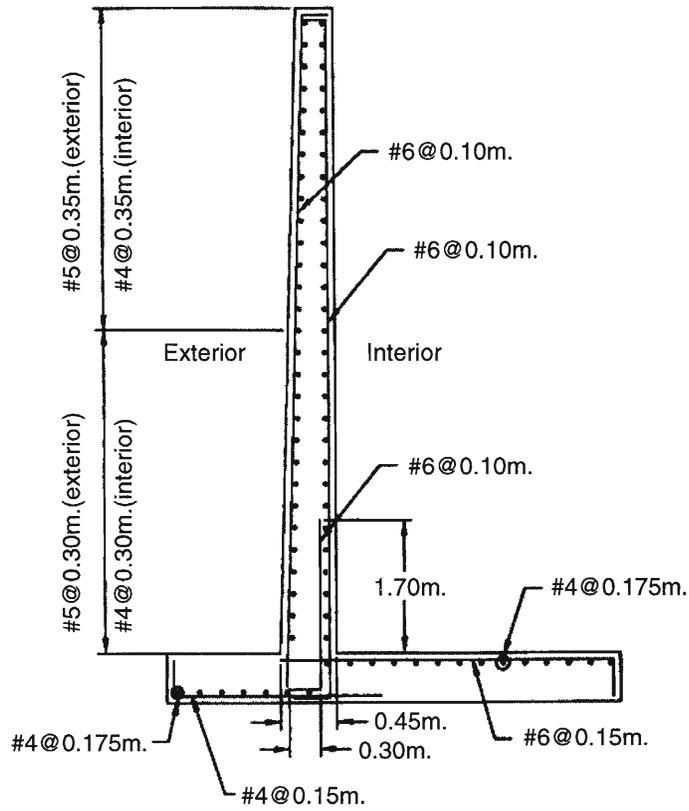
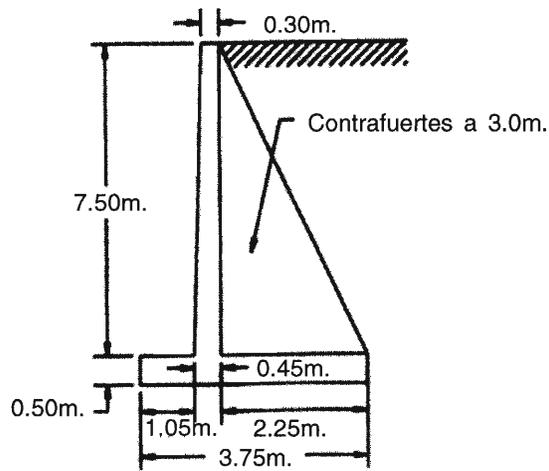


Figura 13.24. Ejemplo 13.1



$$B/3 \approx 1.25 \text{ m.}$$

El peralte de la zapata se estima en 50 cm. pues se asume que la pantalla vertical y el contrafuerte estarán provistos de varillas #8. La longitud de anclaje del gancho estándar es:

$$l_{dh} = 55 \times 0.7 \approx 39 \text{ cm.}$$

El factor de corrección 0.7 es el correspondiente a recubrimiento de concreto.

Se colocarán, en principio, contrafuertes de 0.20 m. de espesor cuya distancia a ejes es 3.0 m. Las dimensiones estimadas del muro se muestran en la figura 13.26.

Verificación de la estabilidad del muro: Los cálculos efectuados se muestran tabulados en las siguientes tablas. En la figura 13.26 se muestra la identificación de los diferentes elementos.

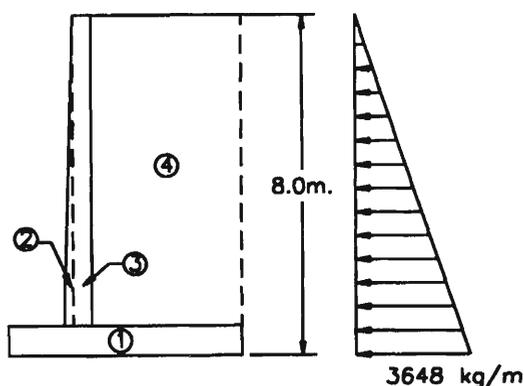


Figura 13.26. Ejemplo 13.2

Efecto	Fuerza (kg)	Brazo de palanca	Momento (kg-m)
Empuje activo	$H_1 = 0.5 \times 3648 \times 8 = 14592$	8/3	38912
	$\Sigma F_H = 14592$		$\Sigma M_A = 38912$

Elemento	Fuerza (kg)	Brazo de palanca	Momento (kg-m)
1	$W_1 = 2400 \times 3.75 \times 0.5 = 4500$	3.75/2	8438
2	$W_2 = 2400 \times 0.15 \times 7.5/2 = 1350$	1.15	1553
3	$W_3 = 2400 \times 0.30 \times 7.5 = 5400$	1.35	7290
4	$W_4 = 1900 \times 2.25 \times 7.5 = 32063$	2.625	84165
	$\Sigma F_V = 43313$		$\Sigma M_R = 101446$

- Factor de seguridad al volteo: $FS.=\Sigma M_R/\Sigma M_A=101446/38912=2.61>2$
- Factor de seguridad al deslizamiento: $F.S.=(\mu\Sigma F_V)/\Sigma F_H=0.52\times 43313/14592=1.54>1.5$
- Presión en el suelo:

$$\text{Punto de paso de la resultante}=(101446-38912)/43313=1.44 \text{ m.}$$

$$e=3.75/2-1.44=0.44<B/6=3.75/6=0.63 \text{ m.}$$

$$q=43313/100/375\pm 43313\times 44\times 375/2/(1/12\times 100\times 375^3)=1.97<2.5$$

$$=0.34<2.5$$

Al igual que en el ejemplo anterior, se asume que la verificación de la falla por deslizamiento del terreno en conjunto con el muro se ha efectuado y los factores de seguridad calculados son adecuados.

Diseño de la armadura de la pantalla vertical: El refuerzo principal de la pantalla vertical es horizontal. La luz libre entre contrafuertes es 2.8 m. El procedimiento correcto para la determinación de los momentos en la pantalla vertical es calcular el momento en el eje del contrafuerte y luego determinar su valor a la cara de éste. Sin embargo, por simplicidad, los momentos se calcularán considerando la luz libre de la pantalla. De este modo los momentos positivos y negativos sobre la pantalla serán:

$$M_u^- = w_u \times 2.8^2 / 12 = 0.65 w_u$$

$$M_u^+ = w_u \times 2.8^2 / 24 = 0.33 w_u$$

La distribución del empuje del terreno sobre la pantalla es similar al mostrado en la figura 13.16. Se considerarán 2 tramos para el diseño.

- 1^{er} tramo: Desde el borde superior hasta una altura igual 2.5 m. medida desde el borde. En este tramo, el empuje del suelo es:

$$w=0.24\times 1900\times 2.5=1140 \text{ kg/m.}$$

$$w_u=1.6\times 1140=1824\text{kg/m.}$$

Los cálculos efectuados para determinar los momentos y el refuerzo requerido se presentan en la siguiente tabla:

	Apoyo	Centro del tramo
Momento (kg-cm)	$M_u^- = 0.65 \times 1824 \times 100 = 118560$	$M_u^+ = 0.33 \times 1824 \times 100 = 60192$
R_u (d=35-6=29 cm)	$R_u = 118560 / 100 / 29^2 = 1.41$	$M_u^+ < M_u^-$ por lo tanto también se colocará $A_{smín}^-$
ρ	0.04%	
A_s (cm ²)	$0.04 / 100 \times 100 \times 29 = 1.16 < A_{smín} = 0.0020 \times 100 \times 35 = 7$	
Refuerzo	#5 @ 0.275 m.	#5 @ 0.275 m.

2^{do} tramo: El resto de la altura.

En este tramo, el empuje del suelo es:

$$w=0.24 \times 1900 \times 3.75=1710 \text{ kg/m.}$$

$$w_u=1.6 \times 1710=2736 \text{ kg/m.}$$

Los cálculos efectuados para determinar los momentos y el refuerzo requerido se presentan en la siguiente tabla:

	Apoyo	Centro del tramo
Momento (kg-cm)	$M_u^- = 0.65 \times 2736 \times 100 = 117840$	$M_u^+ = 0.33 \times 2736 \times 100 = 90288$
R_u (d=37.5-6=31.5)	$R_u = 117840 / 100 / 31.5^2 = 1.79$	$M_u^+ < M_u^-$ por lo tanto también se colocará $A_{smín}$
ρ	0.05%	
A_s (cm ²)	$0.05 / 100 \times 100 \times 31.5 = 1.58 <$ $A_{smín} = 0.0020 \times 100 \times 37.5 = 7.50$	
Refuerzo	#5 @ 0.275 m.	#5 @ 0.25 m.

Para uniformizar el refuerzo horizontal en la pantalla, dado que la diferencia entre el refuerzo en el primer y segundo tramo es mínima, se colocarán varillas #5 @ 0.25 m. en todo lo alto de la pantalla vertical.

La fuerza cortante por metro de alto de pantalla, en la cara de los contrafuertes es:

$$V_u = 2736 \times 2.80 / 2 = 3830 \text{ kg.}$$

$$\phi V_c = 0.75 \times 0.53 \times 14.5 \times 100 \times 31.5 = 18156 \text{ kg} > V_u$$

El refuerzo vertical de la pantalla se determina con el diagrama de momentos mostrado en la figura 13.16:

$$M_{1u} = 1.6 \times (0.03 \times (0.24 \times 1900 \times 7.5) \times 7.5^2 \times 3 / 7.5) = 3693 \text{ kg-m} = 369300 \text{ kg-cm.}$$

$$R_u = 369300 / 100 / 39^2 = 2.43$$

$$\rho = 0.06\%$$

$$A_s = 2.34 \text{ cm}^2 < A_{smín} = 0.0015 \times 100 \times 45 = 6.75 \text{ cm}^2.$$

Se distribuirán varillas #4 @ 0.19 m. ó varillas #5 @ 0.30 m.

El momento M_{2u} es igual a la cuarta parte de M_{1u} y por lo tanto, sólo requerirá refuerzo mínimo.

La fuerza cortante en la base de la pantalla vertical es:

$$V_u = 2736 \times 3.75 / 2 + 2736 \times 3 + 2736 \times 0.75 / 2 = 13284 \text{ kg.}$$

$$\phi V_c = 0.75 \times 0.53 \times 14.5 \times 100 \times 39 = 22479 \text{ kg} > V_u$$

Diseño de la armadura del talón posterior: El talón posterior se diseña de modo similar a la pantalla vertical, es decir, con el refuerzo principal perpendicular a los contrafuertes. La carga proveniente del peso propio y del terreno es:

$$q_{iu}=1.2 \times (2400 \times 0.50 + 1900 \times 7.5) = 18540 \text{ kg/m.}$$

La reacción amplificada del terreno en el borde del talón es $1.6 \times 3400 = 5440 \text{ kg/m}^2$ y en la cara del apoyo, $1.6 \times 13180 = 21088 \text{ kg/m}^2$. La distribución de fuerzas externas sobre el talón es la mostrada en la figura 13.27. Casi la totalidad del talón está sometido a cargas dirigidas hacia abajo. Por ello, sólo se calculará el refuerzo para esta carga y en una franja de 1 m. medida a partir de la cara del apoyo, el acero calculado será provisto en la cara superior e inferior del talón. La carga a que está sometido el talón es:

$$w_u = 13100 \text{ kg/m}^2.$$

$$M_u = 13100 \times 2.8^2 / 12 = 8559 \text{ kg-m.} = 855900 \text{ kg-cm.}$$

$$R_u = 855900 / 100 / 40^2 = 5.35$$

$$\rho = 0.14\%$$

$$A_s = 5.6 \text{ cm}^2 < A_{s\text{min}} = 0.0018 \times 100 \times 50 = 9 \text{ cm}^2.$$

Se distribuirán varillas #5 @ 0.22 m. en ambas direcciones.

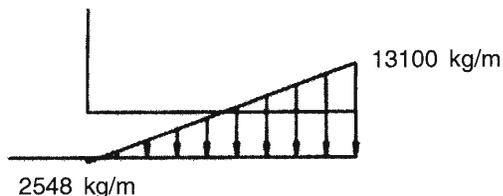


Figura 13.27. Ejemplo 13.2

La fuerza cortante en la cara del talón posterior es:

$$V_u \approx 13100 \times 2.25 / 2 = 14738 \text{ kg.}$$

$$\phi V_c = 0.75 \times 0.53 \times 14.5 \times 100 \times 40 = 23055 \text{ kg} > V_u$$

En la cara de los contrafuertes, la fuerza cortante es:

$$V_u \approx 13100 \times 2.8 / 2 = 18340 \text{ kg.} < \phi V_c$$

Diseño de la armadura del talón anterior: La presión última en el borde del talón anterior es 31520 kg/m^2 y en la cara del apoyo, 24216 kg/m^2 . El momento flector último es:

$$M_u = 31520 \times 1.05^2 / 3 + 24216 \times 1.05^2 / 6 = 16033 \text{ kg-m.}$$

$$R_u = 1603300 / 100 / 40^2 = 10.02$$

$$\rho=0.27\%$$

$$A_s=0.27/100 \times 100 \times 40=10.8 \text{ cm}^2 > A_{s_{\min}}=9 \text{ cm}^2.$$

Se distribuirá varillas #5 @ 0.18 m. y en el sentido perpendicular, refuerzo #5 @ 0.22 m. La fuerza cortante en la cara del talón anterior es:

$$V_u=1.05/2 \times (31520+24216)=29261 \text{ kg.}$$

$$\phi V_c=0.75 \times 0.53 \times 14.5 \times 100 \times 40=23055 \text{ kg} < V_u$$

Es necesario afinar el valor de V_u considerándolo a d de la cara del apoyo:

$$V_u=29261-(24216+31520) \times 0.4/2=18114 < \phi V_c$$

Diseño del contrafuerte: El refuerzo requerido por el contrafuerte ha sido calculado en varias secciones: en la base, a un tercio de la altura y en el centro del elemento. Los resultados se resumen en la siguiente tabla.

Sección analizada	En la base	A un tercio de la altura	Al centro del elemento
M_u (kg-m)	153900	45600	19238
V_u (kg)	61560	27230	15390
d (cm)	$270-6=264$	$190-6=184$	$150-6=144$
T_u (kg)	$61560 \times \cos 73^\circ + 153900 \times 100 \times \sin 73^\circ / 264 = 73747$	$27230 \times \cos 73^\circ + 45600 \times 100 \times \sin 73^\circ / 184 = 31661$	$15390 \times \cos 73^\circ + 19238 \times 100 \times \sin 73^\circ / 144 = 17276$
A_s (cm ²)	$73747 / 0.9 / 4200 = 19.51$	$31661 / 0.9 / 4200 = 8.38$	$17276 / 0.9 / 4200 = 4.57$
Varillas	2#8	2#8	2#5

La cantidad de refuerzo requerido no puede ser distribuido en un contrafuerte de 20 cm. de espesor por lo que éste será incrementado a 35 cm. Los momentos en la pantalla y el talón posterior se reducirán lo cual no alterará el diseño ya que éstos cuentan con refuerzo mínimo.

El refuerzo horizontal del contrafuerte se calcula de acuerdo a las reacciones que éste ejerce sobre la pantalla vertical. La tensión será:

$$T_u=2736 \times 3/2=4104 \text{ kg.}$$

$$A_s=4104 / 0.9 / 4200=1.09 \text{ cm}^2 < A_{s_{\min}}=0.0020 \times 100 \times 35=7 \text{ cm}^2.$$

Por lo tanto, el refuerzo horizontal estará provisto por varillas #4 @ 0.18 m.

El refuerzo vertical se determina de modo similar pero considerando el efecto del talón posterior del muro. La tensión es:

$$T_u \approx 13100 \times 2.25 / 2 \times 3 / 2 = 22106 \text{ kg.}$$

$$A_s = 22106 / 0.9 / 4200 = 5.8 \text{ cm}^2. > A_{s\text{min}} = 0.0012 \times 100 \times 35 = 4.2 \text{ cm}^2.$$

El refuerzo vertical estará constituido por varillas #4 @ 0.20 m.

Adicionalmente, el contrafuerte se debe verificar por fuerza cortante. Por sus características geométricas se considera como una viga peraltada sometida a carga uniformemente repartida y por lo tanto, la sección crítica se ubica a $0.15l_n = 0.15 \times 7.5 = 1.125 \text{ m.}$ de la base. La resistencia a la fuerza cortante en esta sección es:

$$\phi V_c = 0.75 \times 0.53 \times 14.5 \times 35 \times 224 = 45188 \text{ kg}$$

Y la fuerza cortante última en la misma es:

$$V_u = 2736 \times 6.375 \times 3.0 / 2 = 26163 \text{ kg.} < \phi V_c$$

En la figura 13.28 se muestra el detallado final del refuerzo de la estructura.

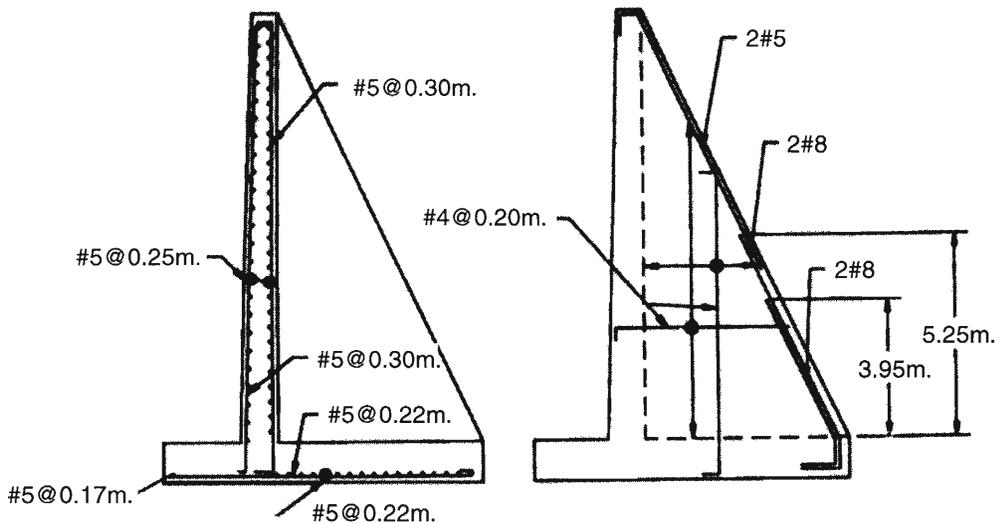


Figura 13.28. Ejemplo 13.2

14. Concreto simple

En la última versión del código del ACI, se ha incorporado un capítulo referente al diseño de estructuras de concreto simple, tópico que anteriormente se presentaba como un anexo al cuerpo principal del código. En el presente capítulo se presentarán algunos criterios para su diseño, así como algunas recomendaciones para tipos específicos de estructuras como: muros, zapatas y pedestales.

Se denomina *concreto simple* al *concreto estructural* que no cuenta con refuerzo o que cuenta con él pero en una cuantía por debajo de la mínima establecida para concreto reforzado. Se emplea en estructuras sometidas básicamente a esfuerzos de compresión, en estructuras que pueden admitir fisuramiento sin ver afectada su integridad estructural y en estructuras en las que la ductilidad no es un parámetro importante de diseño

Las recomendaciones propuestas en el presente capítulo no son aplicables a losas apoyadas continuamente sobre el terreno a menos que transmitan cargas verticales desde otra parte de la estructura hacia el suelo. Tampoco son válidas para pilotes o pilares de concreto vaciado 'in situ' ni para el diseño de columnas pues el código recomienda no emplear concreto simple en este tipo de estructuras.

14.1 CRITERIOS DE DISEÑO

Las estructuras de concreto simple basan toda su resistencia en el concreto, por lo que es necesario garantizar una calidad mínima del mismo limitando su resistencia a la compresión a por lo menos 175 kg/cm^2 .

Las juntas de contracción son muy importantes en este tipo de estructuras ya que sirven para controlar la magnitud de los esfuerzos de contracción de fragua, cambios de temperatura y *creep*. Al diseñar su ubicación y número se debe tener en cuenta: las condiciones climáticas de la zona, las características del concreto utilizado, el procedimiento empleado para su fabricación, la restricción que tiene la estructura al desplazamiento, etc.

El método de diseño de estructuras de concreto simple, es similar al empleado para estructuras de concreto armado, es decir, las cargas actuantes son amplificadas y la resistencia nominal de la pieza afectada por el factor de reducción. Las combinaciones para amplificar las solicitaciones y los factores de reducción para las distintas solicitaciones son las presentadas en el capítulo 1.

La resistencia nominal de la pieza a la flexión y/o carga axial es determinada bajo la hipótesis que el concreto presenta un comportamiento lineal elástico tanto en tensión como en compresión. Si la estructura cuenta con juntas adecuadamente dispuestas, el agrietamiento del elemento será controlado y se podrá considerar la resistencia a la tracción del concreto. Si la pieza cuenta

con algún tipo de refuerzo, éste no será tomado en cuenta para determinar su resistencia nominal. Al evaluar la resistencia a flexión y/o compresión, de un elemento vaciado contra el terreno, se reducirá su peralte en 5 cm. para tener en cuenta las irregularidades de la excavación y la contaminación del concreto en contacto con el terreno.

En la Tabla 14.1. se resumen las expresiones a emplear para el diseño de estructuras de concreto simple frente a diversos tipos de solicitaciones. Las expresiones presentadas corresponden a las ecuaciones (22-1) a (22-11) del código del ACI.

Solicitación	Resistencia
Flexión	$\phi M_n \geq M_u$ (22-1)
	$M_n = 1.3 \sqrt{f'_c} S$ cuando controla la tracción (22-2)
	$M_n = 0.85 f'_c S$ cuando controla la compresión (22-3)
Compresión	$\phi M_n \geq P_u$ (22-4)
	$P_n = 0.60 f'_c \left[1 - \left(\frac{1_c}{32h} \right)^2 \right] A_1$ (22-5)
Flexo-compresión	$P_u / \phi P_n + M_u / \phi M_n \leq 1$ (22-6)
	$M_u / S - P_u / A_g \leq 13 \sqrt{f'_c} \phi$ (22-7)
Corte por flexión	$\phi V_n \geq V_u$ (22-8)
	$V_n = 1.35 \sqrt{f'_c} b h$ (22-9)
Corte por punzonamiento	$\phi V_n \geq V_u$ $V_n = \left(0.35 + \frac{0.71}{\beta_c} \right) \sqrt{f'_c} b_o h \leq 0.71 \sqrt{f'_c} b_o h$ (22-10)
Aplastamiento	$\phi B_n \geq P_u$ (22-11)
	$B_n = 0.85 f'_c A_1$ (22-12)
	Si el area que soporta la carga es mayor por los cuatro
	lados B_n se puede multiplicar por $\sqrt{\frac{A_2}{A_1}}$ pero siempre $\sqrt{\frac{A_2}{A_1}} \leq 2$

Tabla 14.1. Resistencia de estructuras de concreto simple frente a diversas solicitaciones

En la tabla anterior:

- S: Módulo de sección de la sección bruta del elemento analizado.
- l_c : Luz libre del elemento sometido a compresión.
- h: Espesor del elemento sometido a compresión en la dirección en que se presenta la flexión.
- A_1 : Área cargada del elemento.
- A_2 : Área de la base inferior del mayor tronco de pirámide o tronco de cono contenido íntegramente en el elemento cargado, cuya base superior es A_1 y cuyos lados tienen una inclinación 1V:2H (ver figura 4.5).
- b: Ancho del elemento.
- b_0 : Perímetro de la sección crítica para la verificación del corte por punzonamiento.
- β_c : Relación entre el lado mayor y el lado menor de la superficie donde se aplica la carga concentrada o reacción.
- ϕ : 0.55 en todos los casos

14.2 MUROS DE CONCRETO SIMPLE

Los muros de concreto simple deberán apoyarse continuamente en el suelo, cimentación, o cualquier otro miembro capaz de darle apoyo continuo. Serán diseñados para resistir las cargas verticales y horizontales a las que están sometidos. La excentricidad mínima de diseño es 0.1 h. Los muros sometidos a compresión axial con la fuerza vertical ubicada dentro del tercio central, podrán diseñarse mediante el método empírico que se presenta en la sección 14.2.2. En cualquier otro caso y para otra sollicitación, se emplearán las expresiones presentadas en la sección 14.1.

14.2.1 Limitaciones

Los muros de concreto simple deben ser arriostrados de modo que sus extremos no puedan desplazarse lateralmente. Su espesor h mínimo será:

$$h \geq \frac{\text{Menor dimensión del muro}}{24}$$

$$h \geq 14 \text{ cm.}$$

La menor dimensión del muro puede corresponder a su altura o a la distancia entre sus apoyos. En el caso particular de los muros exteriores de sótanos y muros de cimentación el código recomienda un espesor mínimo de 20 cm.

Al igual que en muros de concreto armado, se considera que las cargas concentradas que actúan sobre el muro son resistidas sólo por una porción de él cuyo ancho es igual a la menor de la distancia centro a centro entre dos cargas sucesivas y $(b+4h)$, donde h es el espesor del muro (ver figura 11.1).

Se deberá colocar por lo menos dos varillas #5 alrededor de las aberturas de puertas y ventanas. Estas varillas se extenderán, por lo menos, 60 cm. más allá de los bordes de las mismas.

14.2.2 Método empírico

El método empírico consiste en comparar la carga aplicada sobre el muro con la resistencia nominal del mismo, P_{nw} , de modo que:

$$P_u \leq \phi P_{nw} \quad (14-1)$$

(ACI-Ec-(22-13))

donde: P_u : Carga axial amplificada del muro.

ϕ : Factor de reducción de resistencia igual a 0.55 pues es concreto simple.

La carga P_{nw} es igual a:

$$P_{nw} = 0.45f'_c A_g \left[1 - \left(\frac{l_c}{32h} \right)^2 \right] \quad (14-2)$$

(ACI-Ec(22-14))

donde: A_g : Área de la sección bruta del muro.

l_c : Luz libre del muro.

h : Espesor del muro.

14.3 PEDESTALES

Los pedestales son elementos que sirven de apoyo a maquinarias, equipos etc. Para garantizar su estabilidad es conveniente que la relación entre su altura H y su menor dimensión transversal sea inferior a 3. Esta limitación puede obviarse si el elemento está enterrado de modo que el suelo sea capaz de proveerle restricción al desplazamiento lateral. Es recomendable que la altura del dado sea mayor que 20 cm. por comodidad constructiva.

Los pedestales admiten pequeñas excentricidades, como la mostrada en la figura 14.1 siempre que no se exceda la resistencia del elemento.

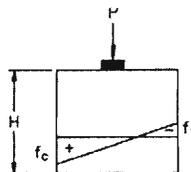


Figura 14.1. Pedestal cargado excéntricamente

Se debe verificar que la carga de compresión sobre el pedestal no exceda la resistencia al aplastamiento de la pieza, definida en la sección 14.1.

14.3.1 Dados de concreto zunchado

Para incrementar la resistencia de los pedestales y de las zonas de anclaje en concreto postensado, se puede proveerles de zunchado transversal. Esta técnica es muy usada en Europa y se denomina zunchado Freysinnet. Los zunchos impiden la deformación transversal del dado. Para su colocación en obra, se dispone varillas verticales espaciadoras, pero éstas no se toman en cuenta en la resistencia. Los zunchos pueden ser simples como estribos aislados o perfectos como los mostrados en la figura 14.2. La resistencia última del pedestal con refuerzo transversal será, según el reglamento francés de 1960:

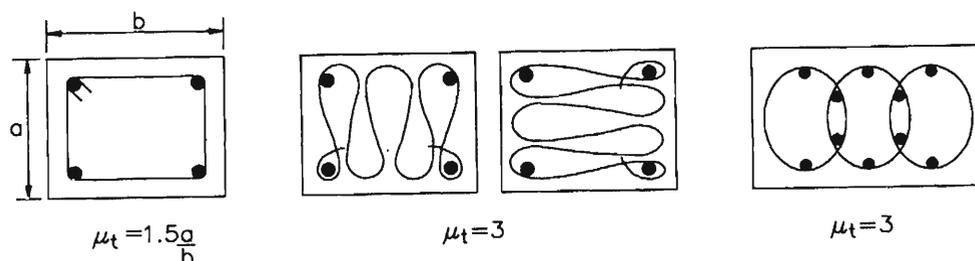


Figura 14.2. Tipos de zunchos para pedestales

$$P_{zu} = P_{cu} \left[1 + \mu_t \frac{V_z}{V_c} \left(1 - \frac{2s}{a} \right) \frac{f_y}{f'_c} \right] \quad (14-3)$$

- donde:
- P_{cu} : Resistencia del pedestal de concreto sin armadura
 - P_{zu} : Resistencia del pedestal zunchado
 - V_z : Volumen del zuncho
 - V_c : Volumen del concreto zunchado
 - s : Espaciamiento entre zunchos
 - a : Menor dimensión transversal del núcleo zunchado
 - μ_t : Coeficiente que depende del tipo de zunchado
 - f_y : Límite elástico del acero del zuncho
 - f'_c : Resistencia a los 28 días

Esta fórmula es aplicable sólo si se verifican las condiciones siguientes:

1. La altura zunchada es inferior al doble de la menor dimensión transversal de la pieza.
2. En el cálculo sólo se considera la sección de concreto interior a la armadura de zunchado, por el riesgo de desprendimiento del recubrimiento.
3. La menor dimensión transversal de la pieza es mayor que 25 cm.
4. La relación entre el volumen de los zunchos al volumen total de la pieza debe ser superior al 6/1000.
5. La armadura del zuncho está anclada en sus dos extremos.

El reglamento francés indica en ningún caso el esfuerzo del concreto en pedestales zunchados será mayor a $14.5\sqrt{\phi_b f'_c}$ kg/cm² bajo cargas de servicio. El término ϕ_b es un factor que define el porcentaje de la resistencia a la compresión que será utilizado y su valor se indicará más adelante. En consecuencia:

$$P_{zmax} = 14.5\sqrt{\phi_b f'_c} A_c \quad (14-4)$$

$$P_c = \phi_b f'_c A_c \quad (14-5)$$

Dividiendo (14-6) entre (14-7) y acomodando:

$$P_{zmax} = \frac{14.5}{\sqrt{\phi_b f'_c}} P_c$$

Por analogía, para carga últimas:

$$P_{zu} \leq \frac{14.5}{\sqrt{\phi_b f'_c}} P_{cu} \quad (14-6)$$

El factor ϕ_b depende de la calidad del cemento, del tipo de control en obra, de la forma de la pieza y del tipo de esfuerzo, ya sea compresión pura, flexión compuesta o flexión simple. Según el reglamento francés de 1960:

$$\phi_b = \alpha\beta\gamma\delta\epsilon \quad (14-7)$$

El valor de cada una de las variables se muestra en la Tabla 14.2, para el caso de compresión pura.

Variable	Valor	Condiciones
α	1	Para concretos hechos con cemento tipo 250/315 que equivale al Portland tipo I
	5/6	Para concretos hechos con cementos especiales tipos 315/400 ó 355/550 de las Normas Francesas
β	1	Para concretos controlados
	5/6	Para concretos elaborados bajo control severo
γ	1	Para elementos cuya dimensión mínima a es mayor que 4 veces el tamaño de la malla que retiene el 10% del agregado grueso (c_g).
	$a/4c_g$	Para elementos cuya dimensión mínima a es menor que $4c_g$. Si la altura es menor que a se tomará H en lugar de a
δ	0.30	Para piezas sometidas a compresión pura
ϵ	1	Para piezas rectangulares

Tabla 14.2 Factores para la determinación del término f_b .

Para pedestales de concreto normal, elaborados bajo un adecuado control de calidad, se tendrá:

$$\alpha = 1$$

$$\beta = 1$$

$$\gamma = 1$$

$$\delta = 0.30$$

$$\epsilon = 1$$

Y por lo tanto:

$$\phi_b = 0.30$$

Si el concreto es de $f'_c = 210 \text{ kg/cm}^2$, haciendo uso de (14-8), el límite del coeficiente de zunchado será:

$$P_{zu} \leq 1.83P_{cu}$$

14.4 ZAPATAS

Las zapatas de concreto simple se dimensionarán con los mismos criterios presentados en el capítulo 12. Este tipo de estructuras no podrán ser empleadas cuando se apoyen sobre pilotes y su espesor mínimo será 20 cm.

Para el diseño de la zapata por flexión, la sección crítica se ubicará:

- Para zapatas que sostienen columnas, pedestales o muros de concreto, en la cara de la columna, pedestal o muro.
- Para zapatas que sostienen muros de albañilería, en la sección ubicada al centro entre la cara del muro y su eje.
- Para zapatas que sostienen columnas con plancha de base, en la sección ubicada al centro entre el borde de la plancha de base y la cara de la columna.

La resistencia al corte en zapatas de concreto simple cerca a cargas concentradas o reacciones será verificada para la más crítica de las condiciones que se presentan a continuación:

- Corte por flexión, en una sección crítica ubicada a h de la cara de la carga concentrada.
- Corte por punzonamiento, en una sección crítica perpendicular al plano de la cimentación, ubicada de modo que su perímetro b_0 sea mínimo pero sin que sea necesario que dicha sección se aproxime más de $h/2$ al perímetro de la carga concentrada.

Las columnas o pedestales de sección circular o poligonal podrán ser considerados como elementos de sección cuadrada para ubicar con mayor facilidad las secciones críticas para el diseño de la zapata por corte y flexión. La zapata también deberá verificarse para que no se

exceda su resistencia al aplastamiento en las superficies de contacto con otros elementos a través de las cuales se transmite carga.

En estructuras asísmicas no se podrá usar zapatas o cimientos sin armar excepto para viviendas unifamiliares de menos de 3 pisos de muros de tabiques con pisos derechos de madera.

15. Losas Armadas en dos direcciones

15.1 INTRODUCCIÓN

Las losas armadas en dos direcciones son losas que transmiten las cargas aplicadas a través de flexión en dos sentidos. Este comportamiento se observa en losas en las cuales la relación entre su mayor y menor dimensión es menor que dos. A lo largo del tiempo, los métodos de diseño de estos elementos han ido variando. En un inicio, el desconocimiento del comportamiento real de este tipo de estructuras llevó a la creación de patentes para su diseño y construcción. Antes de entrar en servicio, las losas eran sometidas a pruebas y el proyectista daba una garantía por un período determinado de tiempo. Los procedimientos de diseño empleados consideraban, erradamente, que parte de la carga aplicada sobre la losa generaba esfuerzos en una dirección y el resto tenía un efecto similar en la otra. Es decir, la carga se repartía en las dos direcciones principales.

En 1914, J. R. Nichols propuso usar principios de estática para la determinación de los esfuerzos de flexión en las losas. A diferencia de sus predecesores, consideró que el total de la carga aplicada generaba esfuerzos en ambas direcciones del elemento. Este principio no fue aceptado sino hasta mediados de 1925 y fue incluido en el código del ACI sólo hasta 1971. Los esfuerzos obtenidos aplicando el método de Nichols no son exactos, sin embargo, permiten diseñar losas que funcionan eficientemente.

En 1940, el Joint Comitee ACI-ASCE planteando un método de coeficientes para el diseño de losas armadas en dos sentidos con vigas en los bordes de los paños. Este método todavía se emplea y lo consignan en sus textos numerosos autores. Se presenta en la sección 15.4.

Hasta la década de 1950, se desarrollaron estudios del comportamiento de las losas basados en la teoría elástica clásica. La teoría de las deflexiones pequeñas en placas para materiales homogéneos e isotrópicos, desarrollada principalmente por Westergaard, sirvió de base a las tablas propuestas en versiones anteriores del código del ACI para el diseño por flexión de este tipo de elementos. Este planteamiento tiene el inconveniente que dada su complejidad era necesario suponer condiciones de frontera ideales y, por lo tanto, se apartaban de la realidad, generando en muchos casos soluciones costosas.

En 1943, K. W. Johansen propuso la teoría de las líneas de fluencia. Esta teoría supone que conforme se incrementa la carga, se desarrollan articulaciones en la losa, a manera de bisagras, que generan la rotación de trozos rígidos del elemento. Este planteamiento basado en un análisis plástico conduce a espesores de losa menores que los obtenidos a través otros métodos y por ello es preciso verificar, siempre, sus condiciones de servicio. La

ventaja de este procedimiento es que permite el análisis de estructuras de toda forma, rectangular, triangular, circular, etc. Sin embargo, presenta el inconveniente que algunas losas continuas diseñadas con este procedimiento tienden a presentar rajaduras en el borde superior de su perímetro, a una cierta distancia del apoyo. La teoría de las líneas de fluencia es el método más sencillo desarrollado para el análisis de losas, teniendo en cuenta el comportamiento plástico del concreto armado.

Otros investigadores que han aportado con sus investigaciones al conocimiento del comportamiento de losas armadas en dos direcciones son: Ockleston, Mansfield, Rzhantsyn, Powell, Wood, Sawczuk, Gamble-Sozen-Siess y Park.

15.2 TIPOS DE LOSAS ARMADAS EN DOS SENTIDOS

En un inicio, las losas armadas en dos sentidos se apoyaron sobre vigas en sus cuatro lados dando lugar a los sistemas de vigas y losas, como el mostrado en la figura 15.1.a. Conforme se fue conociendo mejor el comportamiento de estas estructuras se fue prescindiendo de las vigas y se desarrollaron losas planas, *flat plate* o *flat slab*, figura 15.1.b. Este sistema es eficiente y económico cuando actúa bajo cargas de gravedad, sin embargo, su poca rigidez lateral lo hace inconveniente en regiones de alta sismicidad. El encofrado de las losas planas es más económico que el del sistema de vigas y losa. Además, son erigidas en menos tiempo y permiten aprovechar mejor el espacio vertical de las edificaciones. El tendido de tuberías también es más sencillo por la ausencia de vigas en el techo. Por ello, en zonas de baja sismicidad, las losas planas son muy utilizadas. Son económicas para luces mayores de 6 m.

En ocasiones, las losas planas presentan problemas de punzonamiento alrededor de las columnas. No es posible una adecuada transferencia de las cargas aplicadas sobre la losa hacia la columna. En estas situaciones es posible incrementar el espesor de la losa sobre el apoyo para aumentar la sección de concreto que resiste el corte. Este ensanchamiento se denomina ábaco o panel. También se suele hacer uso de capiteles. En la figura 15.1.c se muestra una losa plana provista de paneles apoyada en columnas con capiteles. Este sistema es conveniente para luces de 6 a 9 m. sometidas a cargas mayores a 500 kg/m².

Al igual que las losas nervadas en una dirección, también existen losas nervadas en dos direcciones como la mostrada en la figura 15.1.d. Sobre las columnas, la losa es maciza para evitar el punzonamiento. Esta estructura permite reducir la carga muerta que sostiene y cubrir luces mayores. Su uso es conveniente en tramos de 7.5 a 12 m. El vacío dejado por la reducción de la sección de la losa puede quedar abierto o ser rellenado por ladrillos.

15.3 CRITERIOS PARA EL DIMENSIONAMIENTO DE LOSAS ARMADAS EN DOS SENTIDOS

En esta sección se presentan algunas recomendaciones sugeridas por el código del ACI para el dimensionamiento de losas armadas en dos direcciones.

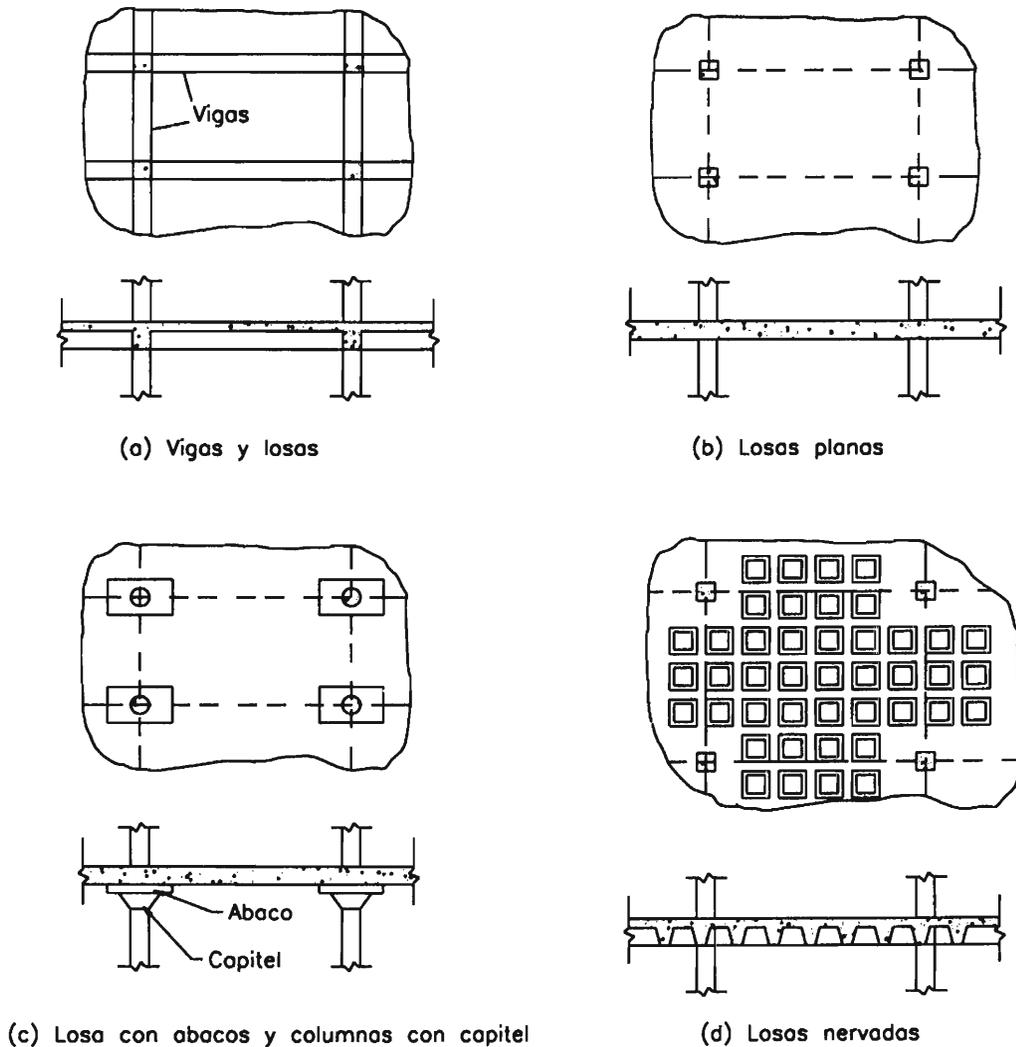


Figura 15.1. Tipos de losas armadas en dos sentidos

15.3.1 Espesor mínimo de la losa

El código del ACI propone espesores mínimos de losa que garantizan que sus deflexiones no sean excesivas. Si los esfuerzos de corte son elevados, dicho espesor debe ser incrementado. Esta situación se suele presentar en los sistemas de losas sin vigas.

El espesor mínimo de losas con vigas entre apoyos, es función de α_m el cual es igual al promedio de los valores de α correspondientes a las vigas que limitan el paño. El parámetro α se determina a través de la siguiente expresión (ACI-13.0):

$$\alpha = \frac{E_{cb} I_b}{E_{cs} I_s} \quad (15-1)$$

- donde: E_{cb} : Módulo de elasticidad del concreto de las vigas.
 E_{cs} : Módulo de elasticidad del concreto de la losa.
 I_b : Momento de inercia de la sección bruta de la viga respecto a su eje centroidal.
 I_s : Momento de inercia de la sección bruta de la losa respecto a su eje centroidal.

Si vigas y losa constituyen un sistema monolítico, se considerará que las vigas incluyen una porción de losa a cada lado, la cual será igual a la proyección de la viga sobre o por debajo de la losa, la que sea mayor y no deberá superar cuatro veces el espesor de la losa (figura 15.2). En la figura 15.3 se muestra las secciones de vigas y losas a ser consideradas en la expresión (15-1).

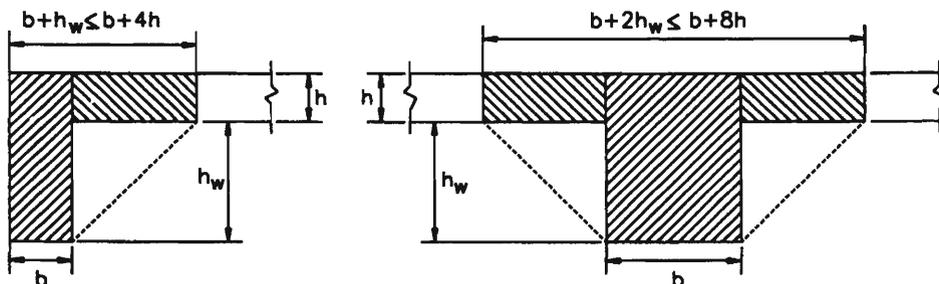


Figura 15.2. Porción de losa que contribuye a la resistencia de la viga

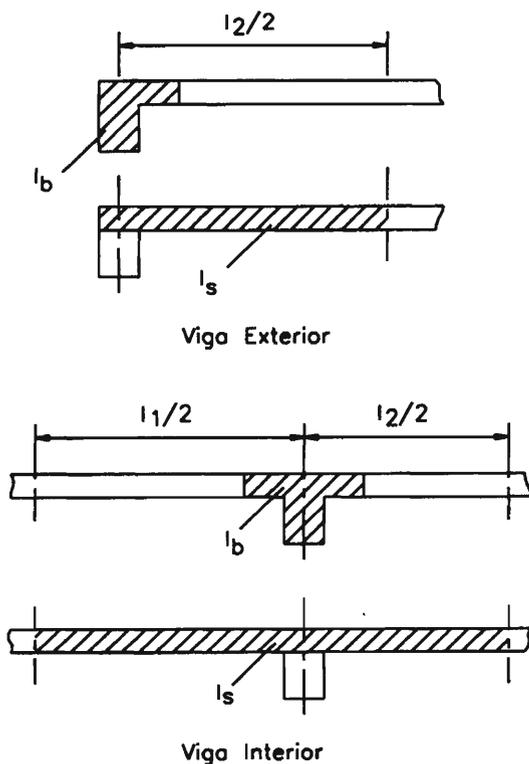


Figura 15.3. Secciones de losas y vigas a ser consideradas para el cálculo de la expresión

Si α_m es menor que 0.2, la rigidez de las vigas es prácticamente nula y por lo tanto, su presencia no se considera. En este caso, los espesores de losa se determinarán haciendo uso de la Tabla 15.1. Para losas con ábacos dicho espesor no deberá ser menor que 10 cm y para losas sin ábacos, será mayor que 12.5 cm.

Esfuerzo de fluencia del acero f_y (kg/cm ²)	Sin ábacos			Con ábacos		
	Paño exterior		Paño interior	Paño exterior		Paño interior
	Sin vigas de borde	Con vigas de borde		Sin vigas de borde	Con vigas de borde	
2800	$l_n/33$	$l_n/36$	$l_n/36$	$l_n/36$	$l_n/40$	$l_n/40$
4200	$l_n/30$	$l_n/33$	$l_n/33$	$l_n/33$	$l_n/36$	$l_n/36$
5250	$l_n/28$	$l_n/31$	$l_n/31$	$l_n/31$	$l_n/34$	$l_n/34$

Tabla 15.1 Espesores mínimos de losas armadas en dos sentidos. (Tabla 9.5(c) del código del ACI).

Si α_m está comprendido entre 0.2 y 2, el espesor de la losa estará dado por la siguiente expresión:

$$h = \frac{l_n \left(0.8 + \frac{f_y}{14000} \right)}{36 + 5\beta(\alpha_m - 0.2)} \quad (15-2)$$

(ACI-Ec(9-12))

y no será menor que 12.5 cm. Si α_m es mayor que 2, el espesor mínimo será:

$$h = \frac{l_n \left(0.8 + \frac{f_y}{14000} \right)}{36 + 9\beta} \quad (15-3)$$

(ACI-Ec(9-13))

El espesor de la losa no será, en ningún caso, menor que 9 cm. En las expresiones (15-2) y (15-3), el parámetro β es igual a la relación entre la mayor y menor luz libre de la losa.

En los extremos discontinuos, la losa deberá proveerse una viga de borde con un valor de α no menor que 0.8 o si no la hay, el peralte será igual al espesor determinado con las expresiones (15-2) y (15-3) incrementado en un 10%.

Las recomendaciones del código en relación al espesor de losas armadas en dos direcciones pueden obviarse siempre que se demuestre que las deflexiones de los elementos horizontales no exceden los máximos permitidos. En la Tabla 8.2 se muestran estos valores. Las flechas deberán calcularse teniendo en cuenta el tamaño del paño y sus condiciones de apoyo. El efecto de la carga sostenida también deberá considerarse.

15.3.2 Ábacos o paneles

Las dimensiones de los ábacos deberán satisfacer las condiciones presentadas en la figura 15.4 (ACI-13.3.7).

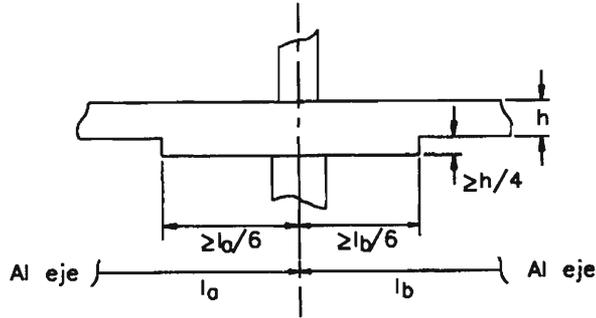


Figura 15.4. Provisiones para el dimensionamiento de ábacos

Para el cálculo del refuerzo negativo sobre la columna, el espesor del ábaco por debajo de la losa no se considerará mayor que un cuarto de la distancia entre la cara de la columna o capitel y el borde del ábaco. Si el espesor del ábaco es mayor, no se tomará en cuenta.

15.3.3 Capiteles

Los capiteles reducen la luz libre de los paños de la losa, sin embargo, para el diseño, esta reducción es limitada a un mínimo del 65% de la luz entre ejes de apoyos. Para el cálculo de los momentos en la losa, las dimensiones de las columnas no se considerarán mayores que las definidas por la intersección del mayor cono circular o pirámide recta que se pueda inscribir entre el capitel y la superficie inferior de la losa o ábaco si es que existe y cuyos lados están inclinados 45° respecto al eje de la columna. La figura 15.5 muestra esta consideración más claramente.

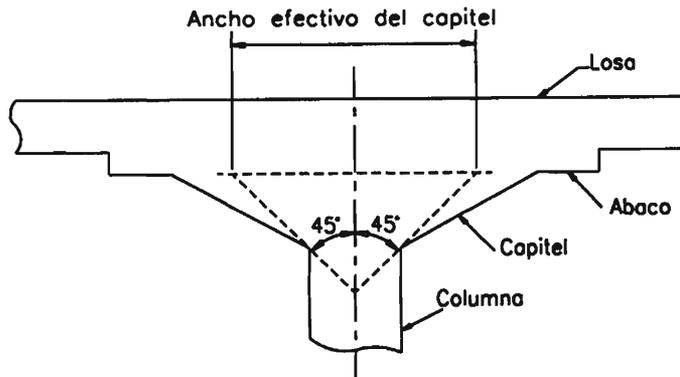


Figura 15.5. Ancho efectivo de una columna provista de capitel

Los capiteles también incrementan la resistencia al punzonamiento de la unión losa-columna pues aumentan el perímetro de la columna.

15.4 DISEÑO DE LOSAS ARMADAS EN DOS DIRECCIONES SEGÚN EL JOINT COMITEE ASCE-ACI 1940

Este método de diseño es aplicable sólo a losas armadas en dos sentidos apoyadas en vigas o muros. Se definen los siguientes parámetros:

- l_s : Luz menor del paño analizado medida centro a centro de los apoyos o luz libre más dos veces el espesor de la losa, el que sea menor.
- l_l : Luz mayor del paño analizado determinada con los mismos criterios que la luz menor.
- w_u : Carga amplificada uniforme por unidad de área.
- m : Cociente de la luz menor del paño entre la luz mayor, $m=l_s/l_l$.

La losa se considera dividida en franjas medias y franjas de columna como se muestra en la figura 15.6. La sección crítica para el máximo momento negativo se ubica en la cara de las vigas y para el máximo positivo, en el centro de los paños. Los momentos, en la dirección mayor y menor, se calculan a través de la siguiente expresión:

$$M = Cw_u l_s^2 \quad (15-4)$$

El valor del parámetro C depende de las condiciones de apoyo de la losa y se indica en la Tabla 15.2.

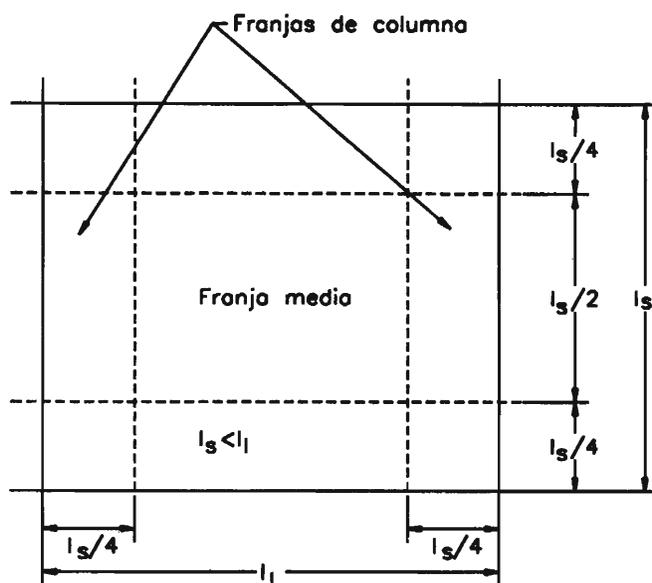


Figura 15.6. Franjas medias y franjas de columna según el método del Joint Comitee ASCE-ACI

Momentos	Luz corta						Luz larga para todo m
	Valor de m						
	1.0	0.9	0.8	0.7	0.6	≤0.5	
Panel interior							
Momento negativo en:							
Extremo continuo	0.033	0.040	0.048	0.055	0.063	0.083	0.033
Extremo discontinuo	–	–	–	–	–	–	–
Momento positivo	0.025	0.030	0.036	0.041	0.047	0.062	0.025
Un extremo discontinuo							
Momento negativo en:							
Extremo continuo	0.041	0.048	0.055	0.062	0.069	0.085	0.041
Extremo discontinuo	0.021	0.024	0.027	0.031	0.035	0.042	0.021
Momento positivo	0.031	0.036	0.041	0.047	0.052	0.064	0.031
Dos extremos discontinuos							
Momento negativo en:							
Extremo continuo	0.049	0.057	0.064	0.071	0.078	0.090	0.049
Extremo discontinuo	0.025	0.028	0.032	0.036	0.039	0.045	0.025
Momento positivo	0.037	0.043	0.048	0.054	0.059	0.068	0.037
Tres extremos discontinuos							
Momento negativo en							
Extremo continuo	0.058	0.066	0.074	0.082	0.090	0.098	0.058
Extremo discontinuo	0.029	0.033	0.037	0.041	0.045	0.049	0.029
Momento positivo	0.044	0.050	0.056	0.062	0.068	0.074	0.044
Cuatro extremos discontinuos							
Momento negativo en:							
Extremo continuo	–	–	–	–	–	–	–
Extremo discontinuo	0.033	0.038	0.043	0.047	0.053	0.055	0.033
Momento positivo	0.050	0.057	0.064	0.072	0.080	0.083	0.050

Tabla 15.2 Coeficientes para el cálculo de los momentos de diseño de losas apoyadas en vigas.

El momento por unidad de ancho obtenido a través de la expresión (15-4) corresponde a la franja media. El momento en la franja de columna será 2/3 del calculado para la franja media. Si el momento negativo a un lado de la viga es menor que el 80% del momento en su otro lado, los 2/3 de la diferencia se reparten a ambos lados, proporcionalmente a las rigideces de las losas.

El procedimiento de diseño por corte de la losa es similar al propuesto por el código del ACI que es presentado en la sección subsiguiente.

El cálculo de los momentos en las vigas se efectúa haciendo uso de las siguientes cargas uniformes, equivalentes a las cargas triangulares o trapezoidales:

- Viga paralela a la luz l_s :
$$w_{\text{equiv}} = \frac{wl_s}{3}$$
- Viga paralela a la luz l_l :
$$w_{\text{equiv}} = \frac{wl_s}{3} \frac{(3-m^2)}{2}$$

El cálculo de las fuerzas cortantes se efectúa empleando la distribución real de la carga sobre la viga.

Por su simplicidad, este método resulta muy útil para el diseño de losas apoyadas en muros y vigas.

15.5 PRINCIPIOS GENERALES PARA EL DISEÑO DE LOSAS ARMADAS EN DOS DIRECCIONES SEGÚN EL CÓDIGO DEL ACI

En la figura 15.7 se muestra el diagrama de cuerpo libre de un elemento diferencial de una losa cargada verticalmente. Como se aprecia, en las caras laterales existen fuerzas de corte horizontales y verticales, fuerza axial, momento flector alrededor del eje paralelo a la cara y momento torsor. Por equilibrio, se puede plantear seis ecuaciones, las cuales no son suficientes para determinar las fuerzas internas. Para establecer ecuaciones adicionales que permitan conocerlas es necesario recurrir a las condiciones de borde. Combinando estas relaciones con las derivadas del equilibrio del elemento diferencial es posible elaborar un sistema consistente de ecuaciones que permiten determinar las fuerzas internas de dicho elemento.

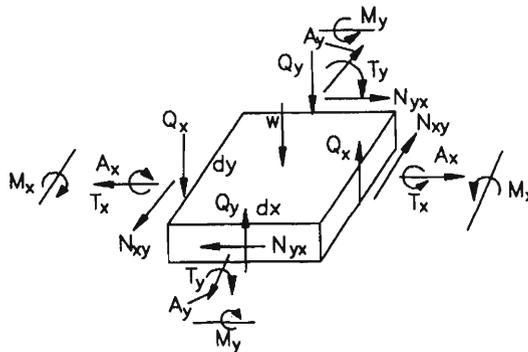


Figura 15.7. Elemento diferencial de una losa

Para hacer factible el desarrollo anterior, es necesario idealizar las condiciones de contorno: borde empotrado, simplemente apoyado o en volado. Aún así, el procedimiento matemático para la resolución del sistema de ecuaciones es complicado y dada la simplificación hecha en torno a los apoyos, su uso es bastante restringido. Si se incluyera los efectos de *creep*, agrietamiento y comportamiento no lineal del concreto, el análisis sería prácticamente imposible. Por lo anterior, un *método exacto* no es de utilidad práctica.

Para el diseño de losas armadas en dos direcciones, el código del ACI propone que éstas se consideren como vigas chatas y anchas apoyadas en las columnas que les sirven de apoyo. Con este criterio, las fuerzas cortantes horizontales y las fuerzas axiales de la losa son despreciadas. Bajo cargas de servicio ambas son pequeñas y por lo tanto es posible obviarlas. Sin embargo, conforme la carga se incrementa, estas fuerzas crecen generando un mecanismo que constituye una reserva importante de resistencia. De todos modos, esta capacidad no es considerada pues se presenta luego de un agrietamiento y deflexión excesivos. Por lo tanto, la simplificación propuesta por el código es lógica y pertinente.

Los esfuerzos en la losa son mayores cerca de elementos rígidos como columnas, vigas y muros. En la figura 15.8.a se muestra el diagrama de momento flector obtenido de un análisis elástico en dos secciones de una losa apoyada directamente sobre columnas. Ya sea en la sección central del paño, donde los momentos son positivos, como en la correspondiente al eje de las columnas, donde son negativos, la mayor concentración de esfuerzos se presenta sobre los apoyos. Por lo anterior, el código del ACI divide los paños en franjas para facilitar la distribución de los momentos en ellos.

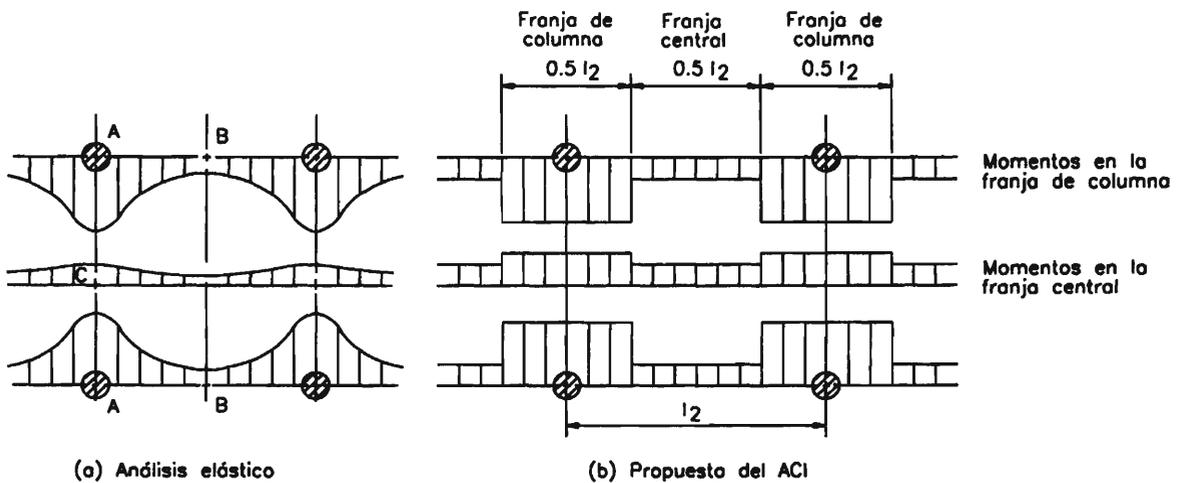


Figura 15.8. Momentos flectores en diferentes secciones de la losa (Ref. 24)

La franja de columna es una franja con un ancho a cada lado del eje de las columnas igual al menor valor entre $0.25l_1$ y $0.25l_2$, donde l_1 y l_2 son las longitudes centro a centro del paño de losa. La franja central es la porción del paño limitada por dos franjas de columna (figura 15.9).

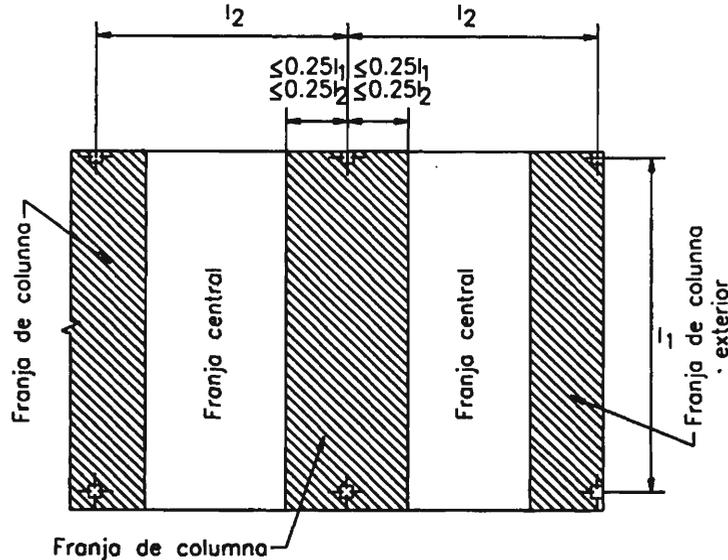


Figura 15.9. Franja central y franja de columna

El código del ACI propone dos métodos simplificados para la determinación de los momentos de diseño de las losas: método directo y método del pórtico equivalente. Ambos son válidos siempre que los paños sean rectangulares y que el sistema esté sometido únicamente a cargas de gravedad. Además, cualquier viga dentro de la estructura debe estar apoyada necesariamente sobre columnas, es decir, los métodos propuestos no pueden ser utilizados si se presentan vigas apoyadas sobre vigas.

El método directo (ACI-13.6) es un método aproximado que estima los momentos flectores en base a coeficientes establecidos. Por esta razón, es aplicable sólo si se satisfacen una serie de requerimientos en torno a las características geométricas del sistema y al tipo de carga. Es un procedimiento sumamente sencillo.

El método del pórtico equivalente es más elaborado que el anterior (ACI-13.7). Consiste en dividir la estructura tridimensional en una serie de pórticos bidimensionales, como el mostrado en la figura 15.10. Estos están limitados por las líneas medias de los paños que los conforman.

Los métodos propuestos por el código se pueden utilizar siempre que las cargas aplicadas sobre la estructura sean verticales. Para el análisis de la losa sujeta a cargas laterales, es posible adaptar el método del pórtico equivalente, teniendo en cuenta la pérdida de rigidez de sus elementos debido al agrietamiento, para lo cual se debe considerar las momentos de inercia reducidos que indica el ACI. Esta consideración evita que se subestime el desplazamiento lateral de la estructura. La pérdida de rigidez no sólo es función del agrietamiento sino también de la concentración del refuerzo y de las dimensiones del paño y de la columna. Para un elemento completamente fisurado y con refuerzo mínimo, la rigidez puede estimarse como un cuarto de

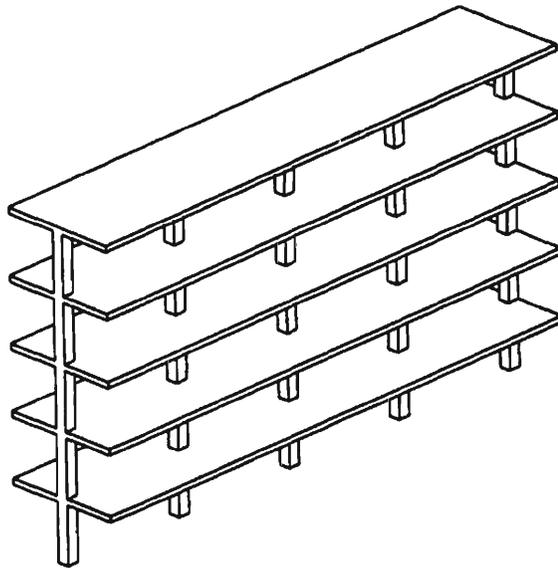


Figura 15.10. Pórtico equivalente

la correspondiente a la sección bruta. Obviamente, las condiciones no son siempre tan desfavorables pero en cualquier caso ese valor da resultados conservadores.

15.6 MÉTODO DIRECTO

Como se indicó en la sección precedente, el método directo es un procedimiento simplificado que permite determinar los momentos de diseño de losas armadas en dos direcciones y de las vigas y columnas que le sirven de apoyo. Los elementos diseñados haciendo uso de este procedimiento satisfacen los requerimientos de resistencia de la estructura y también la mayor parte de las condiciones necesarias para un adecuado comportamiento bajo cargas de servicio. Este método compatibiliza la simplicidad de su procedimiento con los resultados obtenidos a través de procedimientos teóricos y las observaciones efectuadas a lo largo de los años en que se ha trabajado con este tipo de estructuras.

El método directo se aplica en las dos direcciones de armado de la losa por separado. Para el análisis, ésta se divide en secciones constituidas por una franja de columna y dos medias franjas centrales, una a cada lado. Estas porciones de losa son tratadas como vigas anchas y chatas y son analizadas independientemente una de otra.

El método directo consta básicamente de tres etapas:

1. Determinación del momento total estático, M_o , igual a la suma del momento positivo al centro de la luz entre apoyos y la semisuma de los momentos negativos en ellos.
2. Distribución del momento total estático entre los apoyos y el centro de la luz.

- Distribución de los momentos positivos y negativos en la franja de columna y las medias franjas centrales respectivamente.

El método directo está basado en los resultados de pruebas con cargas de gravedad uniformes en modelos en los cuales las reacciones sobre el elemento son determinadas por equilibrio. Es por ello, que este método no se aplica al diseño de losas de cimentación donde, aunque la reacción del suelo es asumida uniforme, las cargas en las columnas no son determinadas por equilibrio, sino que son el resultado del análisis de la estructura superior.

15.6.1 Limitaciones del método directo

Para que el método directo pueda ser utilizado en el análisis de losas armadas en dos direcciones, es necesario éstas satisfagan una serie de características, las cuales se presentan a continuación (ACI-13.6.1):

- La losa debe contar como mínimo con tres paños en cada dirección. La principal causa de esta restricción es que en una losa con sólo dos tramos, la estimación del momento negativo en el único apoyo interno tiende a ser poco conservadora. El método directo propuesto por el código asume tácitamente que la losa mínima consta de nueve paños.
- Los paños deben ser rectangulares con una relación entre la mayor y menor dimensión centro a centro menor que 2. Si esta condición no se satisface, la losa presentará una curvatura más marcada en una dirección y por lo tanto ya no se comportará como una losa armada en dos sentidos.
- Las luces centro a centro de paños adyacentes no deberán diferir en más de un tercio de la luz mayor de las dos. Esta limitación es necesaria pues cuando la diferencia es mayor, los momentos varían más de lo estimado por el método. Además, el código sugiere longitudes de anclaje del refuerzo predefinidas, las cuales pueden ser insuficientes si las luces varían demasiado entre ellas.
- Las columnas podrán desfasarse de su eje principal en no más de un 10% de la luz entre línea de centro de columnas sucesivas (figura 15.11).

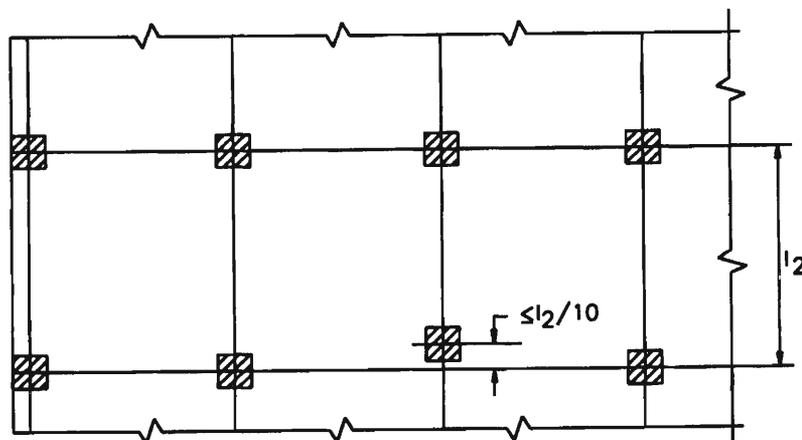


Figura 15.11. Condiciones para la utilización del método directo.

5. Todas las cargas aplicadas deberán ser de gravedad y uniformemente distribuidas en todo el paño. La carga viva deberá ser menor que dos veces la carga muerta. La alternancia de carga viva, siempre que se satisfaga la condición anterior, es prevista por el método. Si la carga viva se aplica simultáneamente en todos los paños, como es el caso de la carga de líquidos, se puede pasar por alto esta condición.
6. En los paños apoyados en vigas en los cuatro lados, la rigidez relativa de las vigas en direcciones perpendiculares no será ni mayor que 5 ni menor que 0.2, es decir:

$$0.2 \leq \frac{\alpha_1 l_2^2}{\alpha_2 l_1^2} \leq 5 \quad (15-5)$$

(ACI-Ec(13-2))

- donde:
- l_1 : Dimensión centro a centro del paño en la dirección en análisis
 - l_2 : Dimensión centro a centro del paño en la dirección perpendicular a la de análisis.
 - α_1 : Parámetro definido en la expresión (15-1) evaluado en la dirección l_1 .
 - α_2 : Parámetro definido en la expresión (15-1) evaluado en la dirección l_2 .
7. Al aplicar el método directo, no se permite redistribución de esfuerzos en los apoyos. Sin embargo, éstos se pueden modificar hasta en un 10% siempre que se efectúe el ajuste necesario en el momento positivo para mantener inalterado el momento estático total.

El método directo puede aplicarse aún si las limitaciones presentadas no son cumplidas si se demuestra que ello no afecta la resistencia y el comportamiento de la estructura.

15.6.2 Determinación del momento total estático

El momento total estático es determinado a través del planteamiento presentado por J. R. Nichols. En la figura 15.12.a se muestra una losa armada en dos sentidos, apoyada sobre columnas rectangulares. Los paños son rectangulares y la carga es uniformemente repartida y constante en todos ellos. El diagrama de cuerpo libre obtenido al aislar la porción de losa achurada es el mostrado en la figura 15.12.b. Las cargas verticales aplicadas sobre ella son una fuerza $w_l l_2 / 2$ actuando hacia abajo que corresponde a la carga uniformemente repartida aplicada sobre la losa y una fuerza $w_c c_2 / 2$, en dirección contraria, que anula la carga aplicada sobre el área correspondiente a la columna, donde c_1 y c_2 son las dimensiones de la columna. Además, está presente la reacción de la columna distribuida a todo lo largo de su perímetro, la cual, sin embargo, es transmitida mayormente a través de las esquinas por lo que se asume que se concentra en ellas. Por simetría, en la cara que coincide con el centro del paño no existe fuerza cortante.

Efectuando sumatoria de momentos alrededor de la línea A-A se llega a:

$$M_o = \frac{w_u l_2 l_n^2}{8} \quad (15-6)$$

(ACI-Ec(13-3))

- donde: M_o : Momento total estático igual a la suma del momento positivo en el centro del tramo y al promedio de los momentos negativos en los apoyos.

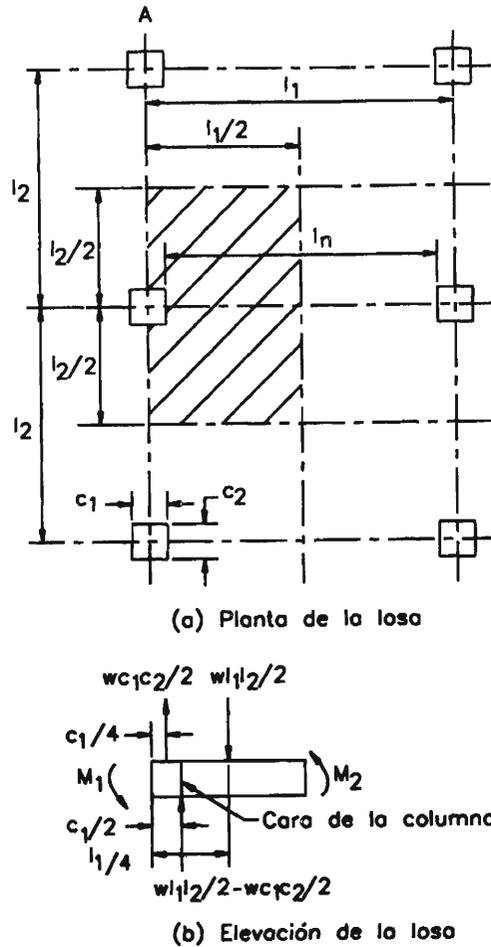


Figura 15.12. Elemento utilizado para la determinación del momento estático total del elemento analizado

w_u : Carga última por unidad de área.

La longitud l_n es la distancia entre las caras de la columna, capiteles o muros pero no será menor que $0.65l_1$. Si los apoyos no son rectangulares, se considerará, para la determinación de l_n , que éstos son equivalentes a soportes cuadrados de igual área, como se muestra en la figura 15.13.

Si las luces perpendiculares a la dirección de análisis, l_2 , varían, se tomará el promedio de ambas. Si se analiza un paño adyacente al extremo de la losa, el término l_2 será sustituido por la distancia entre el eje central del paño extremo y el borde.

15.6.3 Distribución de los momentos positivos y negativos

Los momentos negativos determinados con los criterios que se detallan a continuación corresponden a la cara de los apoyos rectangulares y a la cara del apoyo cuadrado equivalente cuando el soporte no es rectangular (ACI-13.6.3).

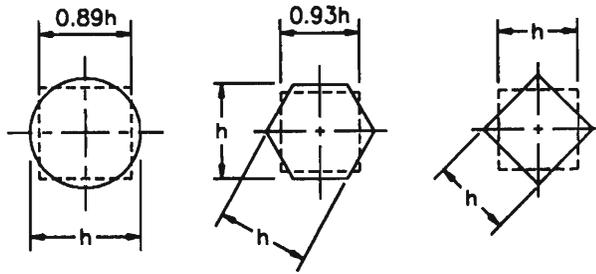


Figura 15.13. Apoyos no rectangulares

En los tramos interiores, se considerará:

- Momento negativo: $0.65M_0$
- Momento positivo: $0.35M_0$

En los tramos exteriores, el momento estático total se distribuye como se indica en la Tabla 15.3.

	Borde exterior no restringido	Losas con vigas entre todos sus apoyos	Losas sin vigas entre apoyos interiores		Borde exterior totalmente restringido
			Sin viga de borde	Con viga de borde	
Momento negativo interior	0.75	0.70	0.70	0.70	0.65
Momento positivo	0.63	0.57	0.52	0.50	0.35
Momento negativo exterior	0	0.16	0.26	0.30	0.65

Tabla 15.3 Coeficientes para distribuir momentos positivos y negativos en los tramos exteriores de las losas armadas en dos sentidos.

Los apoyos internos deberán ser diseñados para resistir el mayor momento negativo que les haya asignado proveniente de los tramos adyacentes a ellos. Es posible efectuar una redistribución de los momentos desbalanceados en función de las rigideces relativas de los elementos adyacentes, pero en ese caso se incrementa el momento positivo en el lado en que disminuya el negativo.

Las vigas de borde y los bordes de la losa deben diseñarse para resistir la torsión que desarrollan para transmitir los momentos negativos exteriores a la columna.

15.6.4 Distribución de los momentos en la franja de columna y en la franja central

El código presenta una serie de tablas que permiten determinar directamente los porcentajes de momento positivo y negativo que son resistidos por la franja de columna. La fracción restante es dividida, proporcionalmente a sus dimensiones, entre las dos medias franjas centrales. Cada franja central debe ser diseñada para resistir la suma de los momentos que han sido asignados a sus correspondientes medias franjas en sus análisis respectivos. Si aquélla es adyacente y paralela a un borde de la losa soportado por un muro, se deberá diseñar para resistir el doble del momento asignado a la media franja central de la primera fila de los apoyos interiores.

En los sistemas de vigas y losas, parte de los momentos asignados a la franja de columna deben ser resistidos por dichas vigas y el resto por la losa. Si el término $\alpha_1 l_2 / l_1$ es mayor que la unidad, la viga se diseñará para resistir el 85% del momento asignado a la franja de columna. Si, por el contrario, es nulo, entonces significa que no existe viga y por lo tanto la losa resiste todo el momento asignado. Para valores intermedios se interpola linealmente. La viga deberá resistir, además de las cargas provenientes de la losa, aquéllas que le son aplicadas directamente.

En seguida se presentan las tablas con los porcentajes de momento positivo y negativo que corresponden a la franja de columna.

Momento negativo interior

El porcentaje de los momentos negativos interiores resistidos por la franja de columna se muestran en la Tabla 15.4. Como se aprecia, la distribución es función de la relación entre las dimensiones de la losa y de la rigidez de sus apoyos representada por el parámetro $\alpha_1 l_2 / l_1$. Si el sistema no cuenta con vigas entre apoyos, el término $\alpha_1 l_2 / l_1$ es igual a 0. Si la losa está apoyada sobre un muro que va a lo largo de la dirección de análisis, éste se considera como una viga infinitamente rígida y por lo tanto el valor de $\alpha_1 l_2 / l_1$ tiende a hacerse muy grande. Cuando el valor del término $\alpha_1 l_2 / l_1$ varía entre 0 y 1, es posible efectuar una interpolación lineal para determinar el porcentaje del momento interior negativo que corresponde a la franja de columna.

l_2/l_1	0.5	1.0	2.0
$(\alpha_1 l_2/l_1)=0$	75	75	75
$(\alpha_1 l_2/l_1)\geq 1.0$	90	75	45

Tabla 15.4. Fracción del momento negativo interior que corresponde a la franja de columna.

Momento negativo exterior

El porcentaje del momento negativo exterior que corresponde a la franja de columna no sólo es función de la relación entre las dimensiones de la losa y la rigidez a la flexión de la viga entre

columnas. También depende del parámetro β_t el cual es igual a la relación entre la rigidez a la torsión de la viga de borde, si es que existe y la rigidez a la flexión de la losa. El valor de β_t se determina a través de las siguientes expresiones:

$$\beta_t = \frac{E_{cb} C}{2E_{cs} I_s} \quad (15-7)$$

$$C = \sum \left(1 - 0.63 \frac{x}{y} \right) \frac{x^3 y}{3} \quad (15-8)$$

El término C está relacionado al momento de inercia polar de la sección indicada en la figura 15.2. Para calcularlo se divide la sección en rectángulos simples cuya menor y mayor dimensión son x e y , respectivamente. Puesto que existen varias posibilidades para la división de la sección se debe considerar aquella que maximice el parámetro C .

Para la determinación de la rigidez torsional de la viga de borde, se ha asumido que G_{cb} es igual $0.5E_{cb}$.

En la Tabla 15.5 se muestra el porcentaje de momento negativo exterior que es absorbido por la franja de columna. En casos intermedios, se interpola linealmente.

l_2/l_1		0.5	1.0	2.0
$(\alpha_1 l_2/l_1)=0$	$\beta_t=0$	100	100	100
	$\beta_t \geq 2.5$	75	75	75
$(\alpha_1 l_2/l_1) \geq 1.0$	$\beta_t=0$	100	100	100
	$\beta_t \geq 2.5$	90	75	45

Tabla 15.5. Fracción del momento negativo exterior que corresponde a la franja de columna.

Si no existe viga de borde, el parámetro β_t es nulo y por lo tanto todo el momento es resistido por la franja de columna. Esto es lógico ya que no existe modo de trasladar los momentos desde la franja central hacia la columna. Si el parámetro β_t es mayor que 2.5, la distribución de momentos es igual que la correspondiente a los momentos negativos interiores.

Cuando los apoyos consisten en columnas o muros cuya dimensión perpendicular a la dirección en estudio es mayor que $0.75l_2$, los momentos negativos pueden asumirse uniformemente distribuidos a lo largo de l_2 .

Momento positivo

El porcentaje del momento positivo resistido por la franja de columna se muestra en la Tabla 15.6.

l_2/l_1	0.5	1.0	2.0
$(\alpha_1 l_2/l_1)=0$	60	60	60
$(\alpha_1 l_2/l_1) \geq 1.0$	90	75	45

Tabla 15.6. Fracción del momento positivo que corresponde a la franja de columna.

15.6.5 Momentos en las columnas

Los momentos de diseño de las columnas que sostienen la losa dependen de su ubicación. Las columnas exteriores, superior e inferior, se diseñarán para resistir todo el momento negativo proveniente de la losa repartido proporcionalmente a sus rigideces.

Las columnas interiores serán diseñadas para un momento proveniente de cargar el tramo adyacente de mayor luz, con toda la carga muerta y la mitad de la carga viva y el tramo de menor luz, sólo con carga muerta. De este modo se obtiene:

$$M = 0.65 \left[\frac{(w_d + 0.5w_l)l_2 l_n^2}{8} - \frac{w'_d l'_2 (l'_n)^2}{8} \right]$$

- donde:
- w_d : Carga muerta en el tramo de mayor luz
 - w_l : Carga viva en el tramo de mayor luz
 - w'_d : Carga muerta en el tramo de menor luz
 - l'_2 : Luz del tramo menor perpendicular a la dirección de diseño.
 - l'_n : Luz del tramo menor entre caras de apoyo.

En la expresión anterior, el factor 0.65 está referido a la fracción del momento estático total que es dirigido hacia los apoyos. Simplificando la relación anterior se llega a:

$$M = 0.081 \left[(w_d + 0.5w_l)l_2 l_n^2 - w'_d l'_2 (l'_n)^2 \right]$$

Una porción de este momento es absorbida por la losa y el resto por las columnas. El código asume que la mayor parte del momento es asumida por las columnas y por ello sugiere para su diseño:

$$M = 0.07 \left[(w_d + 0.5w_l)l_2 l_n^2 - w'_d l'_2 (l'_n)^2 \right] \quad (15-9)$$

(ACI-Ec(13-4))

Este momento es repartido entre las columnas sobre y bajo la losa proporcionalmente a sus rigideces.

15.7 MÉTODO DEL PÓRTICO EQUIVALENTE

El método del pórtico equivalente es un procedimiento para el análisis de sistemas de losas armadas en dos direcciones más elaborado que el método directo. Permite determinar los esfuerzos en la estructura haciendo uso de procedimientos convencionales de análisis estructural. Su uso es más general.

Como ya se mencionó, este método se basa en la transformación de la estructura tridimensional en una serie de sistemas bidimensionales denominados pórticos equivalentes. Estos son capaces de reproducir el comportamiento del conjunto si se toman algunas previsiones en la determinación de sus propiedades.

El pórtico equivalente está constituido por tres elementos básicos, los cuales se presentan en la figura 15.14 y son:

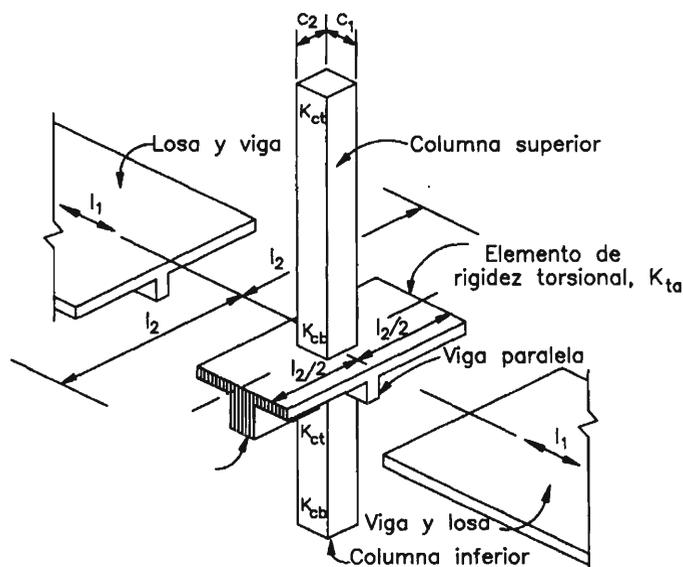


Figura 15.14. Elementos que constituyen el pórtico equivalente

1. Las franjas de losa limitadas por las líneas centrales de los paños adyacentes al eje en estudio. Las vigas dirigidas en la dirección del pórtico se consideran parte de ellas al igual que los ábacos que pudieran existir sobre las columnas.
2. Las columnas u otros soportes verticales alineados a lo largo del eje analizado. En caso de que la losa sea sostenida por capiteles, se considera que éstos forman parte de la columna. La longitud de la columna es evaluada al eje de las losas de niveles consecutivos.
3. Los elementos de la estructura que transmiten los momentos de la losa a la columna, son transversales a la dirección de análisis y se extienden a todo lo ancho de la franja de losa. Son denominados también elementos de rigidez torsional.

El código el ACI presenta recomendaciones para el cálculo de las propiedades geométricas y resistentes de cada uno de éstos elementos, las cuales son detalladas más adelante.

Definida la geometría del pórtico equivalente, se resuelve el sistema haciendo uso de cualquier método de Análisis Estructural considerando los momentos de inercia reducidos indicados en el capítulo 10. En general el pórtico se analiza en su totalidad, sin embargo si sólo se consideran cargas de gravedad, es posible analizar cada nivel por separado. En este caso, se asume que los extremos de las columnas del nivel correspondiente se encuentran empotradas en los extremos opuestos a la losa como se muestra en la figura 15.15 (ACI-13.7.2.5). Para el análisis por carga lateral de pórticos, se debe tomar en cuenta la pérdida de rigidez de la estructura por agrietamiento y la contribución del refuerzo a la misma. Se considera apropiado reducir la rigidez de la losa a valores entre $\frac{1}{2}$ a $\frac{1}{4}$ de la rigidez de la losa sin rajaduras (sección bruta). No se debe usar la ecuación (9-7 del ACI) 8-1 del libro. Se usará la menor rigidez para estimar la deformación lateral del pórtico y la ampliación de los momentos.

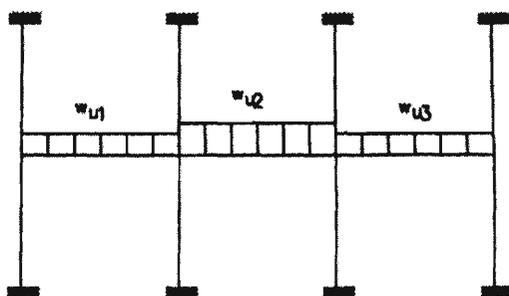


Figura 15.15. Simplificación propuesta por el código del ACI para el análisis del pórtico equivalente

Una vez determinados los momentos positivos y negativos del pórtico equivalente, éstos se reparten entre la franja de columna y las medias franjas centrales siguiendo los mismos criterios presentados en la sección precedente siempre que se satisfaga la relación (15-5) (ACI-13.7.7.5).

En los apoyos internos, la sección crítica para el momento negativo se ubicará en la cara de los apoyos rectangulares siempre que la distancia entre ésta y el eje sea menor que $0.175l_1$. Si los apoyos no son rectangulares deberá considerarse un apoyo equivalente, similar al propuesto para el método directo. Esta provisión es válida tanto para las franjas de columna como para las franjas centrales. En los apoyos exteriores provistos por consolas o capiteles, la sección crítica se ubicará a una distancia de la cara del apoyo no mayor que la mitad de la proyección de la consola sobre el elemento horizontal (ver figura 15.16).

Por su parte, las columnas se diseñan con los momentos obtenidos en el análisis del pórtico equivalente.

Se permite no considerar los cambios de longitud de las columnas y de las losas debidas a las cargas axiales y las deformaciones debidas a las fuerzas cortantes.

15.7.1 Características geométricas de los elementos del pórtico equivalente

Elementos horizontales: losas y vigas

La determinación de la rigidez a la flexión de estos elementos es función de su momento de inercia. Para el cálculo de esta propiedad geométrica, el código recomienda (ACI- 13.7.3):

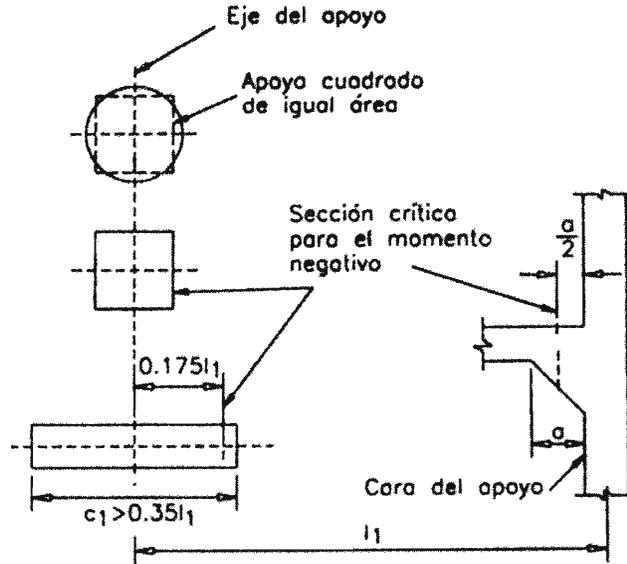


Figura 15.16. Sección crítica para la determinación del momento negativo de diseño

1. El momento de inercia de la porción de losa y viga, si existe, comprendida entre las caras de los apoyos (columnas, capiteles, muros o consolas) se evaluará considerando la sección bruta del elemento. Si la sección varía a lo largo de la luz, se deberá tener en cuenta este efecto. Este caso se presenta cuando la losa contiene ábacos sobre las columnas o capiteles.
2. El momento de inercia del elemento comprendido entre la cara de la columna y su eje será igual al momento de inercia evaluado en la cara de la columna dividido por $(1-c_2/l_2)^2$ donde c_2 y l_2 son las dimensiones de la columna y el paño en la dirección perpendicular a la estudiada.

En la figura 15.17 se muestran algunos de los sistemas de losas con y sin viga más comunes. También se incluye sus secciones transversales entre ejes de columna las cuales permiten evaluar la rigidez a la flexión del elemento.

Columnas

La rigidez a la flexión de las columnas también es función del momento de inercia de la sección bruta del elemento. Si la sección de la columna varía, por la presencia de un capitel, por ejemplo, su efecto en la rigidez deberá considerarse. El momento de inercia de la porción de la columna que atraviesa la losa se asumirá infinito (ACI-13.7.4).

Elementos de rigidez torsional

Estos elementos transmiten los momentos de la losa hacia los apoyos lo cual genera torsión en ellos. En la figura 15.18 se presenta el mecanismo que se desarrolla.

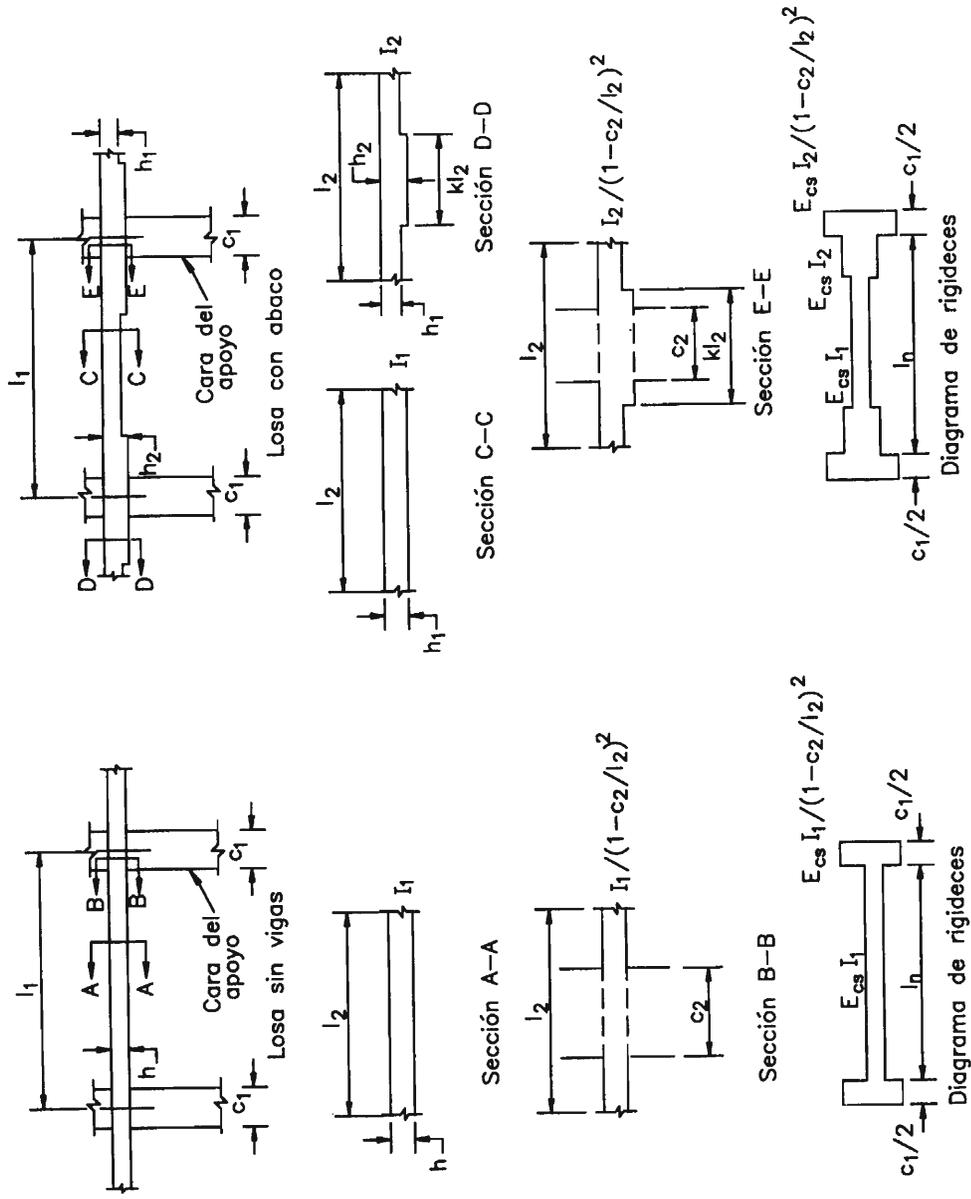


Figura 15.17 (a). Características geométricas de los elementos horizontales del pórtico equivalente

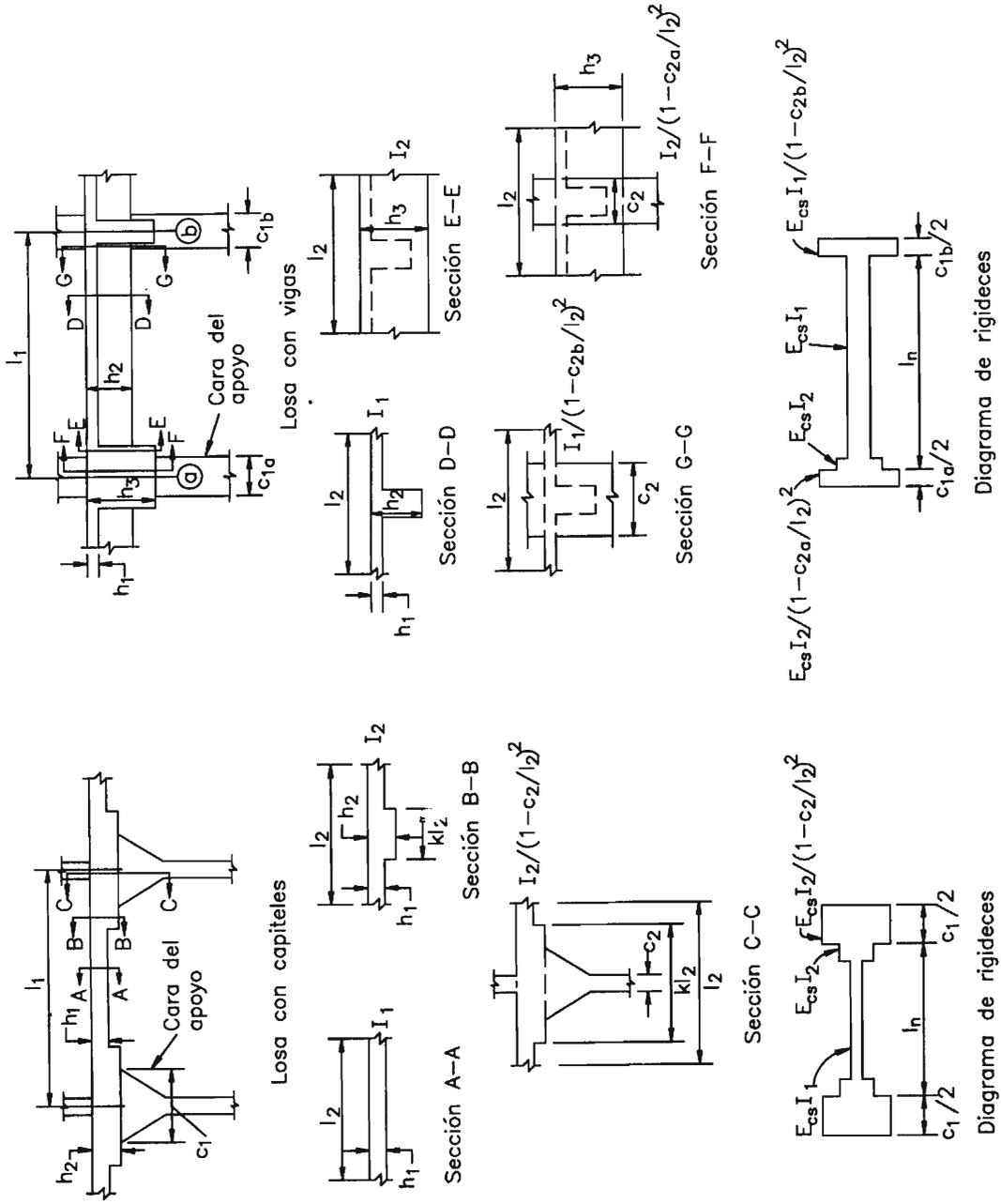


Figura 15.17 (b) Características geométricas de los elementos horizontales del pórtico equivalente

ellos. En la figura 15.18 se presenta el mecanismo que se desarrolla.

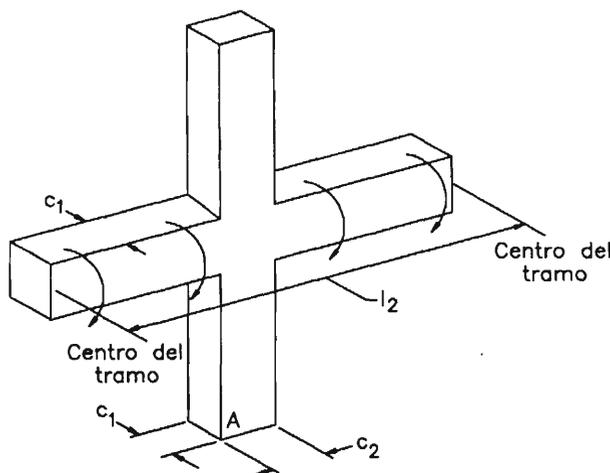


Figura 15.18. Transmisión de los momentos de la losa a las columnas

La sección de los elementos torsionales se asumirá constante a lo largo de su luz. El código recomienda considerar, para el análisis, la mayor de las tres secciones propuestas a continuación (ACI-13.7.5):

1. La porción de losa con un ancho igual al de la columna, consola o capitel en la dirección en la cual se están determinando los momentos.
2. En construcciones monolíticas, la porción de losa anteriormente definida incluyendo, además, la sección de la viga perpendicular a la dirección de análisis sobre y por debajo de la losa.
3. La sección de la viga perpendicular a la dirección de análisis considerando el aporte de la losa definido en la figura 15.2.

En la figura 15.19 se muestran estas tres propuestas para diferentes casos. El primer criterio se aplica a losas sin vigas entre apoyos mientras que el segundo y el tercero se utilizan cuando existen vigas en la dirección perpendicular al eje en estudio.

El comentario del código del ACI propone para la rigidez torsional de estos elementos:

$$K_t = \sum \frac{9E_{cs}C}{l_2(1 - c_2/l_2)^3} \quad (15-10)$$

donde: E_{cs} : Módulo de elasticidad del concreto de la losa.

C : Momento de inercia polar evaluado a través de (15-8).

$$C = \sum \left(1 - 0.63 \frac{x}{y} \right) \frac{x^3 y}{3} \quad (15-11)$$

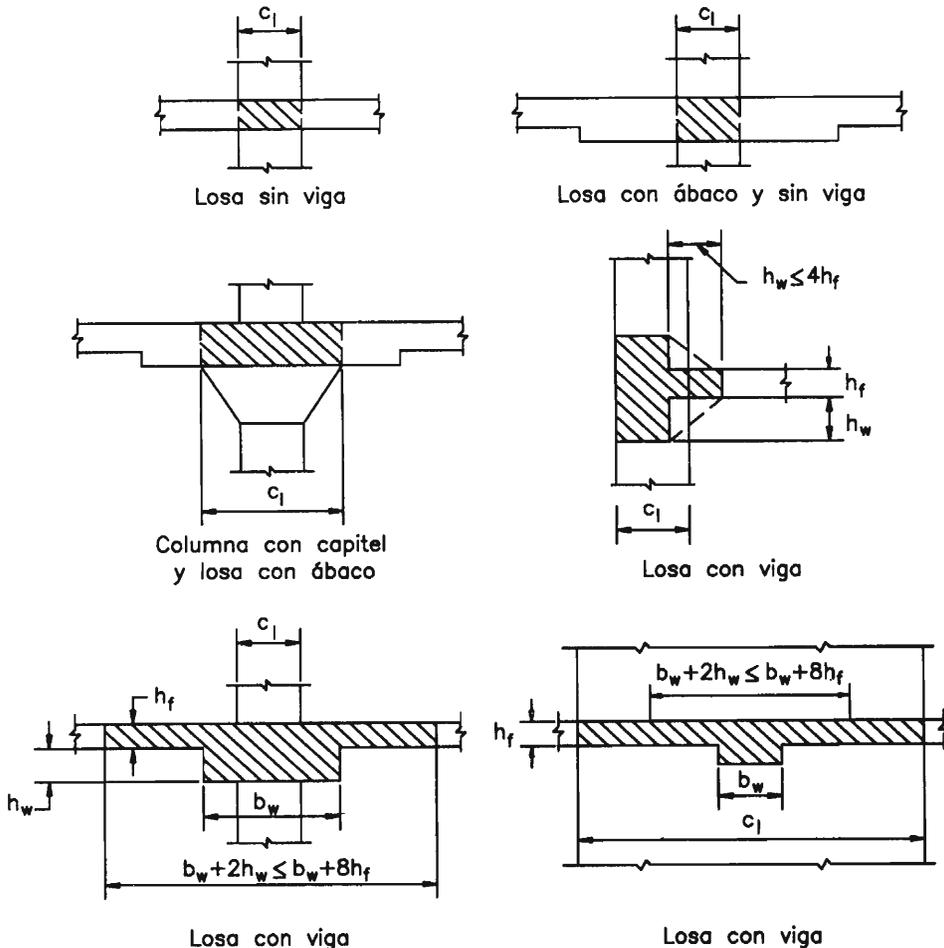


Figura 15.19. Criterios para la determinación de la sección transversal de los elementos

Si existen vigas paralelas a la dirección de análisis, el valor de K_l determinado a través de la expresión (15-10) será multiplicado por un factor igual al cociente del momento de inercia de la losa, incluyendo la viga, entre el momento de inercia de la misma losa sin viga.

En la figura 15.20 se muestra los giros que se producen tanto en los elementos torsionales como en la columna cuando se les aplica los momentos flectores provenientes de la losa. Como se aprecia, el giro en la columna es igual a la suma del giro generado por la torsión en el elemento transversal más su giro propio, el cual es función de su rigidez a la flexión. La columna experimenta, por lo tanto, una mayor rotación por la presencia del elemento torsional. Este efecto debe ser considerado en el análisis del pórtico equivalente.

Para el análisis, se define una columna equivalente cuya rigidez a la flexión es tal que al aplicársele las cargas provenientes de la losa, su rotación es igual al giro total de la columna real. Para determinar la rigidez a la flexión de la columna equivalentes se debe recordar que la inversa de la rigidez, parámetro denominado flexibilidad, es la deformación generada por la

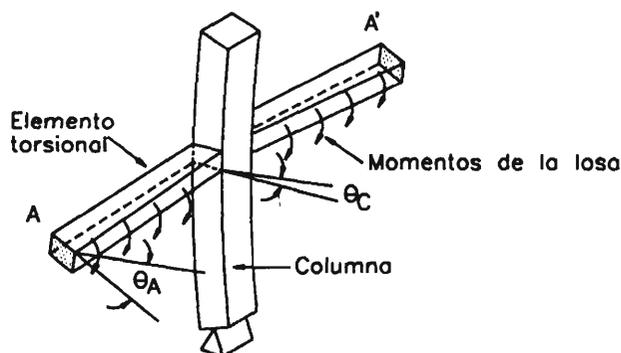


Figura 15.20. Giros que se producen en los elementos torsionales y en las columnas

aplicación de una carga unitaria. Puesto que la carga en el elemento transversal y en la columna deben ser iguales por equilibrio, entonces se puede asumir que ésta es igual a la unidad y por lo tanto el giro total será igual a:

$$\theta_t = \frac{1}{K_t} + \frac{1}{\sum K_c}$$

donde: $\sum K_c$: Suma de las rigideces a la flexión de las columnas sobre y debajo de la losa.

La rigidez de la columna equivalente debe ser igual a la fuerza aplicada sobre la columna real dividida por el ángulo de giro total. Puesto que la fuerza es unitaria, la rigidez equivalente es igual a:

$$K_{eq} = \frac{1}{\frac{1}{K_t} + \frac{1}{\sum K_c}}$$

Al efectuar el análisis del pórtico equivalente, la rigidez de la columna deberá tomarse igual a la obtenida a través de la expresión anterior para así considerar el efecto producido por la presencia de elementos torsionantes.

15.7.2 Alternancia de cargas vivas

Cuando el patrón de carga es conocido, el pórtico equivalente debe ser analizado para tal distribución. Si la ubicación de la carga viva es variable y ésta no es mayor que las tres cuartas partes de la carga muerta, o si la naturaleza de la carga viva es tal que garantice su aplicación simultánea en todos los paños, los momentos de diseño de la estructura se determinarán considerando que toda la carga viva es aplicada.

Si las condiciones presentadas en el párrafo previo no son satisfechas, deberá efectuarse alternancia de cargas vivas para estimar los mayores momentos positivos y negativos. En el primer caso se deberá cargar con un 75% de la carga viva, el tramo analizado y los adyacentes alternadamente como se muestra en la figura 15.21. Para determinar el mayor momento negativo se deberá aplicar un 75% de la carga viva en los tramos adyacentes al apoyo examinado.

Estos momentos no se tomarán menores que los obtenidos cuando se analiza la estructura con el 100% de la carga viva aplicada en todos los tramos.

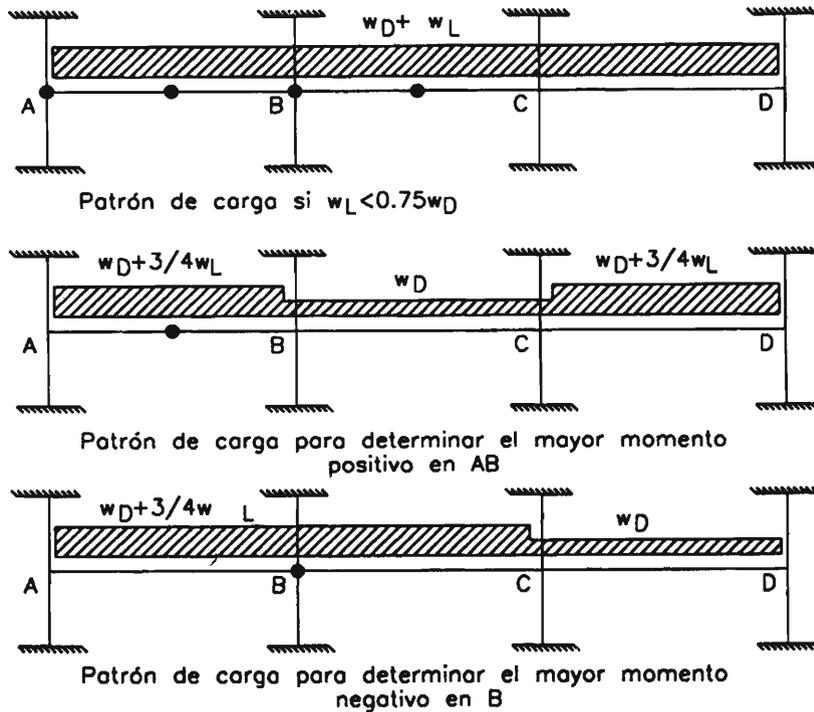


Figura 15.21. Patrón de cargas para estimar los mayores momentos positivos y negativos

15.8 TRANSMISIÓN DE CARGAS DE LA LOSA A LOS ELEMENTOS VERTICALES

Las cargas aplicadas sobre la losa generan en ella fuerzas cortantes y momentos flectores. Estas fuerzas internas deben ser transmitidas a los elementos de apoyo. Las losas que cuentan con vigas en sus bordes transfieren las cargas a través de ellas. Las losas que no cuentan con vigas en su estructura, tienen mayores dificultades para dirigir las cargas desde la losa hacia los apoyos. Los esfuerzos que se generan en la conexión losa-columna son elevados. En estos casos, se debe efectuar un análisis detallado de dicha unión.

15.8.1 Transferencia del corte en losas con vigas y en losas sin vigas

Losas con vigas

Las vigas de rigidez considerable, en las que el valor de $(\alpha_1 I_2 / I_1)$ es mayor que la unidad, serán diseñadas para resistir los esfuerzos de corte generados por el 100% de las cargas aplicadas en

el área tributaria mostrada en la figura 15.22. Si no existieran vigas, toda la carga sería resistida por la losa. Esta condición es equivalente a que el parámetro $(\alpha_1 l_2 / l_1)$ sea igual a cero. Por ello, para valores de $(\alpha_1 l_2 / l_1)$ entre 0 y 1, se interpolará linealmente entre 0% y 100% para conseguir el porcentaje de carga resistida por la viga (ACI-13.6.8).

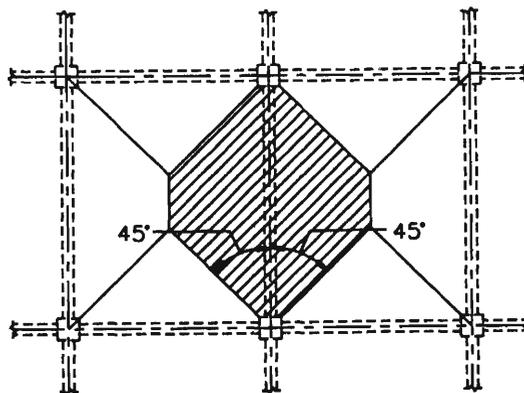


Figura 15.22. Área tributaria para la determinación de las cargas que actúan sobre las vigas entre apoyos de losas armadas en dos direcciones

La distribución de las cargas provenientes de la losa será triangular o trapezoidal, dependiendo de si se trata de la viga paralela al lado menor o mayor del paño. La viga no sólo se deberá diseñar para resistir estas sollicitaciones sino cualquier otra que se le aplique directamente. El diseño se efectuará haciendo uso de las recomendaciones presentadas en el capítulo 6.

Losas sin vigas

Las losas sin vigas son estructuras muy vulnerables a los problemas de corte. La resistencia de la losa deberá verificarse en la vecindad de los apoyos y en las zonas donde se aplican cargas concentradas o reacciones. Existen dos mecanismos de falla por corte en este tipo de sistemas: corte por flexión y corte por punzonamiento.

La falla de corte por flexión genera una grieta que se extiende a lo largo del ancho de la losa como se muestra en la figura 15.23.a. La losa se considera como una viga ancha y la sección de análisis se ubica a una distancia d de la cara del apoyo. La resistencia del concreto para este tipo de corte es:

$$V_c = 0.53\sqrt{f'_c}l_2d \quad (15-12)$$

donde: d Peralte efectivo de la losa.

Por lo general, el corte por flexión no es la condición crítica de diseño y la losa es capaz de resistir estos esfuerzos sin necesidad de refuerzo.

La falla de corte por punzonamiento ocasiona agrietamiento alrededor del apoyo o carga concentrada aplicada como se aprecia en la figura 15.23.b. Esta condición es la que ocasiona el mayor número de fallas en sistemas de losas sin vigas. Para columnas o capiteles rectangulares,

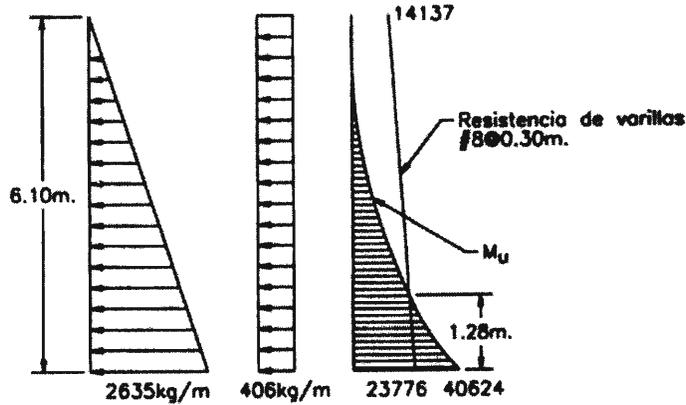


Figura 15.23. Falla de corte por flexión y por punzonamiento en las losas armadas en dos sentidos sin vigas entre apoyos

la sección crítica de análisis está constituida por un rectángulo semejante a la sección del apoyo ubicada a $d/2$ de él. La resistencia del concreto al punzonamiento es igual a la menor determinada a través de las siguientes relaciones.

Para losas sin refuerzo:

$$V_c = 0.27 \left(2 + \frac{4}{\beta_c} \right) \sqrt{f'_c} b_o d \quad (15-13)$$

(ACI-Ec(11-33))

$$V_c = 0.27 \left(\frac{\alpha_s d}{b_o} + 2 \right) \sqrt{f'_c} b_o d \quad (15-14)$$

(ACI-Ec(11-34))

$$V_c = 1.1 \sqrt{f'_c} b_o d \quad (15-15)$$

(ACI-Ec(11-35))

donde: β_c : Relación entre la mayor y menor dimensión del área de acción de la carga concentrada o de la reacción.

b_o : Perímetro de la sección crítica.

α_s : Parámetro igual a 40 para columnas interiores, 30 para las laterales y 20 para las esquineras. Se considera interiores aquellas en que la sección crítica de punzonamiento tiene 4 lados, laterales las que tiene 3 y esquineras las que tienen 2.

Para losas con refuerzo:

$$V_n = \frac{V_c + V_s}{b_o d} \quad \text{donde } V_c = 0.53 \sqrt{f'_c} b_o d$$

Si el área de la carga concentrada o reacción no es rectangular, la sección crítica y el valor de β_c se tomará como se indica en la figura 15.24. Si $V_u \geq \phi V_c$ entonces será necesario disponer de refuerzo de corte en la losa o incrementar su espesor.

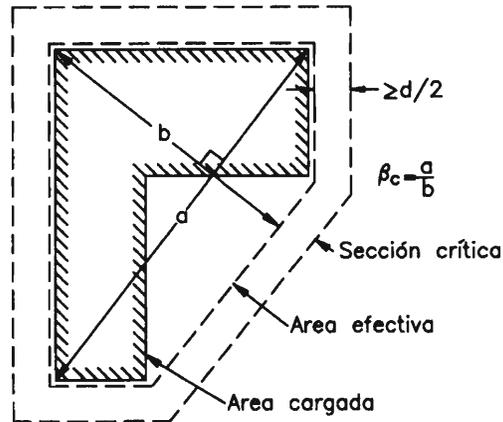


Figura 15.24. Sección crítica para verificar el corte por punzonamiento en los apoyos no rectangulares o en zonas donde se aplican cargas concentradas

El perímetro de la sección crítica será disminuido, si la losa presenta aberturas ubicadas a distancias menores que 10 veces su espesor del área donde actúa la carga concentrada o la reacción, o en la intersección de las franjas de columna. En estos casos, la porción de sección crítica encerrada por las líneas que unen el centroide del área cargada con los bordes de la abertura será considerada inefectiva, como se muestra en la figura 15.25. Si la losa es reforzada con perfiles metálicos, la porción inefectiva de la sección crítica será disminuida a la mitad.

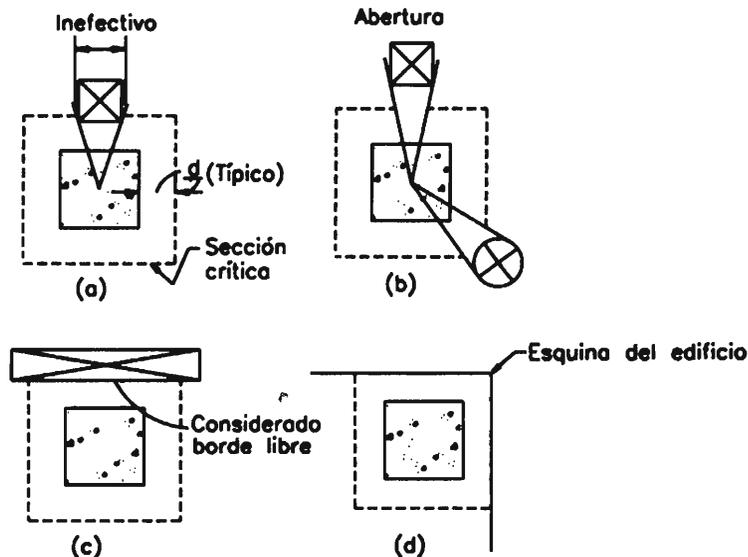


Figura 15.25. Reducción de la sección crítica por la presencia de aberturas cercanas al apoyo

Si la losa está provista de ábacos, se consideran dos secciones críticas para el análisis del punzonamiento tal como se aprecia en la figura 15.26: una alrededor de la columna y otra alrededor del ábaco. Obviamente, el valor del peralte efectivo es diferente en cada caso.

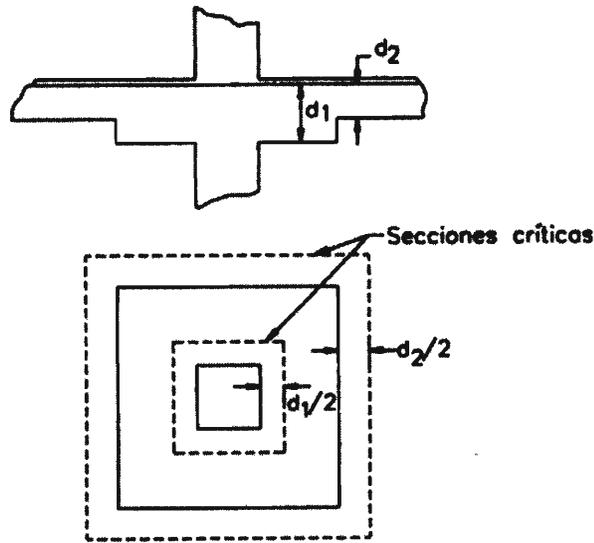


Figura 15.26. Secciones críticas en losas provistas de ábacos

15.8.2 Refuerzo de corte en losas armadas en dos direcciones

Se permitirá refuerzos de corte en losas y zapatas siempre y cuando tengan $d \geq 15$ y $\geq 16 d_b$ de las barras de refuerzo al corte.

Existen, básicamente, tres tipos de refuerzo de corte que pueden ser utilizados en losas armadas en dos sentidos cuando el concreto no es suficiente para resistir los esfuerzos que se generan: estribos, cabezales y *studs*.

Los estribos se diseñan haciendo uso de la siguiente expresión:

$$A_v = \frac{V_s S}{f_y d} \quad (\text{ACI-Ec}(11-15))$$

Donde:
$$V_s = V_n - V_c = \frac{V_u}{\phi} - V_c$$

A_v = Suma de las áreas de todos los brazos de los estribos en una línea

$$V_c = 0.53 \sqrt{f'_c} b_o d \quad (15-16)$$

La fuerza nominal al corte V_n estará limitada a:

$$V_n = \frac{V_u}{\phi} \leq 1.6 \sqrt{f'_c} b_o d \quad (15-17)$$

La distancia S entre estribos $S \leq d/2$

El primer estribo se colocará a $S/2$ de la cara de la columna y la canastilla de los estribos tendrá un ancho menor que $2d$. Los estribos se anclarán como especificado para estribos en general.

En las conexiones losa-columna donde la transferencia de momentos no es considerable, se debe procurar disponer el refuerzo simétricamente. En la figura 15.27, se muestra la distribución de los estribos en la losa para una columna interior y para otra exterior. Los estribos definen una nueva sección crítica en la que la losa sola es capaz de resistir los esfuerzos de punzonamiento. Por lo tanto, el refuerzo por corte debe extenderse hasta que en la sección crítica definida por él mismo, el concreto sea capaz de resistir el corte por sí solo.

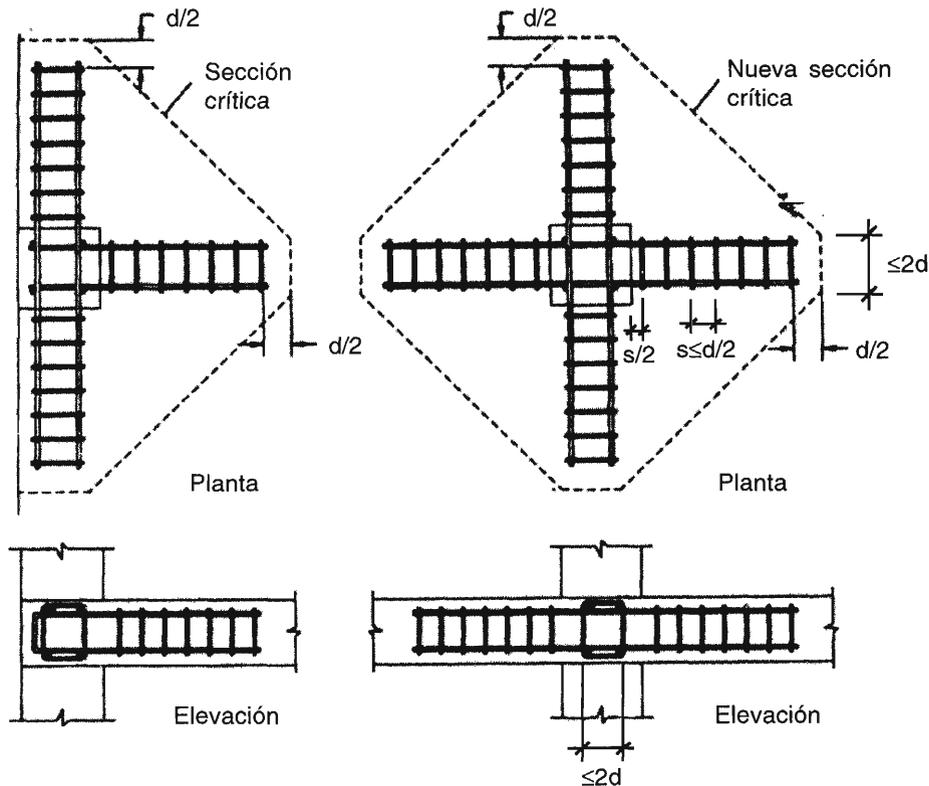


Figura 15.27. Refuerzo de corte en losas armadas en dos sentidos sin vigas

Los cabezales no son muy usados en nuestro medio como refuerzo en losas y están constituidos por secciones doble T o canal soldadas perpendicularmente, con brazos de igual largo. Son dispuestos de modo que atraviesan la columna, como se muestra en la figura 15.28. El peralte de los perfiles no debe ser mayor que 70 veces el espesor del alma y sus extremos deberán ser cortados bajo un ángulo no menor que 30° con el eje. El ala en compresión del perfil deberá ubicarse a una distancia de $0.3d$ del borde de la losa.

La relación entre la rigidez de cada brazo del cabezal y la sección fisurada de concreto que lo rodea, α_v , en un ancho de (c_2+d) no deberá ser menor que 0.15. Esta condición busca limitar la flexibilidad del perfil de acero.

La sección crítica de diseño se ubica a $0.75(l_v - c_1/2)$ de la cara de la columna medida hacia el extremo del perfil, donde l_v es la longitud de cada brazo de refuerzo medida desde el centro del área cargada. La sección crítica se define de modo que su perímetro es el mínimo, pero no menor que el definido en la sección 15.8.1 (figura 15.29).

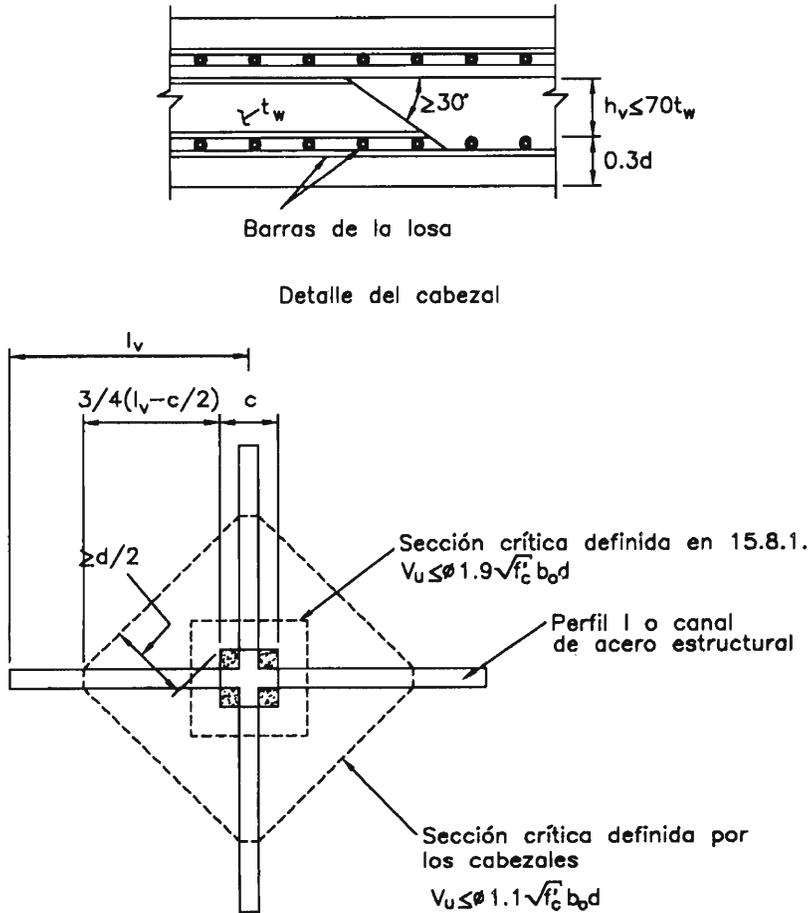


Figura 15.28. Refuerzo de corte en losas

Los cabezales deben diseñarse de modo que sean capaces de desarrollar, en cada brazo, un momento plástico igual a:

$$\phi M_p = \frac{V_u}{2\eta} \left[h_v + \alpha_v \left(l_v - \frac{c_1}{2} \right) \right] \tag{15-18}$$

(ACI-Ec(11-37))

donde: η : Número de brazos con que cuenta el cabezal.

ϕ : Factor de reducción de resistencia controlada por tracción = 0.9.

h_v : Peralte del perfil que constituye el cabezal.

La fuerza cortante nominal en la sección crítica definida por las dimensiones del cabezal no será superior a $1.1\sqrt{f'_c} b_o d$. En la sección crítica definida con el criterio presentado en la sección 15.8.1, la fuerza de corte nominal no deberá superar $1.9\sqrt{f'_c} b_o d$.

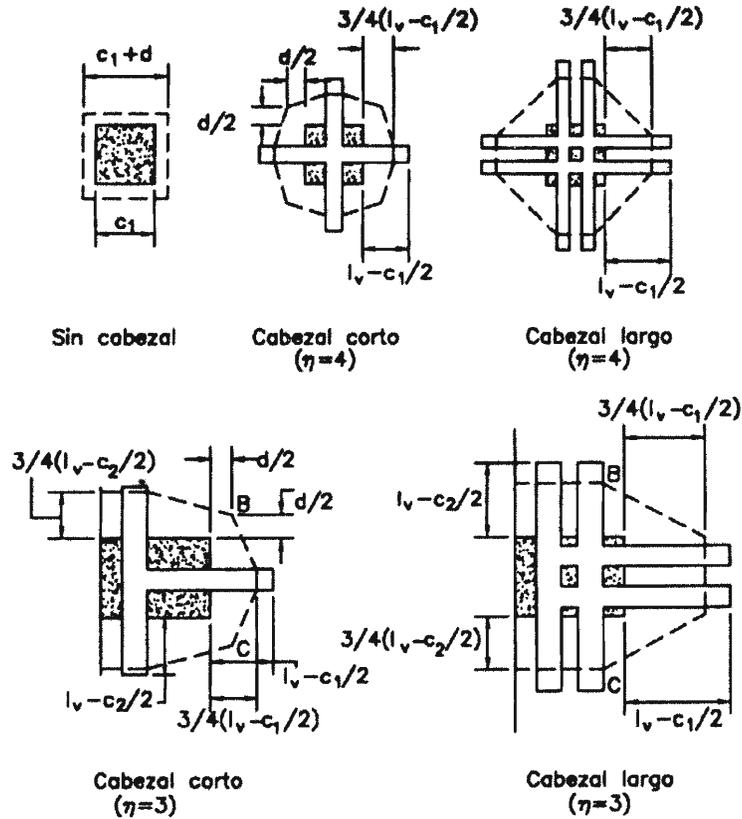


Figura 15.29. Secciones críticas para el diseño de los cabezales

En las losas que cuentan con cabezales como refuerzo de corte, se puede reducir el acero requerido por flexión tomando en cuenta la resistencia a la flexión aportada por el cabezal. El momento resistente que pueden desarrollar es:

$$M_v = \frac{\phi \alpha_v V_u}{2\eta} \left(l_v - \frac{c_1}{2} \right) \quad (15-19)$$

(ACI-Ec(11-38))

En esta ecuación $\phi = 0.9$ correspondiente a piezas controladas por tracción.

Sin embargo, M_v no será mayor que:

1. El 30% del momento amplificado resistido por la franja de columna.
2. El valor de M_p determinado a través de la expresión (15-18).
3. La variación del momento flector en la franja de columna a lo largo de la longitud l_v .

El código del ACI no proporciona ninguna recomendación para el diseño del refuerzo por corte constituido por *studs*, pero si lo consideran otros códigos como el canadiense.

15.8.3 Transferencia del momento flector de la losa a la columna

En la unión losa-apoyo, además de verificar la transferencia de fuerzas cortantes, se debe garantizar la transferencia de los momentos flectores desbalanceados.

Las losas que cuentan con vigas no tienen mayores problemas para transferir momentos flectores desbalanceados, no así las que están desprovistas de ellas. En este último caso, se asume que una parte del momento se transmite por flexión y el resto por corte. La fracción del momento transferido por flexión es igual a:

$$\gamma_f = \frac{1}{1 + (2/3) \sqrt{b_1/b_2}} \quad (15-20)$$

(ACI-Ec(13-1))

donde b_1 y b_2 están definidos en la figura 15.30 para las columnas interiores, laterales y esquineras. Se considera que esta fracción de momento desbalanceado actúa en una franja de losa efectiva cuyos extremos se ubican a $1.5h$ de la cara de la columna o capitel. Esta distancia $1.5h$ no podrá ser mayor que C_1 . En ella, se concentra el refuerzo longitudinal calculado para la franja de columna de la losa o se distribuye acero adicional de modo que sea capaz de resistir la porción de momento desbalanceado que se le asigne (ver figura 15.31). La cuantía del acero dispuesto en el ancho efectivo de losa no deberá ser superior a $0.75\bar{\rho}_b$

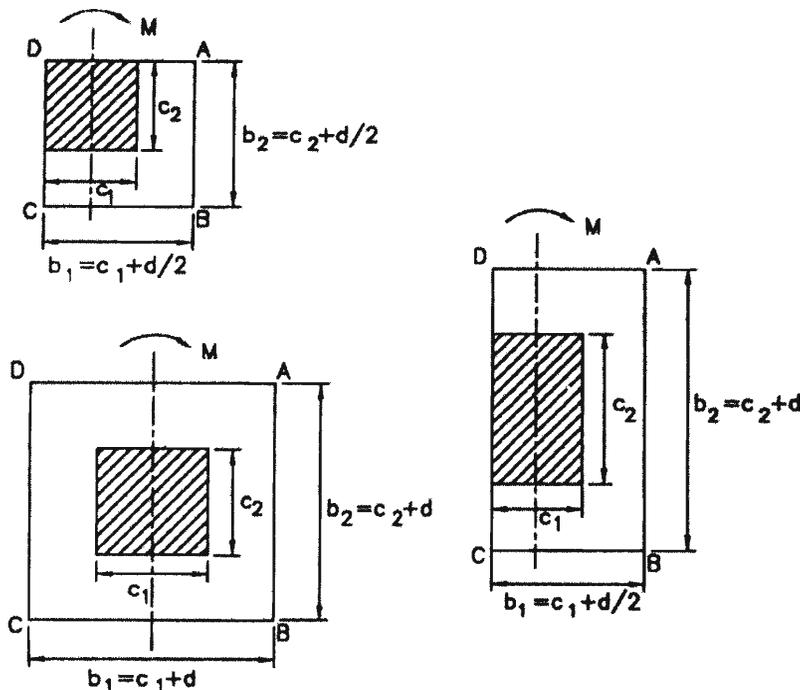


Figura 15.30. Parámetros b_1 y b_2 en columnas interiores, laterales y esquineras

El término γ_f podrá ser incrementado a 1.0 cuando el momento desbalanceado se presente en los apoyos exteriores y la fuerza cortante V_u en ellos sea menor que $0.75\phi V_c$ para el caso de apoyos laterales y $0.5\phi V_c$ para los apoyos en esquinas. El término γ_f también podrá incrementarse

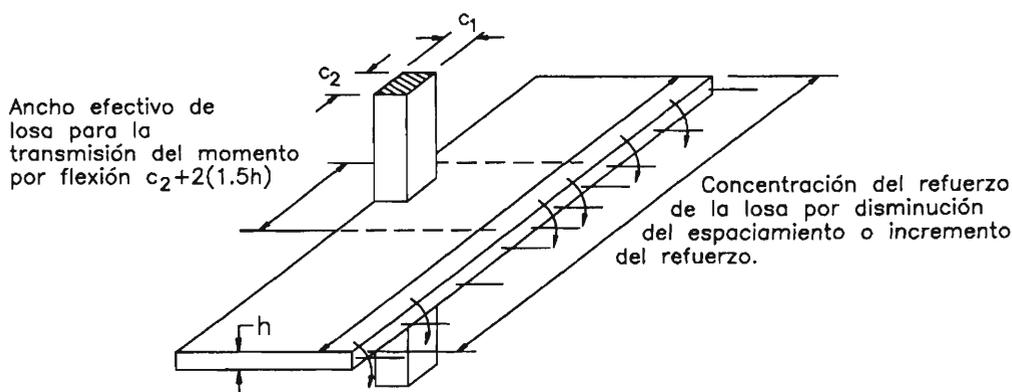


Figura 15.31. Ancho efectivo de la franja de columna que resiste la fracción de momento desbalanceado transmitido por flexión

en los apoyos interiores pero en no más de 25% y siempre que V_u sea menor que $0.4\phi V_c$ (ACI-13.5.3.3).

El momento flector transmitido por corte de la losa a la columna es igual a $\gamma_v M_u$ donde:

$$\gamma_v = 1 - \gamma_f \quad (15-21)$$

(ACI-Ec(11-39))

La combinación de los esfuerzos de corte provenientes de la transferencia del corte propiamente dicho y de la flexión genera una distribución de esfuerzos en la sección crítica similar a la mostrada en la figura 15.32. El mayor y menor esfuerzo de corte están dados por las siguientes expresiones:

$$V_{u(AB)} = \frac{V_u}{A_c} + \frac{\gamma_v M_u c_{AB}}{J_c} \quad (15-22)$$

$$V_{u(cd)} = \frac{V_u}{A_c} + \frac{\gamma_v M_u c_{CD}}{J_c} \quad (15-23)$$

Si hay flexión en las dos direcciones

$$V_u = \frac{V_u}{A_c} + \frac{\gamma_{vx} M_{ux} c_{CB}}{J_x} + \frac{\gamma_{vy} M_{uy} c_{AB}}{J_y} \quad (15-24)$$

- donde:
- V_u : Fuerza cortante de punzonamiento en el centroide de ABCD (ver figura 15.33).
 - M_u : Momento flector en el centroide de ABCD.
 - A_c : Área de concreto de la sección crítica asumida.
 - J_c : Momento polar de inercia de la sección crítica respecto a un eje que pasa por el centroide de ABCD.
 - C_{AB} : Distancia del centroide de ABCD al lado AB.
 - C_{CD} : Distancia del centroide de ABCD al lado CD.
 - C_{CB} : Distancia del centroide de ABCD al lado CB.

Las expresiones para la determinación del valor de C_{AB} , A_c y J_c varían si se trata de columnas interiores, laterales o esquineras. Para cada tipo se tiene:

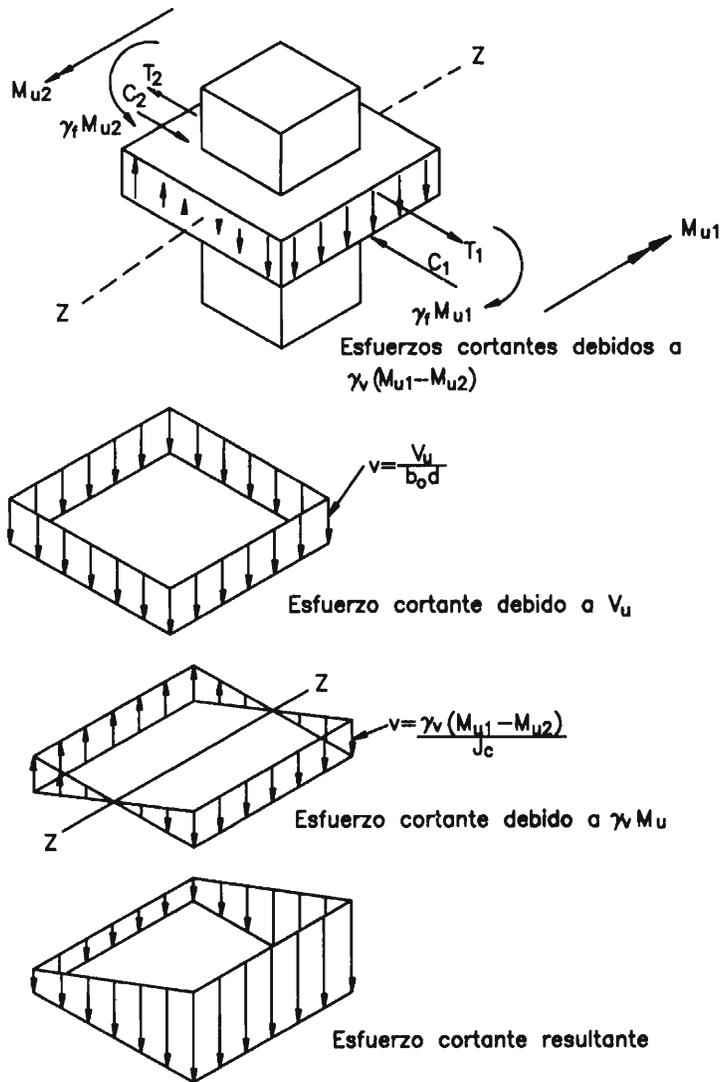


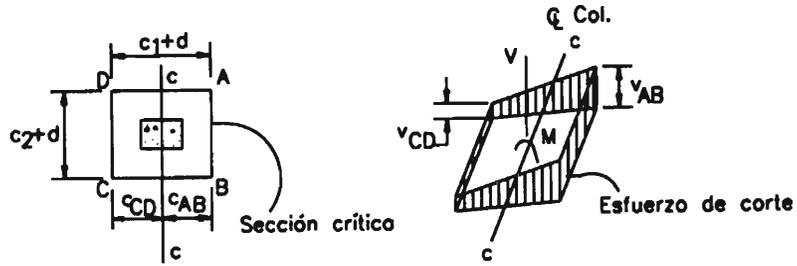
Figura 15.32. Esfuerzos de corte alrededor de las columnas que reciben momentos flectores desbalanceados

1. Para columnas interiores:

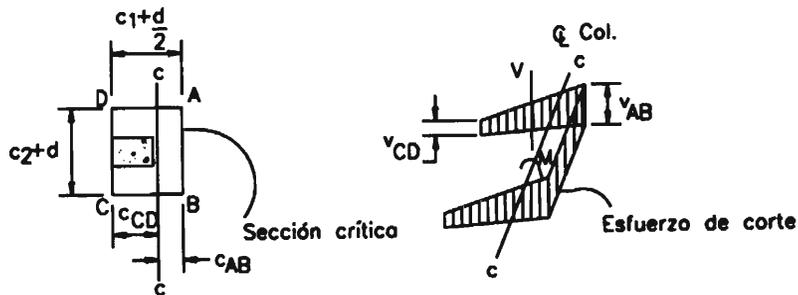
$$A_c = 2d(c_1 + c_2 + 2d)$$

$$C_{AB} = C_{CD} = 0.5(c_1 + d)$$

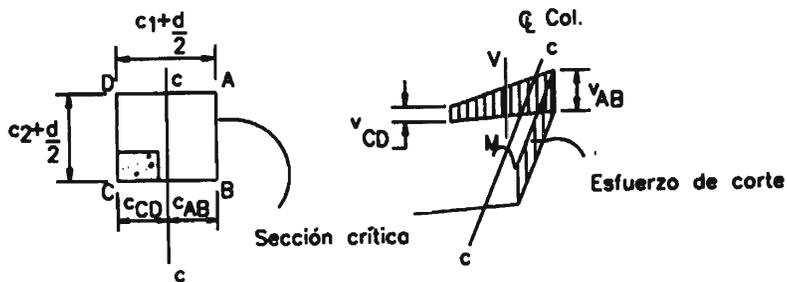
$$J_c = \frac{d(c_1 + d)^3}{6} + \frac{d^3(c_1 + d)}{6} + \frac{d(c_2 + d)(c_1 + d)^2}{2}$$



(a) Columna interior



(b) Columna lateral



(c) Columna esquinera

Figura 15.33. Distribución de los esfuerzos de corte en columnas interiores, laterales y esquineras

2. Para columnas laterales:

$$A_c = d(2c_1 + c_2 + 2d)$$

$$C_{AB} = \frac{d(c_1 + d/2)^2}{A_c}$$

$$J_c = \frac{d^3(c_1 + d/2)^3}{6} + \frac{2d(\bar{C}_{AB}^3 + \bar{C}_{CD}^3)}{3} + d(c_2 + d)\bar{C}_{AB}^2$$

3. Para columnas esquineras:

$$A_c = 2d(c_1 + c_2 + 2d)$$

$$C_{AB} = \frac{d/2(c_1 + d/2)^2}{A_c}$$

$$J_c = \frac{d^3(c_1 + d/2)}{12} + \frac{d(\bar{C}_{AB}^3 + \bar{C}_{CD}^3)}{3} + d(c_2 + d/2)\bar{C}_{AB}^2$$

Los máximos esfuerzos determinados a través de la expresión (15-22) deberán ser menores que ϕV_n , donde:

1. Para miembros sin refuerzo por corte:

$$\phi v_n = \phi v_c / (b_0 d) \quad (15-24)$$

(ACI-Ec(11-40))

2. Para miembros con refuerzo por corte constituido por estribos o barras dobladas:

$$\phi v_n = \phi (V_c + V_s) / (b_0 d) \quad (15-25)$$

(ACI-Ec(11-41))

3. Para miembros con refuerzo por corte constituido por cabezales:

$$\phi v_n = 1.1\phi \sqrt{f'_c} \quad (15-26)$$

En estas ecuaciones $V_c = 0.53 \sqrt{f'_c} b_0 d$ en la sección crítica ubicada a $d/2$ de la cara. Además $v_c \leq 0.53 \sqrt{f'_c}$ en la segunda sección crítica a $d/2$ del último estribo o refuerzo.

15.9 CONSIDERACIONES FINALES PARA EL DISEÑO DE LOSAS ARMADAS EN DOS SENTIDOS

En esta sección se presentan algunos criterios finales propuestos por el código para el diseño de losas armadas en dos direcciones. Estas sugerencias están referidas a las dimensiones de las aberturas en losas y a la distribución del refuerzo por flexión.

15.9.1 Aberturas en la losa

La losa podrá presentar aberturas de cualquier dimensión siempre que se demuestre que su presencia no afecta ni la resistencia del elemento horizontal ni su comportamiento bajo cargas de servicio.

El código del ACI sugiere dimensiones máximas de aberturas según su ubicación en la losa, las cuales han demostrado no ser perjudiciales para el comportamiento del elemento horizontal (ACI-13.4.2). Las recomendaciones del código son:

- Si la losa presenta aberturas en la intersección de dos franjas centrales, éstas podrán tener cualquier dimensión y el refuerzo requerido en el elemento sin interrupciones deberá ser mantenido. El concreto que queda debe resistir la compresión por flexión.

- Si la losa presenta aberturas en la intersección de las franjas de columna, sus dimensiones no serán mayores que $1/8$ el ancho de la franja de columna en la dirección respectiva. Una cantidad igual al refuerzo que es interrumpido por la abertura deberá colocarse a los lados de ésta.
- Si la losa presenta aberturas en la intersección de una franja de columna y una franja central sus dimensiones deberán ser menores que $1/4$ del ancho de la franja central o de la franja de columna, según corresponda. Una cantidad igual al refuerzo interrumpido por la abertura se colocará a los lados de ésta.

En la figura 15.34 se muestra más claramente estas recomendaciones.

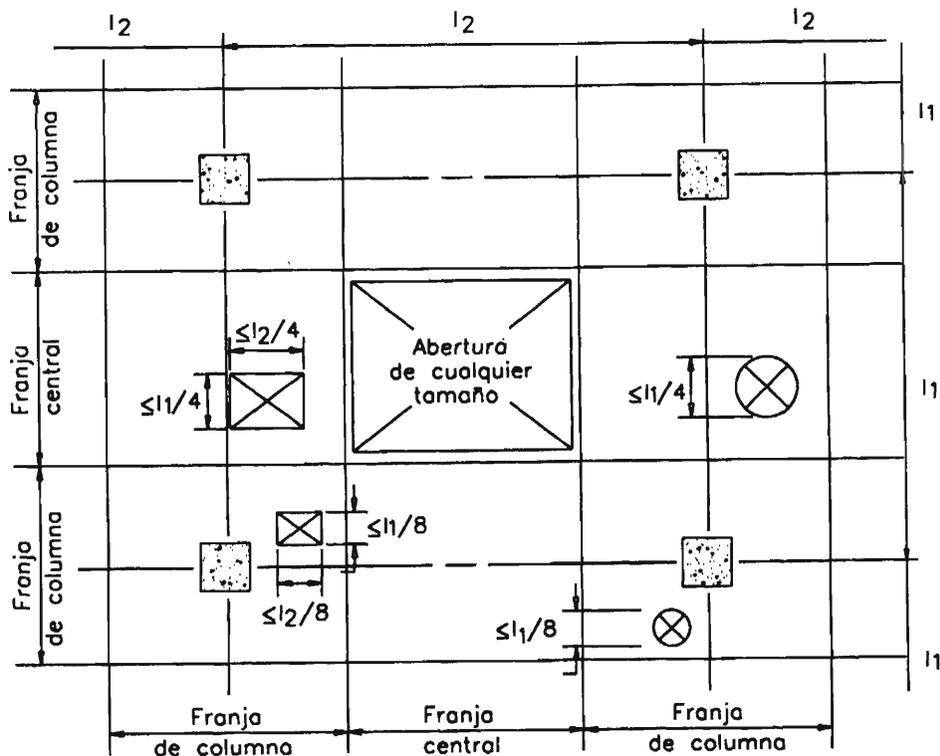


Figura 15.34. Aberturas en losas sin vigas

15.9.2 Refuerzo

El área de refuerzo provisto en cada dirección de la losa deberá ser determinada por análisis y no será menor que el acero de temperatura definido en la sección 9.6.1. En las secciones críticas, el espaciamiento entre varillas no deberá ser mayor que dos veces el espesor de la losa, siempre que ésta no sea nervada. Si éste es el caso, las limitaciones en el espaciamiento serán iguales que las del refuerzo de temperatura.

Para losas sin vigas entre apoyos, las longitudes de desarrollo del refuerzo serán por lo menos las mostradas en la figura 15.35. El desarrollo del acero negativo en un apoyo cuyas luces

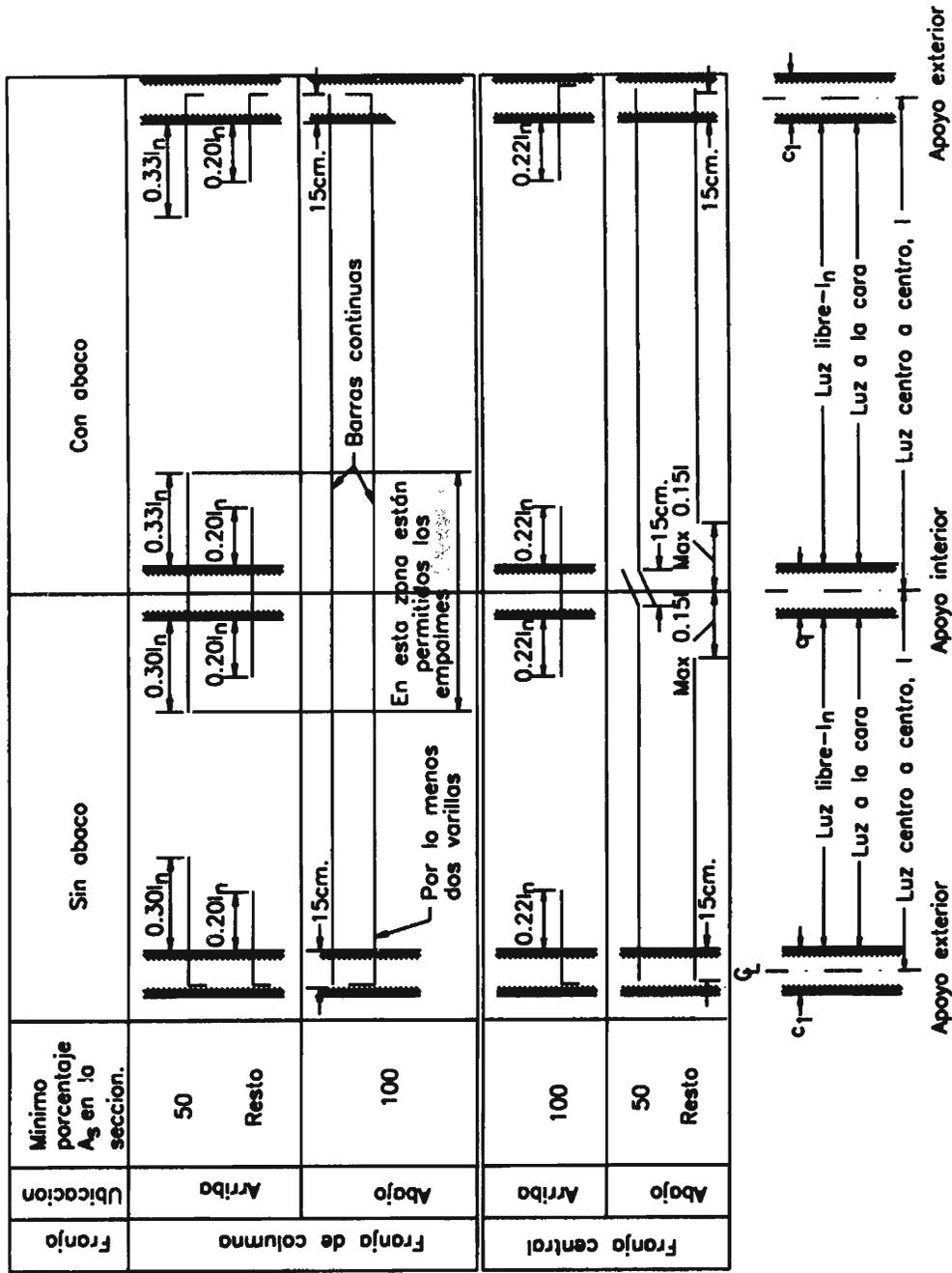


Figura 15.35. Detallado del refuerzo en losas armadas en dos sentidos sin vigas

adyacentes son diferentes, será evaluado considerando la luz mayor. La longitud del refuerzo en losas con vigas deberá determinarse por análisis, considerando la variación del momento flector a lo largo de ellas. Se utilizará el procedimiento presentado en el capítulo 5.

Las barras inferiores en las franjas de columnas serán continuas o empalmadas con empalmes traslapados tipo A o con empalmes mecánicos o soldados.

En los extremos discontinuos, el refuerzo positivo y negativo perpendicular a ellos deberá ser anclado en las vigas de borde, columnas o muros. El acero positivo tendrá una longitud embebida en el concreto no menor que 15 cm.

En los sistemas de losa y vigas de cierta rigidez, las esquinas de la losa están sometidas a esfuerzos adicionales por efecto de la discontinuidad del elemento. Si las vigas tienen un μ mayor que la unidad, se deberá incluir refuerzo adicional, en las esquinas exteriores del elemento, tanto en la parte superior como en la inferior. Este refuerzo se diseña para resistir un momento igual al máximo momento positivo (por unidad de longitud) de la losa. Se asume que la flexión, en la zona superior de la losa, es paralela a la diagonal que incluye la esquina exterior del paño y en la zona inferior, es perpendicular a ella. La distribución de este refuerzo adicional se muestra en la figura 15.36. Este refuerzo adicional también se puede colocar paralelo a las direcciones de armado de la losa.

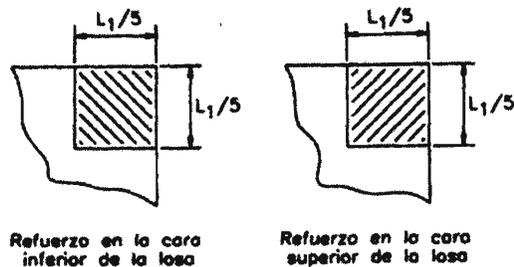


Figura 15.36. Refuerzo adicional en las esquinas de las losas

Si se produce una falta por punzonamiento en un sistema de losas sin vigas, la losa caerá sobre el elemento inferior, el cual soportará súbitamente una carga mayor que la de diseño. La resistencia de la losa inferior será superada y se generará un colapso en cadena. Para evitar una falla de este tipo, el código sugiere que por lo menos dos varillas de refuerzo positivo de la franja de columna se extiendan a todo lo largo de la losa. Estas deberán atravesar las columnas pudiendo empalmarse dentro de ellas haciendo uso de un empalme tipo A y debiendo ser ancladas en el apoyo exterior. Este refuerzo deberá atravesar el núcleo de la columna.

15.10 DISEÑO DE REFUERZO DE CORTE DE ACUERDO AL ACI-421-IR-99

En esta sección se presenta de modo muy sucinto el procedimiento de diseño del refuerzo constituido por pernos (*studs*) o conectores soldados a platinas de acuerdo a lo indicado por el comité mixto del ACI y A.S.C.E., comité 421.

En la figura 15-37 se muestran los requisitos que debe tener el refuerzo.

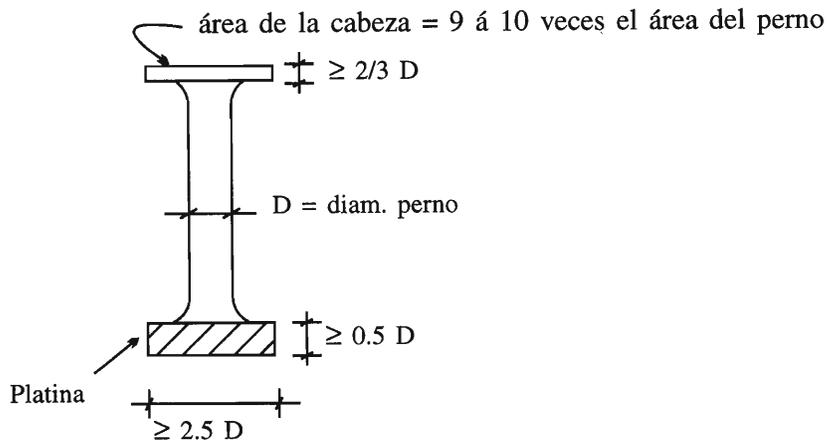
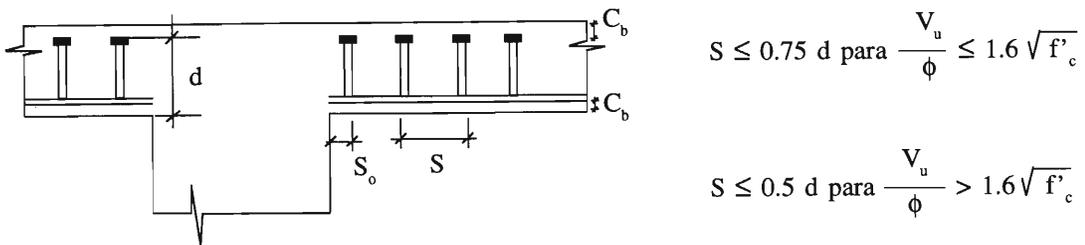
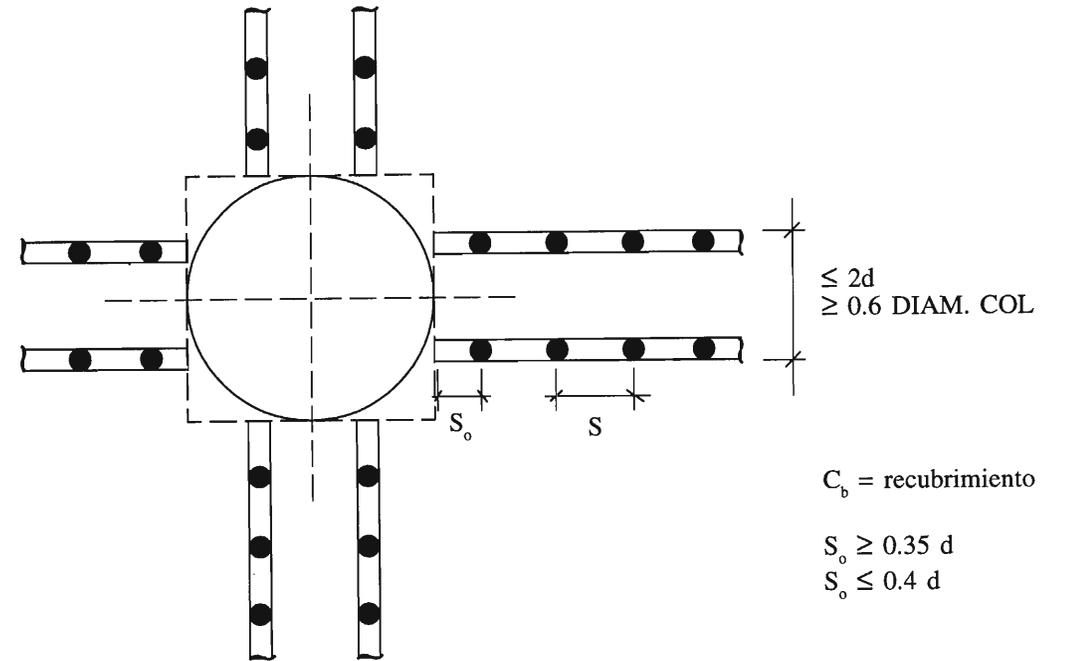


Figura 15.37. Requerimientos para refuerzo constituido por studs

El procedimiento de diseño es similar al diseño de estribos. Las secciones críticas siguen los mismos criterios indicados en la figura 15.27

$$v_s = v_n - v_c = \frac{v_u}{\phi} - v_c$$

En estas ecuaciones

$$v_n \leq 2.12 \sqrt{f'_c}$$

$$v_c \leq 0.8 \sqrt{f'_c}$$

En regiones sísmicas

$$v_c \leq 0.4 \sqrt{f'_c}$$

Con estos criterios, se diseña como para estribos.



16. Estructuras sometidas a la acción de cargas sísmicas

16.1 INTRODUCCIÓN

Los sismos son movimientos de la corteza terrestre originados por un constante reajuste geológico de la Tierra. Se presentan en regiones localizadas del planeta; nuestro país se ubica en una de ellas. Los sismos generan movimientos oscilatorios en las estructuras sometidas a ellos. La magnitud de los desplazamientos depende principalmente de la rigidez de la estructura y de las características del movimiento del suelo. En el Perú, la naturaleza de éstos ocasiona que las edificaciones más rígidas sufran más sus consecuencias.

Los esfuerzos generados por los movimientos sísmicos se estiman asumiendo un sistema de cargas laterales aplicado sobre la estructura. Estas fuerzas deben ser definidas de modo que representen lo más cercanamente posible el fenómeno real. Existen diversos métodos para su determinación, desde los más sencillos hasta los más complejos, que sólo pueden ser desarrollados con la ayuda de una computadora. El comportamiento de la estructura frente a una sollicitación sísmica depende tanto de sus propias características como de las características del movimiento. Por ello, para estimar las cargas de diseño, es necesario contar con registros de los movimientos sísmicos de la región y parámetros como la rigidez y masa de la estructura. No es objetivo del presente trabajo presentar los procedimientos para la estimación de las cargas laterales que simulan el efecto de un movimiento sísmico.

Una estructura diseñada para resistir las cargas originadas por un sismo, en su totalidad, se comportará elásticamente en toda su vida útil. Sin embargo, si su resistencia es menor pero se le provee de ductilidad suficiente para desarrollar desplazamientos considerables, mayores que los correspondientes al límite elástico, la estructura también podrá responder satisfactoriamente a las mismas sollicitaciones. La razón de esto es que parte de la energía generada por el sismo es disipada por efecto del movimiento oscilatorio y de las deformaciones plásticas que presenta la estructura.

Diseñar una estructura para resistir la totalidad de los esfuerzos generados por un movimiento sísmico no es económico. Por ello, actualmente se prefiere reducir la carga de diseño y garantizar la capacidad de la estructura para disipar energía. Esta solución, aunque más económica, implica que la estructura se comportará dentro del rango plástico, y que por lo tanto, se esperan daños en ella pero no de magnitud suficiente para llevarla al colapso.

16.2 REQUERIMIENTOS GENERALES PARA EL DISEÑO DE ESTRUCTURAS DÚCTILES

El código del ACI presenta recomendaciones especiales para el diseño de estructuras sometidas a la acción de cargas sísmicas en las cuales la fuerza sísmica de diseño ha sido estimada bajo la hipótesis que la estructura disipará energía en el rango inelástico (ACI-21). Estas provisiones buscan darle la capacidad de sostener un movimiento oscilatorio con incursiones en el rango inelástico sin una pérdida considerable de su resistencia.

El nuevo código ACI-318-02 presenta muchos cambios con relación al anterior para corregir las fallas encontradas en el terremoto de Northridge de 1994, para concordar con el U.B.C. y para tener en cuenta en el código internacional del año 2000.

Las provisiones del código también están basadas en el reconocimiento que la estructura puede desarrollar rótulas plásticas en algunos elementos. Por lo tanto, busca orientar su formación de modo que la estructura original no experimente una pérdida excesiva de rigidez y por ende, el sistema no presente deformaciones exageradas. El criterio de “columna fuerte-viga débil” está relacionado con este concepto. Este criterio consiste en diseñar la estructura para que las rótulas plásticas se desarrollen primero en los extremos de las vigas y que éstas se presenten en columnas sólo bajo solicitaciones muy fuertes. Así se busca que el sistema portante de la estructura se mantenga hasta que el colapso total sea inminente.

El código presenta, separadamente, criterios para el diseños de estructuras en zonas de alta y mediana sismicidad. Los requerimientos presentados a todo lo largo del texto son suficientes garantizar un adecuado comportamiento en zonas de baja sismicidad. Las recomendaciones presentadas en este capítulo no son extensivas a estructuras diseñadas para resistir la totalidad de las cargas sísmicas. Tampoco a estructuras no monolíticas, como las conformadas por elementos prefabricados, a menos que se demuestre que su comportamiento es similar al que presentan las estructuras monolíticas. Esta limitación responde a que todos los ensayos que soportan los criterios propuestos más adelante han sido desarrollados con elementos monolíticos.

Se llama desplazamiento de diseño al desplazamiento lateral total que se espera para la estructura diseñada de acuerdo a los códigos que gobiernan los diseños sísmicos.

Se llama pórticos resistentes (moment frames), aquellos en el espacio, cuyos elementos y nudos resisten las fuerzas a través de flexión, fuerza cortante y fuerza axiales y se clasifican como sigue:

- a) Ordinarios, los vaciados *in situ* o prefabricados que cumplen los requisitos de los capítulos 1 al 18 del ACI.
- b) Intermedios, los vaciados *in situ* que cumplen los requisitos de los pórticos ordinarios y además los requisitos de 21.2.2.3 y 21.12 del ACI.
- c) Especiales, los vaciados *in situ* que cumplen los requisitos de 21.2 al 21.5. del ACI o prefabricados que cumplen los requisitos de 21.2 al 21.6 del ACI, además de los requisitos de pórticos ordinarios.

Se llama muros estructurales, los diseñados para resistir las combinaciones de fuerzas axiales, fuerzas cortantes y momentos, producidos por movimientos sísmicos. Se clasifican en la siguiente manera:

- a) Muros ordinarios, los que cumplen los requisitos de los capítulos 1 al 18 del ACI.
- b) Muros ordinarios de concreto simple, los que cumplen los requisitos del capítulo 22 del ACI.
- c) Muros intermedios prefabricados, los que cumplen los requisitos del 21.13 además de los de los capítulos 1 al 18 del ACI.
- d) Muros especiales, vaciados *in situ*, los que cumplen los requisitos de 21.2 y 21.7 además de los capítulos 1 al 18 del ACI.
- e) Muros especiales prefabricados, los que cumplen los requisitos de 21.2 y 21.8 además de los capítulos 1 al 18 del ACI.

En regiones de bajo riesgo sísmico o para estructuras de baja performance sísmica se podrá usar los muros indicados en a) y b). En regiones de riesgo sísmico moderado o para estructuras asignadas para una performance intermedia se usarán pórticos intermedios o muros intermedios o especiales para resistir las fuerzas de sismo. En regiones de alto riesgo sísmico o para estructuras de alta performance sísmica se usarán pórticos especiales o muros especiales y diafragmas o estructuras reticuladas que cumplan los requisitos de 21.2 al 21.10 del ACI. Los pórticos no diseñados para resistir fuerzas sísmicas cumplirán los requisitos de 21.11 del ACI.

16.2.1 Análisis de la estructura

La estructura sometida a movimientos sísmicos se analiza, asumiendo un comportamiento elástico, bajo la acción de cargas horizontales estimadas, reducidas por un factor que depende de su ductilidad que en nuestro medio es especificado por la Norma Peruana de Diseño Sismo-Resistente. El máximo desplazamiento inelástico se estima multiplicando el desplazamiento obtenido del análisis anterior por un factor mayor que la unidad. La Norma Peruana exige que este factor sea igual al 75% del factor de reducción utilizado para calcular las cargas sísmicas reducidas. Para obtener un mejor estimado de los desplazamientos horizontales de la estructura, es conveniente considerar que los elementos horizontales de la misma están totalmente agrietados.

Es importante analizar la interacción entre los elementos estructurales y no estructurales del sistema dada la magnitud de los desplazamientos dentro del rango inelástico. Los elementos no estructurales, si bien no resisten directamente las cargas laterales, deben ser capaces de resistir las deformaciones que experimentan. También se debe investigar el efecto de los elementos de rigidez considerable que no pertenecen al sistema que resiste las cargas laterales.

16.2.2 Factor de reducción de resistencia

Los factores de reducción definidos en el capítulo 1 han sido propuestos para elementos que no están sometidos a desplazamientos oscilatorios inelásticos. Sin embargo, son aplicables a estos casos salvo en la situación que se presenta en el siguiente párrafo.

El factor de reducción de resistencia al corte será reducido a 0.6 en los elementos estructurales cuya resistencia al corte es menor que la fuerza cortante correspondiente al desarrollo de su resistencia a la flexión. Esta recomendación está orientada al diseño de elementos como muros de corte de poca altura o muros entre aberturas, en los cuales, es poco práctico incrementar el refuerzo para elevar la resistencia al corte por encima de la fuerza cortante correspondiente a la resistencia a la flexión de la pieza. Esta recomendación no es válida para determinar la resistencia de nudos o conexiones. Conservadoramente y por cuestiones prácticas, se considera que el factor de reducción de resistencia al corte para el diseño de muros es 0.6.

16.2.3 Materiales

El concreto tendrá una resistencia a la compresión mayor que 210 kg/cm^2 y su resistencia máxima será 350 kg/cm^2 si está elaborado a base de agregados ligeros. Se podrá utilizar concreto ligero que supere este límite si se demuestra que puede desarrollar la misma resistencia y ductilidad que un concreto normal.

El acero destinado a resistir solicitaciones sísmicas deberá cumplir con los requerimientos de la norma ASTM A-706. Se podrá utilizar acero A-615 de grado 40 y 60 si su esfuerzo de fluencia, determinado a través de ensayos, no excede el especificado en más de 1260 kg/cm^2 y la relación entre el esfuerzo último y el de fluencia, ambos determinados experimentalmente, es mayor que 1.25. Estas limitaciones pretenden evitar que los esfuerzos cortantes y de adherencia se eleven al desarrollarse rótulas plásticas en los elementos ya que ello puede ocasionar su falla frágil. De otro lado, la relación mínima entre los esfuerzos últimos y de fluencia tiene como objetivo garantizar un adecuado rango de fluencia en el material.

El código recomienda limitar las propiedades de los materiales para garantizar la ductilidad de la estructura y evitar su falla frágil. Un incremento del esfuerzo de fluencia o decremento de la resistencia del concreto tiende a reducir la curvatura última que pueden desarrollar los elementos sometidos a flexión.

16.2.4 Empalmes

- a) Empalmes traslapados.- Se permitirán en varillas $\leq \# 11$ y solo en las zonas permitidas para ellos, tanto en elementos a flexión como a flexión y compresión. Los empalmes se diseñarán para desarrollar esfuerzos de tracción y tendrán en toda su longitud estribos de confinamiento. En vigas $S \leq d/4$ y $S \leq 10 \text{ cm}$.
- b) Empalmes mecánicos.- En una estructura que desarrolla deformaciones no elásticas durante el sismo, el esfuerzo en el acero se aproxima al límite elástico del mismo. Los requisitos de usar empalmes tipo 2 tiene por objeto evitar la falla del empalme cuando el refuerzo tiene esfuerzos cercanos al límite elástico. Los empalmes tipo 1 no requieren las especificaciones severas de los empalmes tipo 2 y no son capaces de resistir esfuerzos en las zonas de fluencia. La ubicación de los empalmes tipo 1 se limita porque el esfuerzo en el acero en las zonas de fluencia, puede exceder los requisitos generales de este tipo de empalmes. Si no se puede evitar los empalmes en zonas de fluencia se usará forzosamente empalme tipo 2.

Los empalmes tipo 1 no se usarán en una distancia $\leq 2h$ de la cara de la columna o de la viga que es la zona donde puede ocurrir fluencia en el acero.

Los empalmes tipo 2 se pueden usar en cualquier sección.

- c) Empalmes soldados.- Deben cumplir lo especificado para empalmes soldados. No se pueden usar en zonas que distan menos de $2h$ de la cara de las columnas o las vigas en donde el acero puede llegar a la zona de fluencia.

Se prohíbe soldar estribos, insertos o elementos similares al refuerzo longitudinal.

16.2.5 Anclajes

Los anclajes que resistan fuerzas de sismo en regiones de sismos moderados o altos o diseñados para performances moderadas o altas cumplirán los requisitos adicionales de D.3.3 del apéndice D del ACI-318-02

16.3 ESTRUCTURAS UBICADAS EN REGIONES DE ALTO RIESGO SÍSMICO

Los criterios de diseño presentados en los capítulos anteriores siguen siendo válidos pero a ellos se añaden los que se presentan en seguida y que corresponden a las secciones 21.3 a 21.7 del código del ACI.

16.3.1 Elementos que resisten cargas inducidas por sismo

El código del ACI incluye recomendaciones para elementos sometidos a flexión, elementos sometidos a flexo-compresión, nudos, muros y diafragmas que resisten cargas inducidas por sismos severos.

Elementos sometidos a flexión

Estos elementos están diseñados para resistir principalmente flexión aunque también están sometidos a cargas axiales, fuerzas cortantes y momentos torsores. Se caracterizan porque su compresión axial amplificada es menor que $(A_g f'_c / 10)$ donde A_g es el área bruta de la sección. El código presenta recomendaciones en relación a su geometría y a su refuerzo, tanto longitudinal como transversal.

En cuanto a su geometría, se recomienda que la relación luz libre/peralte efectivo de estos elementos sea mayor que 4 ya que las piezas menos esbeltas tienen un comportamiento diferente cuando están sometidas a inversión de esfuerzos y por ello requieren consideraciones especiales, sobre todo en lo referente a su resistencia al corte. Por otro lado, su relación ancho/peralte debe ser mayor que 0.3 y su ancho no será menor que 25 cm. ni mayor que $(b+1.5h)$, donde b es el ancho del apoyo, medido en el plano perpendicular al eje longitudinal del elemento a flexión y h es su peralte.

El refuerzo longitudinal en cualquier sección del elemento, tanto positivo como negativo, no será menor que el definido a través de las expresiones (5-12) y (5-13). La cuantía de acero no será mayor que 0.025 ó $0.075 \bar{\rho}_b$ (referirse a la Tabla 5.1). Cuando un elemento es sometido a cargas cíclicas dentro del rango inelástico, algunas hipótesis asumidas para la determinación

de la cuantía balanceada pierden validez: entre ellas se tiene: la distribución lineal de deformaciones, el límite de fluencia del acero bien definido, la deformación máxima del concreto de 0.003, etc. Por ello, el concepto de cuantía balanceada pierde vigencia cuando se trata el problema de cargas cíclicas. La cuantía máxima de 0.025 busca evitar el congestionamiento del refuerzo e indirectamente, limitar los esfuerzos de corte en elementos de dimensiones considerables cuando se desarrollan rótulas plásticas en sus extremos. El código también sugiere que por lo menos dos varillas de acero se coloquen, arriba y abajo, a todo lo largo del elemento. En la figura 16.1 se muestran algunos requisitos adicionales para el refuerzo longitudinal de elementos sometidos a flexión.

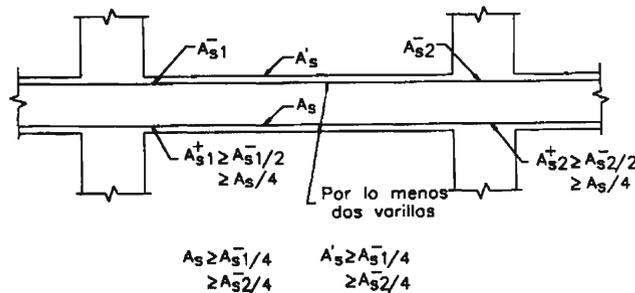


Figura 16.1. Refuerzo longitudinal mínimo en elementos sometidos a flexión que resisten cargas sísmicas

Los empalmes traslapados del refuerzo longitudinal se podrán emplear siempre que se distribuya refuerzo transversal a todo lo largo de éste para darle confinamiento en caso que el recubrimiento de concreto se desprenda. El acero transversal estará constituido por estribos cerrados o zunchos con espaciamiento menor que $d/4$ ó 10 cm. Este tipo de empalme no es seguro en zonas donde se prevé la fluencia del refuerzo longitudinal. Por ello, no deberán ubicarse en los nudos ni a una distancia de ellos menor que el doble del peralte del elemento; tampoco, en los puntos donde el análisis señala la ubicación de rótulas plásticas potenciales. Los empalmes mecánicos y soldados son una alternativa siempre que cumplan los requisitos mencionados en la sección 16.2.4.

El refuerzo transversal brinda apoyo al refuerzo longitudinal y confina el núcleo de concreto cuando el recubrimiento se desprende. Por ello, debe estar constituido por estribos cerrados. La inversión de esfuerzos por efecto de las cargas sísmicas, hace necesario el uso de estribos perpendiculares al refuerzo longitudinal pues éstos son igualmente efectivos ante solicitaciones inversas. Desde el punto de vista constructivo, la colocación de estribos cerrados es complicada y por ello, es posible reemplazarlos por la unión de un estribo abierto y un bastón o *cross tie*, como se muestra en la figura 16.2. Los *cross ties* presentan un gancho a 90° en un extremo y en el otro uno 35° . Se colocarán alternándolos a uno y otro lado del elemento. Si se trata de una viga que presenta losa en sólo uno de sus lados, el gancho a 90° se colocará siempre del lado de la losa para que ésta le provea confinamiento. Los estribos cerrados deberán satisfacer los mismos requisitos que los propuestos para columnas (referirse a la sección 10.3.1).

En la figura 16.3 se muestra la distribución del refuerzo transversal mínimo en elementos sometidos a flexión. La concentración de refuerzo en los extremos busca confinar el núcleo de concreto en caso que el recubrimiento se desprenda por lo que se denomina refuerzo de confinamiento. El desprendimiento del recubrimiento se suele presentar después de la formación de rótulas plásticas.

Los estribos de confinamiento deben disponerse no sólo en los extremos de los elementos sometidos a flexión sino en todas las secciones en las que se espera la formación de rótulas plásticas ante los desplazamientos generados por las cargas sísmicas. En este caso, los estribos se dispondrán en una longitud igual a $2h$ a ambos lados de la sección en consideración.

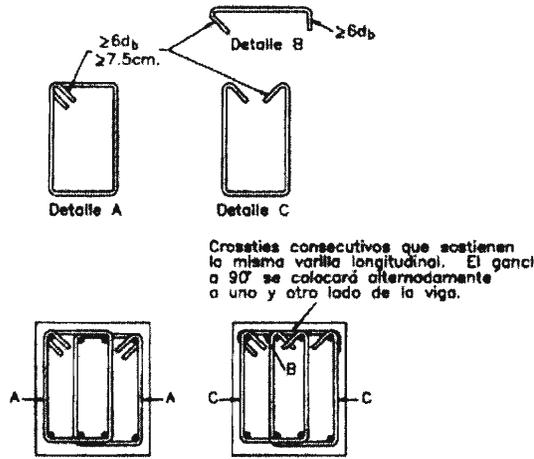


Figura 16.2 refuerzo transversal en elementos sometidos a flexión

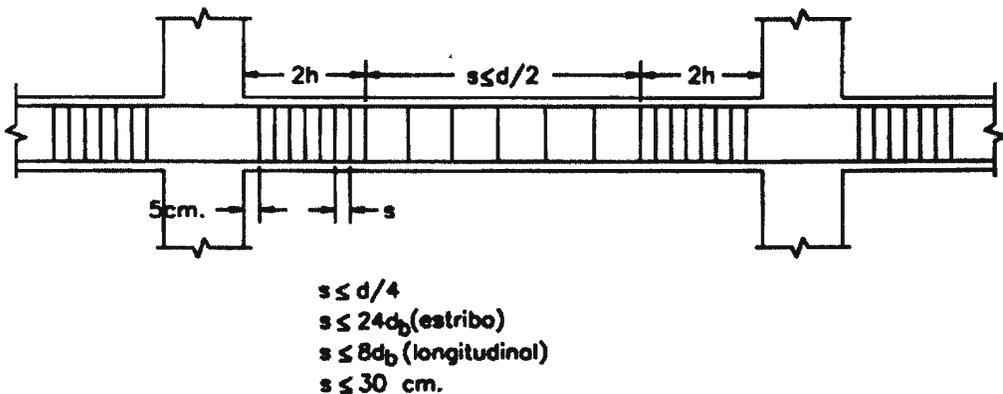


Figura 16.3 Distribución del refuerzo transversal mínimo en elementos sometidos a flexión

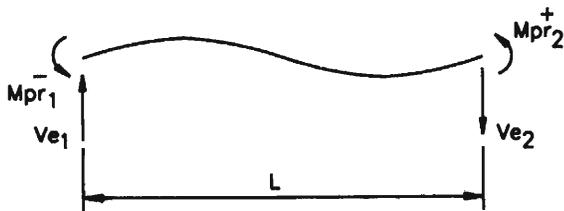
Los estribos de confinamiento deben ser capaces de resistir la fuerza cortante que experimenta la región que confinan cuando ésta entra en fluencia por flexión. En el caso particular de los extremos del elemento, la fuerza cortante de diseño es:

$$V_e = \frac{M_{pr1} + M_{pr2}}{L} \pm V_{est} \tag{16-1}$$

- donde:
- V_e : Fuerza cortante de diseño.
 - M_{pr1}, M_{pr2} : Resistencia probable a la flexión de los dos extremos del elemento asumiendo que el esfuerzo de fluencia del acero es $1.25f_y$ y que el factor de reducción de resistencia, ϕ , es igual a 1.
 - L : Longitud del elemento.
 - V_{est} : Fuerza cortante debida a cargas de gravedad. Para vigas simétricas sometidas a carga uniforme es igual a $w_u L/2$.

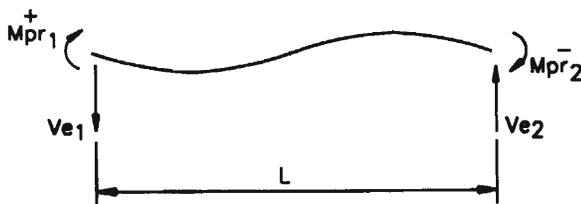
La resistencia probable a la flexión se determina considerando que el esfuerzo de fluencia del acero es igual a $1.25f_y$ para permitir mayores deformaciones. Además, los giros considerables que se presentan en la fluencia por flexión ocasionan que el acero alcance la fase de endurecimiento por deformación. En esta etapa, los esfuerzos que el acero experimenta son superiores al de fluencia.

La resistencia probable de una sección depende de la dirección en la cual se considera el gira de la misma. En un caso, el refuerzo superior será el que trabaje en tracción; en el otro, el refuerzo inferior. Para la determinación de la fuerza cortante de diseño se debe considerar ambos casos y desarrollar el diseño con el más crítico. En la figura 16.4 se muestran las expresiones a emplear para evaluar la fuerza cortante de diseño.



$$V_{e1} = \frac{M_{pr1}^- + M_{pr2}^+}{L} + 0.75\left(\frac{1.4D + 1.7L}{2}\right)$$

$$V_{e2} = -\left(\frac{M_{pr1}^- + M_{pr2}^+}{L}\right) + 0.75\left(\frac{1.4D + 1.7L}{2}\right)$$



$$V_{e1} = -\left(\frac{M_{pr1}^+ + M_{pr2}^-}{L}\right) + 0.75\left(\frac{1.4D + 1.7L}{2}\right)$$

$$V_{e2} = \frac{M_{pr1}^+ + M_{pr2}^-}{L} + 0.75\left(\frac{1.4D + 1.7L}{2}\right)$$

Figura 16.4 Condiciones a considerar para determinar la fuerza cortante de diseño en elementos sometidos a flexión

Si la fracción de la fuerza cortante de diseño constituida por el primer término de la relación (16-1) es mayor que el 50% del total y la carga axial del elemento es menor que $A_g f'_c / 20$, se considerará que el aporte del concreto a la resistencia al corte es nulo. Esta recomendación se ha incluido como el medio más sencillo para incrementar el refuerzo transversal del elemento ya que se ha demostrado experimentalmente que las piezas sometidas a cargas cíclicas requieren mayor refuerzo transversal para asegurar la falla por flexión. Esta medida adoptada por su sencillez no debe interpretarse como un aporte nulo del núcleo de concreto ya que en realidad, éste juega un papel muy importante en el comportamiento de la pieza.

Elementos sometidos a flexión y carga axial

Estos elementos se caracterizan porque su carga axial amplificada es mayor que $(A_g f'_c / 10)$ y están constituidos principalmente por columnas. La menor dimensión de su sección transversal medida sobre una línea recta que pasa por su centroide debe ser mayor que 30 cm. y la relación entre ésta y la dimensión perpendicular no debe ser menor que 0.4.

Como ya se indicó, las columnas deben ser más resistentes que las vigas que llegan a ellas para inducir la formación de rótulas plásticas en las últimas y no en las primeras. Por ello, el código sugiere que:

$$\sum M_c \geq (6/5) \sum M_g \quad (16-2)$$

(ACI-Ec(21-1))

donde: $\sum M_c$: Suma de los momentos nominales resistentes a la cara de las columnas que concurren al nudo, calculada para la carga amplificada que corresponde con la dirección de la fuerza horizontal considerada y que dé como resultado la menor resistencia a la flexión.

$\sum M_g$: Suma de los momentos nominales resistentes a la cara de las vigas que concurren al nudo. En vigas T cuando la losa está a tracción en la cara del nudo, el refuerzo de la losa en el ancho b efectivo de la viga T se considerará para el cálculo de M_g .

En ambos casos, los momentos están referidos a las caras del nudo. Para la evaluación de la ecuación (16-2) los momentos resistentes de las vigas deberán oponerse a los momentos resistentes de las columnas. De acuerdo a la dirección en la que se asuma el giro del nudo, los momentos resistentes de vigas y columnas serán diferentes por lo que se deberá considerar el giro en ambos sentidos. La ecuación (16-2) debe verificarse en todas las direcciones en las que existen vigas que llegan a la columna. Si alguna columna no cumple con la condición (16-2), deberá llevar refuerzo transversal de confinamiento en toda su longitud y no se considerará como parte del sistema que resiste cargas laterales. El refuerzo de confinamiento de columnas será definido más adelante. Las implicancias de esta consideración serán obviadas si son conservadoras y tomadas en cuenta si no lo son. Por ejemplo, la rigidez y resistencia aportadas por estos elementos no serán tomadas en cuenta para el análisis. Sin embargo, las cargas sísmicas no deberán ser reducidas por el cambio en la rigidez de la estructura.

La cuantía de refuerzo longitudinal en elementos sometidos a flexión y carga axial no deberá ser inferior a 0.01 ni superior a 0.06. La cuantía máxima se ha reducido para evitar el congestionamiento del refuerzo y limitar los esfuerzos de corte en la pieza cuando alcance su resistencia última a la flexión. Sólo se permitirá empalmes traslapados en la zona central del elemento y éstos serán proporcionados como empalmes a tracción y se encerrarán con estribos especiales de confinamiento. Esto se debe a la probabilidad que existe que el recubrimiento de concreto se desprenda en los extremos del elemento haciendo que estos empalmes se tornen inseguros. Los empalmes soldados y mecánicos deberán satisfacer los requisitos indicados en la sección 16.2.4 y podrán colocarse en cualquier sección pero no más de la mitad de las barras se puede empalmar en la misma sección.

El refuerzo transversal de confinamiento de columnas está definido por los requisitos mínimos que se presentan a continuación.

- Si se trata de refuerzo en espiral, la relación volumen de acero/volumen de concreto, P_s no será menor que:

$$\rho_s = 0.12 f'_c / f_{yh} \quad (16-3)$$

(ACI-Ec(21-2))

ni menor que la requerida por la expresión (10-14). En la relación (16-3), f_{yh} es el esfuerzo de fluencia del acero de la espiral.

- El área de refuerzo provista por estribos, A_{sh} , no deberá ser menor que la determinada a través de las siguientes expresiones:

$$A_{sh} = 0.3 (s h_c f'_c / f_{yh}) [(A_g / A_{ch}) - 1] \quad (16-4)$$

(ACI-Ec(21-3))

$$A_{sh} = 0.09 s h_c f'_c / f_{yh} \quad (16-5)$$

(ACI-Ec(21-4))

- donde:
- s: Espaciamiento entre estribos.
 - h_c : Ancho del núcleo de concreto confinado por el acero medido centro a centro de los estribos exteriores.
 - A_g : Área bruta de la sección del elemento.
 - A_{ch} : Área del núcleo de concreto confinado por el acero.
 - f_{yh} : Esfuerzo de fluencia del refuerzo transversal.

En la figura 16.5 se muestran estos parámetros con más detalle. Los estribos podrán ser simples o múltiples y serán cerrados con ganchos de 135°. Si el estribo es circular podrá emplear ganchos de 90°. En caso de estribos múltiples podrá emplearse *cross ties*. Los ganchos a 90° y 135° deberán ser ubicados alternadamente a uno y otro lado del elemento como se muestra en la figura 16.6 y deberán estar alrededor de fierros longitudinales. Además, la distancia entre dos *cross ties*

sucesivos, medida en un plano perpendicular al eje longitudinal del elemento, deberá ser menor que 35 cm.

Si el núcleo de concreto de la columna es capaz de desarrollar la resistencia de diseño requerida no será necesario que se satisfagan las condiciones impuestas por las expresiones (10-14) y (16-4).

En la figura 16.7 se muestra la distribución del refuerzo transversal de confinamiento, definido en el párrafo precedente. La zona de confinamiento se ubica en los extremos del elemento en una longitud igual a l_0 . En el resto de la columna se provee refuerzo transversal espaciado a 6 veces el diámetro del refuerzo longitudinal o 15 cm., el que sea menor. Al igual que en los elementos sometidos a flexión, el refuerzo de confinamiento también será provisto en zonas donde se prevé la formación de rótulas plásticas. El acero transversal definido en este párrafo será incrementado en caso que sea requerido por resistencia al corte.

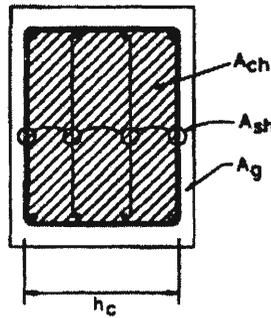


Figura 16.5. Parámetros para la determinación del área de refuerzo transversal de confinamiento en columnas

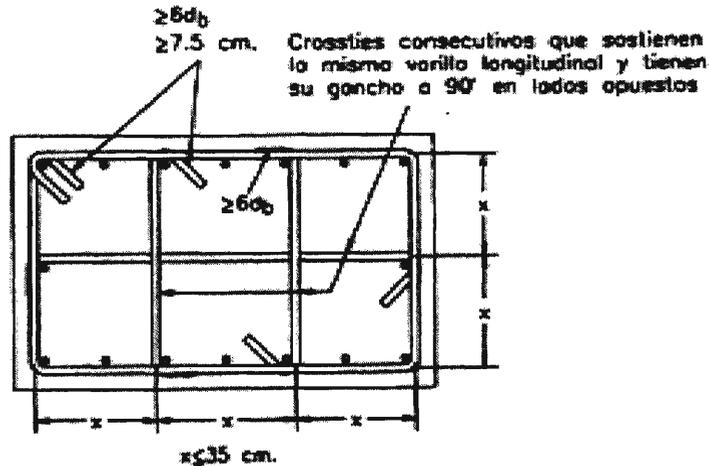
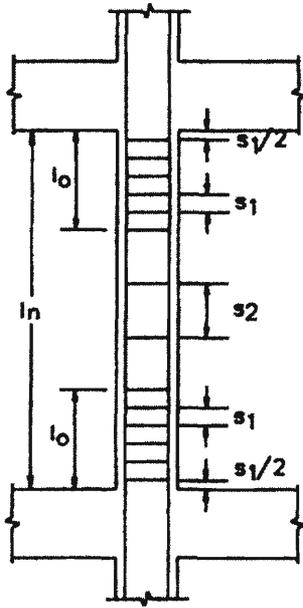


Figura 16.6. Distribución de los crossties en la sección transversal de la columna

Si bien es cierto que las recomendaciones del código están orientadas a evitar la formación de rótulas plásticas en columnas, existe la posibilidad que se desarrollen ante un sismo severo. Por ello, el código recomienda que la fuerza cortante de diseño, V_e , se determine con el mismo criterio que para elementos sometidos a flexión, es decir, el refuerzo de confinamiento del elemento debe prepararlo para resistir la fuerza cortante que experimente con la fluencia de las regiones confinadas. En este caso, la resistencia probable de la columna a la flexión, M_{pr} , estará asociada al mayor momento flector que ésta pueda resistir bajo las cargas axiales últimas a las que está sometida.



$$l_o \geq 1.6 l_n$$

$$l_o \geq 45 \text{ cm.}$$

$$l_o \geq \text{Mayor dimensión del elemento}$$

$$s_1 \leq \frac{\text{Menor Dimensión}}{4}$$

$$s_1 \leq 6 d_b \text{ longitudinal}$$

$$s_1 \leq 10 + \frac{35-h_x}{3} \quad (21-5 \text{ del ACI})$$

$$s_1 \leq 15 \text{ cm.}$$

$$s_1 \leq 10 \text{ cm.}$$

Figura 16.7. Distribución del refuerzo transversal en columnas

Cuando los extremos de las vigas que transmiten cargas a una determinada columna entran en fluencia, se habrá alcanzado el mayor momento flector que aquéllas pueden transmitirle. Si la columna cuenta con una resistencia superior a este momento, ese exceso no será utilizado. Por ello, el código recomienda que para evaluar la fuerza cortante de diseño de la columna, no es necesario que el momento resistente probable sea superior al momento que pueden entregarle las vigas que llegan a ella.

En las secciones críticas para columnas, la fuerza cortante en dos sentidos causada por las fuerzas de gravedad amplificadas será igual o menor que $0.4 \phi V_e$, tanto para concreto normal como para pretensado.

Se puede no tomar en cuenta este requisito si la construcción del esfuerzo cortante en dos sentidos amplificadas de la fuerzas de sismo, transferidas por excentricidad del corte entre la losa y la columna (11.12.6 del ACI), en el punto de máximo esfuerzo es menor que $1/2 \phi V_n$.

En ningún caso la fuerza cortante de diseño será menor que la obtenida en el análisis. Si la fracción de la fuerza de diseño debida a los momentos resistentes probables en los extremos es mayor que el 50% del total y la carga axial factorizada es menor que $A_g f'_c / 20$, se asumirá que el aporte del concreto es nulo para el diseño del refuerzo transversal.

Las columnas que reciben reacciones de elementos rígidos como muros están sometidas a esfuerzos de corte elevados. Por ello, si la carga axial amplificada generada por las solicitaciones sísmicas es mayor que $A_g f'_c / 20$ se recomienda proveerlas de refuerzo de confinamiento en toda su altura. Este acero se extenderá dentro del muro una distancia mayor o igual que la longitud de anclaje del refuerzo longitudinal de la columna buscando de este modo dar confinamiento al concreto que recibe la carga concentrada. En las uniones columna-zapata, el refuerzo transversal de columnas se extenderá 30 cm. dentro del cimiento, como se muestra en la figura 16.8.

Si el espesor del concreto fuera del refuerzo transversal es mayor de 10 cm. se colocará refuerzo transversal adicional espaciados $s \leq 30$ y el recubrimiento de este otro refuerzo transversal será ≤ 10 cm.

Nudos

Los nudos son los elementos encargados de garantizar la estabilidad e integridad de las estructuras dúctiles en las que se esperan desplazamientos en el rango inelástico. Son regiones donde se presenta concentración de esfuerzos. Su diseño y detallado es muy importante en estructuras que resisten solicitaciones sísmicas.

El refuerzo longitudinal de las vigas que llegan al nudo deberá extenderse hasta la cara más alejada del núcleo de la columna y será anclado en tensión según las provisiones señaladas más adelante. Se ha observado que las varillas rectas del refuerzo longitudinal de vigas se deslizan en los nudos cuando están sometidas a una continua inversión de momentos. Por ello, se requiere algunas dimensiones mínimas en las columnas que llegan al nudo para garantizarle un adecuado confinamiento y de este modo reducir el deslizamiento. Siempre que el refuerzo longitudinal de una viga se extienda hacia el nudo, la dimensión de la columna en la dirección de dicho refuerzo no será menor que 20 veces el diámetro de las varillas longitudinales (ver figura 16.9). Si se trata de concreto ligero, la dimensión de la columna no será menor que 26 veces el diámetro del refuerzo.

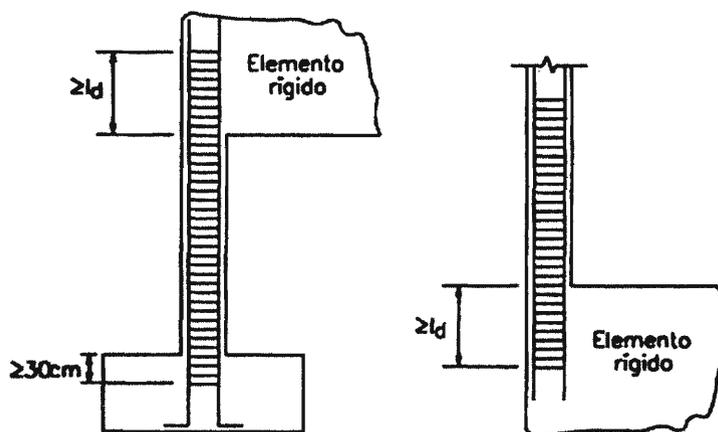


Figura 16.8. Refuerzo transversal en la unión columna-elemento rígido

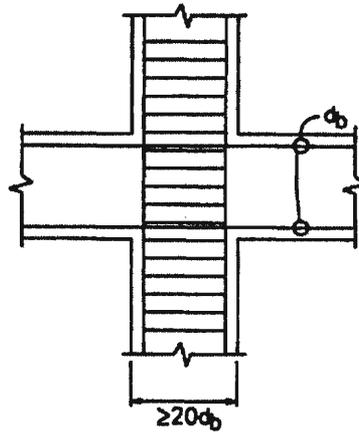


Figura 16.9. Dimensiones mínimas de los nudos para evitar el deslizamiento del refuerzo longitudinal de las vigas

El código recomienda distribuir estribos a todo lo alto del nudo para mantener su capacidad de carga vertical aún después que el recubrimiento de concreto se desprenda. Estos sirven para resistir las fuerzas de corte generadas por los elementos que llegan a él y para mejorar la adherencia entre el acero y el concreto de la conexión. Los estribos mínimos requeridos en el nudo son los correspondientes al refuerzo de confinamiento de columnas a menos que sea confinado por vigas en sus cuatro lados. Se considera que una viga provee confinamiento al nudo, si su ancho es por lo menos $3/4$ del ancho de la columna. En este caso, se colocará refuerzo transversal igual a por lo menos la mitad del refuerzo definido por (16-3), (16-4) y (1-6) en una altura igual al peralte de la viga de menor peralte que llegue a él. En este caso, el espaciamiento máximo entre estribos podrá incrementarse a 15 cm.

El refuerzo longitudinal de las vigas cuyo ancho es mayor que el de la columna, será confinado por las vigas que llegan perpendicularmente al nudo o en su defecto se les proveerá refuerzo transversal como se muestra en la figura 16.10.

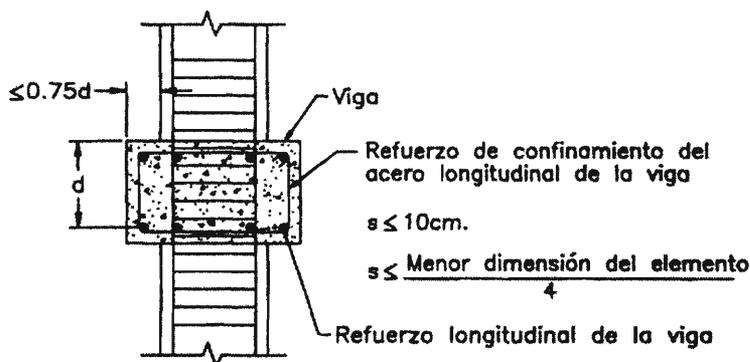


Figura 16.10. Confinamiento del refuerzo longitudinal de vigas

Se ha demostrado experimentalmente que la resistencia al corte de los nudos no depende apreciablemente de su refuerzo transversal. Por ello, el código prefiere definir dicha resistencia sólo en función de las características del concreto e indicar una cuantía mínima de acero transversal. La resistencia al corte del nudo está dada por:

- Nudos confinados en 4 caras

$$V_n = 5.3 \sqrt{f'_c} A_j \quad (16-6)$$

- Nudos confinados en 3 caras o en dos cara opuestas

$$V_n = 4 \sqrt{f'_c} A_j \quad (16-7)$$

- Otros casos

$$V_n = 3.2 \sqrt{f'_c} A_j \quad (16-8)$$

donde: A_j : Área efectiva del nudo definida en la figura 16.11. Este parámetro depende de la dirección de análisis.

Si el concreto está elaborado a base de agregados ligeros, la resistencia al corte del nudo será el 75% de la definida por las expresiones (16-6), (16-7) y (16-8).

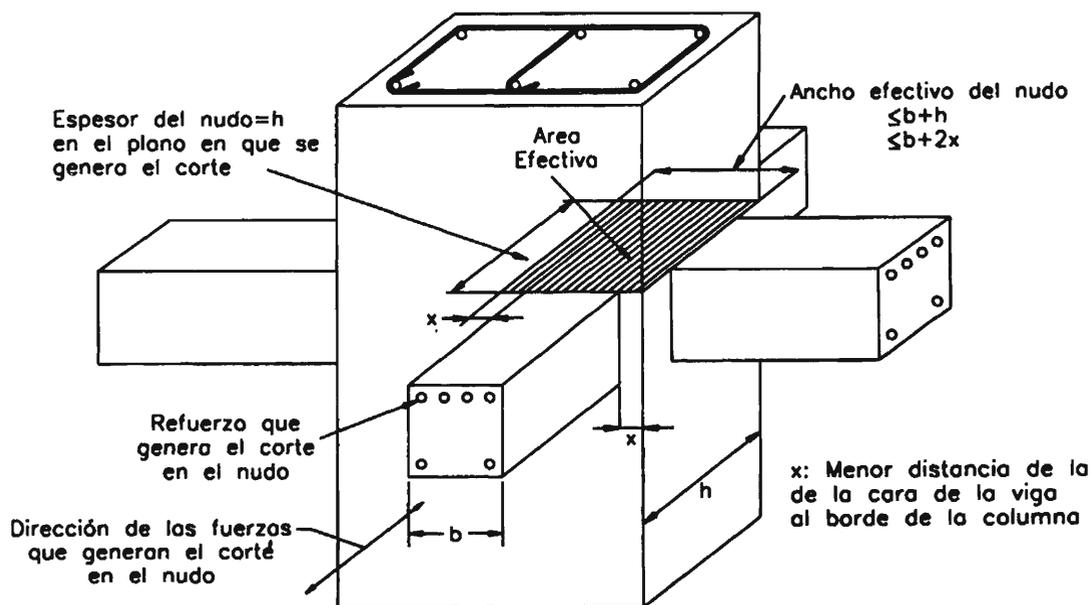


Figura 16.11. Área efectiva que resiste el corte en nudos

La fuerza cortante que actúa en el nudo se determina efectuando un corte en el centro del mismo, como se muestra en la figura 16.12. Las fuerzas generadas por el refuerzo de las vigas se estiman asumiendo que están sometidas a un esfuerzo igual a $1.25f_y$. Por equilibrio, se tiene:

$$V_u = T_1 + C_2 - V_h$$

Puesto que $C_2 = T_2$,

$$V_u = T_1 + T_2 - V_h$$

$$V_u = 1.25f_y A_{s1} + 1.25f_y A_{s2} - V_h$$

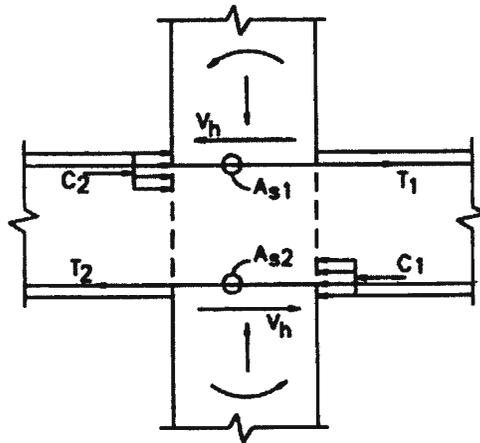


Figura 16.12. Fuerza cortante sobre el nudo

Si V_u es mayor que ϕV_n entonces será necesario incrementar la sección de la columna o la resistencia del concreto a la compresión. También se suele aumentar el peralte de las vigas para reducir la cantidad de refuerzo y por ende la fuerza que generan.

En el ACI Structural Journal de Enero-Febrero de 1992, se sugiere colocar armadura adicional diagonal como se presenta en la figura 16.13, para resistir el corte que no es tomado por el nudo. La fuerza cortante aportada por el refuerzo adicional es igual a:

$$V_{sx} = 2A_{sj} f_y \sin\theta$$

$$V_{sx} = \frac{V_u}{\phi} - V_n$$

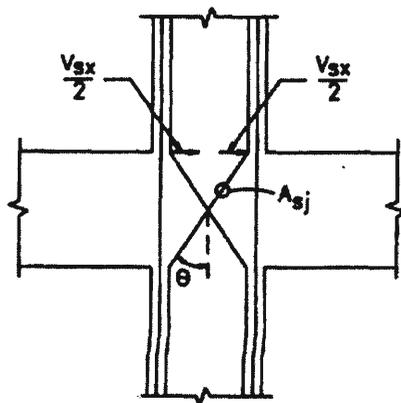


Figura 16.13. Refuerzo diagonal adicional para resistir el corte en el nudo

Muros especiales de concreto armado y vigas de conexión

Los muros son elementos diseñados para resistir combinaciones de fuerzas cortantes, momentos y cargas axiales inducidas por acciones sísmicas.

Los requisitos mínimos del refuerzo tienen por objeto controlar el ancho de las rajaduras inclinadas.

Las cuantías ρ_v y ρ_n del refuerzo serán ≥ 0.0025 , donde:

$$\rho_v = \frac{A_{sv}}{A_{cv}} \quad (16-9)$$

A_{sv} : Área del refuerzo distribuido uniformemente en el plano A_{cv} (fierro vertical)

A_{cv} : Área neta de concreto limitada por el espesor del alma del muro y su longitud en la dirección en la cual se analiza el corte. Ver figura 16.14.

Si la fuerza cortante de diseño V_u obtenida del análisis de cargas laterales de acuerdo a las combinaciones de cargas amplificadas es menor que $0.27\sqrt{f'_c}A_{cv}$ la cuantía mínima del refuerzo puede reducirse a los valores presentados en el capítulo 11.

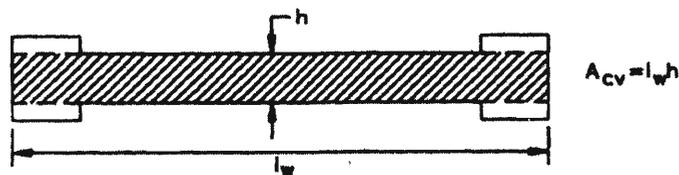


Figura 16.14. Área neta del muro de corte

El espaciamiento máximo del refuerzo tanto vertical como horizontal será ≤ 45 cm.

El espaciamiento mínimo entre barras, medidos de centro a centro será igual o mayor que $3d_b$.

Si la fuerza cortante de diseño $V_u \geq 0.53 A_{cv} \sqrt{f'_c}$ se colocará por lo menos dos capas de refuerzo para evitar la fragmentación del concreto en el caso que se presenten rajaduras severas durante un sismo.

El refuerzo que resiste al corte será continuo y distribuido uniformemente en el plano del corte.

Todo refuerzo continuo en muros estructurales se empalmará y anclará como refuerzo en tracción.

La resistencia del corte en muros será igual a:

(16-10)

$$V_n = A_{cv} (\alpha_c \sqrt{f'_c} + \rho_n f_y) \quad (\text{ACI-EC 21.7})$$

donde: ρ_n : Cuantía del refuerzo de corte distribuido en un plano perpendicular al plano A_{cv} . (fierro horizontal).

$\alpha_c = 0.8$ para $h_w/l_w \leq 1.5$

$\alpha_c = 0.53$ para $h_w/l_w \geq 2.0$

donde: h_w : Altura del elemento analizado.

l_w : Largo del elemento analizado.

Para valores intermedios se interpola.

Se debe tener en cuenta la posibilidad de fluencia en los componentes del muro como son los segmentos y las vigas de conexión. Si la fuerza cortante amplificada en un nivel de la estructura es resistida por varios muros o varios segmentos de muro, el esfuerzo cortante unitario promedio será $\leq 2.1 \sqrt{f'_c}$ con el requisito adicional que ningún segmento tenga un esfuerzo $> 2.7 \sqrt{f'_c}$.

Un segmento de muro es la porción de muro ubicada entre dos aberturas o entre una abertura y el borde del elemento, como se muestra en la figura 16.15.

Para calcular la resistencia al corte en un segmento de muro el parámetro α_c se calculará empleando la relación h_w/l_w correspondiente al segmento o al muro completo, la que es mayor.

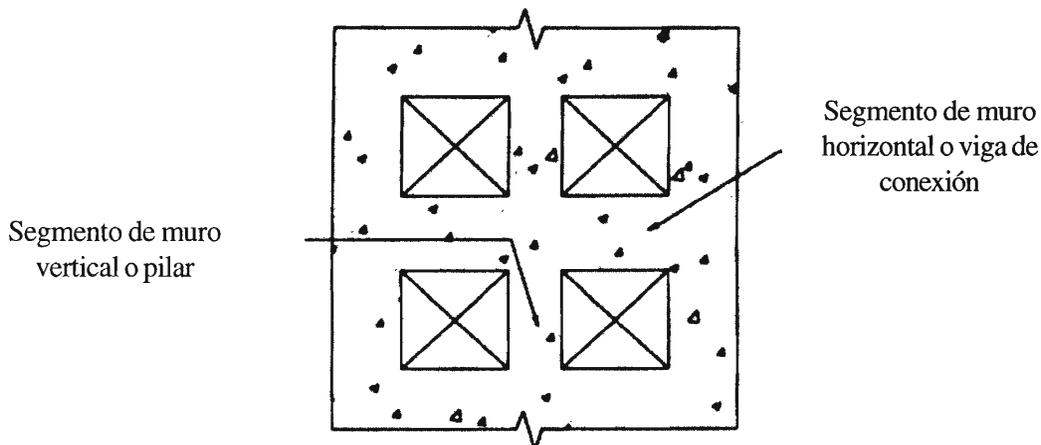
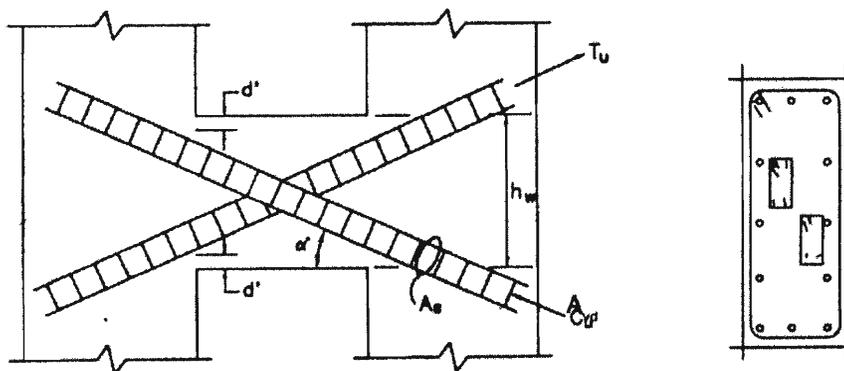


Figura 16.15. Segmentos de muro

Si $h_w/l_w \leq 2$ entonces se deberá cumplir que $\rho_v \geq \rho_n$.

Las vigas de conexión pueden proporcionar rigidez y disipar energía. Además del refuerzo vertical y horizontal, un refuerzo confinado en diagonal proporciona adecuada resistencia y por experiencia se demuestra que es efectivo cuando se coloca con una gran inclinación por lo que el refuerzo en diagonal se limita para vigas que tengan $l_d/h < 4$. El refuerzo se colocará como se muestra en fig. 16.16.



$$\begin{aligned}
 T_u &= C_u = \phi A_{vd} f_y \\
 V_u &= 2T_u \sin \alpha \\
 &\quad 2A_{vd} s f_y \sin \alpha \\
 M_u &= \phi A_{vd} s f_y \cos \alpha (h_w - 2d)
 \end{aligned}$$

Figura 16.16. Refuerzo diagonal confinado para resistir el corte en segmentos de muros

El espesor de la viga estará controlado por los recubrimientos.

Las vigas de conexión con $l_n/h < 2$ y con $V_u > 1.06\sqrt{f'_c}A_{cp}$ donde A_{cp} es el área de concreto que resiste el corte, se podrán reforzar con refuerzo en diagonal salvo que se demuestre que la pérdida de rigidez y resistencia de la viga de conexión no disminuye la capacidad de la estructura para resistir cargas verticales o la integridad de los componentes no estructurales y sus conexiones con la estructura.

Las vigas de conexión con $l_n/h \geq 4$, se armarán como viga normal y $V_n \leq 2.65\sqrt{f'_c}A_{cp}$

Las vigas de conexión con refuerzo en diagonal deben cumplir los siguientes requisitos:

- a) $l_n/h < 4$
- b) $V_n = 2 A_{vd} f_y \sin \alpha$ (ACI-Ec(21-9))
donde A_{vd} = Área de los fierros de uno de los brazos de la diagonal
- c) $V_n \leq 2.65\sqrt{f'_c}A_{cp}$
- d) $V_u \leq \phi V_n$
- e) Cada diagonal debe tener por lo menos 4 fierros formando un núcleo encerrado por estribos de confinamiento y con dimensiones máximas medidas afuera del estribo de, ancho $\leq b_w/5$ y altura $\leq b_w/2$ y resistirán $T_u = V_u/2 \sin \alpha$ de modo que $A_{vd} = T_u/\phi f_y$.
- f) Los estribos de las diagonales deben cumplir los requisitos de estribos de elementos en compresión.

$$\rho = 0.45 (A_g/A_c - 1) f'_c/f_y \quad (\text{ACI-Ec}(10-5))$$

$$A_{sh} = 0.3 (sh_c f'_c/f_y) [(A_s/A_n) - 1] \quad (\text{ACI-Ec}(21-3))$$

Para calcular A_g se tomará el mínimo recubrimiento especificado en el capítulo 3, para los cuatro lados del conjunto en diagonal.

- g) Se considera que el refuerzo en diagonal contribuye a la resistencia a la flexión de la viga de conexión.

$$M_u \leq \phi A_{vd} f_y \cos \alpha (h_w - 2d')$$

- h) Las barras diagonales se anclarán a tracción en el muro.
- i) Se colocará refuerzo vertical en la viga con
 $A_v \geq 0.0015 b_w s$ y $s \leq d/5$ $s \leq 45\text{cm}$.
- j) Se colocará refuerzo horizontal en la viga con
 $A_{vh} \geq 0.0025 b_w s_2$ y $s_2 \leq d/3$ $s_2 \leq 45\text{ cm}$.

Para la resistencia a la flexo-compresión se diseñarán como cualquier elemento, solo que el momento no se amplifica por esbeltez. Se tendrá en cuenta el efecto de las aberturas.

El refuerzo longitudinal se anclará en las alas, elementos de borde y alma del muro como se indica más adelante

Salvo que se haga un análisis más detallado se considerará ancho de alas, en secciones con alas desde la cara del alma de muro, la menor distancia entre la mitad de la distancia entre muros adyacentes ó $0.25 h_w$.

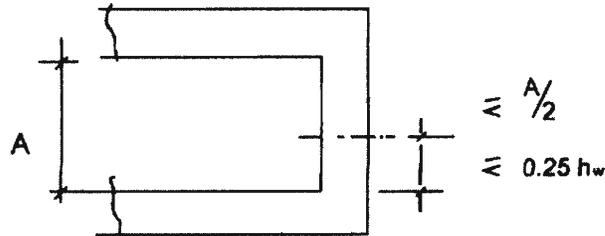


Figura 16.17. Ancho de alas

Esto se aplica para muros en L, T o C u otras versiones similares. Los valores límites indicados dan buenos resultados para tracción y compresión.

Elementos de Borde en Muros Especiales de Concreto Armado

Hay dos formas de estudiar la necesidad de elementos de borde en los muros, los que deben ser continuos desde la cimentación, hasta el extremo superior, y deben tener la misma sección crítica para flexión y cargas axiales.

El primer método indica lo siguiente:

- a) Las zonas de compresión llevarán elementos de borde cuando:

$$c \geq \frac{l_w}{600 (\delta_u/h_w)} \quad (6-11)$$

(ACI-Ec(21-8))

donde

c = distancia del eje neutro a la fibra más comprimida.

δ_u = desplazamiento de diseño

h_w = altura del muro

$$\delta_u/h_w \geq 0.007$$

- b) Cuando se necesita el elemento de borde el refuerzo del elemento de borde se extenderá verticalmente una distancia $\geq l_w$ ó $\geq M_u/4 V_u$.
- c) Se debe respetar los límites de viga larga de ACI 10.2.3.

Alternativamente si el esfuerzo en la fibra extrema de un muro, ocasionado por cargas de gravedad y sismo, es mayor que $0.2f'_c$, entonces el muro será provisto de elementos de borde tanto en sus extremos como alrededor de las aberturas, a menos que todo el muro se provea con el refuerzo de confinamiento definido para elementos sometidos a cargas axiales superiores a $A_g f'_c / 10$. El esfuerzo en la fibra extrema será calculado para las cargas amplificadas asumiendo un modelo elástico y las propiedades de la sección bruta, como se indica en la figura 16.18. El elemento de borde podrá suprimirse donde el esfuerzo de compresión es menor que $0.15f'_c$. Los elementos de borde deberán estar provistos de refuerzo transversal de confinamiento de columnas en toda su altura.

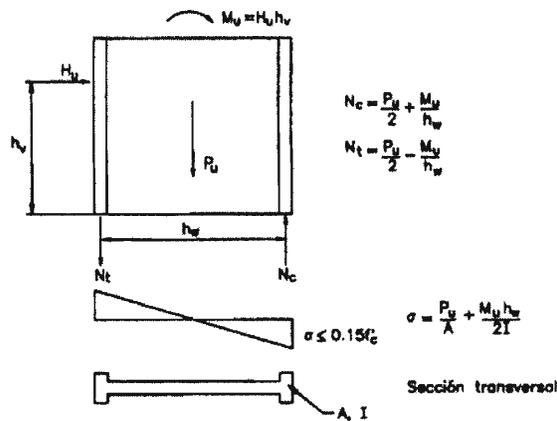


Figura 16.18. Esfuerzos en el muro de corte

El elemento de borde tendrá una dimensión horizontal desde la fibra más comprimida

$$\begin{aligned} &\geq c - 0.1 l \\ &\dot{e} \geq c/2 \end{aligned}$$

En elementos con alas el elemento de borde tendrá una dimensión mínima de 30 cms.

El refuerzo del elemento de borde debe cumplir los requisitos de columnas de pórticos sísmicos. El transversal cumplirá

$$A_{sh} = 0.09 s h_c f'_c / f_{yh}$$

$$A_{sh} = 0.3 (s h_c f'_c / f'_y) [(A_g / A_{ch}) - 1]$$

El refuerzo transversal del elemento de borde, debe continuarse dentro de la base una longitud $\geq l_d/2$ de fierro longitudinal e ≥ 30 cms.

El refuerzo horizontal del muro será anclado en los elementos de borde para desarrollar su esfuerzo de fluencia. Si éstos no están presentes y $V_u \geq 0.27 \sqrt{f'_c} A_{cv}$ el refuerzo horizontal que resiste el corte se anclará por medio de ganchos apoyados en el refuerzo exterior del muro o haciendo uso de estribos en U de diámetro similar y a igual espaciamiento, empalmados al



Figura 16.19. Anclaje del refuerzo horizontal de muros si no existe elemento de confinamiento

refuerzo de corte como se muestra en la figura 16.19. Estos estribos previenen el pandeo del refuerzo vertical del borde. La armadura principal del elemento de borde podrá tener empalmes soldados o mecánicos si cumplen los requerimientos indicados en la sección 16.2.4.

Cuando no se necesitan elementos de borde se debe satisfacer lo siguiente:

Si la cuantía del fierro longitudinal del elemento de borde es mayor que $28.2/f_y$ el refuerzo transversal debe cumplir con lo especificado para columnas pero $s_x \leq 20$ cm. y los estribos se pondrán en un ancho igual al de un elemento de borde o sea $a \leq c-0.1 l_w$, y $a \leq c/2$.

La cuantía se mide:

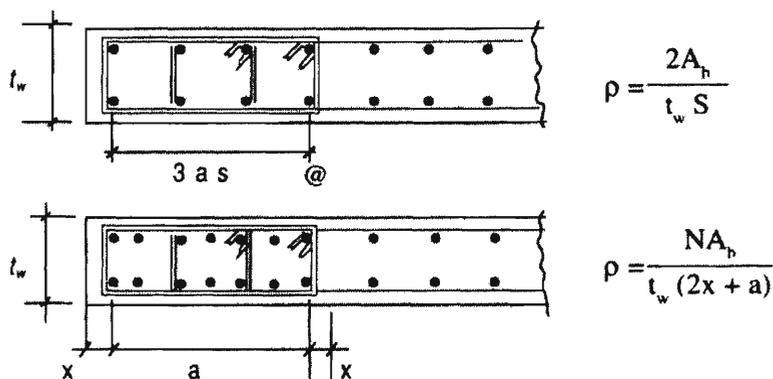


Figura 16.20

Diafragmas estructurales y tijerales

Son las losas de piso o techo que transmiten las fuerzas inducidas por el sismo, como también las estructuras reticulares (tijerales) puntales, cordones o arriostres que transmiten esas fuerzas.

Son elementos estructurales que cumplen las siguientes funciones:

- a) Soporte para los muros, particiones y revestimientos que resisten fuerzas de sismo pero no forman parte del sistema sismo-resistente.
- b) Transmiten las fuerzas laterales desde el punto de aplicación hasta el sistema sismo-resistente del edificio.
- c) Conectan los diversos componentes del sistema sismo-resistente con la adecuada rigidez, tenacidad y resistencia que permite que el edificio actúe de acuerdo al diseño.

Una losa vaceada sobre estructuras prefabricadas puede usarse como diafragma estructural siempre que esté armada y que sus dimensiones y conexiones estén proporcionadas y detalladas para una completa transferencia de las fuerzas a los cordones, elementos colectores y al sistema resistente del edificio. Esta losa actuando sola debe ser capaz de resistir las fuerzas de diseño. La superficie del elemento prefabricado debe estar limpia, sobre su techado e intencionalmente rugosa con rugosidades de 6 mm. Estas losas sobre prefabricados deben tener un espesor ≥ 6.5 cm.

Las lositas monolíticas de aligerados y techos waffle su espesor será ≥ 5 cm.

El esfuerzo mínimo será el de losas $A_s \geq 0.0018 bh$ y con $s \leq 5 h$, $s \leq 45$ cm. Si el refuerzo es de malla electro-soldada el espaciamiento máximo será 25 cm. para los hilos paralelos a la luz del elemento prefabricado.

El diafragma se diseñará para las fuerzas sísmicas que se obtienen del análisis de la estructura para cargas laterales.

Fuerza cortante en diafragmas

$$V_n = A_{cv} (0.53 \sqrt{f'_c} + \rho_n f_y) \quad \text{ACI-21-10 (16-12)}$$

$$V_n \leq 2.1 A_{cv} \sqrt{f'_c}$$

El refuerzo para resistir la fuerza cortante será continuo y distribuido uniformemente en el plano del corte.

El refuerzo se distribuirá uniformemente en ambas direcciones.

En el caso de losas vaceadas sobre estructuras prefabricadas o en losas vaceadas en sitio de estructuras compuestas:

$$V_n = A_{cv} \rho_n \sqrt{f_y} \quad \text{ACI-21-II (16-13)}$$

$$V_n \leq 2.1 A_{cv} f'_c$$

Elementos de borde en diafragmas

Los diafragmas tendrán elementos de borde o cordones.

Las tensiones se calcularán considerando una variación lineal y para las cargas amplificadas y considerando la sección bruta del elemento.

Se diseñarán para resistir la suma de las fuerzas axiales amplificadas que actúan en el plano del diafragma más las fuerzas obtenidas de dividir los momentos amplificadas por la distancia entre elementos de borde.

Todo refuerzo continuo en diafragmas u otros elementos se anclará como refuerzo de tracción.

El refuerzo debe desarrollar su límite elástico. Si el refuerzo del cordón está en un muro, el encuentro entre el diafragma y el muro debe tener la adecuada resistencia al corte para transferir la fuerza cortante.

Los cordones de diafragmas o elementos colectores, o tijerales, puntales o tirantes con tensiones de compresión mayores que $0.2 f'_c$, en cualquier sección tendrán refuerzos transversales como columnas en toda la longitud del elemento. Este refuerzo puede discontinuarse cuando la tensión de compresión es menor de $0.15 f'_c$.

Los empalmes de los fierros de los cordones y elementos colectores serán a tracción y deben desarrollar el límite elástico del refuerzo. Los mecánicos y soldados desarrollarán $1.25 f'_y$. Si son traslapados solo se colocaron en la mitad central y deben llevar estribos de confinamiento, que en las zonas de empalme y de anclaje tendrán espaciamiento

$$s \leq 3 d_b \text{ del fierro longitudinal}$$

$$s \leq 4 \text{ cm.}$$

y con recubrimientos $C_c \geq 2.5 d_b$ $C_c \geq 5 \text{ cm.}$

o alternativamente un refuerzo $A_y \geq 3.5 b_w s/f_y$ mínimo como especificado para columnas.

Desarrollo del refuerzo en tensión

El código recomienda que la longitud de anclaje del refuerzo en tensión sea incrementada cuando éste forma parte de elementos que resisten cargas inducidas por sismos. De este modo la longitud de anclaje del gancho a 90° , para varillas con denominación entre la #3 y la #11, deberá cumplir:

$$l \geq 15 \text{ cm.}$$

$$l_{dh} \geq 8 d_b.$$

$$l_{dh} \geq \frac{f_y}{17.2\sqrt{f'_c}} d_b \quad (16-14)$$

ACI-Ec (21-6)

donde: l_{dh} : Longitud de anclaje del gancho a 90° .
 d_b : Diámetro de la varilla en consideración.

El gancho deberá estar dentro del núcleo confinado de la columna o del elemento de borde en muros y diafragmas. Para concretos con agregados livianos las longitudes de los anclajes presentadas en el párrafo anterior serán incrementadas en un 25%.

La longitud de anclaje a tracción de varillas rectas, entre la #3 y la #11, deberá satisfacer:

$$l_d \geq 2.5l_{dh}$$

Para barras superiores el requisito será:

$$l_d \geq 3.5l_{dh}$$

Las varillas rectas que anclan en un nudo deberán atravesar el núcleo confinado de la columna o del elemento de borde. Cuando la longitud de anclaje de éstas exceda el ancho del núcleo confinado, l_{dc} , la porción de varilla que sale fuera de él será incrementada por un factor igual a 1.6 para tomar en cuenta que la adherencia en la zona confinada es mayor que fuera de ella. Finalmente, la longitud total de anclaje será:

$$l_{dm} \geq 1.6(l_d - l_{dc}) + l_{dc} = 1.6l_d - 0.6l_{dc}$$

donde: l_{dm} : Longitud de anclaje requerida si la barra no está totalmente dentro del núcleo confinado.
 l_d : Longitud de anclaje de las varillas rectas si están dentro de núcleo confinado totalmente.
 l_{dc} : Ancho del núcleo confinado.

En la figura 16.21 se muestra esta situación más claramente

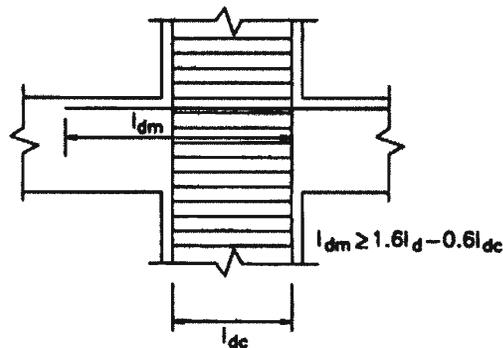


Figura 16.21. Anclaje del refuerzo longitudinal de vigas en los nudos

Si se emplea refuerzo con recubrimiento epóxico, la longitud de anclaje de las varillas se multiplicará por el factor β definido en la sección 3.3.1.

Para varillas mayores a la #11, el código no da recomendación alguna pues no se cuenta con información suficiente sobre el comportamiento que presenta ante cargas cíclicas.

16.3.2 Cimentaciones de estructuras sísmicas

El anclaje del refuerzo longitudinal de columnas y muros estructurales debe desarrollar dentro de la cimentación los esfuerzos de tracción lo que equivale a poner l_d en compresión más gancho de 90° .

Cuando se asume que las columnas están empotradas en la cimentación y el anclaje a tracción es con gancho de 90° , estos estarán orientados hacia adentro y lo más cerca posible de la cara inferior de la cimentación.

Las columnas y elementos de borde de muros estructurales que tengan un borde dentro de $d/2$. del borde de las zapatas tendrán refuerzo transversal de confinamiento dentro de la zapata por una longitud l_d del fierro longitudinal o el d de la zapata, el que sea menor.

Las zapatas bajo elementos de borde de muros estructurales y columnas que resisten fuerzas de tracción debidas al sismo, tendrán refuerzo de flexión en la cara superior de la zapata o solado pero no menos que el fierro mínimo $A_s \geq 0.0018 bh$.

En zonas de alta sismicidad las zapatas siempre serán armadas.

Vigas de cimentación y losas sobre terreno.

Generalmente las losas sobre terreno no son estructurales, pero si por razones sísmicas forman parte del sistema sismo-resistente, deben diseñarse y construirse de acuerdo a este código, como diafragmas estructurales, lo que se debe mostrar claramente en los planos para evitar que puedan ser cortadas a sierra posteriormente.

Si las vigas de cimentación actúan como tirantes horizontales entre zapatas deben tener refuerzo longitudinal continuo que se anclará en las columnas soportadas o dentro de las zapatas. La menor dimensión en las vigas de conexión será $\geq l_n/20$ pero no necesitan ser mayores de 45 cms.

Estas vigas llevarán estribos corridos con $s \leq$ menor dimensión y $s \leq 30$ cm.

Estas vigas de conexión y vigas que forman parte de un solado sujetas a flexión provenientes de columnas que forman parte del sistema sismo resistente se diseñarán como vigas de pórticos resistentes.

Pilotes, pilares y caisones

Se debe tomar precauciones especiales en estos elementos cuando soportan estructuras diseñadas para resistir cargas sísmicas.

Cuando resisten cargas en tracción tendrán refuerzo longitudinal continuo en la longitud que resiste las fuerzas de tracción y se anclará en la zapata que soporta el elemento estructural.

Si las fuerzas de tracción entre zapata y pilote prefabricado se hace por barras instaladas posteriormente y fijadas con “grouting”, el sistema de grouting debe desarrollar por lo menos $125\% f_y$.

Los pilotes, pilares o caissons tendrán refuerzo transversal de confinamiento como especificado para columnas en los siguientes sitios:

- a) En la parte superior en un largo ≥ 5 veces la mayor dimensión $\epsilon \geq 1.80$ m.
- b) Cuando el terreno no es capaz de dar soporte lateral o en pilotes en agua o aire, el refuerzo transversal se colocará en toda la longitud libre, más lo especificado en a).

En pilotes prefabricados el largo del refuerzo transversal debe tener los márgenes necesarios en la longitud del pilote.

Los pilotes inclinados que soportan compresiones se diseñarán para las fuerzas de pandeo en la parte que está en el aire, agua o cuando el terreno no da soporte lateral.

Los pilotes que soportan muros de tabique de entramado con pies derechos, de uno o dos pisos, no tienen que cumplir los requisitos anteriores.

16.3.3 Elementos que no resisten cargas inducidas por sismo

Los criterios para el detallado de los elementos que no resisten cargas inducidas por sismos dependen de la magnitud de los momentos generados en ellos al ser sometidos a un desplazamiento igual al doble del estimado en el análisis de la estructura sometida a la acción de las cargas sísmicas amplificadas.

- Si los momentos flectores y fuerzas cortantes inducidos por un desplazamiento como el mencionado combinados con los generados por las cargas de gravedad amplificadas ($1.2D+1.0L+0.2S$) ó $0.9D$, lo que será más crítico, no exceden la resistencia de la pieza, el elemento se comportará en el rango elástico y se aplicarán la recomendaciones propuestas en la Tabla 16.1.
- Si los momentos flectores y fuerzas cortantes inducidos por un desplazamiento como el mencionado inicialmente son superiores a la resistencia del elemento, éste se comportará dentro del rango inelástico y aplicarán las siguientes recomendaciones:
 - Los materiales deberán satisfacer los requerimientos propuestos en la sección 16.2.3 y los empalmes, los propuestos en 16.2.4.
 - Los elementos cuya compresión axial amplificada es menor que $A_g f'_c / 10$ deberán satisfacer los requerimientos de cuantía mínima de refuerzo longitudinal para elementos similares que resisten cargas de sismo. Por lo menos dos varillas de dicho refuerzo se extenderán a todo lo largo del elemento, arriba y abajo. Además, deberán contar con estribos de confinamiento y la fuerza cortante de diseño de los mismos se determinará en

Tipo de elemento	Recomendaciones
Elementos en los que $P_u \leq A_g f'_c / 10$	<ul style="list-style-type: none"> - La cuantía máxima y mínima del refuerzo longitudinal será la definida para elementos similares que resisten carga sísmica. - Al menos dos varillas longitudinales se extenderán a todo lo largo del elemento, arriba y abajo. - El espaciamiento máximo entre estribos será $d/2$ a todo lo largo del elemento.
Elementos en los que $P_u \geq A_g f'_c / 10$	<ul style="list-style-type: none"> - El refuerzo longitudinal deberá cumplir los mismos requerimientos que los elementos similares sometidos a la acción de cargas sísmicas. - El refuerzo transversal podrá estar constituido por estribos cerrados o <i>cross ties</i> siempre que cumplan con las recomendaciones propuestas para ellos cuando se disponen en elementos que resisten carga sísmica. - La fuerza cortante de diseño se determinará en función de los momentos resistentes probables que desarrollará la pieza. - El espaciamiento máximo entre estribos será $6d_b$ ó 15 cm., el que sea menor, a todo lo largo de la columna.
Elementos en los que $P_u \geq 0.35P_o$	<ul style="list-style-type: none"> - Deberán cumplir todos los requerimientos del caso anterior. - El refuerzo de confinamiento será la mitad del definido a través de las expresiones (16-3), (16-4) y (16-5), pero los estribos se colocarán a toda la altura de la columna con espaciamiento $S_o \leq 6d_b$ y $S_o \leq 15\text{cm.}$

Tabla 16.1 Recomendaciones para elementos que no resisten cargas inducidas por sismos.

función del momento resistente probable del elemento. El espaciamiento máximo entre estribos será $d/2$ a todo lo largo de la pieza.

- Los elementos cuya compresión axial amplificada es superior a $A_g f'_c / 10$ cumplirán con los requerimientos mínimos de refuerzo transversal propuestos para elementos similares sometidos a la acción de cargas sísmicas. Los nudos a los cuales llegan deberán ser convenientemente confinados según las recomendaciones propuestas en párrafos previos.

16.4 ESTRUCTURAS EN REGIONES DE RIESGO SÍSMICO MODERADO

En esta categoría, el código sólo incluye provisiones para vigas, columnas y losas armadas en dos direcciones apoyadas directamente sobre columnas. Los criterios de diseño de muros de corte presentados en el capítulo 11 son suficientes para garantizar la ductilidad que requieren estos elementos bajo solicitaciones sísmicas moderadas.

La fuerza cortante de diseño en vigas y columnas será la menor entre:

- La fuerza cortante correspondiente a la suma de la fuerza de corte asociada al desarrollo de los momentos últimos en los extremos del elemento y la fuerza cortante proveniente de las cargas de gravedad (ver figura 16.22)
- La fuerza cortante última determinada a través de las combinaciones de carga que incluyen el efecto del sismo, el que se asumirá igual al doble del calculado.

En la figura 16.23 se muestran los requisitos mínimos para el refuerzo longitudinal y transversal en vigas y columnas de estructuras sometidas a sismos de intensidad moderada.

Los estribos serán cerrados de acuerdo a las reglamentaciones para diseño sísmico. Alternativamente en las columnas se colocará refuerzo en espiral.

En losas armadas en dos sentidos sin vigas, el refuerzo provisto para resistir la fracción del momento en la losa equilibrado por el apoyo, M_s , será distribuido en la franja de columna. La porción de refuerzo que resiste $\gamma_f M_s$ será repartida en un ancho igual a $(c+3h)$, donde el parámetro γ_f fue definido en el capítulo 15. El acero concentrado en esta zona será por lo menos la mitad del total en la franja de columna.

En la figura 16.24 se muestra el refuerzo longitudinal mínimo requerido tanto en la franja de columna como en la franja central. El refuerzo positivo que se extiende hacia los apoyos de la losa deberá anclarse para desarrollar su esfuerzo de fluencia, del mismo modo, el refuerzo positivo y negativo en los extremos discontinuos.

El hecho que el código no incluya provisiones para el diseño de losas armadas en dos sentidos apoyadas directamente sobre columnas en zonas de alto riesgo sísmico de alguna manera indica que no es conveniente usar este tipo de estructuras en estas regiones.

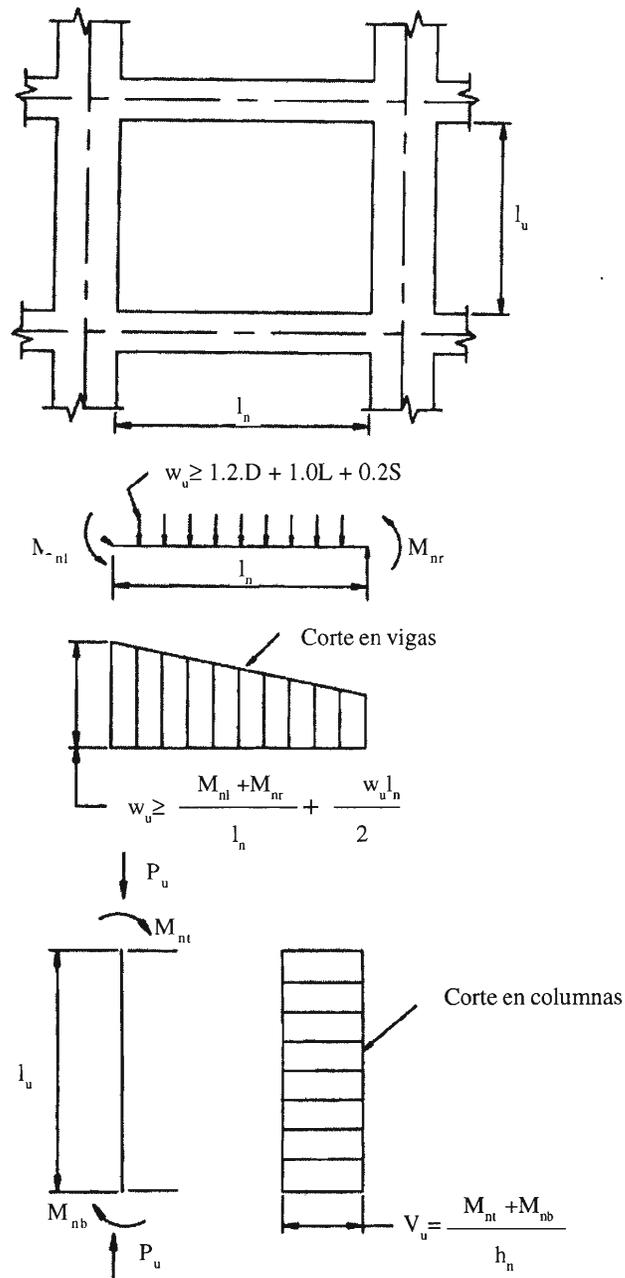
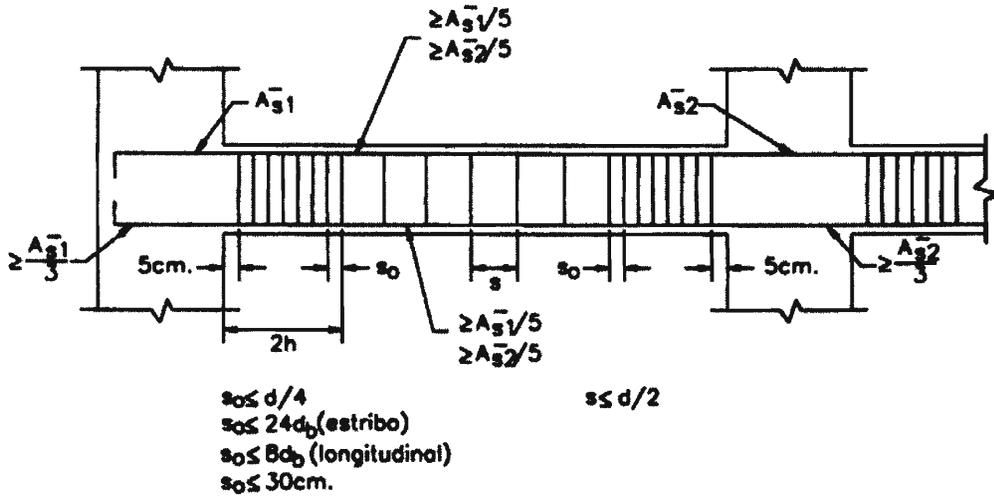
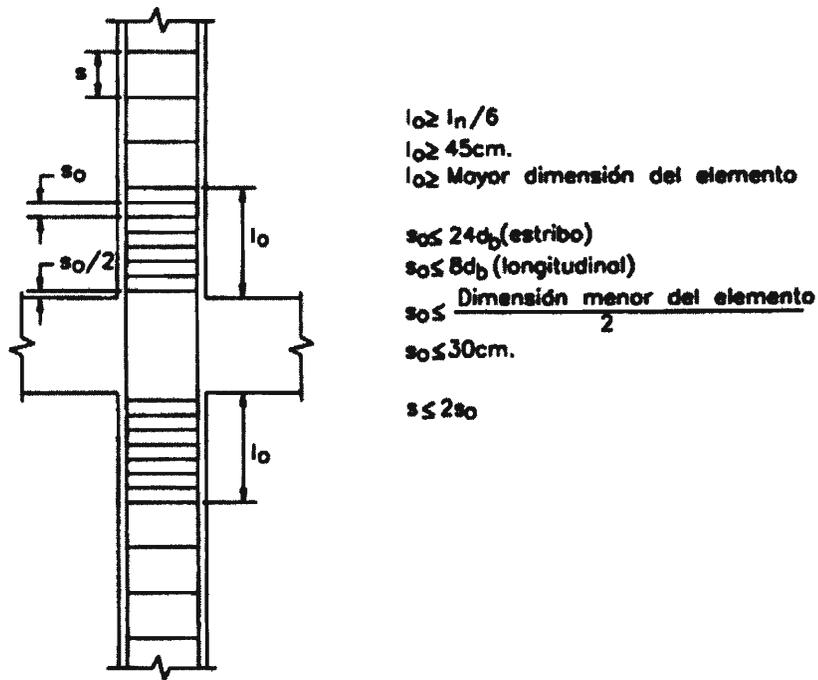


Figura 16.22. Fuerza cortante bajo la condición de resistencia última a la flexión en los bordes del elemento



(a) Vigas



(b) Columnas

Figura 16.23. Requerimientos mínimos de refuerzo longitudinal y transversal en vigas y columnas sometidas a la acción de sismos moderados

En losas sin vigas armadas en dos sentidos, todo el refuerzo necesario para resistir el momento del sismo M_s se colocará en la franja de columna. El refuerzo necesario para resistir el momento $\gamma_f M_s$ se colocará en un ancho de losa $1.5h$ a cada lado de la cara de la columna, y en este ancho se colocará por lo menos la mitad del refuerzo de la franja de columna.

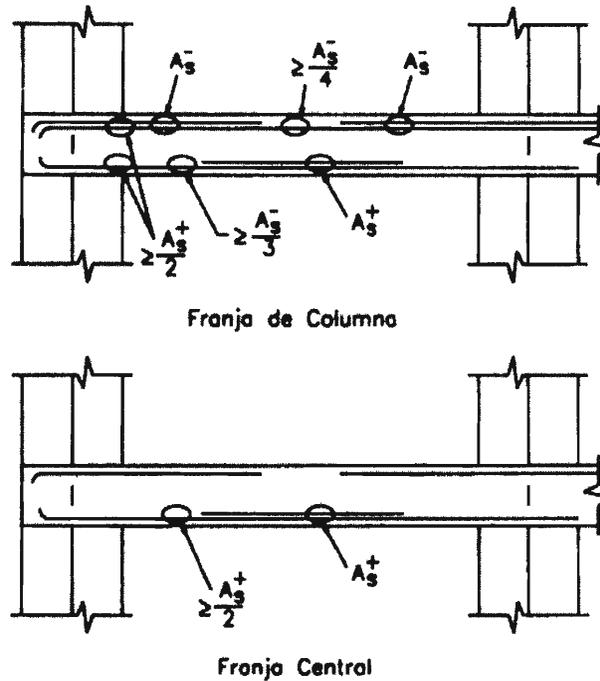


Figura 16.24. Requerimientos mínimos para el refuerzo longitudinal en losas armadas en dos sentidos apoyadas directamente sobre columnas

- En las secciones críticas para corte por punzonamiento, el corte debido a las cargas de gravedad será menor que $0.4\phi V_c$ donde V_c se calcula como indicado en losas armadas en dos sentidos. Si la intensidad del corte en el punto de máximo esfuerzo es menor que $1/2\phi V_n$, no será necesario cumplir lo anterior.

16.5 CONCRETO SIMPLE EN ESTRUCTURAS ASÍSMICAS

Se puede colocar cimentaciones sin armar en los casos siguientes:

- Para viviendas de una o dos familias con 3 pisos o menos y construidas con muros de entramado con pies derechos.
- Para otras estructuras, se permite cimientos corridos de muros de albañilería armada o concreto vaciado en sitio, que se armen con por lo menos $2 \text{ } \varnothing \# 4$ continuos y que tengan un área mínima $A_s \geq 0.02 A_g$. El refuerzo debe ser continuo en las esquinas y en los encuentros de muros.
- Para las casas especificadas en a) se puede construir muros de sótano sin armar como cimentación de los muros de entramado, siempre y cuando tengan más de 20 cm. de espesor y no soporten un relleno mayor de 1.20 m.

17. Estructuras compuestas

Las estructuras compuestas son elementos que están constituidos por dos materiales los cuales se combinan en una unidad estructural para de este modo aprovechar mejor las características de cada uno de ellos. Por ejemplo, en las vigas compuestas de acero y concreto, el primero es utilizado para resistir los esfuerzos de tracción y el segundo, los de compresión, para los cuales es más eficiente. Las estructuras compuestas también son utilizadas cuando se quiere reducir el tiempo de erección de una obra y se hace uso de elementos prefabricados.

Una de las principales consideraciones que debe tener el proyectista es el diseño de los elementos que van a garantizar que las piezas de la estructura compuesta funcionen como una unidad. Si éstos no son adecuadamente distribuidos y proporcionados, no existirá un comportamiento de la sección en conjunto.

En el presente capítulo se presentarán tres casos específicos de estructuras compuestas: vigas de acero y losa de concreto, columnas de acero y concreto y elementos compuestos de vigas y losas de concreto.

17.1 VIGAS COMPUESTAS DE ACERO Y CONCRETO

Una viga compuesta de acero y concreto está constituida por un perfil de acero estructural, una losa de concreto vaciada sobre él y conectores de corte. Este tipo de estructuras se originaron en el intento de incrementar la capacidad de carga de puentes metálicos antiguos. Estos estaban constituidos por perfiles metálicos sobre los cuales se colocaban perfiles *zores*, o canaletas, como se muestra en la figura 17.1 y encima de éstas, cascajo el cual constituía la superficie de rodadura. Para mejorar la resistencia del puente, se retiraba el cascajo y los *zores* y se vaciaba una losa de concreto que envolvía el ala del perfil. Al inicio se presentaban fallas por corte longitudinal. Para evitarlas, se soldaban espirales de acero sobre el ala del perfil para mejorar la adherencia. Esta técnica ha sido mejorada con el tiempo.

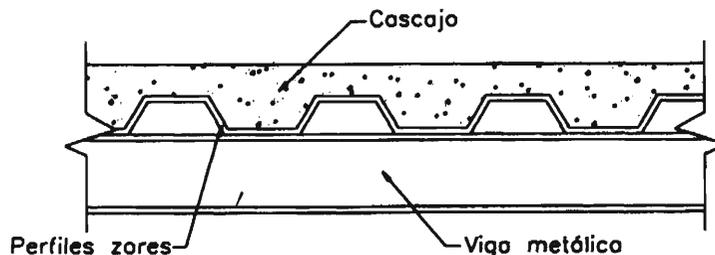


Figura 17.1. Viga de un puente metálico antiguo

En la figura 17.2 se muestran algunas secciones comunes de vigas compuestas. Como se aprecia, el perfil de acero no sólo se ubica bajo la losa, sino puede ser embebido en el concreto, en parte o en su totalidad. Las secciones de acero más utilizadas son las tipo I o cajón.

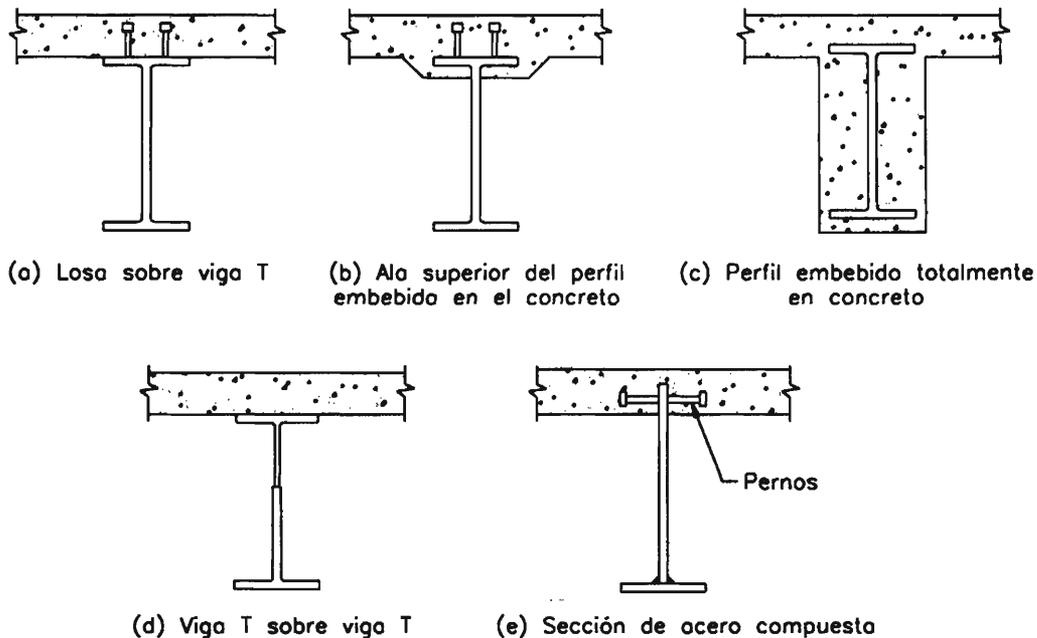


Figura 17.2. secciones comunes de vigas compuestas de acero y concreto

El diseño de vigas compuestas de acero y concreto involucra dos etapas. La primera consiste en determinar la sección del elemento de modo que tenga la resistencia a la flexión requerida. La segunda fase consiste en el diseño de los conectores de corte los cuales son importantes para garantizar el comportamiento de la estructura como una unidad.

Las cargas de diseño de la viga dependen del procedimiento constructivo que se utilice. Si la pieza es apuntalada durante el vaciado del concreto, se considera que toda la carga actúa sobre la sección compuesta. Si la pieza no es apuntalada durante la construcción, entonces se asume que el perfil de acero resiste la carga que se aplica antes que el concreto endurezca y la sección compuesta resiste el resto. La diferencia en la distribución de esfuerzos de acuerdo al proceso constructivo se muestra en la figura 17.3. Como se aprecia, si el perfil de acero es apuntalado, el esfuerzo es, menor en el acero y mayor en el concreto que cuando no se apuntala.

Para el diseño de vigas compuestas, se considera un ancho efectivo de losa que contribuye a la resistencia del elemento. En la figura 17.4 se muestra el ancho efectivo de losa para vigas interiores y exteriores.

17.1.1. Resistencia a la flexión de la pieza

El diseño por flexión de vigas compuestas se puede efectuar a través del método elástico o del método de diseño a la rotura. En el presente trabajo, desarrollaremos el primero para lo cual se

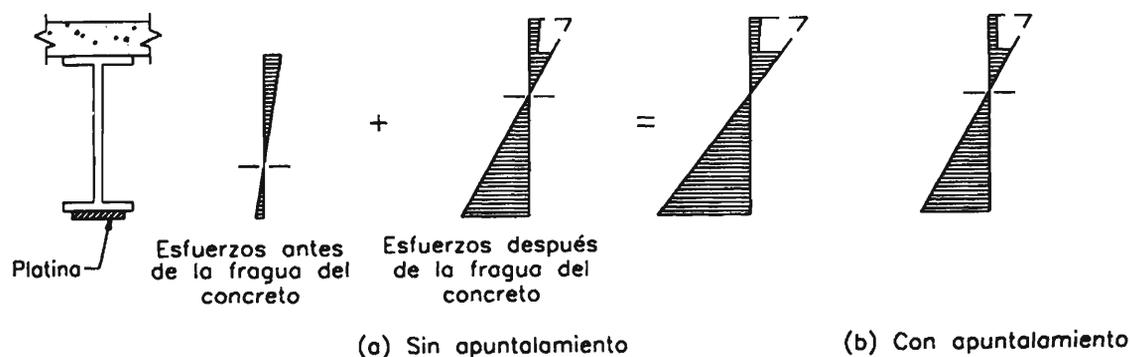


Figura 17.3. Distribución de esfuerzos en vigas compuestas construidas con y sin apuntalamiento

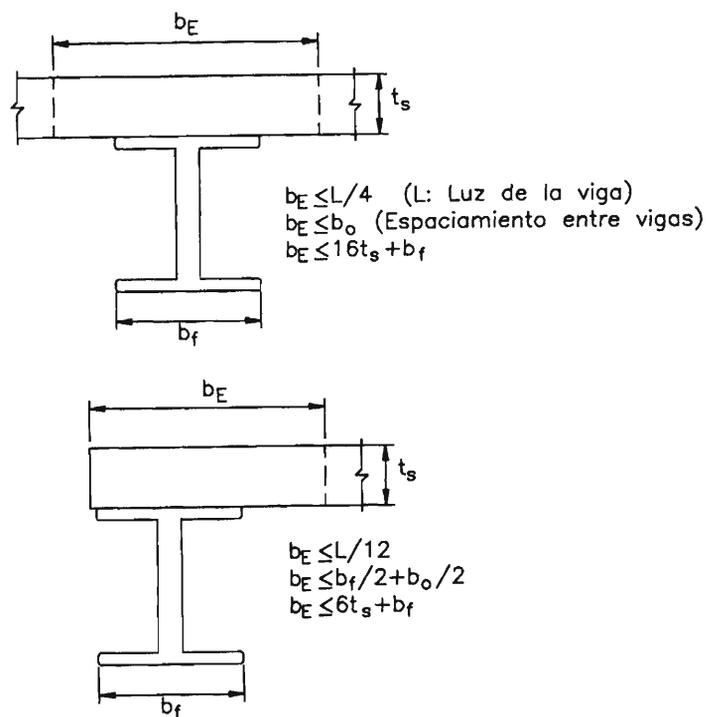


Figura 17.4. Ancho efectivo de la losa que contribuye a la resistencia de la viga

hace uso del concepto de sección transformada, como se aprecia en la figura 17.5. El centro de gravedad de esta sección corresponde al eje neutro de la viga. Si éste se ubica en la losa, el concreto debajo de él no aporta resistencia a la pieza. Por ello, debe procurarse que las dimensiones del elemento sean tales que se ubique en el perfil metálico y de este modo, todo el concreto se encuentre comprimido. Para lograr que el eje neutro descienda se suele soldar platinas en la base del perfil como se muestra en la figura 17.6.

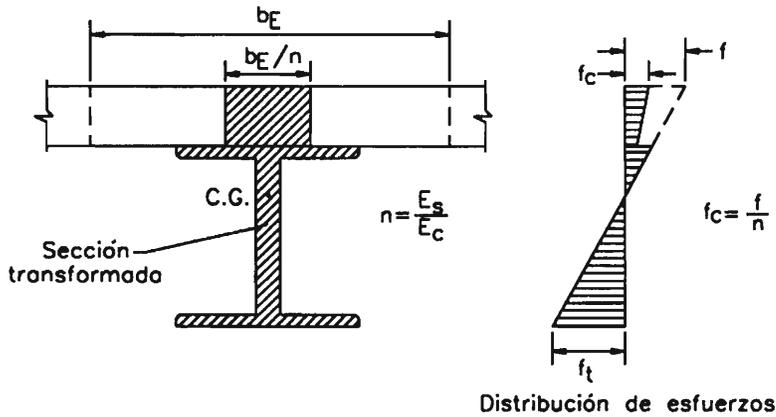


Figura 17.5. Sección transformada para el diseño de vigas compuestas

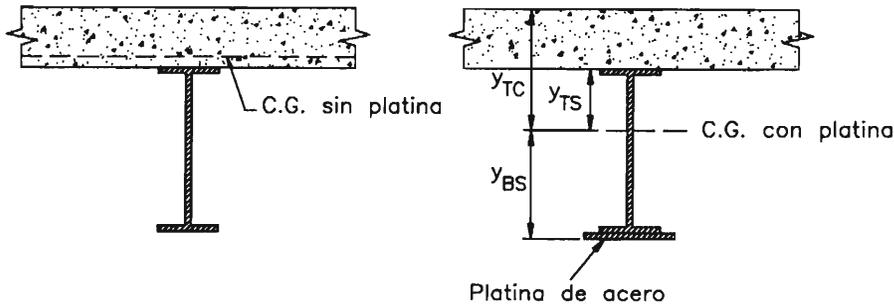


Figura 17.6. Platinas soldadas en la base del perfil metálico para hacer descender el eje neutro de la sección compuesta

Para el diseño se debe verificar que:

- Si la viga se apuntala durante el procedimiento constructivo

$$f_{Tc} = \frac{(M_1 + M_2)y_{Tc}}{nI} \leq 0.45f'_c \tag{17-1}$$

$$f_{Ts} = \frac{(M_1 + M_2)y_{Ts}}{I} \leq 0.4F_y \tag{17-2}$$

$$f_{Bs} = \frac{(M_1 + M_2)y_{Bs}}{I} \leq 0.4F_y \tag{17-3}$$

- donde:
- f_{Tc} : Esfuerzo de compresión en la fibra extrema del elemento.
 - f_{Ts} : Esfuerzo de compresión en el acero en la superficie de contacto acero-concreto.
 - f_{Bs} : Esfuerzo de tracción en la fibra extrema del elemento de acero.
 - M_1 : Momento debido a las cargas aplicadas antes que el concreto ha alcanzado el 75% de su resistencia.

M_2 : Momento debido a las cargas aplicadas después que el concreto ha alcanzado el 75% de su resistencia.

y_{Tc} : Distancia del eje neutro a la fibra extrema de la losa de concreto.

y_{Ts} : Distancia del eje neutro a la superficie de contacto acero-concreto.

y_{Bs} : Distancia del eje neutro a la fibra extrema en tracción del perfil metálico.

I : Momento de inercia centroidal de la sección transformada.

F_y : Esfuerzo de fluencia del perfil de acero estructural.

n : Relación modular entre el acero y el concreto.

f'_c : Resistencia del concreto a la compresión.

Como se aprecia, se está considerando que la sección compuesta resiste todas las cargas.

- Si el perfil metálico no se apuntala durante el vaciado de la losa, se deben verificar las siguientes condiciones:

Antes de la fragua del concreto:

$$f_{Ts} = \frac{M_1 y_T}{I_s} \leq 0.4F_y \quad (17-4)$$

$$f_{Bs} = \frac{M_1 y_B}{I_s} \leq 0.4F_y \quad (17-5)$$

Después de la fragua del concreto:

$$f_{Tc} = \frac{M_2 y_{Tc}}{nI} \leq 0.45f'_c \quad (17-6)$$

$$f_{Ts} = \frac{M_1 y_T}{I_s} + \frac{M_2 y_{Ts}}{I} \leq 0.4F_y \quad (17-7)$$

$$f_{Bs} = \frac{M_1 y_B}{I_s} + \frac{M_2 y_{Bs}}{I} \leq 0.4F_y \quad (17-8)$$

donde: I_s : Momento de inercia centroidal del perfil de acero.

y_T : Distancia de la fibra superior del perfil de acero a su centro de gravedad.

y_B : Distancia de la fibra inferior del perfil de acero a su centro de gravedad.

En este caso se considera que la sección de acero resiste parte de la carga sola y que la sección compuesta resiste la diferencia.

Es importante destacar que el esfuerzo admisible asignado al acero estructural en las expresiones anteriores es bastante conservador y puede ser incrementado si esto se justifica.

17.1.2 Conectores de corte

Los conectores de corte son los elementos encargados de unir la viga y la losa para hacerlos trabajar como una unidad. En la figura 17.7 se muestra el comportamiento que tendría la sección compuesta de no contar con dichos elementos. La losa se deslizaría respecto a la viga y se levantaría. Si se obliga a que ambos elementos se deformen igual, se generan fuerzas de corte horizontales o longitudinales en la superficie de contacto que son resistidas por los conectores.

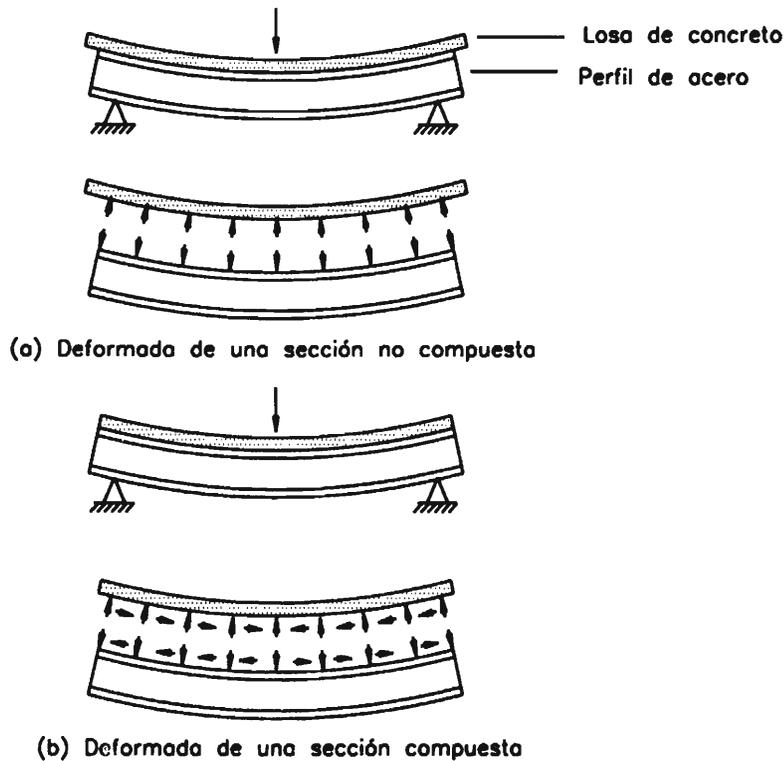


Figura 17.7. Efecto de la presencia de conectores de corte en vigas compuestas

El número de conectores debe ser suficiente para resistir la fuerza que se genera en el ala comprimida de la viga en la sección donde el momento es máximo. Estos conectores se distribuyen entre esta sección y aquélla donde el momento es nulo. Los conectores más usados son los perfiles tipo canal y los pernos. En la figura 17.8 se muestra la distribución de estos elementos

Existen dos procedimientos para el diseño de los conectores de corte: el método del AISC y el método del AASHTO. A pesar que el diseño por flexión se efectúa por el método elástico, el diseño de los conectores en ambos métodos se desarrolla en base a la resistencia última de la pieza.

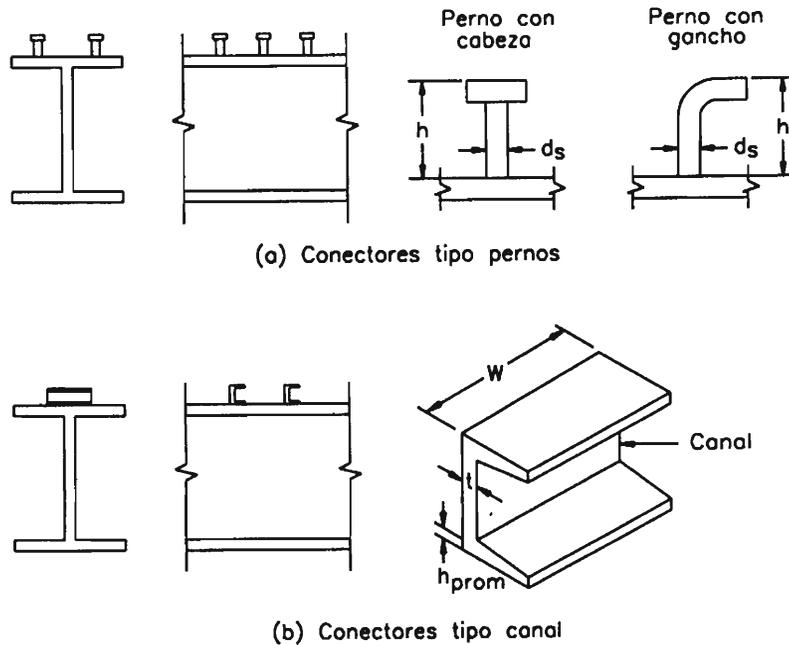


Figura 17.8. Distribución de los conectores de corte sobre el perfil de acero

Método del AISC

El AISC establece que los conectores deben diseñarse para resistir la fuerza V_h . Asumiendo que la fibra neutra coincide con la superficie de contacto acero-concreto, V_h está dada por la menor de:

$$V_h = \frac{0.85f'_c A_c}{2} \quad (17-9)$$

$$V_h = \frac{A_s F_y}{2} \quad (17-10)$$

donde: V_h : Fuerza cortante horizontal entre la sección de momento máximo y la sección de momento nulo.

A_c : Área del concreto en compresión.

A_s : Área del perfil de acero.

Las expresiones (17-9) y (17-10) dependen de la resistencia última de la pieza, expresadas en función del concreto y del acero respectivamente. La fuerza horizontal total se ha dividido entre dos para obtener los valores correspondientes a cargas de servicio.

La resistencia de los conectores, q , en kilogramos, se presenta en la Tabla 17.1.

Conector	$f'_c = 210 \text{ kg/cm}^2$	$f'_c = 245 \text{ kg/cm}^2$	$f'_c \geq 280 \text{ kg/cm}^2$
1/2" x 2"	2320	2500	2680
5/8" x 2 1/2"	3640	3910	4180
3/4" x 3"	5230	5680	6050
7/8" x 3 1/2"	7500	7640	8180
3" Canal 4.1 lbs.	770W	840W	895W
4" Canal 5.4 lbs.	825W	895W	950W
5" Canal 6.7 lbs.	875W	950W	1000W

Tabla 17.1 Resistencia de los conectores con diferentes calidades de concreto, en kg.

En la tabla anterior, W es la longitud del conector canal en cm. El número de conectores necesarios para garantizar un comportamiento adecuado de la sección compuesta es igual a:

$$N_1 = \frac{V_h}{q}$$

donde: N_1 : Número de conectores distribuidos uniformemente entre la sección de momento máximo y la de momento nulo.

En una viga continua, existen porciones de la viga compuesta que están sometidas a momento negativo. En ellas, la losa debe contar con refuerzo negativo para resistir la tracción en el concreto. Si el acero dentro del ancho efectivo de la losa es A_{sr} y su esfuerzo de fluencia es f_{yr} , entonces la fuerza que deben resistir los conectores en este tramo será:

$$V_h = \frac{A_{sr} f_{yr}}{2} \quad (17-11)$$

Si existen cargas concentradas en la viga, el AISC recomienda verificar que el número de conectores distribuidos entre la sección donde se aplica la carga y el punto de inflexión más cercano sea mayor que:

$$N_2 = \frac{N_1 [(M\beta/M_{máx}) - 1]}{\beta - 1} \quad (17-12)$$

donde: N_2 : Número de conectores que se deben concentrar debajo de la carga.

β : S_{tr}/S_s .

S_{tr} : Módulo de sección de la sección compuesta transformada respecto a su base.

S_s : Módulo de sección de la viga de acero respecto a su base.

M : Momento menor que el máximo, en el punto de aplicación de la carga.

Método del AASHTO

El procedimiento de diseño propuesto por el AASHTO consiste en diseñar los conectores por fatiga y efectuar una verificación por resistencia última.

El rango de variación del esfuerzo cortante horizontal está dado por la siguiente expresión:

$$S_r = \frac{V_r Q}{I} \quad (17-13)$$

- donde:
- S_r : Rango de variación del esfuerzo cortante horizontal, en kips/pulgada, en la superficie de contacto losa-viga en la sección en consideración.
 - V_r : Rango de variación de la fuerza cortante debido a cargas vivas y de impacto, en kips. Se tomará como la diferencia entre el mayor y menor esfuerzo cortante de la envolvente de cargas.
 - Q : Momento estático respecto al eje neutro del área transformada de concreto o del refuerzo negativo en caso que exista, en pulgadas³.
 - I : Momento de inercia de la sección compuesta transformada, en pulgadas⁴.

El rango de variación del esfuerzo cortante horizontal admisible es:

- Para conectores tipo canal $Z_r = BW$
- Para pernos soldados $Z_r = \alpha d^2$

donde: W : Longitud del conector tipo canal, en pulgadas.

d : Diámetro de los pernos, en pulgadas.

α :

13000	100000 ciclos
10600	500000 ciclos
7850	2000000 ciclos
5500	Más de 2000000 ciclos

B :

4000	100000 ciclos
3000	500000 ciclos
2400	2000000 ciclos
2100	Más de 2000000 ciclos

H : Altura de los pernos.

El número de conectores requeridos será:

$$N = \frac{S_r}{Z_r}$$

La verificación por resistencia última se efectúa haciendo uso de la siguiente fórmula:

$$N_1 = \frac{P}{\phi S_u} \quad (17-14)$$

donde: N_1 : Número de conectores entre el punto de máximo momento y el de momento nulo.

S_u : Resistencia última del conector, en libras.

ϕ : Factor de reducción de resistencia, igual a 0.85.

P : Fuerza última de tracción o compresión que se desarrolla en la sección de máximo momento.

La fuerza P es igual a la menor entre P_1 y P_2 , siendo:

$$P_1 = A_s F_y$$

$$P_2 = 0.85 f'_c b_E t_s$$

El número de conectores requeridos entre los puntos de máximo momento positivo y los de máximo momento negativo será igual o mayor que:

$$N_2 = \frac{P + P_3}{\phi S_u} \quad (17-15)$$

siendo: $P_3 = A_s^r f_y^r$

donde: A_s^r : Área total del refuerzo longitudinal dentro del ancho efectivo de la losa.

f_y^r : Esfuerzo de fluencia del refuerzo en la losa.

La resistencia última de un conector de canal es:

$$S_u = 550 \left(h + \frac{t}{2} \right) W \sqrt{f'_c} \quad (17-16)$$

y de un perno soldado:

$$S_u = 0.4 d^2 \sqrt{f'_c E_c} \quad (17-17)$$

donde: S_u : Resistencia última del conector, en libras.

h : Espesor promedio del ala del canal, en pulgadas.

t : Espesor del alma del canal, en pulgadas.

f'_c : Resistencia del concreto, en psi.

W : Longitud del perfil canal, en pulgadas.

E_c : Módulo de elasticidad del concreto, en psi.

$$E_c = w^{1/2} 33 \sqrt{f'_c}$$

w : Peso unitario del concreto, en libras/pie³.

17.2 COLUMNAS COMPUESTAS DE ACERO Y CONCRETO

Las columnas de sección compuesta consisten en piezas de concreto reforzadas longitudinalmente con perfiles estructurales y en casos excepcionales con varillas de acero. Son principalmente de cuatro tipos, los que se muestran en la figura 17.9:

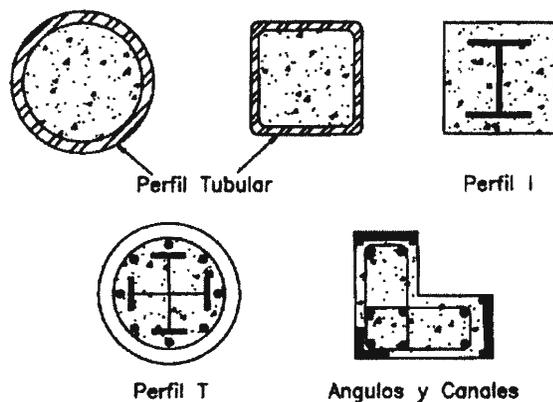


Figura 17.9 Tipos de columnas compuestas

1. Tubos de sección circular rellenos de concreto.
2. Tubos de sección rectangular rellenos de concreto.
3. Perfiles dentro de columnas con refuerzo espiral.
4. Perfiles dentro de columnas con estribos.

Estas columnas se diseñan con los procedimientos presentados en el capítulo 10. Sus diagramas de interacción se determinan por procedimientos similares a los utilizados para columnas de concreto armado. Las columnas compuestas también pueden analizarse por el método de amplificación de momentos, si se requiere, siempre que cumplan los requisitos impuestos por éste.

Para la evaluación de los efectos de esbeltez, el código recomienda que el radio de giro de la sección compuesta no se considere mayor que:

$$r \leq \sqrt{\frac{(E_c I_g / 5) + E_s I_t}{(E_c A_g / 5) + E_s A_t}} \quad (17-18)$$

(ACI-Ec(10-20))

- donde:
- E_c : Módulo de elasticidad del concreto
 - I_s : Momento de inercia de la sección bruta respecto al eje centroidal de la sección compuesta.
 - E_s : Módulo de elasticidad del perfil de acero estructural.

- I_t : Momento de inercia del perfil de acero estructural respecto al eje centroidal de la sección compuesta.
 A_g : Área de la sección bruta.
 A_t : Área del perfil de acero.

El código también recomienda que la rigidez a la flexión de la columna se evalúe, indistintamente, con las expresiones (10-27) ó (17-19).

$$EI = \frac{(E_c I_g / 5)}{1 + \beta_d} + E_s I_t \quad (17-19)$$

(ACI-Ec(10-21))

17.2.1 Columnas compuestas por perfiles tubulares

En las columnas compuestas por perfiles tubulares, el espesor del perfil deberá ser suficientemente grueso para evitar que se pandee. Por ello, deberá cumplir:

- Para columnas tubulares rectangulares $t_t \geq b \sqrt{\frac{F_y}{3E_s}}$
- Para columnas tubulares circulares $t_t \geq h \sqrt{\frac{F_y}{8E_s}}$

donde: t_t : Espesor del perfil tubular.
 b : Lado del perfil que se está estudiando.
 h : Diámetro de la sección de la columna.

Si existen varillas longitudinales en el núcleo de concreto, éstas deberán considerarse para evaluar A_t e I_t .

Las columnas compuestas con perfiles tubulares rectangulares se comportan similarmente a las columnas de concreto armado en las que el peralte efectivo es igual al peralte total de la sección como se muestra en la figura 17.10. Por simplicidad, para el análisis se desprecia el aporte de las paredes laterales del perfil y sólo se considera las caras a compresión y tracción. En la figura 17.10, se muestran los diagramas de esfuerzo y deformación típicos de una sección determinada.

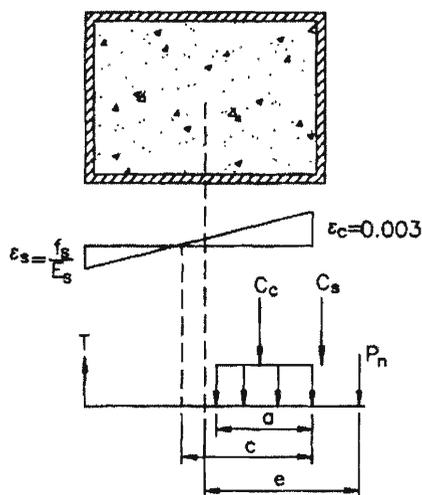


Figura 17.10. Columna compuesta constituida por un perfil tubular y sus diagramas de deformaciones y esfuerzos

17.2.2 Columnas compuestas con refuerzo en espiral

El código recomienda que en estos elementos la resistencia del concreto sea mayor que 175 kg/cm^2 y el esfuerzo de fluencia del acero del perfil menor que 3500 kg/cm^2 .

El refuerzo en espiral deberá cumplir los requerimientos mínimos presentados en la sección 10.3.2 y deberá ubicarse dentro del refuerzo en espiral. La cuantía de refuerzo longitudinal respecto a la sección bruta de concreto no deberá ser menor que 0.01 ni mayor que 0.08. Este acero se incluirá en el cálculo de A_t e I_t .

Versiones anteriores del código limitaban el área del perfil de acero a un 20% del área de la sección bruta de concreto. Además, la distancia entre éste y la espiral debía ser mayor que 7.5 cm. salvo en los extremos de las alas de vigas I en las que esta distancia se podía reducir a 5 cm. como se muestra en la figura 17.11.

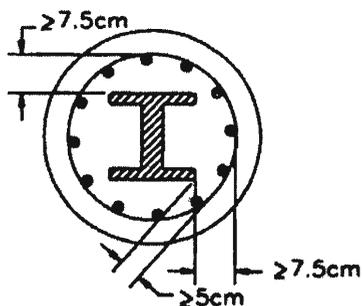


Figura 17.11. Espaciamiento entre el perfil de acero y el refuerzo en espiral de una columna compuesta

17.2.3 COLUMNAS COMPUESTAS CON ESTRIBOS

En este tipo de columnas, las limitaciones en torno a la resistencia del concreto, al esfuerzo de fluencia del acero y a la cuantía de refuerzo longitudinal, son similares a las presentadas en la sección anterior.

Los estribos deberán rodear completamente el perfil de acero estructural. Su diámetro no será menor que 1/50 la mayor dimensión de la sección transversal, ni que el correspondiente a las varillas #3. No es necesario que los estribos sean de denominación mayor que la #5. El espaciamiento vertical entre estribos será:

$$s \leq 16d_{b \text{ longitudinal}}$$

$$s \leq 48d_{b \text{ estribo}}$$

$$s \leq 1/2 \text{ menor dimensión de la sección transversal}$$

Se colocará por lo menos, una varilla longitudinal en cada esquina del estribo de la columna. La cuantía de las barras longitudinales será $>1\%$ y $<8\%$.

Las varillas ubicadas dentro de los estribos se considerarán para el cálculo de A_p , pero no para el cálculo de I_c en la evaluación de los efectos de esbeltez de la columna.

17.3 ELEMENTOS COMPUESTOS DE CONCRETO SOMETIDOS A FLEXIÓN

Los elementos compuestos de concreto están constituidos por vigas de concreto prefabricadas o vaciadas en lugar en tiempo distinto que las losas con las que se combinan para resistir las cargas como una unidad. Las piezas pueden ser vaciadas a pie de obra, en planta o "in situ" a dos tiempos. El segundo procedimiento es más conveniente porque se puede efectuar un mejor control de calidad del producto.

El código del ACI incluye recomendaciones para el diseño de estos elementos en el capítulo 17. Las estructuras compuestas se analizan, primero, a nivel de miembros constitutivos y después, como un todo global. Las piezas se deberán diseñar para soportar todas las cargas a las que está sometida antes que el miembro funcione como una unidad.

La resistencia a la flexión y al corte vertical se determinará con las expresiones presentadas en los capítulos 5 y 6. Es usual que la viga y la losa sean de concretos de diferentes calidades. En este caso, se hará uso de la sección transformada que se muestra en la figura 17.12 y se diseñará como si se tratara de una sección de un solo tipo de concreto.

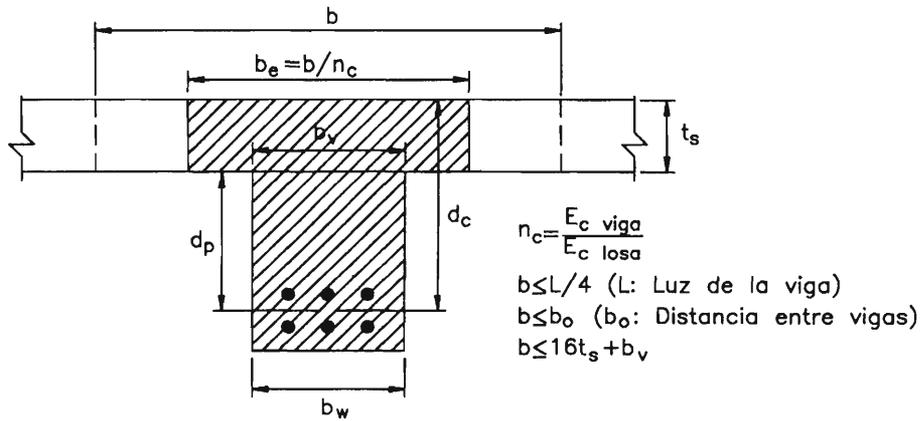


Figura 17.12. Sección transformada para el diseño de elementos compuestos de concreto de diferentes calidades

17.3.1 Esfuerzo cortante horizontal

Los elementos compuestos de concreto también deben diseñarse para resistir la fuerza cortante horizontal o longitudinal en la superficie de contacto. En algunos casos no se requerirá de refuerzo adicional al calculado por cortante vertical pero en otros, éste deberá ser incrementado.

Por simplicidad, se asumirá que el eje neutro de la sección coincide con la superficie de contacto y el esfuerzo cortante en él es igual a:

$$v = \frac{VQ}{Ib_v}$$

donde:

- V : Fuerza cortante en la sección analizada.
- Q : Momento estático de la sección transformada respecto al eje neutro.
- I : Momento de inercia de la sección transformada respecto al eje neutro.
- b_v : Ancho de la superficie de contacto.

Además:

$$Q = \frac{1}{2} \left(\frac{b_e}{n_c} \right) t^2 + nA_s(d_c - t)$$

$$I = \frac{1}{3} \left(\frac{b_e}{n_c} \right) t^3 + nA_s(d_c - t)^2$$

$$\frac{I}{Q} = \frac{2}{3} t + (d_c - t) = \frac{t}{3}$$

donde: d_c : Peralte efectivo de la sección.

Luego:

$$v = \frac{VQ}{Ib_v} = \frac{V}{(d_c - t/3)b_v} \approx \frac{V}{d_c b_v}$$

La superficie de contacto trabaja a corte-fricción, sometida a un esfuerzo cortante horizontal unitario igual a v . Por ello, el código establece la resistencia al corte horizontal, V_{nh} , en términos de d_c y b_v . Esta resistencia es función de las características de la superficie de contacto y del refuerzo que la atraviesa. Se tiene que:

- Si la superficie está limpia e intencionalmente rugosa con rugosidades mayores que 6.4 mm $V_{nh} = S.6b_v d_c$
- Si la superficie está limpia pero no intencionalmente rugosa y cuenta con refuerzo transversal mínimo (Ver sección 6.3)..... $V_{nh} = 5.6b_v d_c$
- Si la superficie está intencionalmente rugosa con rugosidades mayores que 6.4 mm. y cuenta con refuerzo transversal mínimo..... $V_{nh} = (18.3 + 0.6 \rho_v f_y) \lambda b_v d_c$

donde $\rho_v = A_v/b_v s$ y λ como especificado para corte fricción:

$\lambda = 1.00$ para concreto normal

$\lambda = 0.85$ para concreto con piedra liviana

$\lambda = 0.75$ para concreto liviano

En todo caso $V_{nh} \leq 35.2b_v d_c$

Si $V_u > 35.2 \phi b_v d_c$ la sección se analizará para corte fricción.

Se debe garantizar que:

$$V_u \leq \phi V_{nh} \tag{17-20}$$

(Ec. 17-1 ACI)

donde: V_u : Fuerza cortante factorizada en la sección en estudio.

ϕ : Factor de reducción de resistencia igual a 0.75 pues se está analizando esfuerzos de corte.

La fuerza cortante horizontal total en el tramo analizado es igual a la suma de los esfuerzos cortantes horizontales en la superficie de contacto A_c del elemento compuesto (ver figura 17.13). La fuerza total será igual al área bajo la gráfica de esfuerzos cortantes, en el tramo en consideración, multiplicada por b_c . Es una práctica usual analizar el corte horizontal en el tramo limitado por la sección de fuerza cortante máxima y la de fuerza cortante nula. En este caso, se puede tomar:

$$\frac{V_u}{\phi} = C_{max} \text{ o } T_{max}$$

donde:

$$C_{\text{máx}} = 0.85f'_{\text{clossa}} b_e t$$

$$T_{\text{máx}} = A_s f_y$$

donde: A_s : Refuerzo longitudinal en el elemento inferior.

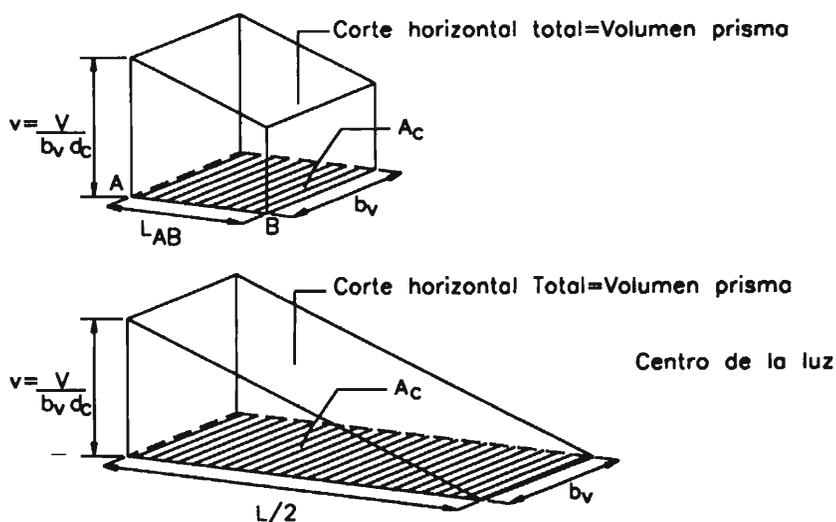


Figura 17.13. Criterio para el cálculo de la fuerza cortante horizontal en la superficie de contacto de los elementos

En el caso que $V_u \geq 24.6b_v d_c$ será necesario colocar acero en el elemento para resistir la fuerza cortante horizontal. Este refuerzo se diseña con los criterios de corte-fricción presentados en el capítulo 6. El área de acero requerida a través de la superficie de contacto será:

$$A_{vf} = \frac{V_{ut}}{\phi f_y \mu} \quad (17-21)$$

donde: A_{vf} : Refuerzo requerido en la superficie de contacto en el tramo de viga analizado.

V_{ut} : Fuerza cortante horizontal total en el tramo analizado.

μ : Coeficiente de fricción entre las superficies en contacto (referirse a la sección 6.5).

El refuerzo requerido por corte horizontal es adicional al requerido por corte vertical. El refuerzo mínimo es igual al determinado a través de la expresión (6-14):

Los estribos se anclarán por tracción tanto en la viga como en la losa.



18. Tanques

Los tanques son estructuras cuya función es almacenar líquidos. Son de tres tipos: enterrados, superficiales o elevados. Los primeros están constituidos por piscinas, cisternas, reservorios de agua potable, etc. Los segundos son aquéllos que están apoyados sobre la superficie del terreno y son utilizados como una alternativa a los tanques enterrados cuando el costo de la excavación del terreno es elevado o cuando se desea mantener la altura de presión por la topografía del terreno. Los tanques elevados se emplean cuando se necesita elevar la altura de presión del agua para su distribución. Son de diferentes tamaños dependiendo del volumen de líquido que almacenarán y esto condiciona su forma como se mostrará más adelante. En la figura 18.1 se muestran algunos tipos de tanques. Los tanques también se clasifican por su forma en planta en: cuadrados, rectangulares o circulares.

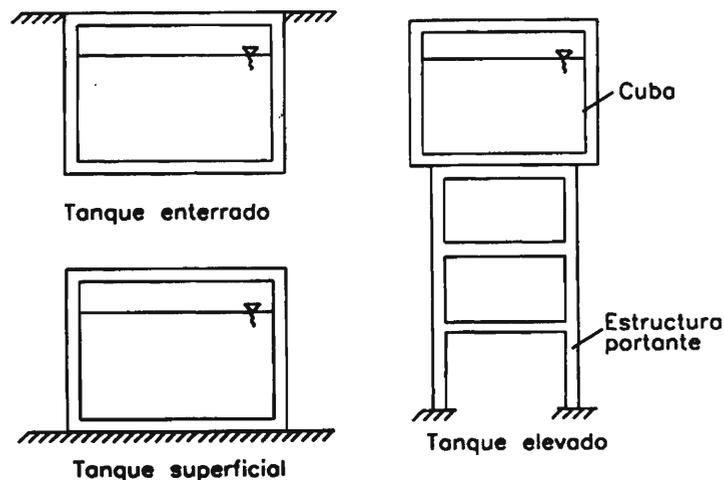


Figura 18.1. Tipos de tanques

Los tanques deben proyectarse y construirse buscando garantizar su hermetismo. Esto se consigue controlando el fisuramiento del concreto, ubicando, diseñando y detallando juntas, distribuyendo convenientemente el refuerzo, etc. Para el diseño, algunos autores recomiendan emplear el método elástico. De este modo, controlan directamente el esfuerzo de trabajo del acero manteniéndolo en límites que no agudicen el agrietamiento del concreto. Sin embargo, el ACI recomienda tanto el método de diseño a la rotura como el método elástico, presentando algunos criterios adicionales a ser tomados en cuenta en este tipo de estructuras.

En el presente capítulo se desarrollarán los criterios propuestos por el código del ACI para el diseño de tanques por el método de diseño a la rotura.

18.1 CONSIDERACIONES GENERALES PARA EL DISEÑO

18.1.1 Recubrimiento del refuerzo

Para las estructuras retenedoras de líquidos, el ACI sugiere los recubrimientos mínimos mostrados en la Tabla 18.1.

Condiciones	Recubrimiento (cm)
Losas: <ul style="list-style-type: none"> • Bajo condiciones secas: <ul style="list-style-type: none"> Varillas #14 y # 18 Varillas #11 y menores • Concreto en contacto con el terreno, agua, intemperie, aguas servidas vaciado contra encofrado; concreto en elementos apoyados sobre losas de cimentación o que soportan terreno: <ul style="list-style-type: none"> Varillas #5 y menores Varillas #6 a #18 	
Vigas y columnas: <ul style="list-style-type: none"> • Bajo condiciones secas: <ul style="list-style-type: none"> Estribos Refuerzo principal • Superficies en contacto con el terreno, agua, intemperie: <ul style="list-style-type: none"> Estribos Refuerzo principal 	
Muros: <ul style="list-style-type: none"> • Bajo condiciones secas: <ul style="list-style-type: none"> Varillas #11 y menores Varillas #14 y #18 • Superficies expuestas al terreno, agua, aguas servidas, intemperie, vaciadas contra encofrado: <ul style="list-style-type: none"> Tanques circulares Otros 	
Zapatas: <ul style="list-style-type: none"> • Superficies vaciadas contra encofrado apoyadas en losas de cimentación: • Superficies vaciadas directamente contra el terreno y en contacto con él: • Refuerzo en la cara superior de la zapata • Zapatas sobre pilotes 	

Tabla 18.1 Recubrimientos mínimos del refuerzo en estructuras retenedoras de líquidos.

18.1.2 Método de diseño a la rotura

Las combinaciones de carga presentadas en el capítulo 1 serán utilizadas para el diseño de estructuras retenedoras de líquidos con la única diferencia que el factor de amplificación del empuje hidrostático será 1.7 y no 1.4, en las expresiones (1-9) y (1-10).

Adicionalmente, las cargas amplificadas evaluadas a través de las expresiones planteadas en el capítulo 1, serán incrementadas por los coeficientes de durabilidad presentados en la Tabla 18.2

Solicitud	Coefficiente de durabilidad
Refuerzo provisto por flexión	1.30
Refuerzo provisto para resistir tensión pura	1.65
Refuerzo provisto por corte	$1.3(V_u - \phi V_c)$
Concreto sometido a compresión	1.00

Tabla 18.2 Coeficientes de durabilidad

18.1.3 Control de rajaduras

El control de rajaduras se efectúa siguiendo el procedimiento presentado en el capítulo 8 y con los anchos mínimos de rajaduras allí indicados. Con ellos se determina el espaciamiento máximo entre armaduras.

18.1.4 Juntas y detallado de las uniones

El concreto, por su naturaleza, es un material que está sometido a continuos cambios de volumen los cuales son respuesta a cambios de humedad y temperatura. Para evitar el agrietamiento que esto ocasiona es necesario proveer juntas de contracción. En la figura 18.2 se muestra algunos tipos de juntas que se utilizan en tanques. El ancho de estas juntas depende de la magnitud del desplazamiento que se espera en la estructura.

El detallado de la unión de la base y las paredes del tanque también es muy importante para garantizar el almacenamiento del líquido. En la figura 18.3 se muestran algunos tipos de uniones pared-base. El primero permite deslizamiento entre ambos, el segundo actúa como un apoyo rotulado y el tercero, como uno empotrado. Este último es el más usado.

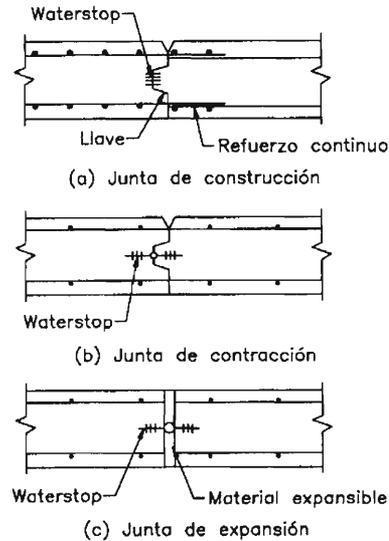


Figura 18.2. Tipos de juntas utilizadas en tanques

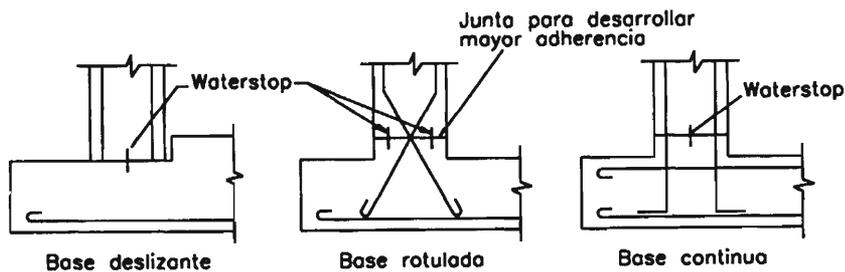


Figura 18.3. Tipos de juntas en tanques

18.2 ANÁLISIS DE TANQUES RECTANGULARES Y CIRCULARES

Los tanques rectangulares trabajan principalmente a flexión y corte mientras que los circulares, a tracción pura, cuando son superficiales o elevados y a compresión para cuando son enterrados.

18.2.1 Tanques rectangulares

Las paredes, la base y la tapa de los tanques rectangulares son losas sometidas cargas uniformemente distribuidas, triangulares o trapezoidales. Dependiendo de sus dimensiones, experimentan flexión en una o dos direcciones. Conservadoramente, se puede considerar que estos elementos trabajan en ambas direcciones independientemente, analizando la flexión primero en una dirección y luego en la otra. Las fuerzas internas se calculan resolviendo los marcos obtenidos de cortes horizontales y verticales, como se muestra en la figura 18.4. Este procedimiento de análisis suele dar como resultado armaduras excesivas. Sin embargo, en tanques pequeños un análisis más exhaustivo no reduce considerablemente la cantidad de refuerzo ya que el diseño se ve dominado por el control del fisuramiento.

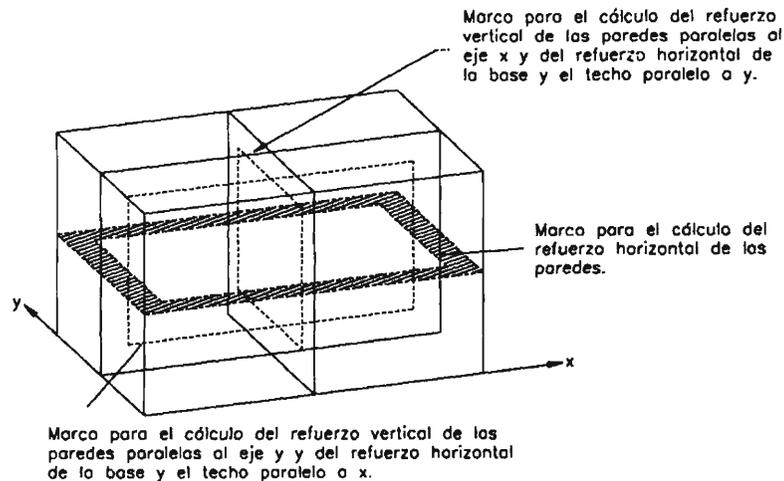


Figura 18.4. Secciones a considerar para el análisis de tanques rectangulares

En tanques grandes, un análisis más cuidadoso es justificable pues la cantidad de acero que puede ser ahorrada es considerable. Para ello, se toma en cuenta que las paredes, base y techo del tanque trabajan como losas armadas en dos sentidos.

Por las características geométricas de estas estructuras y el tipo de carga a que están sometidas, no es posible emplear los métodos de diseño propuestos en el capítulo 15. En estos casos se emplean tablas como las mostradas en el apéndice E en las cuales se muestran los esfuerzos que se desarrollan en diversos puntos de las losas, con diferentes condiciones de apoyo, sometidas a diversos tipos de carga.

Las paredes se analizan como losas con dos lados continuos los que corresponden a las paredes adyacentes a ellas. La condición de apoyo de sus otros dos lados depende de cada caso particular. Si el tanque es cuadrado, los momentos en las paredes adyacentes serán iguales y la esquina no rotará. Sin embargo, en el caso de un tanque rectangular, los momentos en dos paredes adyacentes no serán iguales y para conservar el equilibrio será preciso efectuar una redistribución de momentos en función a sus rigideces. Puesto que los momentos varían a lo alto del tanque, la redistribución se efectuará en varios niveles. Los esfuerzos en los puntos interiores de la losa, se ajustarán acorde con la variación de éstos en sus extremos.

Todas las caras de un tanque, además de los esfuerzos de flexión y corte, soportan fuerzas de tracción o compresión provenientes de las reacciones de las caras perpendiculares.

El acero necesario para soportar estas tracciones debe sumarse el necesario para la flexión y el concreto de la sección debe estar capacitado para resistir la compresión adicional.

18.2.2 Tanques circulares

Los tanques circulares presentan la ventaja que la relación entre la superficie de contacto con el agua y su capacidad es menor que la correspondiente a los tanques rectangulares, requiriendo, además, menor cantidad de materiales. Por otro lado, presentan la desventaja que el costo de su encofrado es mayor. Para estructuras de gran capacidad, su utilización resulta más económica, sin embargo, no es conveniente emplearlos en estructuras pequeñas.

En la figura 18.5.a se muestra la distribución de la fuerza anular en la pared de un tanque circular considerándola empotrada en la base en un caso y rotulada en el otro. Como se aprecia, la distribución no es triangular la cual se presentaría si la base no restringiera su desplazamiento. En la figura 18.5.b se presenta la distribución de los momentos verticales en la pared. Si se considera que la base de la pared está empotrada, la tensión en la cara interior se presenta en la parte baja, mientras que, en casi toda su altura, la cara exterior está traccionada.

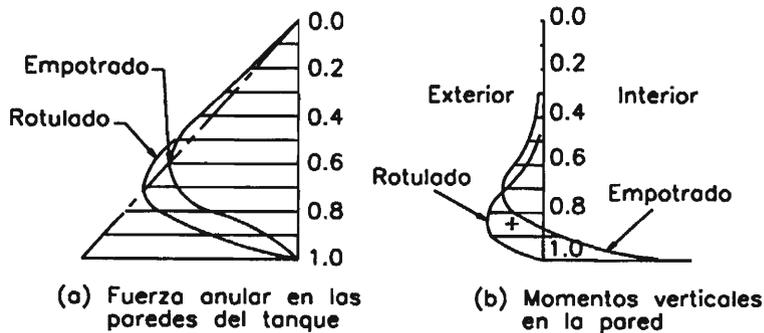


Figura 18.5 Fuerzas internas en las paredes de tanques circulares

Al igual que para el diseño de tanques rectangulares, existen tablas que permiten determinar la fuerza anular y los momentos verticales en las paredes de tanques circulares. Conocidas estas fuerzas internas es posible determinar el refuerzo horizontal y vertical de las paredes del reservorio. Del mismo modo, existen tablas que permiten determinar los momentos y fuerzas cortantes en losas circulares sometidas a cargas uniformemente distribuidas. En el apéndice E se presentan tablas para la determinación de los esfuerzos en tanques circulares.

18.3 TANQUES ENTERRADOS

Las dimensiones del tanque son definidas, en principio, por la capacidad de almacenamiento requerido. Sin embargo, durante el proceso de diseño, es preciso verificar que la carga que transmiten al terreno no sobrepase su capacidad portante. Del mismo modo, si el nivel freático es elevado, debe verificarse su estabilidad bajo la situación crítica de tanque vacío. En caso que el peso de la estructura sea insuficiente para evitar la flotación, éste puede ser incrementado aumentando el grosor de las paredes, fondo y techo del tanque o disponiendo aletas en los lados como se muestra en la figura 18.6. Estos dispositivos no sólo incrementan el peso de la estructura sino el área de contacto entre la estructura y el terreno, reduciendo la presión que ejerce sobre el último.

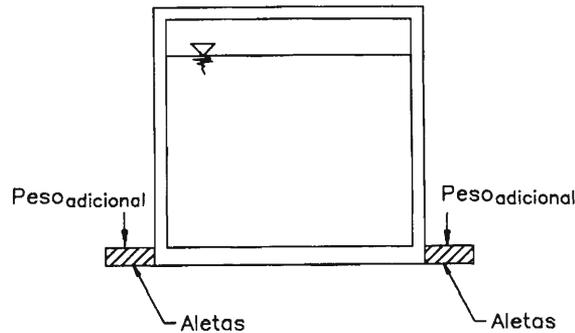
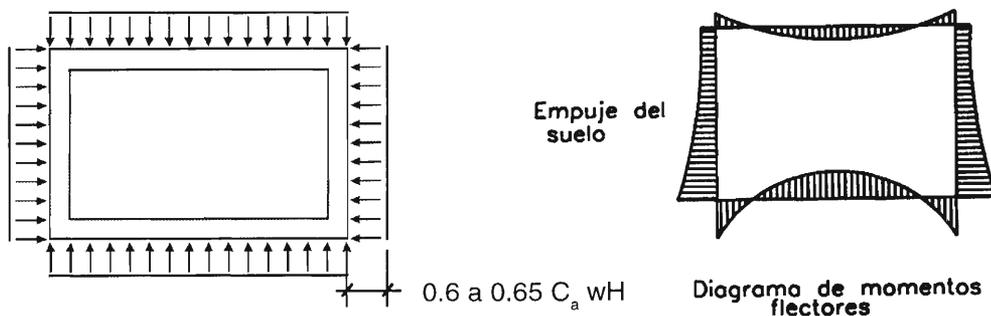


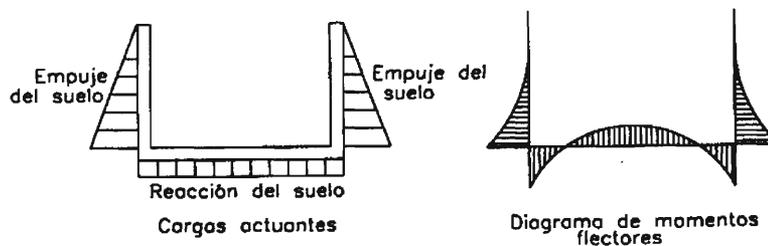
Figura 18.6. Aletas en la base de tanques para mejorar su estabilidad

La condición de carga crítica para el diseño de tanques enterrados se presenta cuando el tanque está vacío. Sobre el techo, si está presente, actúa su peso propio, el peso del piso terminado y la sobrecarga. En las paredes actúa el empuje del suelo y el empuje de la sobrecarga del terreno, y en la base, la reacción del suelo correspondiente al peso de las paredes, del techo y a las cargas que actúan sobre éste. El peso propio del fondo no genera flexión sobre sí mismo.

Las fuerzas internas se determinan con los procedimientos presentados en la sección precedente. En la figura 18.7 se muestran los diagramas de momentos típicos de tanques rectangulares enterrados analizados por el método simplificado. Como se puede apreciar, la presencia de tapa en el depósito modifica el comportamiento de éste y por lo tanto la distribución del acero. El cálculo del refuerzo se efectúa siguiendo los criterios presentados en los capítulos 4, 5 y 9.



(a) Tanque con tapa



(b) Tanque sin tapa

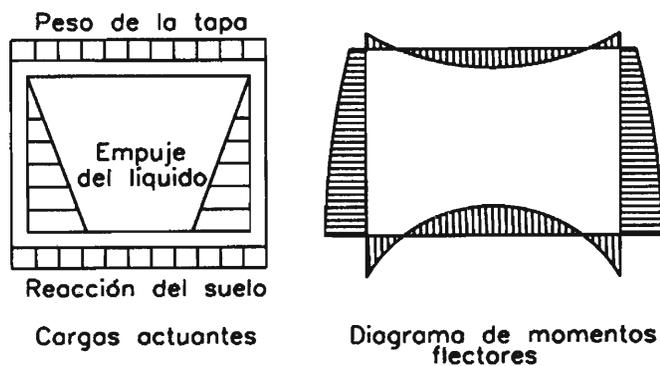
Figura 18.7. Análisis de tanques enterrados

El diseño de canales de paredes verticales se efectúa con un procedimiento similar al presentado en esta sección pues estas estructuras son en realidad tanques enterrados sin tapa de una gran longitud. En estos casos, las paredes del canal trabajan a flexión en una sola dirección, requiriendo refuerzo principal en esta dirección. En la otra se dispone refuerzo mínimo de contracción y temperatura. En este tipo de estructuras es necesario darle especial atención a la distribución de juntas de contracción a todo lo largo del canal, para evitar el agrietamiento del concreto y la consecuente filtración del líquido transportado. Los canales suelen llevar revestimiento con bloques de granito si transportan agua que acarrearán arenas, piedras, troncos, etc.

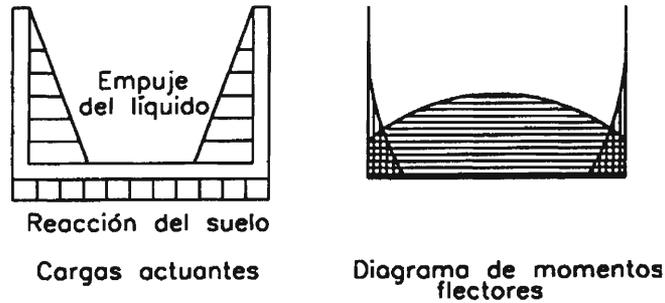
18.4 TANQUES SUPERFICIALES

El dimensionamiento de los tanques superficiales debe efectuarse verificando que no se supere la capacidad portante del suelo.

La condición de carga crítica para este tipo de estructuras se presenta cuando el tanque está lleno. Sobre el techo, si existe, actúa su peso propio, el peso de alguna cobertura y la sobrecarga mientras que en las paredes, la presión del líquido contenido. La base está sometida a la reacción del suelo proveniente del peso de las paredes, del techo y de las cargas que éste soporta. En la figura 18.8 se muestran los diagramas de momentos típicos para tanques con y sin tapa, obtenidos a través del método simplificado. Al igual que en el caso anterior, la presencia de la tapa modifica el comportamiento de la estructura. El procedimiento de cálculo del refuerzo es el desarrollado en los capítulos previos.



(a) Tanque con tapa



(b) Tanque sin tapa

Figura 18.8. Análisis de tanques superficiales

18.5 TANQUES ELEVADOS

Los tanques elevados constan de dos partes principales: el tanque propiamente dicho o cuba y la estructura portante (ver figura 18.1). La estructura portante puede estar constituida por un fuste cilíndrico o tronco-cónico, el cual es usado para tanques de grandes dimensiones o por una serie de columnas arriostradas, usadas en tanques pequeños y medianos. La presente sección está orientada al diseño de éstos.

18.5.1 Diseño de la cuba

El diseño de la cuba es básicamente igual que en los casos ya presentados. Las cargas que actúan sobre la estructura son las mostradas en la figura 18.9. Si el tanque es grande, puede ser necesario disponer vigas que sirvan de apoyo a la losa de fondo. Sin embargo, para tanques pequeños, ésta se apoya en las paredes. El diagrama de momentos obtenido por el método simplificado se presenta en la figura 18.9.

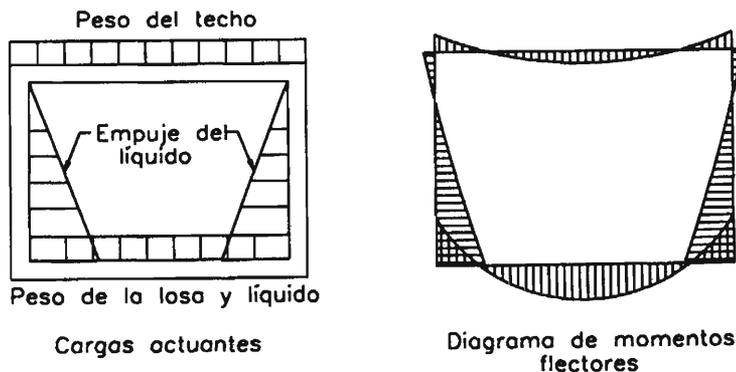


Figura 18.9. Análisis de la cuba de un tanque elevado

Las paredes, además del refuerzo requerido por el empuje hidrostático del agua, deben diseñarse para soportar tanto la carga que le transmite el techo como la que le transmite la losa de fondo. De ser el caso, se diseñan como vigas peraltadas y se calculan siguiendo los criterios presentados en la sección 6.4 que se apliquen a este caso. Las cargas a considerar serán las mostradas en la figura 18.10.

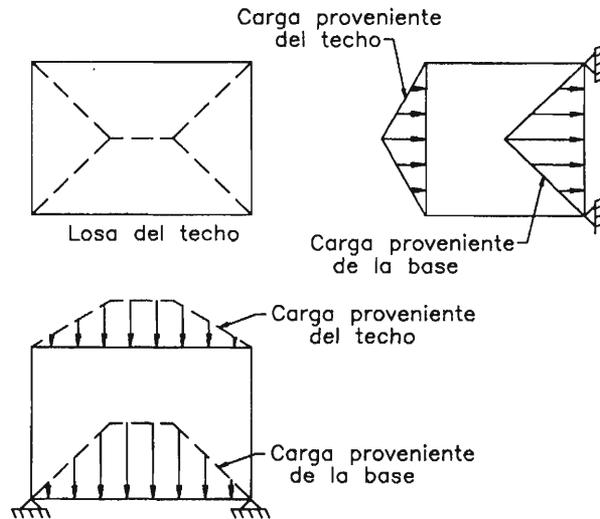


Figura 18.10. Cargas transmitidas a las paredes de la cuba

18.5.2 Diseño de la estructura portante

Los tanques elevados apoyados en columnas arriostradas se caracterizan porque son estructuras con gran masa concentrada en su parte superior y una estructura portante flexible. Por ello, la sollicitación más importante para el diseño de la estructura portante es la condición que incluye las cargas sísmicas. Dado que la mayor parte del peso del tanque está ubicado en la cuba, se puede considerar que la fuerza sísmica actúa sobre el centro de gravedad de ésta.

Las columnas se diseñan para resistir el peso de la cuba y los esfuerzos generados por la carga sísmica que dependerá de la ubicación y del terreno pero se recomienda que siempre sea mayor que 20% de las cargas verticales. Para su predimensionamiento se puede asumir que toda la estructura del tanque es una viga en voladizo. Bajo esta suposición, las cargas axiales en las columnas se determinan en función a la distancia del elemento al eje neutro del conjunto, el cual es también su eje de simetría. En la figura 18.11.a se muestra una distribución de cuatro columnas y el eje neutro está trazado en líneas punteadas. El momento de inercia del conjunto respecto al eje neutro, despreciando la inercia propia de las columnas es:

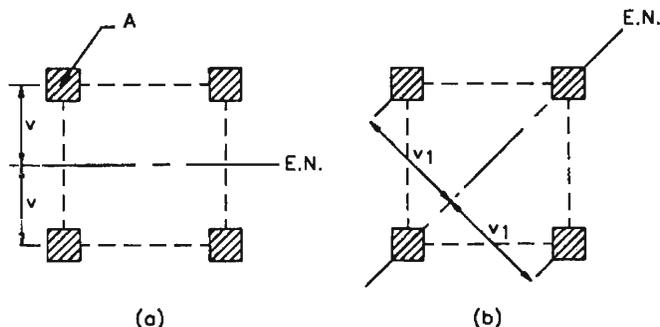


Figura 18.11. Fuerzas en las columnas del tanque elevado

$$I = 4Av^2$$

- donde: I: Momento de inercia del conjunto respecto al eje neutro.
 A: Área de una columna
 v: Distancia de la columna al eje neutro del conjunto.

La carga axial en la columna más esforzada será:

$$P = \frac{W}{4} + \frac{Hh}{4v}$$

- donde: P: Carga axial en la columna.
 W: Peso de la cuba incluyendo todas sus cargas de diseño.
 H: Fuerza sísmica (se recomienda un mínimo de 0.20W a 0.25W).
 h: Distancia entre el punto de aplicación de la fuerza H y la base de la estructura portante.

La flexión alrededor del eje neutro constituido por la recta que une dos columnas opuestas también debe considerarse. En este caso el momento de inercia será (ver figura 18.11.b):

$$I = 2Av_1^2$$

- donde: v_1 : Distancia de la columna al nuevo eje neutro.

Como se aprecia, las columnas ubicadas sobre el eje neutro no participan para la determinación del momento de inercia del conjunto. La carga axial en las columnas más esforzadas será:

$$P = \frac{W}{4} + \frac{Hh}{2v_1}$$

Las columnas se predimensionan con la carga más crítica. Para otras distribuciones de columnas, el procedimiento es similar, es decir, se analiza la flexión respecto a los ejes de simetría que ésta presente.

Por su parte, los arriostres se predimensionan con un peralte de aproximadamente 1/8 a 1/10 de su longitud y un ancho que es de 1/2 a 2/3 del peralte. Se especifica que el ángulo formado entre dos arriostres adyacentes varíe entre 75° y 105° para que el elemento pueda considerarse eficiente. Además el espaciamiento vertical de estos elementos debe definirse buscando siempre que la esbeltez de las columnas no se incremente al punto de requerir un diseño especial bajo consideraciones de esbeltez.

Estando los elementos predimensionados, la estructura portante se analiza. Se determinan los esfuerzos y se diseña el refuerzo longitudinal y transversal. Los arriostres deben contar con refuerzo en su cara superior e inferior para que puedan soportar la inversión de esfuerzos que se presenta ante sollicitaciones sísmicas. El refuerzo transversal también se extiende a todo lo largo de las piezas para que sirva de apoyo al refuerzo longitudinal y para que absorba las fuerzas cortantes que se desarrollan. Debe cumplir las recomendaciones presentadas en el capítulo 16 para estructuras sometidas a la acción de cargas sísmicas.

18.5.3 Tipos especiales de tanques elevados

Los tanques elevados de gran capacidad son por lo general de planta circular. Este tipo de estructuras presentan, además, la ventaja que pueden ser provistas de un fondo abovedado que trabaje íntegramente a compresión, evitando el uso de losas planas para las cuales es indispensable colocar vigas de apoyo. En el fondo del tanque se coloca un cinturón armado, como se aprecia en la figura 18.12, que absorbe el empuje lateral generado por la bóveda. Este tipo de tanques tienen diámetros de 12 a 14 m. con espesores de losa de hasta 15 cm.

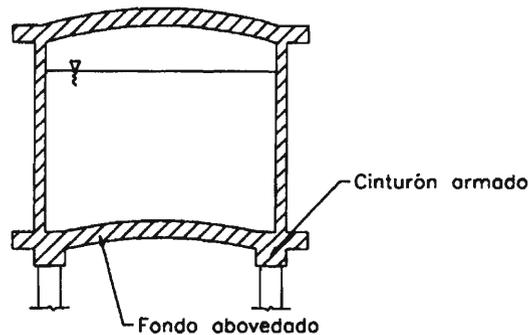


Figura 18.12. Tanque elevado con fondo abovedado

Si el tanque tiene diámetros mayores, se puede utilizar secciones como la mostrada en la figura 18.13. De este modo el empuje generado por la bóveda interior es compensado por el empuje generado por el fondo exterior. La carga sobre el cinturón y el diámetro del fuste son disminuidos con el consecuente ahorro en la cantidad de concreto. Este tipo de tanques se denomina tanque Intze.

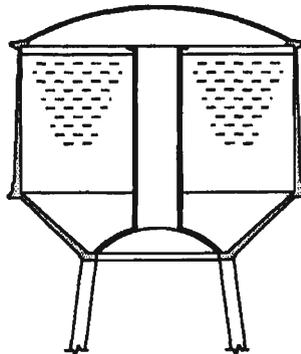


Figura 18.13. Tanque elevado

19. Silos

Los silos son depósitos verticales que sirven para almacenar materiales granulares en estado seco. El llenado del material se efectúa por la parte superior y en la inferior, la estructura cuenta con tolvas o embudos para el vaciado. En la figura 19.1 se muestran algunos tipos comunes de silos. Los silos pueden construirse individualmente o agrupados.

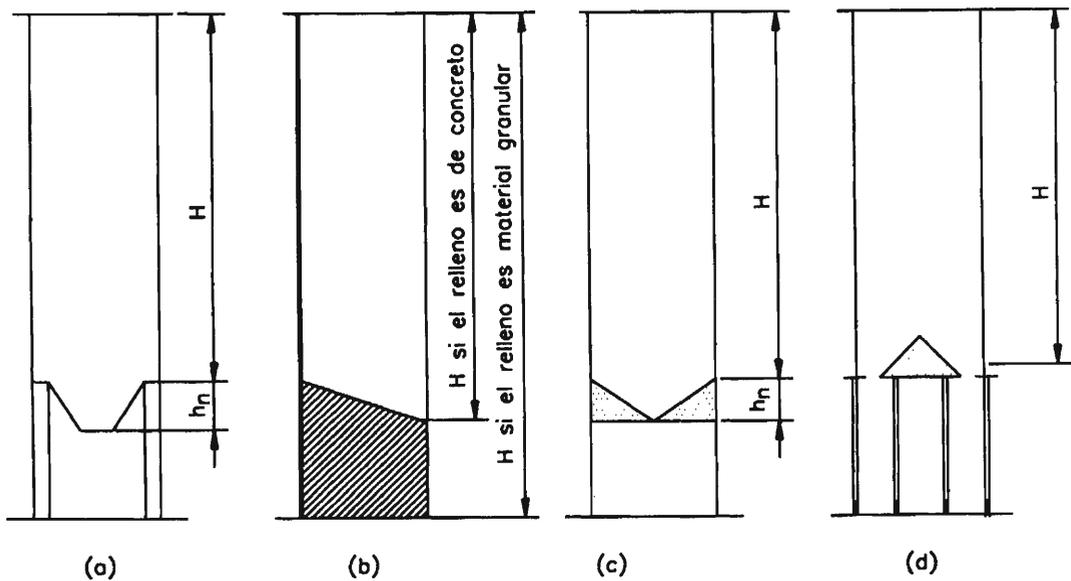


Figura 19.1. Tipos de silos

Al vaciar el material almacenado en los silos, puede observarse dos tipos de comportamiento denominados: flujo de embudo y flujo masivo. En el primero, parte del material vaciado está en reposo en determinados momentos mientras que en el segundo, toda la masa está siempre en movimiento. La ocurrencia de uno u otro caso depende de las características geométricas del depósito y del ángulo de fricción interna del material. En la figura 19.2 se indica qué tipo de comportamiento se espera para determinadas características del fondo del silo. Las regiones sombreadas corresponden a los elementos en los cuales el tipo de flujo es incierto. Esto debe evitarse pues conduce a presiones asimétricas en las paredes de la estructura lo que les puede ocasionar serios daños.

El procedimiento de diseño presentado en la presente capítulo es el propuesto por el ACI (Ref. 5).

19.1 CARGAS DE DISEÑO

Las cargas que actúan sobre los silos son fundamentalmente: el peso propio y la presión ejercida por el material almacenado. También están presentes las cargas de sismo y viento. Si la temperatura del material almacenado es diferente que la del medio que rodea el silo, se generan esfuerzos en la estructura. Este efecto también debe tenerse en cuenta para el diseño.

19.1.1 Presión ejercida por el material almacenado

La presión ocasionada por materiales en reposo puede ser evaluada a través de dos teorías. La primera fue presentada por Janssen y la segunda, por Reimbert. En la Tabla 19.1 se presentan las expresiones utilizadas para la determinación de la presión vertical, lateral y la fuerza de fricción vertical según ambas propuestas.

	Fuerza ejercida a una profundidad Y	
	Janssen	Reimbert
Presión vertical, q	$\gamma Y_0 (1 - e^{-Y/Y_0})$	$\gamma \left[Y \left(\frac{Y}{C} + 1 \right)^{-1} + \frac{h_s}{3} \right]$
Presión lateral, p	qk	$P_{má} \left[1 - \left(\frac{Y}{C} + 1 \right)^{-2} \right]$
Fuerza vertical de fricción por unidad de ancho, V	$(\gamma Y - 0.8q)R^1$	$(\gamma Y - q)R$

Tabla 19.1 Fuerzas ejercidas por el material en reposo (Ref. 19).

En la Tabla 19.1: γ : Peso específico del material almacenado.

Y : Profundidad del punto analizado.

Y_0 : Parámetro igual a $R/\mu'k$.

R : Radio hidráulico de la sección transversal horizontal del silo igual al cociente entre el área y el perímetro de la sección.

μ' : Coeficiente de fricción entre el material almacenado y la pared del silo.

k : Parámetro igual a $(1 - \text{sen } \rho)/(1 + \text{sen } \rho)$.

¹ La expresión presentada originalmente por Janssen es: $(\gamma Y - q)R$, sin embargo, el ACI ha introducido el factor 0.8 para que estas fórmulas den aproximadamente el mismo valor que las de Reimbert.

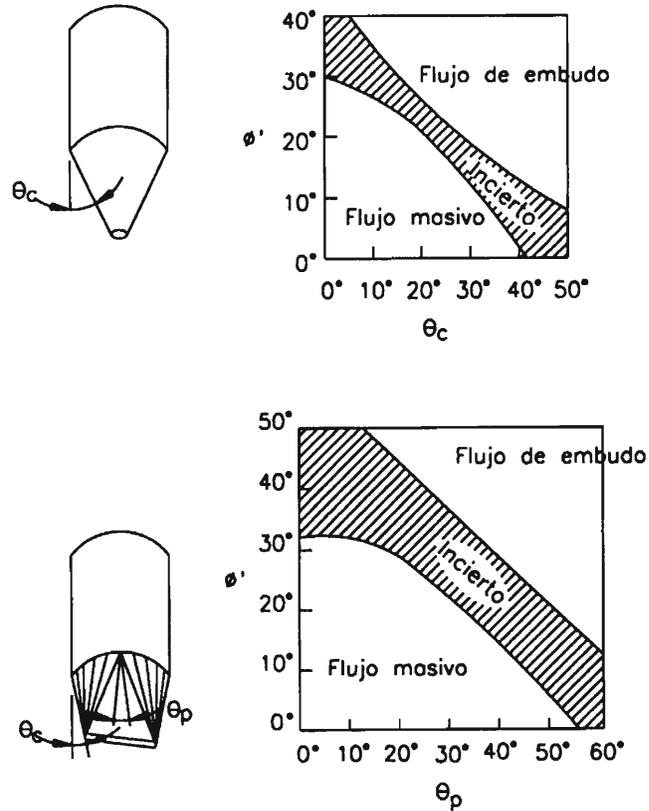


Figura 19.2. Tipos de comportamiento que tiene el material almacenado en silos

ρ : Ángulo de fricción interna del material almacenado, aproximadamente igual a su ángulo de reposo.

h_s : Altura de la superficie inclinada del material almacenado.

En la figura 19.3 se muestran más claramente el significado de las variables presentadas. Los parámetros C y $p_{m\acute{a}x}$ utilizados en las fórmulas de Reimbert se presentan en la Tabla 19.2 para silos de diferentes secciones transversales.

Silo	$p_{m\acute{a}x}$	C
Circular	$\frac{\gamma D}{4\mu'}$	$\frac{D}{4\mu' k} - \frac{h_s}{3}$
Poligonal de más de 4 lados	$\frac{\gamma R}{\mu'}$	$\frac{L}{\pi 4\mu' k} - \frac{h_s}{3}$
Rectangular, sobre el lado corto a del silo	$\frac{\gamma a}{4\mu'}$	$\frac{a}{\pi \mu' k} - \frac{h_s}{3}$

Rectangular, sobre el lado largo b del silo	$\frac{\gamma}{4\mu'} \left(\frac{2ab}{a+b} \right)$	$\frac{2ab}{(a+b)\pi\mu'k} - \frac{h_s}{3}$
---	---	---

Tabla 19.2 Valores de $p_{\text{máx}}$ y C usados en las fórmulas de Reimbert (Ref. 19)

La determinación de las presiones ejercidas por el material en reposo dependen fundamentalmente de las características de éste, tales como su peso específico, coeficiente de fricción con las paredes del silo y ángulo de fricción interna. En la Tabla 19.2 se muestran estas características para algunos tipos de materiales, sin embargo, es preferible determinarlas directamente a través de ensayos.

Material	γ (kg/m ³)	ϕ (°)	μ'
Escoria de cemento	1410	33	0.60
Cemento Portland	1340-1600	24-30	0.36-0.45
Arcilla	1810-2210	15-40	0.20-0.50
Carbón bituminoso	800-1040	32-44	0.50-0.60
Carbón de antracita	960-1120	24-30	0.45-0.50
Coque	600	40	0.80
Harina	600	40	0.30
Grava	1600-2000	25-35	0.40-0.45
Granos pequeños	740-990	23-37	0.29-0.47
Yeso en trozos, piedra caliza	1600	40	0.50
Mineral de hierro	2640	40	0.50
Cal, quemada	800-960	35-55	0.50-0.60
Cal, quemada, fina	910	35	0.50
Cal, quemada, gruesa	1200	35	0.50
Cal en polvo	700	35	0.50
Arena	1600-2200	25-40	0.40-0.70
Azúcar granulada	1000	35	0.43

Tabla 19.3 Características de algunos tipos de materiales almacenados en silos (Ref. 19).

Los valores propuestos por la Tabla 19.3 deben ser utilizados con cautela pues como se aprecia en algunos casos, las propiedades de los materiales varían dentro de un rango amplio. Algunos de los factores que influyen en estas propiedades son:

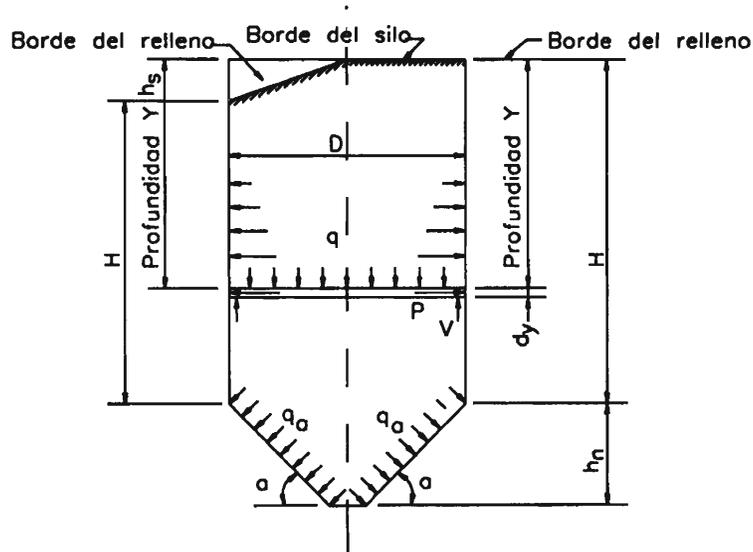


Figura 19.3. Parámetros utilizados en las fórmulas de Janssen y Reimbert

1. Contenido de humedad del material almacenado.
2. Gradación de las partículas.
3. Angulosidad de las partículas.
4. Tiempo de almacenamiento.
5. Temperatura del material.
6. Velocidad de llenado.

Las expresiones presentadas en la Tabla 19.1 permiten determinar las presiones y fuerzas generadas por el material en reposo. Durante el vaciado del silo, éstas se incrementan y se obtienen multiplicando las cargas estáticas por el factor de sobrepresión C_d o por el factor de impacto C_i . El diseño se efectúa con el mayor valor obtenido. En la Tabla 19.4 se presentan los coeficientes de sobrepresión de acuerdo a las dimensiones del silo. Para cada relación H/D se presenta dos columnas. La primera, encabezada por la letra J, está conformada por los factores que se usan en combinación con las fórmulas de Janssen y la segunda, titulada R, se emplea con las expresiones de Reimbert. Para silos de sección circular, el parámetro H_1 es igual a $D \tan \rho$ y para silos de rectangulares es igual a $a \tan \rho$ y $b \tan \rho$ para cada cara. Los coeficientes de sobrepresión presentados en la Tabla 19.4 dan resultados adecuados cuando el silo presenta flujo de embudo. Los coeficientes son poco conservadores si se produce flujo masivo, por lo que se busca dimensionar el silo para que éste no se presente.

Parte del silo	$\frac{H}{D} < 2$		$2 = \frac{H}{D} < 3$		$3 = \frac{H}{D} < 4$		$4 = \frac{H}{D} < 5$		$\frac{H}{D} \geq 5$	
	J	R	J	R	J	R	J	R	J	R
Zona superior de altura H_1	1.35	1.10	1.45	1.20	1.50	1.25	1.60	1.30	1.65	1.35
Zona siguiente de altura $(H-H_1)/4$	1.45	1.20	1.55	1.30	1.60	1.35	1.70	1.40	1.75	1.50
Zona siguiente de altura $(H-H_1)/4$	1.55	1.45	1.65	1.55	1.75	1.60	1.80	1.70	1.90	1.75
Zona siguiente de altura $(H-H_1)/4$	1.65	1.65	1.75	1.75	1.85	1.85	1.90	1.90	2.00	2.00
Zona inferior de altura $(H-H_1)/4$	1.65	1.65	1.75	1.75	1.85	1.85	1.90	1.90	2.00	2.00
Tolva o embudo										
Fondo de concreto	1.35	1.50	1.35	1.50	1.35	1.50	1.35	1.50	1.35	1.50
Fondo de acero	1.50	1.75	1.50	1.75	1.50	1.75	1.50	1.75	1.50	1.75

Tabla 19.4 Coeficientes de sobrepresión para el cálculo de la presión de vaciado (Ref. 5).

En la Tabla 19.5 se muestran los valores de los coeficientes de impacto de acuerdo a la velocidad de vaciado y al material del fondo del silo.

Relación del volumen vertido en una carga a la capacidad del silo.	1:2	1:3	1:4	1:5	1:6 y menor
Fondo de concreto	1.4	1.3	1.2	1.1	1.0
Fondo de acero	1.75	1.6	1.5	1.35	1.25

Tabla 19.5 Coeficientes de impacto para el cálculo de la presión de vaciado (Ref. 5).

Los coeficientes de sobrepresión e impacto estiman el incremento de presiones sobre el silo cuando el dispositivo de salida está centrado. Si la abertura es adyacente a una pared, las presiones sobre ésta se incrementarán. Este incremento se puede considerar igual a un 25% de la presión horizontal estática, es decir, sin amplificarla por los coeficientes de impacto. Para excentricidades menores, se puede interpolar linealmente el incremento de la presión. Desde la parte superior de la tolva hasta una altura igual a D (o al mayor valor entre a y b para silos rectangulares) este incremento puede considerarse constante. Para niveles mayores, el incremento se disminuye linealmente hasta ser nulo en la parte superior del silo. Lo anterior es equivalente a:

- Si $H-D \leq Y \leq H$ $p = C_d p + 0.25 p_H \frac{e}{r}$
- Si $0 \leq Y \leq H-D$ $p = C_d p + 0.25 p_H \frac{e}{r} \frac{Y}{H-D}$

donde: p_H : Presión horizontal en el fondo del silo.

En silos circulares es conservador considerar que la presión radial en todo el silo es incrementada por efecto de la descarga excéntrica. La verdadera distribución de esfuerzos no se conoce, pero si se refuerzan ambas caras de las paredes, la estructura estará en capacidad de absorber estos esfuerzos adicionales.

19.1.2 Cargas de sismo

La fuerza sísmica puede calcularse haciendo uso de métodos estáticos o dinámicos, siendo los últimos los más recomendados pues los silos son estructuras no convencionales. El código del ACI recomienda que para estimar el peso de la estructura se considere sólo el 80% del peso del material almacenado, sin embargo, la Norma Peruana Sismo-resistente exige que se considere el 100% de dicho peso. Si las paredes del silo son independientes de la estructura de soporte, la fuerza cortante en la base se reparte entre ambos en proporción a sus rigideces.

El método estático desarrollado, en la sección 20.2.1 para el análisis sísmico de chimeneas también puede ser empleado.

19.1.3 Carga de viento

Las recomendaciones presentadas en el siguiente capítulo para el diseño de chimeneas sometidas a cargas de viento también son aplicables para el diseño de silos.

19.2 CRITERIOS GENERALES DE DISEÑO

El diseño de los silos de concreto armado se efectuará a través del método de diseño a la rotura. Las recomendaciones presentadas en los capítulos previos, incluyendo los factores de amplificación de cargas y reducción de resistencia, serán utilizados a menos que se especifique lo contrario. Las diversas partes del silo se diseñan independientemente.

19.3 DISEÑO DE LAS PAREDES

19.3.1 Fuerzas que actúan sobre las paredes

Las paredes soportan su peso propio y el del techo (si es que existe), la fuerza vertical de fricción y la presión horizontal del material almacenado y las fuerzas generadas por la diferencia de temperatura entre el interior y el exterior del silo.

Fuerzas internas debidas a la presión horizontal

Las paredes de silos circulares individuales están sometidas a una fuerza anular F igual a:

$$F = \frac{pD}{2} \quad (19-1)$$

En este caso, la presión horizontal no genera momentos flectores ni fuerzas cortantes horizontales.

Los silos agrupados se diseñan en primera instancia como si fueran individuales. La otra condición de carga crítica es aquella en cual el silo analizado está vacío y los adyacentes están llenos. Los esfuerzos generados por la presión sobre las paredes que se apoyan en otros silos puede estimarse considerando que esos apoyos son empotramientos.

Los silos rectangulares y poligonales se analizan de modo similar. Si la relación entre la altura y el ancho de la pared es mayor que 2, ésta se puede analizar como una losa apoyada en las paredes adyacentes. Si la relación alto/ancho es menor que 0.5 entonces la pared se considera como una losa apoyada en el borde superior e inferior del silo. El borde superior puede considerarse fijo, simplemente apoyado o libre, dependiendo de las características de la estructura. Cuando la relación alto/ancho es mayor que 0.5 y menor que 2, la pared se puede analizar como una losa armada en dos direcciones. En la figura 19.4 se muestran expresiones para calcular las fuerzas internas existentes en silos rectangulares y poligonales individuales.

Flexión en el plano de la pared

Las paredes de silos que están apoyadas en columnas están sometidas a flexión en su propio plano y serán analizadas como vigas peraltadas.

Efectos térmicos

La diferencia de temperatura entre la cara exterior e interior de las paredes del silo producirá deformaciones que dada la naturaleza hiperestática de la estructura generarán esfuerzos en ella. El ACI propone que el momento flector generado por la diferencia de temperatura sea igual a:

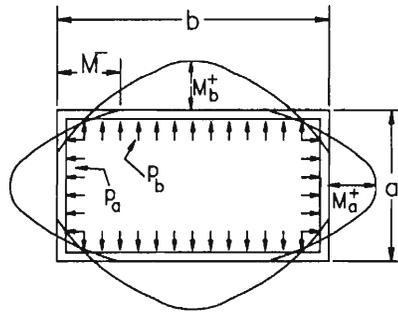
$$M_t = \frac{E_c t^2 \alpha_t \Delta T}{1 - \nu} \quad (19-2)$$

donde: M_t : Momento flector por unidad de ancho de la pared igual al momento flector por unidad de alto.

E_c : Módulo de elasticidad del concreto.

t : Espesor de la pared del silo.

α_t : Coeficiente de dilatación del concreto y del acero igual a $5.5 \times 10^{-6}/^\circ\text{F}$.



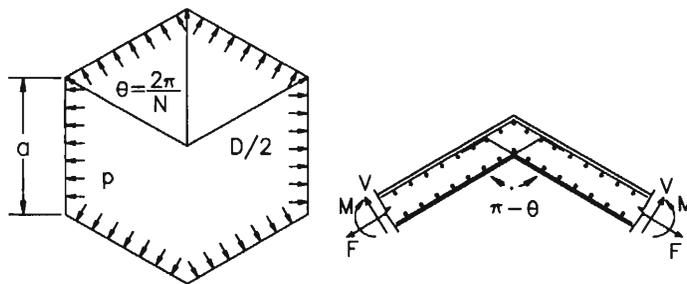
$$M^- = \frac{1}{12(1+n)} (p_a a^2 + n p_b b^2) \quad \text{en donde: } n = \frac{b}{a} \left(\frac{t_a}{t_b}\right)^3$$

$$M_a^+ = \frac{p_a a^2}{8} - M^- \qquad M_b^+ = \frac{p_b b^2}{8} - M^-$$

$$F_b = \frac{p_a a}{2} \qquad F_a = \frac{p_b b}{2}$$

$$V_b = \frac{p_b b}{2} \qquad V_a = \frac{p_a a}{2}$$

(a) Silo Rectangular



$$a = D \text{sen} \theta / 2$$

En la esquina

A la mitad de un lado

$$F = \frac{pD}{2} \cos \frac{\theta}{2}$$

$$\frac{pD}{2} \cos \frac{\theta}{2}$$

$$V = \frac{pD}{2} \text{sen} \frac{\theta}{2}$$

$$0$$

$$M = -\frac{pD^2}{12} \text{sen}^2 \frac{\theta}{2}$$

$$\frac{pD^2}{24} \text{sen}^2 \frac{\theta}{2}$$

(b) Silo poligonal

Figura 19.4. Fuerzas internas en las paredes de silos rectangulares y poligonales

ΔT : Diferencia de temperatura, en °F.

ν : Módulo de Poisson del concreto igual a 0.15.

La temperatura de los materiales granulares calientes no es constante y disminuye cerca de las paredes del silo. Por ejemplo, en el caso de cemento caliente, se ha observado que la temperatura disminuye linealmente en una franja de ancho igual a 20 cm. Esta disminución es función de la velocidad de llenado y vaciado del silo, de la temperatura a la cual el material ingresa, de las fluctuaciones de temperatura del medio ambiente y de los coeficientes de conductividad térmica del concreto, el aire y el material almacenado.

La experiencia ha demostrado que una diferencia de temperatura de 80°F no afecta apreciablemente la distribución de esfuerzos en la pared y por lo tanto puede ser ignorada. La temperatura interior de diseño será igual a la temperatura interior menos 80°F. La diferencia de temperatura, ΔT será igual a:

$$\Delta T = (T_{i,\text{diseño}} - T_o) K_T \quad (19-3)$$

donde: $T_{i,\text{diseño}}$: $T_i - 80^\circ\text{F}$.

T_o : Temperatura del medio ambiente en invierno.

K_T : Cociente de la resistividad térmica de la pared entre la suma de las resistividades térmicas de un espesor t_m de material granular, de la pared y de una película superficial de aire externo. La resistividad térmica del aire es igual a $0.17 \text{ ft}^2\text{xhorax}^\circ\text{F/Btu}^2$ y del concreto es igual a $0.08 \text{ ft}^2\text{xhorax}^\circ\text{Fxpulg/Btu}$, por unidad de espesor. Luego:

$$K_T = \frac{0.08t}{t_m R_m + 0.08t + 0.17} \quad (19-4)$$

donde: R_m : Resistividad térmica del material granular por unidad de espesor, en $\text{ft}^2\text{xhorax}^\circ\text{Fxpulg/Btu}$.

t_m : Espesor del material granular en el que la temperatura disminuye linealmente, en pulgadas.

t : Espesor de la pared, en pulgadas.

Si el material almacenado es cemento, el valor de $t_m R_m$ es igual a 3.92. En este caso, la expresión (19-4) queda transformada en:

$$K_T = \frac{0.08t}{0.08t + 4.09} \quad (19-5)$$

² La inversa de la resistividad térmica es la conductividad térmica la cual se define por la cantidad de calor en Btu que fluye en 1 hora a través de una capa de una pulgada de espesor y un pie² de área por cada °F de diferencia entre las dos caras de la superficie.

19.3.2 Determinación del refuerzo requerido en las paredes

Las paredes de un silo pueden estar sometidas a:

1. Tracción pura generada por la fuerza anular F .
2. Flexo-tracción y fuerza cortante en el plano horizontal generada por la fuerza anular F y los momentos flectores generados por la presión horizontal en silos agrupados.
3. Compresión en el plano vertical ocasionada por su peso propio, el peso del techo y la fuerza vertical de fricción entre el material almacenado y la pared. Eventualmente se presenta flexo-compresión.
4. Flexión en el plano de las paredes, cuando están apoyadas en columnas.
5. Flexión generada por diferencia de temperatura.

Refuerzo requerido por tracción, flexo-tracción y fuerza cortante

Si la pared está sometida a tensión pura, el área de acero requerida será:

$$A_s = \frac{F_u}{\phi f_y} \quad (19-6)$$

donde: F_u : Fuerza anular amplificada

ϕ : Factor de reducción de resistencia igual a 0.9 pues es tracción pura.

Si la pared está sometida a flexo-tracción, se presentan dos casos:

1. Caso I: $M_u/F_u \leq t/2 - d'$: toda la sección está a tensión (ver figura 19.5.a). En este caso, la cantidad de refuerzo se obtiene de manera inmediata.

- En el lado cercano a F_u $A_s = \frac{F_u e'}{\phi f_y (d - d')}$

- En el lado opuesto $A'_s = A_s \frac{e''}{e'}$

2. Caso II: $M_u/F_u > t/2 - d'$: parte de la sección está a compresión (ver figura 19.5.b). En este caso se siguen los siguientes pasos:

- Se determina la altura del bloque a compresión, a_c , que corresponde a la cuantía máxima de acero en tensión, es decir, igual a $0.75\bar{\rho}_b$. Esta es igual a:

$$a_c = 0.75\beta_1 \frac{6117d}{f_y + 6117} \quad (19-7)$$

El parámetro β_1 fue definido en el capítulo 5.

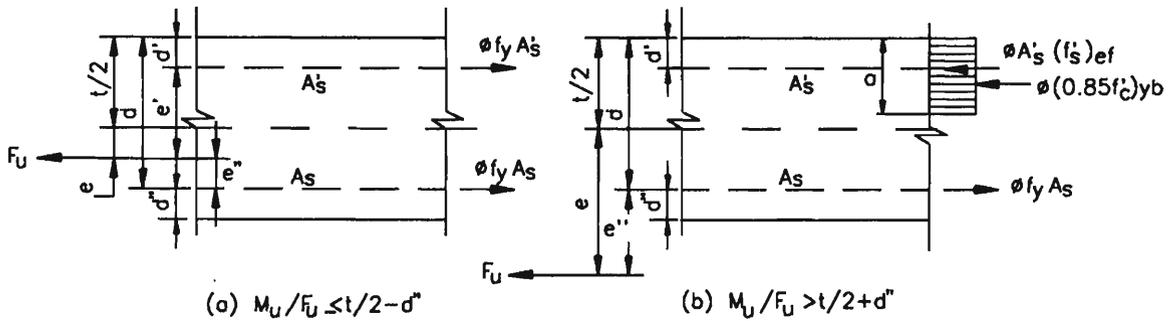


Figura 19.5. Esfuerzos en las paredes de silos circulares de concreto armado

- Se determina el esfuerzo efectivo de compresión del acero para esta condición:

$$(f'_s)_{ef} = 6117 \left(\frac{a_L - \beta_1 d'}{a_L} \right) - 0.85f'_c \quad (19-8)$$

- Si $(f'_s)_{ef}$ es negativo el acero en compresión es inefectivo y se deberá diseñar la pared sólo con acero en tensión. Si no es posible resistir las cargas de este modo, es necesario incrementar d o disminuir d' .
- Si $(f'_s)_{ef}$ es positivo, entonces A'_s será igual a:

$$A'_s = \frac{F_u e'' / \phi - 0.85f'_c \beta_1 a_L (d - a_L / 2)}{(d - d')(f'_s)_{ef}} \quad (19-9)$$

- Si A'_s es positiva, entonces A_s será igual a:

$$A_s = \frac{F_u / \phi + 0.85f'_c \beta_1 a_L + A'_s (f'_s)_{ef}}{f_y} \quad (19-10)$$

- Si A'_s es negativa, no se requiere acero en compresión y la pared es diseñada tan sólo con acero en tensión. El área de acero requerida en este caso será:

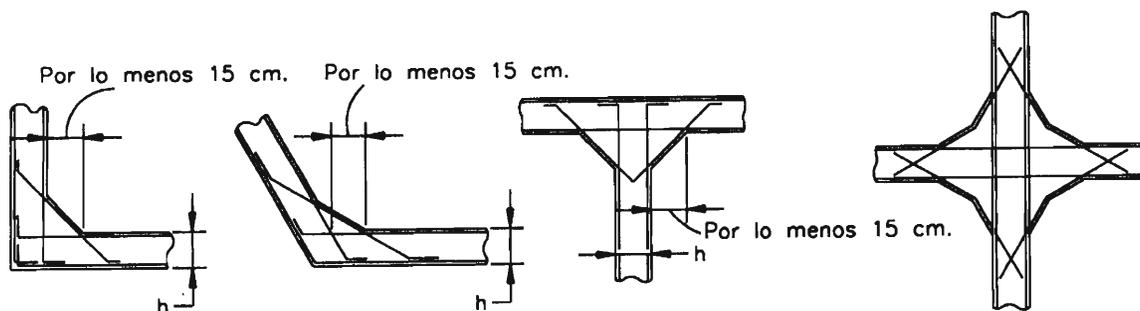
$$A_s = \frac{F_u / \phi + 0.85f'_c \beta_1 a_L}{f_y} \quad (19-11)$$

donde se puede considerar:

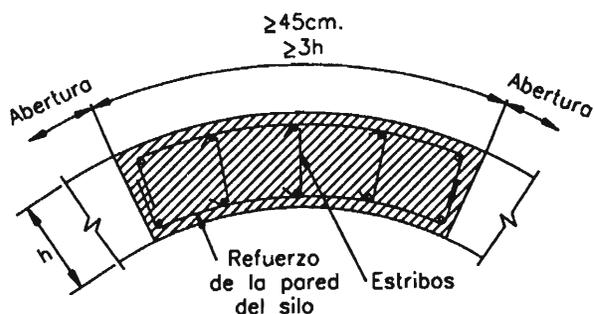
$$a \approx d - \sqrt{d^2 - \frac{2F_u e''}{0.85\phi f'_c b}} \quad (19-12)$$

En las expresiones (19-9), (19-10), (19-11) y (19-12), el valor de b puede ser tomado igual a 1 y el refuerzo calculado corresponderá al requerido en una unidad de altura de la pared.

En la figura 19.6 se muestran algunos criterios para el detallado del refuerzo.



(a). Detalle del refuerzo en la unión de paredes



(b). Detalle del refuerzo en aberturas

Figura 19.6. Detalle del refuerzo en las paredes del silo

El esfuerzo cortante en la pared será igual a:

$$v_u = \frac{V_u}{bd}$$

Este deberá estar por debajo de ϕv_c :

$$\phi v_c = 0.53\phi \left(1 - 0.002 \frac{F_u}{bt} \right) \sqrt{f'_c} \quad 19-13)$$

19.3.3 Control de rajaduras en las paredes de los silos

Los silos son estructuras en las cuales el control del ancho de las fisuras es de suma importancia para evitar que el material almacenado pueda ser dañado por el ingreso de sustancias externas, sobre todo la humedad. Este control es particularmente crítico en los silos circulares, cuyas paredes en muchos casos están sometidas a tracción anular pura.

El ACI recomienda que el ancho máximo de las fisuras debe ser 0.02 cm. cuando el material almacenado son granos o cemento o la estructura está expuesta a la intemperie. Para otras condiciones este límite puede variar.

Existen varios métodos para estimar el ancho de las grietas. Uno de ellos es el propuesto por Lipnitski, el cual considera por separado el efecto de las cargas a largo plazo y las cargas instantáneas. Por simplicidad se asume que la pared está sometida a tracción pura y que el refuerzo está ubicado al centro de la pared. El ancho total de las fisuras se estima a través de la siguiente expresión:

$$w_{cr} = w_1 - w_2 + w_3 \quad (19-14)$$

- donde:
- w_1 : Ancho de fisura que resultaría de la aplicación, durante un periodo corto, de toda la carga anular, F_{tot} (debida a la presión estática y sobrepresión).
 - w_2 : Porción del ancho de fisura w_1 , debida a la fuerza anular generada por la presión estática, F_{est} , durante el tiempo en que la carga total está actuando.
 - w_3 : Ancho de fisura debida a la aplicación durante un periodo largo de tiempo de la fuerza anular estática, F_{est} .

Los valores de w_1 , w_2 y w_3 se calculan usando la siguiente fórmula:

$$w_n = \psi s_{cr} f_s / E_s \quad (19-15)$$

- donde: ψ : Parámetro que depende de la duración de la aplicación de la carga, periodo corto o largo.

- Si la carga actúa durante un periodo corto:

$$\psi = 1 - 0.7 \left[\frac{0.8 A f_t}{F_{tot} \text{ ó } F_{est}} \right] > 0.3 \quad (19-16)$$

- Si la carga actúa durante un periodo largo:

$$\psi = 1 - 0.35 \left[\frac{0.8 A f_t}{F_{est}} \right] > 0.65 \quad (19-17)$$

A: Área de la sección transversal del silo.

f_t : Resistencia última del concreto a la tensión, el ACI recomienda considerarla igual a $1.2\sqrt{f'_c}$.

s_{cr} : Espaciamiento entre fisuras igual a $Ab/\Sigma o$.

b: Parámetro igual a 0.7 para barras corrugadas y 1.0 para barras lisas.

Σo : Suma de los perímetros de las barras horizontales de refuerzo por altura unitaria de la pared.

El ancho de las fisuras estimado a través de la expresión (19-14) debe ser menor que los máximos recomendados por el ACI.

19.4 DISEÑO DEL FONDO

La presión unitaria estática normal a una superficie inclinada un ángulo α con la horizontal es:

$$q_a = p \operatorname{sen}^2 \alpha + q \cos^2 \alpha \quad (19-18)$$

donde: p : Presión estática horizontal debida al material almacenado.

q : Presión estática vertical debida al material almacenado.

En fondos planos horizontales, la carga de diseño está constituida por la carga muerta y la presión vertical. Si el fondo es inclinado deberá diseñarse para resistir la presión q_a determinada a través de la expresión (19-18).

Si el fondo del silo es cónico sus paredes estarán sometidas a tracción en la dirección meridional y circunferencial las cuales están dadas por:

$$F_m = \frac{qD}{4 \operatorname{sen} \alpha} + \frac{W}{\pi D \operatorname{sen} \alpha}$$

$$F_t = \frac{q_a D}{2 \operatorname{sen} \alpha}$$

donde: D : Diámetro en la sección analizada.

W : Peso de la tolva y su contenido por debajo de la sección analizada.

El peso de la tolva por debajo de la sección analizada es:

$$W_{\text{tolva}} = \frac{\pi(D^2 - d^2)\gamma_h}{4 \cos \alpha}$$

y el peso del material en ella es:

$$W_{\text{material}} = \frac{\pi(D^3 - d^3)\gamma_m \tan \alpha}{24}$$

donde: γ_h : Peso específico del material de la tolva por unidad de área.

γ_m : Peso específico del material almacenado por unidad de volumen.

d : Diámetro de la abertura inferior de la tolva (ver figura 19.7)

El refuerzo requerido se calcula para resistir tracción pura.

Las paredes de los fondos piramidales están sometidas a tensiones meridionales y tangenciales, a flexión tipo losa y a flexión en su plano si no están continuamente apoyadas. Las fuerzas meridionales y tangenciales son:

$$F_{ma} = \left(\frac{W}{a} + q_a b \right) \frac{1}{4 \operatorname{sen} \alpha_a}$$

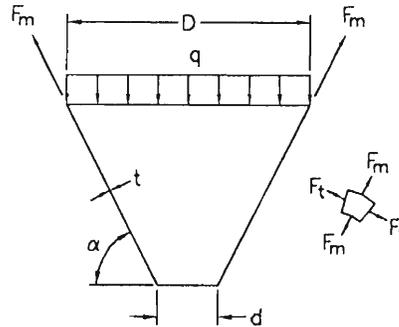


Figura 19.7. Fuerzas en una tolva cónica

$$F_{mb} = \left(\frac{W}{b} + q_b a \right) \frac{1}{4 \operatorname{sen} \alpha_b}$$

$$F_{ta} = \frac{1}{2} (q_{\alpha b} + \gamma_h \cos \alpha_b) b \operatorname{sen} \alpha_a$$

$$F_{tb} = \frac{1}{2} (q_{\alpha a} + \gamma_h \cos \alpha_a) a \operatorname{sen} \alpha_b$$

donde: F_{ma} : Fuerza meridional en la cara de lado a.

F_{mb} : Fuerza meridional en la cara de lado b.

F_{ta} : Fuerza tangencial en la cara de lado a.

F_{tb} : Fuerza meridional en la cara de lado b.

α_a : Ángulo de inclinación de la cara de lado a, respecto a la horizontal.

α_b : Ángulo de inclinación de la cara de lado b, respecto a la horizontal.

q_a : Presión del material almacenado sobre la cara de lado a.

q_b : Presión del material almacenado sobre la cara de lado b.

Los pesos de la tolva y del material almacenado son:

$$W_h = h_h \gamma_h \left(\frac{a_1 + a_2}{\operatorname{sen} \alpha_a} + \frac{b_1 + b_2}{\operatorname{sen} \alpha_b} \right)$$

$$W_m = \frac{h_h \gamma_m}{6} [(2a_1 + a_2)b_1 + (2a_2 + a_1)b_2]$$

Los parámetros empleados en las expresiones anteriores se muestran en la figura 19.8.

Los momentos flectores en las paredes triangulares de las tolvas se pueden calcular, aproximadamente, considerando una sección rectangular equivalente (ver figura 19.9). Si las paredes son trapezoidales, éstas se pueden calcular suponiendo que tienen un comportamiento similar a las

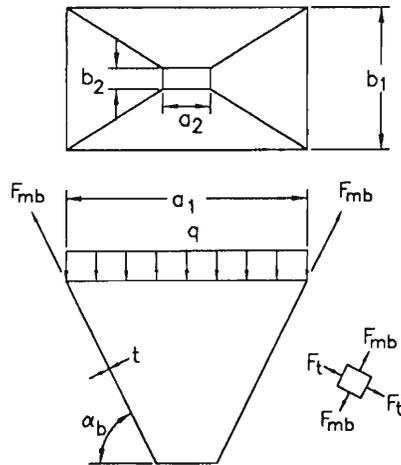


Figura 19.8. Fuerzas en una tolva piramidal

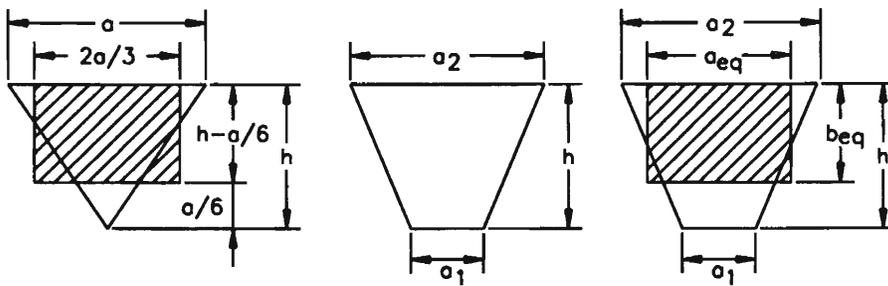


Figura 19.9. Sección rectangular equivalente para la evaluación de los momentos flectores en las paredes de las tolvas piramidales

paredes triangulares que se obtienen al proyectar sus lados y por lo tanto, también se pueden analizar con secciones rectangulares equivalentes. Esta suposición es válida siempre que a_2/a_1 sea mayor o igual que 4. Si este no es el caso, los trapecios se pueden transformar en rectángulos equivalentes a través de las siguientes expresiones:

$$a_{eq} = \frac{2a_2(2a_1 + a_2)}{3(a_1 + a_2)}$$

$$b_{eq} = h - \frac{a_2(a_2 - a_1)}{6(a_1 + a_2)}$$

La flexión en el plano de las paredes de la tolva se presenta si éstas no cuentan con un apoyo continuo. Para el diseño se consideran como vigas y el refuerzo requerido por esta sollicitación es adicional al requerido por tensión tangencial.

19.5 DISEÑO DE LAS VIGAS DE SOPORTE

Las vigas de soporte son las encargadas de cargar la tolva del silo. La viga debe diseñarse para resistir la componente vertical y horizontal de la fuerza meridional de la tolva. Si el centro de gravedad de la viga no está en la proyección de las paredes de la tolva, ésta estará sometida adicionalmente a torsión. En el caso que la viga esté apoyada sobre un muro, la torsión y la flexión en el plano vertical podrán despreciarse.

20. Chimeneas

Las chimeneas son estructuras cilíndricas o tronco-cónicas cuya función es expulsar gases y humos industriales. Actualmente, su construcción se ha incrementado debido a la mayor importancia que se está dando al control de la contaminación del aire. Las chimeneas pueden ser de acero o concreto. El uso de encofrados deslizantes ha logrado que la demanda de las últimas se incremente. Además, las chimeneas de concreto son más rígidas que las chimeneas de acero lo que les permite resistir más eficientemente las cargas horizontales y por ende pueden alcanzar alturas mayores.

En el presente capítulo se presentarán algunas recomendaciones generales para el diseño de chimeneas dentro del marco del estándar ACI-307-98 propuesto por el American Concrete Institute.

20.1 CONSIDERACIONES GENERALES PARA EL DISEÑO

En esta sección se incluyen algunas recomendaciones generales para el diseño las cuales incluyen características del revestimiento interior, dimensiones de la chimenea, refuerzo, aberturas y deflexiones máximas de la estructura.

20.1.1 Revestimiento interior

La función del revestimiento interior es proteger el concreto de los elementos corrosivos de los gases expulsados y de sus altas temperaturas. Se extiende a todo lo alto de la chimenea y no se coloca adherido al concreto sino que se deja un espacio libre entre ellos o éste se rellena con un material aislante. El revestimiento puede ser de ladrillo refractario ó acero.

El revestimiento de ladrillo se apoya en braquetes como el mostrado en la figura 20.1. Los braquetes no son anillos continuos sino están segmentados con una longitud no mayor que 90 cm., de modo que al dilatarse y contraerse no produzcan esfuerzos en la chimenea. Muchas chimeneas revestidas con ladrillo y con aislante compuesto por sílice fundida han presentado signos de ataque ácido en las paredes de concreto, resultado del paso de los gases calientes a través del revestimiento y su condensación sobre el concreto relativamente frío. Para solucionar este problema se está haciendo uso de revestimiento de acero.

El revestimiento de acero ha sido usado con mucho éxito para controlar el ataque ácido del concreto. Puede apoyarse en la parte superior de la chimenea o en su base. El primer caso presenta la ventaja que el acero trabaja a tensión. Sin embargo, presenta la desventaja que la expansión del revestimiento por efecto de temperatura será tomada por la unión cercana al orificio de salida. Cuando el revestimiento se apoya abajo, el acero puede pandear no sólo por efecto de su peso propio sino también por efecto de la diferencia de temperatura entre un lado del revestimiento y el otro.

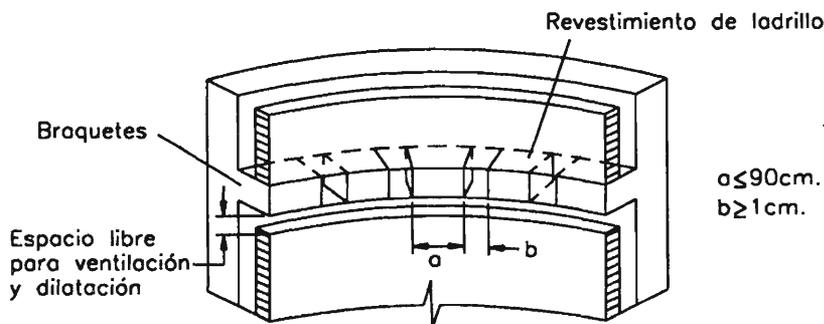


Figura 20.1. Revestimiento de ladrillo sobre braquetes

Anteriormente el ACI recomendaba que el espacio libre entre el revestimiento y el concreto debía ser mayor que 20 cm. en la parte superior de la chimenea y que 30 cm. en la inferior para chimeneas de hasta 60 m. de alto, aumentándose 7.5 cm. por cada 30 m. de altura adicional.

20.1.2 Dimensiones de la estructura

La altura y diámetro en la parte superior de la chimenea se definen en función de la velocidad de salida y dispersión de los gases requerida, mientras que el diámetro en la base generalmente es determinado por requerimientos estructurales. Por lo general son de forma tronco-cónica con pendientes que varían de 1/50 a 1/100 siendo la más utilizada 1/75

El ACI recomienda espesores mínimos de 20 cm. para chimeneas vaciadas en sitio y 19 cm para chimeneas con elementos prefabricados.

Alrededor de las aberturas el espesor será por lo menos 1/24 la altura de la abertura y se extenderá alrededor de la abertura 1/2 de la altura de la abertura en todos los lados.

Si el diámetro interno de la chimenea excede 28 pies (8.53 m) el espesor se aumentará en 1/8" (0.32 cm) por cada pie adicional (30.5 cm).

20.1.3 Refuerzo

Las paredes de la chimenea contarán con refuerzo vertical y horizontal. El ACI recomienda que la cuantía de refuerzo vertical no sea menor que 0.25%. El acero se dispone en dos capas, la exterior contará con al menos el 50% del refuerzo total y estará constituida por varillas mayores que la #4 con espaciamiento centro a centro menor o igual que 30 cm. La capa interior también estará constituida por varillas iguales o mayores que la #4 pero con espaciamiento mínimo de 60 cm.

La cuantía de acero horizontal será mayor que 0.20%. Se dispone en dos capas, la cantidad mínima de refuerzo en cada cara será igual a la mitad de la cuantía mínima total, es decir, 0.10%. La capa exterior del refuerzo de las paredes de la chimenea tendrá un espaciamiento máximo igual al espesor de la pared o 30 cm., el que sea menor. El refuerzo horizontal estará constituido por varillas iguales o mayores que la #3.

En el tramo limitado por el extremo superior de la chimenea y una sección ubicada a $0.2d(h)$ de él o 2.2 m., el que sea mayor, se proveerá el doble de refuerzo horizontal requerido por el cálculo. El término $d(h)$ representa el diámetro exterior en el extremo superior de la chimenea.

20.1.4 Aberturas

Las aberturas de entrada de humos suelen ser rectangulares estando sus lados en proporción de 1:2 a 1:4. Su área es 10% a 20% mayor que la de la abertura de salida. Alrededor de las aberturas se coloca refuerzo adicional como se muestra en la figura 20.2. El acero alrededor de las paredes debe ubicarse lo más cerca posible del borde de la abertura en una distancia menor que $2t$, donde t es el espesor del concreto en la abertura en cm. A ambos lados de ella se colocará refuerzo vertical cuya área será por lo menos igual a la mitad del acero interrumpido por la abertura. Arriba y abajo de ella, también se colocará el refuerzo interrumpido por la abertura pero no menos que:

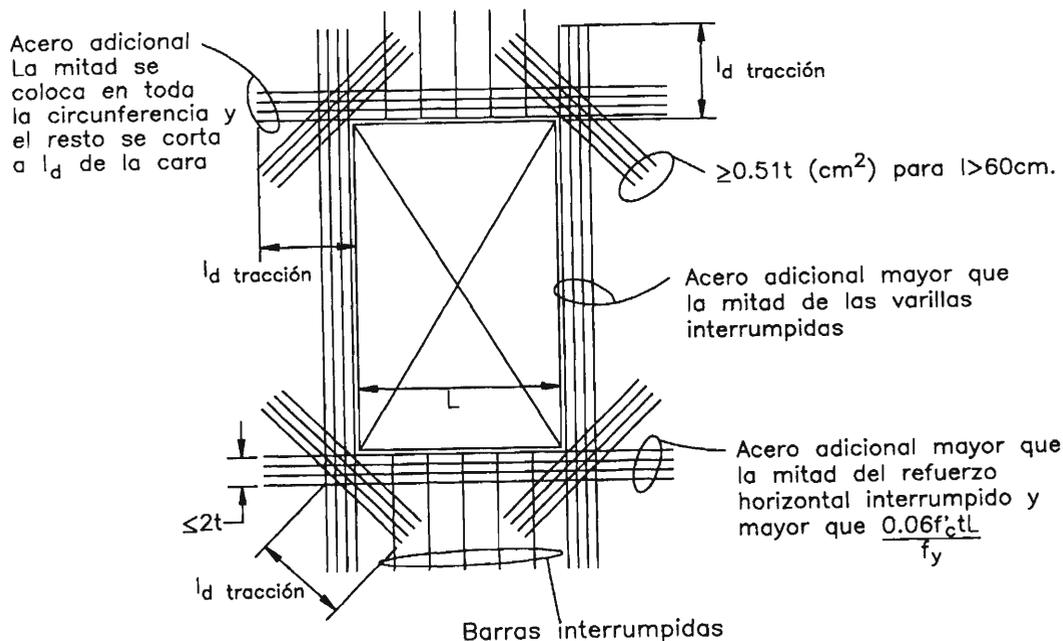


Figura 20.2. Refuerzo adicional colocado alrededor de las aberturas de la chimenea

$$A_s = \frac{0.06f'_c t L}{f_y} \quad (20-1)$$

donde: A_s : Área de refuerzo adicional, en cm^2 .

f'_c : Resistencia del concreto, en kg/cm².

f_y : Esfuerzo de fluencia del acero, en kg/cm².

L: Ancho de la abertura, en cm.

La mitad del refuerzo ubicado arriba y abajo de la abertura se prolongará a todo lo largo de la circunferencia de la chimenea y la otra mitad se extenderá solo lo suficiente para poder desarrollar su longitud de anclaje.

En las aberturas cuyo ancho es mayor que 60 cm. se colocará refuerzo diagonal en sus cuatro esquinas. El área de este acero adicional será 0.51t. Si el ancho de la abertura es menor que 60 cm. el refuerzo diagonal estará constituido por 2 varillas #5.

20.1.5 Puerta de limpieza

En el lado opuesto al orificio de entrada de gases, en la parte baja, está ubicada la puerta de limpieza cuyas dimensiones son aproximadamente 60x90 cm. y está hecha de hierro fundido. Si existe revestimiento, también debe llevar puerta de hierro.

20.1.6 Deflexiones

La mayor deflexión permitida en el extremo superior de la chimenea bajo cargas de servicio es:

$$Y_{\max} = 0.04 h \quad (20-2)$$

donde: Y_{\max} : Máxima deflexión lateral, en cm.

h: Altura de la chimenea, en m.

20.2 CARGAS DE DISEÑO

Las chimeneas son estructuras que están sometidas a cargas de peso propio, viento, sismo y temperatura. En nuestro país, la condición de sismo es la más crítica y por ello, sólo se analizará este caso.

20.2.1 Cargas sísmicas

El análisis sísmico se puede efectuar a través de tres procedimientos: análisis en el tiempo, análisis espectral, análisis estático equivalente. El primero consiste en analizar la estructura bajo una excitación similar a la registrada durante un sismo específico. Este método requiere del uso de computadoras y acelerogramas que representen las características de los sismo propios del lugar donde va ubicarse la chimenea. El resultado de este análisis son los esfuerzos y deformaciones de la estructura en función del tiempo. Por su parte, el análisis espectral permite conocer las máximas sollicitaciones que se presentarán durante una acción sísmica. En este caso no se hace un análisis a lo largo del tiempo sino se estiman los máximos esfuerzos y deformaciones de la estructura en base a un espectro de aceleraciones. Estos dos métodos son recomen-

dados para el diseño final de la chimenea pues son más exactos y laboriosos. El análisis estático equivalente es un método mucho menos exacto que los anteriores. El análisis estático equivalente es un método mucho menos exacto que los anteriores y el nuevo código ACI-307-98 no lo recomienda, sin embargo es útil para un diseño preliminar o para chimeneas de menos de 60 m. Este será el único método desarrollado en el presente trabajo.

El ACI en su edición anterior ACI-307-88 propone una serie de expresiones para el análisis estático equivalente de la chimenea. La aceleración vertical se desprecia y sólo se analiza el efecto de las fuerzas horizontales. El procedimiento a seguir es el siguiente:

1. Estimación del periodo fundamental de vibración de la chimenea.
2. Estimación de la fuerza cortante en la base.
3. Distribución de la fuerza cortante en la base de los diferentes niveles de la chimenea.
4. Determinación de las fuerzas internas en los distintos niveles de la chimenea.

En este diseño para concordar con el ACI-307-88 usaremos unidades inglesas.

Estimación del periodo fundamental de vibración

Para la estimación del periodo fundamental de vibración se hace uso de la siguiente expresión, la cual es válida para chimeneas sin revestimiento interior:

$$T_1 = 5 \frac{h^2}{\bar{d}(b)} \sqrt{\frac{\rho_{ck}}{E_{ck}}} \left[\frac{t(h)}{t(b)} \right]^{0.3} \quad (20-3)$$

- donde:
- T_1 : Periodo fundamental de vibración de la chimenea, en segundos.
 - h : Altura de la chimenea, en pies.
 - $t(h)$: Espesor de la pared en la punta, en pies.
 - $t(b)$: Espesor de la pared en la base, en pies.
 - $\bar{d}(b)$: Diámetro medio en la base, en pies.
 - ρ_{ck} : Densidad del concreto, en kip-seg²/pie⁴, aproximadamente igual a 0.0046 kip-seg²/pie⁴.
 - E_{ck} : Módulo de elasticidad del concreto, en kip/pie².

Si la chimenea cuenta con revestimiento interior deberá analizarse su efecto. Anteriormente, el ACI recomendaba que el periodo obtenido con la expresión (20-3) se multiplicara por el cociente de dividir el peso de la estructura con revestimiento entre su peso sin él, sin embargo esta recomendación no se incluye en la versión vigente.

Estimación de la fuerza cortante en la base

La fuerza cortante en la base se determina a través de las siguientes expresiones propuestas por el ACI:

$$V=Z \times U \times C \times WT \quad (20-4)$$

$$C = 0.13 / \sqrt{T_1} \leq 0.26 \quad (20-5)$$

- donde: V: Cortante en la base, en libras.
 Z: Factor de zona
 U: Factor de uso. Se recomienda tomarlo igual a 2.
 WT: Peso total de la estructura incluyendo el revestimiento si cuenta con él, en libras.

El ACI propone unos factores de zona que no corresponden a nuestras normas por lo que se tomará los propuestos por la Norma Básica de Diseño Sismo-Resistente, es decir, 1 para la zona 1, 0.7 para la zona 2 y 0.3 para la zona 3.

Distribución de la fuerza cortante en la base

La chimenea se dividirá en por lo menos diez segmentos como se muestra en la figura 20.3. La fuerza lateral aplicada en el centro de gravedad de cada uno de ellos se determina a través de la siguiente expresión:

$$F_i = V \frac{WT_i h_i^2}{\sum_{j=1}^{j=n} WT_j h_j^2} \quad (20-6)$$

- donde: h_i : Altura medida desde la base de la chimenea hasta el centro del segmento i -ésimo, en pies.
 WT_i : Peso del segmento i -ésimo de la chimenea incluyendo el revestimiento interior, en libras.

Fuerzas internas en los segmentos de la chimenea

La fuerza cortante en la base del segmento i -ésimo estará dada por:

$$V_{zi} = \left(\sum_{j=i}^{j=n} F_j \right) J_v^z \quad (20-7)$$

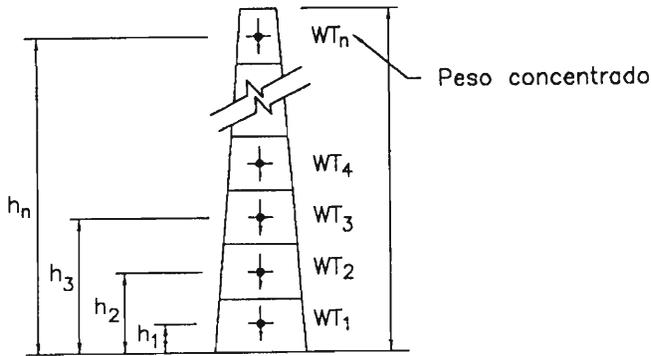
Para $0.5 \leq h_z/h \leq 1.0$,

$$J_v^z = 8(J_v^{\text{top}} - J_v^{0.5h}) \left[(h_z/h) - 0.5 \right]^3 + J_v^{0.5h} \quad (20-8a)$$

Para $0 \leq h_z/h \leq 0.5$,

$$J_v^z = 1 - 2(1 - J_v^{0.5h}) (h_z/h) \quad (20-8b)$$

- donde: h_z : Altura medida desde la base de la chimenea hasta la base del segmento i -ésimo.



$$WT = \sum_i^n WT_{1,2, \dots, n} = WT_1 + WT_2 + \dots, WT_n$$

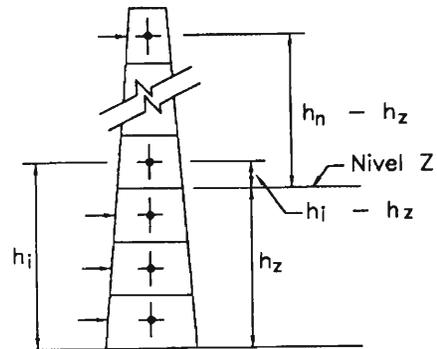
$$\sum WT_{1,2, \dots, n} \cdot h_{1,2, \dots, n}^2 = WT_1 \cdot h_1^2 + WT_2 \cdot h_2^2 + \dots, WT_n \cdot h_n^2$$

$$F_n = V \frac{WT_n \cdot h_n^2}{\sum WT_{1,2, \dots, n} \cdot h_{1,2, \dots, n}^2}$$

Fuerza sísmica en el nivel Z

$$F_2 = V \frac{WT_2 \cdot h_2^2}{\sum WT_{1,2, \dots, n} \cdot h_{1,2, \dots, n}^2}$$

$$F_1 = V \frac{WT_1 \cdot h_1^2}{\sum WT_{1,2, \dots, n} \cdot h_{1,2, \dots, n}^2}$$



$$M = J_m^Z [\sum F_{i, \dots, n} (h_{i, \dots, n} - h_z)]$$

$$= J_m^Z [F_i (h_i - h_z) + F_{(i+1)} [h_{(i+1)} - h_z] + \dots, F_n (h_n - h_z)]$$

Figura 20.3. Método para distribución del cortante en la base a lo alto de la chimenea

y además:

$$J_v^{\text{top}} = 0.96 + 0.23T_1$$

$$J_v^{0.5h} = 0.43 + 0.5/T_1^{1.5}$$

El momento flector en la base del segmento i-ésimo será:

$$M_{zi} = J_m^z \left(\sum_{j=i}^{j=n} F_j (h_j - h_z) \right) \quad (20-9)$$

Para $0.3 \leq h_z/h \leq 1.0$,

$$J_m^z = 2.78 (J_m^{0.9h} - J_m^{0.3h}) [(h_z/h) - 0.3]^2 + J_m^{0.3h} \quad (20-10a)$$

Para $0 \leq h_z/h \leq 0.3$,

$$J_m^z = 1.1 (J_m^{\text{base}} - J_m^{0.3h}) (0.3 - h_z/h)^2 + J_m^{0.3h} \quad (20-10b)$$

donde:

$$\begin{aligned} J_m^{0.9h} &= 1.15 + 0.025T_1^2 \\ J_m^{0.3h} &= 0.3 + 0.004(6 - T_1)^3 \\ J_m^{\text{base}} &= 0.4 + (6 - T_1)^3 / 300 \end{aligned}$$

Si el periodo fundamental de vibración de la chimenea es mayor que 6 segundos, se tomará: $J_m^{0.3h} = 0.3$ y $J_m^{\text{base}} = 0.4$.

En el caso que se trate de chimeneas de sección variable en las cuales el diámetro en la parte alta es menor que la mitad del diámetro en la base, los valores de J_v^z y J_m^z determinados a través de las expresiones (20-8) y (20-10) deberán multiplicarse por:

h_z/h	0.95, 0.85, 0.75, 0.65, 0.55, 0.45, 0.35, 0.25, 0.15, 0.05.
J_v^z	1.01, 0.94, 0.86, 0.92, 0.97, 0.88, 0.83, 0.89, 0.99, 1.03.
h_z/h	0.90, 0.80, 0.70, 0.60, 0.50, 0.40, 0.30, 0.20, 0.10, 0.0.
J_m^z	0.97, 0.87, 0.78, 0.76, 0.82, 0.90, 0.92, 0.89, 0.91, 0.94.

20.3 DISEÑO DE CHIMENEAS

A menos que se indique lo contrario, los procedimientos de diseño presentados en los capítulos precedentes serán utilizados para el diseño de chimeneas.

20.3.1 Combinaciones de carga y factores de reducción de resistencia

Las combinaciones de carga utilizadas para el diseño de chimeneas no serán las propuestas en el capítulo 1, sino, las siguientes:

1. Para el diseño del refuerzo vertical:

$$\begin{aligned} U_v &= 1.4D \\ U_v &= 1.1D + 1.4T + 1.43E \end{aligned}$$

$$U_v = 0.9D + 1.4T + 1.43E$$

2. Para el diseño del refuerzo anular:

$$U_c = 1.05T + 1.43E$$

donde: D: Representa las solicitaciones de cargas muertas.

T: Representa las solicitaciones de temperatura.

E: Representa las solicitaciones de sismo.

El factor de reducción de resistencia, ϕ , para el diseño del refuerzo vertical será igual a 0.70 y para el diseño del refuerzo anular, 0.90. La disminución del factor de reducción en el primer caso permite obviar la flexión que ocasiona el peso propio de la estructura bajo su configuración deformada.

20.3.2 Diseño del refuerzo vertical por flexo-compresión

La condición de falla de una sección sometida a flexo-compresión propuesta en el capítulo 10 será modificada para el diseño de chimeneas. En este caso, la falla se producirá cuando el concreto alcance una deformación unitaria igual a 0.003 o cuando el acero tenga una deformación igual a 0.07. La condición que se alcance primero determinará el estado último. La distribución de esfuerzos en el concreto se seguirá considerando rectangular aunque no se alcance una deformación de 0.003. Sin embargo, el esfuerzo máximo será modificado por un factor de corrección denominado Q.

El procedimiento de diseño del refuerzo vertical propuesto por el ACI consiste en asumir una cuantía de refuerzo y verificar que ésta sea suficiente para resistir los esfuerzos a que está sometida la estructura. Para empezar se puede asumir la cuantía mínima, es decir, 0.25%, incrementándola según se requiera.

El ACI sugiere la siguiente secuencia de diseño:

1. Asumir el valor del parámetro ρ_t .
2. Determinar por tanteos, el valor de α que satisface la ecuación (20-11).
3. Sustituir el valor de α en (20-12) y estimar M_n .
4. Si $\phi M_n < M_u$, incrementar ρ_t ; si $\phi M_n > M_u$, disminuir ρ_t .
5. Regresar a 2 hasta que $\phi M_n = M_u$.

En la figura 20.4 se muestran algunos de los términos que están presentes en la formulación presentada a continuación para la determinación de la resistencia de la sección.

Inicialmente, se asumen varias ubicaciones del eje neutro hasta que el valor de P_u determinado a través de la siguiente expresión sea igual a la carga axial factorizada en la sección en análisis:

$$\frac{P_u}{rtf'_c} = K_1 = 1.7Q\lambda + 2\epsilon_m K_e \omega_t Q_1 + 2\omega_1 \lambda_1 \quad (20-11)$$

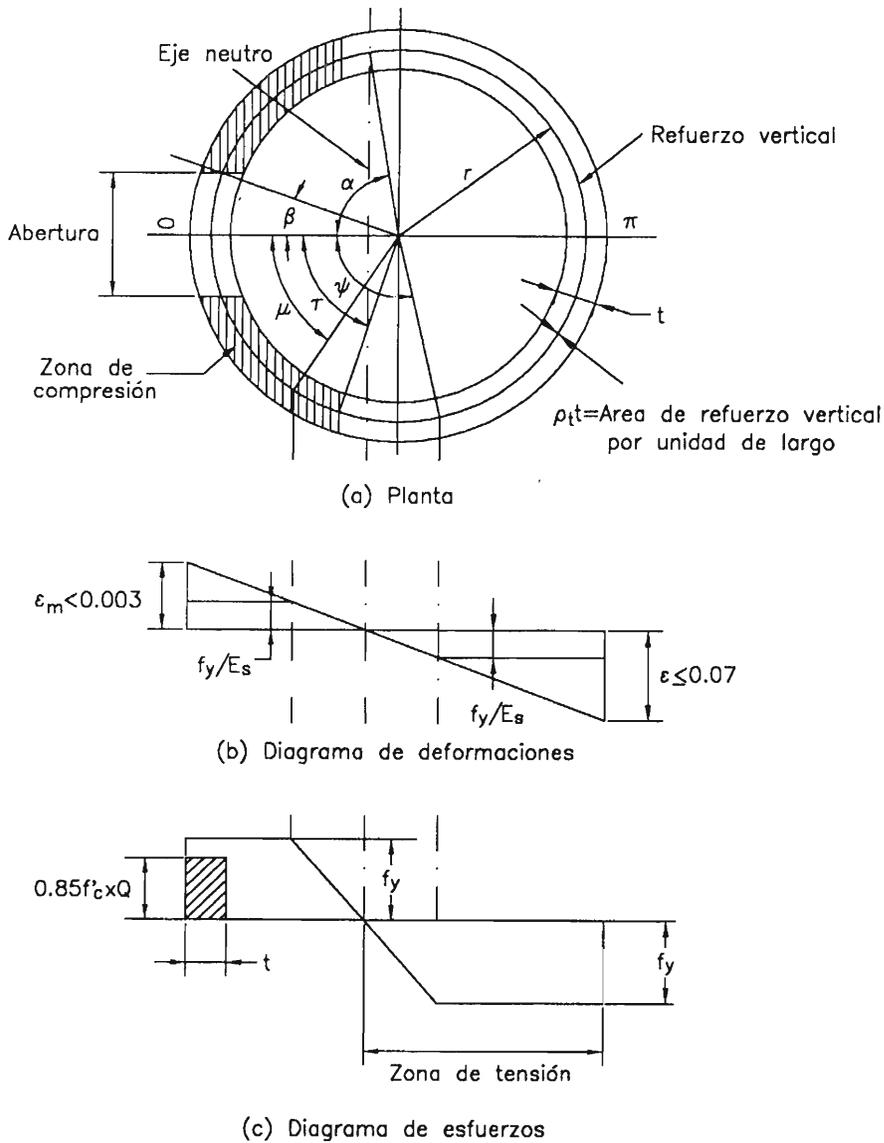


Figura 20.4. Esfuerzos y deformaciones de la chimenea sometida a flexo-compresión

- donde:
- P_u : Carga axial factorizada en la sección analizada, en libras.
 - r : Radio promedio en la sección analizada, en pulgadas.
 - t : Espesor de las paredes en la sección analizada, en pulgadas.
 - f'_c : Resistencia a la compresión del concreto, en psi.

Los valores de los otros parámetros se estiman a través de las expresiones que siguen:

$$\lambda = \tau - n_1 \beta$$

$$\varepsilon_m = 0.07 \frac{1 - \cos \alpha}{1 + \cos \alpha} \leq 0.003$$

$$K_e = E_s / f_y$$

$$\omega_t = \rho_t f_y / f'_c$$

$$Q_1 = \frac{\sin \psi - \sin \mu - (\psi - \mu) \cos \alpha}{1 - \cos \alpha}$$

$$\lambda_1 = \mu + \psi - \pi$$

- donde: τ, ψ, μ : Ángulos mostrados en la figura 20.4, en radianes.
 α, β : Ángulos mostrados en la figura 20.4, en radianes.
 β_1 : Constante definida en la sección 5.3 del presente trabajo.
 n_1 : Número de aberturas ubicadas íntegramente en la zona de compresión.
 E_s : Módulo de elasticidad del acero, en psi.
 f_y : Esfuerzo de fluencia del acero, en psi.
 f'_c : Resistencia a la compresión del concreto, en psi.

Para la determinación de τ, ψ y μ se pueden usar las siguientes expresiones:

$$\cos \tau = 1 - \beta_1 (1 - \cos \alpha)$$

$$\cos \psi = \cos \alpha - \left[\frac{1 - \cos \alpha}{\varepsilon_m} \left[\frac{f_y}{E_s} \right] \right] \geq -1.0$$

$$\cos \mu = \cos \alpha + \left[\frac{1 - \cos \alpha}{\varepsilon_m} \left[\frac{f_y}{E_s} \right] \right] \leq 1.0$$

El parámetro Q de la expresión (20-11) depende del valor de α . Las expresiones para determinarlo se presentan en la Tabla 20.1.

Rango de α	Valor de Q
$\alpha \leq 5^\circ$	$Q = (-0.523 + 0.181\alpha - 0.0154\alpha^2) + (41.3 - 13.2\alpha + 1.32\alpha^2)(t/r)$
$5^\circ \leq \alpha \leq 10^\circ$	$Q = (-0.154 + 0.01773\alpha - 0.00249\alpha^2) + (16.42 - 1.980\alpha + 0.0674\alpha^2)(t/r)$
$10^\circ \leq \alpha \leq 17^\circ$	$Q = (-0.488 + 0.076\alpha) + (9.758 - 0.640\alpha)(t/r)$
$17^\circ \leq \alpha \leq 25^\circ$	$Q = (-1.345 + 0.2018\alpha - 0.00443\alpha^2) + (15.83 - 1.676\alpha + 0.03994\alpha^2)(t/r)$
$25^\circ \leq \alpha \leq 35^\circ$	$Q = (0.993 - 0.00258\alpha) + (-3.27 + 0.0862\alpha)(t/r)$
$\alpha \geq 35^\circ$	$Q = 0.89$

Tabla 20.1 Valor del parámetro Q de acuerdo al valor de α .

Determinado el valor de α , se evalúa el momento resistente de la sección a través de la siguiente expresión:

$$\frac{M_n}{P_u r} = K_3 = \cos \alpha + \frac{K_2}{K_1} \quad (20-12)$$

El parámetro K_2 es igual a:

$$K_2 = 1.7QR + \epsilon_m K_e \omega_t Q_2 + 2\omega_t K \quad (20-13)$$

Además:

$$Q_2 = \frac{[(\psi - \mu)(1 + 2 \cos^2 \alpha) + 1/2(4 \sin 2\alpha + \sin 2\psi - \sin 2\mu) - 4 \cos \alpha(\sin \alpha - \sin \psi - \sin \mu)]}{(1 - \cos \alpha)}$$

$$K = \sin \psi + \sin \mu + (\pi - \psi - \mu) \cos \alpha$$

$$R = \sin \tau - (\tau - n_1 \beta) \cos \alpha - (n_1 / 2)[\sin(\gamma + \beta) - \sin(\gamma - \beta)]$$

donde: γ : Ángulo mostrado en la figura 20.4, en radianes.

En caso que no existan aberturas en la sección analizada, $n_1 = \gamma = \beta = 0$. Si existen dos aberturas simétricamente ubicadas, como se muestra en la figura 20.5 pero que no están dentro de la zona en compresión íntegramente, se define el parámetro $\delta = \gamma - \beta$. En la ecuación (20-11), $\lambda = \delta$ y en la ecuación (20-13):

$$R = \sin \delta - \delta \cos \alpha$$

El tamaño máximo de abertura será tal que $\beta \leq 30^\circ$.

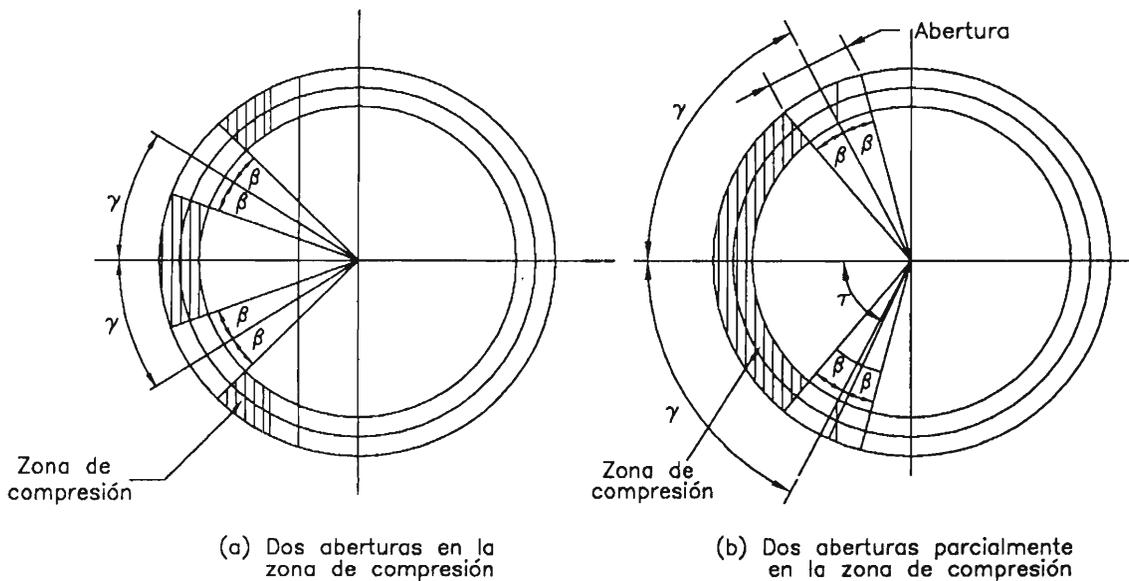


Figura 20.5. Efecto de la presencia de aberturas en chimeneas

Las fórmulas presentadas para la determinación de la resistencia de una sección anular con una determinada cantidad de refuerzo han sido deducidas siguiendo los mismos criterios que los presentados en el capítulo 10. Es decir, con la deformada asumida, se ha determinado los esfuerzos en el acero, tanto en tensión como en compresión, y en el concreto. Posteriormente se ha calculado las fuerzas totales en cada caso y se ha establecido la condición de equilibrio, tanto de fuerzas axiales como de momentos. Para la determinación de la fuerza total en el acero se ha ignorado la presencia de las aberturas ya que el refuerzo interrumpido por ellas ha sido colocado en sus extremos. En cambio, al determinar la fuerza de compresión en el concreto, éstas se han considerado en el punto de máxima compresión, pues en este caso sí reducen la fuerza resultante.

20.3.3 Diseño del refuerzo vertical por flexo-compresión y temperatura

La variación de la temperatura a través de las paredes de la chimenea de concreto reduce su resistencia. Por ello, si además de la sollicitación de flexo-compresión, la sección analizada está sometida a esfuerzos debidos a la variación de la temperatura, las fórmulas presentadas en la sección precedente son válidas siempre que se reduzca el valor de f'_y y f'_c mediante las expresiones (20-14) y (20-15):

$$f'_y (v) = f_y + \frac{1.4}{1 + \gamma_1} (f_{STV} - \gamma_1 f''_{STV}) \quad (20-14)$$

$$f''_c (v) = f'_c - 1.40 f''_{CTV} \quad (20-15)$$

- donde: f_{STV} : Máximo esfuerzo en el capa exterior de acero vertical debido a temperatura, en psi.
 f''_{STV} : Máximo esfuerzo en la capa interior de acero vertical debido a temperatura, en psi.
 f''_{CTV} : Máximo esfuerzo vertical en la cara interior de la chimenea debido a temperatura, en psi.

Los parámetros f_{STV} , f''_{STV} y f''_{CTV} se determinan a través de las siguientes expresiones:

$$f_{STV} = \alpha_{te} x (\gamma_2 - c) x T_x x E_s$$

$$f''_{STV} = \alpha_{te} x (c - 1 + \gamma_2) x T_x x n E_c$$

$$f''_{CTV} = \alpha_{te} x c x T_x x E_c$$

- donde: α_{te} : Coeficiente de dilatación térmica del concreto y del acero, igual a aproximadamente $6.5 \times 10^{-6}/^\circ\text{F}$.
 E_c : Módulo de elasticidad del concreto, en psi.
 E_s : Módulo de elasticidad del acero, en psi.
 ρ : Relación entre el área de acero ubicado en la capa exterior y el área total de la sección en estudio.

- γ_1 : Relación entre el área de acero vertical en la capa interior y el área de acero vertical en la capa exterior.
- γ_2 : Relación entre la distancia de la cara interior de la pared de la chimenea y la línea central de la capa de exterior de refuerzo exterior y el espesor total de la pared (ver figura 20.6)
- n : Relación modular.

El parámetro c se determina con la siguiente expresión:

$$c = -\rho n(\gamma_1 + 1) + \sqrt{[\rho n(\gamma_1 + 1)]^2 + 2\rho n[\gamma_2 + \gamma_1(1 - \gamma_2)]}$$

Las expresiones para la determinación de T_x se presentan en la Tabla 20.2 para diferentes condiciones.

Condición	Valor de T_x
Chimeneas sin revestimiento	$T_x = \frac{td_{ci}}{C_c d_c} \left(\frac{T_i - T_o}{\frac{1}{K_i} + \frac{td_{ci}}{C_c d_c} + \frac{d_{ci}}{K_o d_{co}}} \right)$
Chimeneas con revestimiento y material aislante en todo el espacio entre el concreto y el revestimiento	$T_x = \frac{td_{bi}}{C_c d_c} \left(\frac{T_i - T_o}{\frac{1}{K_i} + \frac{t_b d_{bi}}{C_b d_b} + \frac{t_s d_{bi}}{C_s d_s} + \frac{td_{bi}}{C_c d_c} + \frac{d_{bi}}{K_o d_{co}}} \right)$
Chimeneas con revestimiento sin material aislante y sin ventilación del aire entre el concreto y el revestimiento	$T_x = \frac{td_{bi}}{C_c d_c} \left(\frac{T_i - T_o}{\frac{1}{K_i} + \frac{t_b d_{bi}}{C_b d_b} + \frac{d_{bi}}{K_y d_b} + \frac{td_{bi}}{C_c d_c} + \frac{d_{bi}}{K_o d_{co}}} \right)$
Chimeneas con revestimiento sin material aislante y con ventilación del aire entre el concreto y el revestimiento	$T_x = \frac{td_{bi}}{C_c d_c} \left(\frac{T_i - T_o}{\frac{1}{r_q K_i} + \frac{t_b d_{bi}}{r_q C_b d_b} + \frac{d_{bi}}{K_s d_s} + \frac{td_{bi}}{C_c d_c} + \frac{d_{bi}}{K_o d_{co}}} \right)$

Tabla 20.2 Valor de T_x para diferentes condiciones de revestimiento.

Los parámetros utilizados para la determinación de T_x son:

- r_q : Relación entre la transmisión de calor a través de la chimenea y la transmisión de calor a través del revestimiento en chimeneas sin material aislante y con ventilación del aire interior.
- T_i : Máxima temperatura de diseño de los gases en el interior de la chimenea, en °F.
- T_o : Máxima temperatura de diseño del aire que rodea la chimenea, en °F.

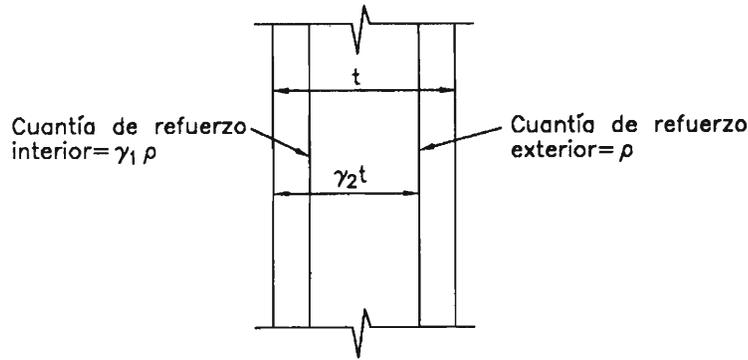


Figura 20.6. Significado del parámetro γ_2

- C_c : Coeficiente de conductividad térmica del concreto, en Btu/pie²/pulg/hr/°F. Es igual a 12 para concreto normal.
- C_b : Coeficiente de conductividad térmica del revestimiento, en Btu/pie²/pulg/hr/°F.
- C_s : Coeficiente de conductividad térmica del material aislante, en Btu/pie²/pulg/hr/°F.
- K_i : Coeficiente de transmisión de calor de los gases a la superficie interior del revestimiento de la chimenea si la chimenea cuenta con él o a la cara interior de la pared de la chimenea si no cuenta con él, en Btu/pie²/pulg/hr/°F.
- K_o : Coeficiente de transmisión de calor de la cara exterior de la chimenea al aire circundante, en Btu/pie²/pulg/hr/°F.
- K_r : Coeficiente de transmisión de calor por radiación en la cara exterior de la chimenea, en Btu/pie²/pulg/hr/°F.
- K_s : Coeficiente de transmisión de calor entre la superficie externa del revestimiento y la cara interior de la pared de la chimenea cuando el aire está ventilado, en Btu/pie²/pulg/hr/°F.
- El significado del resto de parámetros se puede apreciar en la figura 20.7.

A menos que se haga un análisis más exhaustivo de las características térmicas de la chimenea diseñada, se podrá utilizar los siguientes valores para determinar T_x :

$$r_q = 0.5$$

$$C_c = 12$$

$$K_o = 12$$

$$K_r = T_i / 120$$

$$K_s = T_i / 150$$

El valor de $r_q = 0.5$ es válido sólo si la distancia entre el revestimiento y la cara interior de la pared de la chimenea es mayor que 10 cm. a todo lo alto de la estructura y existen aberturas que permite el ingreso y salida del aire en la parte inferior y superior de la chimenea. El área de estas aberturas, en pies², será numéricamente igual a 2/3 el diámetro interno de la chimenea en la

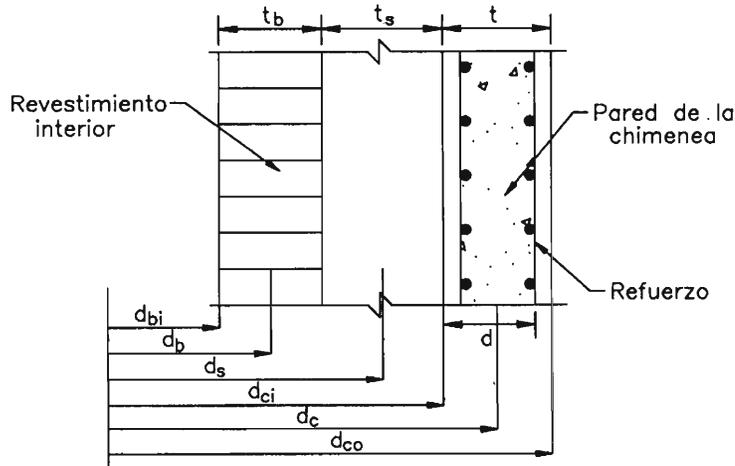


Figura 20.7. Parámetros para el cálculo de los esfuerzos máximos del refuerzo

parte superior del revestimiento, en pies. Las constantes C_s y C_b serán establecidas por el fabricante de los materiales utilizados. El parámetro K_1 se determinará mediante las curvas presentadas en la figura 20.8.

20.3.4 Diseño del refuerzo horizontal por temperatura

El refuerzo horizontal se diseña sólo para resistir las solicitaciones de temperatura. El máximo esfuerzo anular en la cara interior de la chimenea debido a la diferencia de temperatura está dado por:

$$f''_{CTC} = \alpha_{te} \times c' \times T_x \times E_c \quad (20-16)$$

y

$$c' = -\rho' n(\gamma'_1 + 1) + \sqrt{[\rho' n(\gamma'_1 + 1)]^2 + 2\rho' n[\gamma'_2 + \gamma'_1(1 - \gamma'_2)]}$$

donde: f''_{CTC} : Esfuerzo en la cara interior de la chimenea, en psi.

ρ' : Relación entre el área de acero horizontal en una franja de ancho unitario y el área de concreto en una franja de ancho unitario.

T_x : Parámetro similar al presentado en la sección precedente.

γ'_1 : Relación entre el área de refuerzo horizontal en la capa interior y el área de refuerzo horizontal en la capa exterior.

γ'_2 : Relación entre la distancia de la cara interior de la pared de la chimenea a la capa de refuerzo exterior y el espesor total de la pared de la chimenea.

El máximo esfuerzo anular en la capa exterior de acero debido a la diferencia de temperatura está dado por:

$$f''_{CTC} = \alpha_{te} \times (\gamma'_2 - c') \times T_x \times E_s \quad (20-17)$$

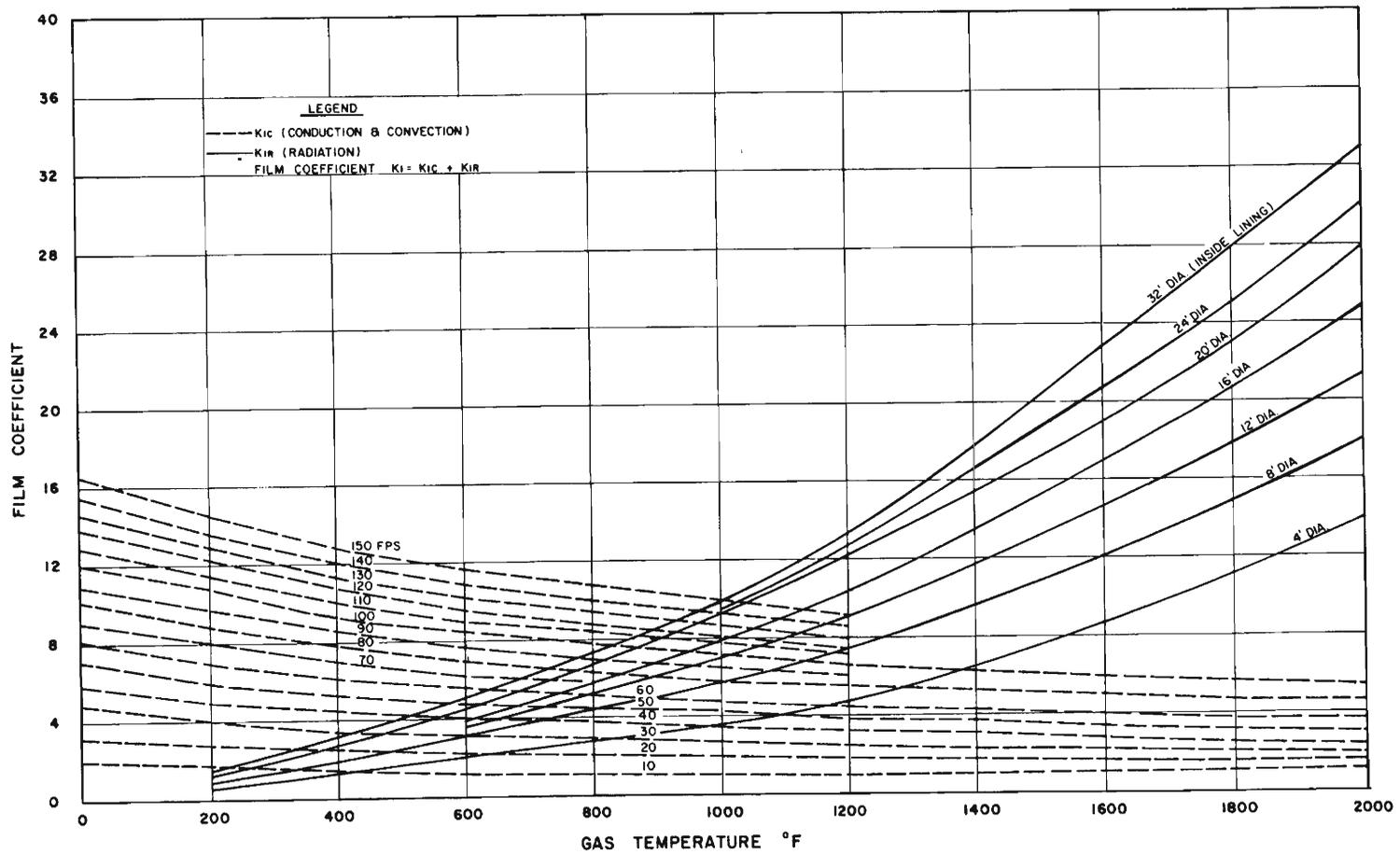


Figura 20.8. Gráfica para la determinación de k_f . (Ref. 3)

21. Evaluación de estructuras existentes

Las pruebas de resistencia se efectúan cuando existen dudas acerca de la capacidad resistente de una estructura. Estas dudas surgen si se presenta alguno de los siguientes indicios:

1. Poca resistencia de las probetas a los 28 días.
2. Condiciones no previstas durante el vaciado y curado del concreto como equipos descompuestos, lluvias, heladas, rajaduras por contracción de fragua, etc.
3. Cangrejeras visibles.
4. Desgajamiento del concreto durante el proceso de endurecimiento o poca o nula resistencia a la abrasión o al impacto.
5. Comprobación posterior de deficiencias en los materiales empleados.

Las pruebas de resistencia también se efectúan cuando se desea cambiar el uso para el que fue diseñada originalmente una estructura.

Las pruebas de resistencia son de dos tipos: pruebas analíticas y pruebas de carga.

21.1 PRUEBAS ANALÍTICAS

Las pruebas analíticas son empleadas cuando la naturaleza del problema en la estructura está claramente definida. Este es el caso de las situaciones que involucran solicitaciones de flexión, compresión y flexo-compresión. El procedimiento consiste en recolectar información de la estructura “in situ” y con ellos analizarla para determinar su resistencia.

La toma de datos incluye dos etapas: la verificación de las dimensiones de los elementos de la estructura y la determinación de las propiedades de los materiales. En la primera, es importante dar especial atención a las secciones donde se generan los esfuerzos máximos, que en adelante se denominarán secciones críticas. La ubicación y el tamaño del refuerzo pueden ser determinadas por mediciones con equipos especiales o pueden ser tomadas de los planos de la estructura, siempre que se verifique en determinado número de puntos, que esta información corresponda a lo existente.

Si se toman testigos de concreto, se considerará conforme si el promedio de 3 testigos dá una resistencia $\geq 0.85 f'_c$ y ninguno de los 3 tiene una resistencia menor de $0.75 f'_c$. Los testigos se secarán del agua del cortado, se guardarán en contenedores impermeables y se probarán después de 48 horas de cortados y antes de los 7 días.

Si no cumplen estos requisitos, el análisis de la estructura se realizará considerando un f'_c igual a la carga promedio de 3 testigos dividida entre 0.85.

El análisis de la estructura se desarrolla con los criterios presentados en los capítulos previos. En este caso, es posible incrementar los factores de reducción de resistencia, ϕ , puesto que las dimensiones y propiedades de los elementos por analizar han sido determinadas por mediciones y ensayos. Los nuevos factores de reducción serán :

- Secciones controladas por tracción $\phi=1.00$
- Secciones controladas por compresión
 - a) Con refuerzo en espiral: $\phi=0.85$
 - b) Otros elementos $\phi=0.80$
- Fuerza cortante o torsión $\phi=0.80$
- Aplastamiento o compresión pura $\phi=0.80$

21.2 PRUEBAS DE CARGA

Las pruebas de carga se emplean cuando la naturaleza del problema en la estructura no está claramente definida. Si la resistencia al corte o la adherencia acero-concreto son críticos en la deficiencia observada, lo más recomendable es efectuar una prueba de carga. Estas también se emplean si no es posible efectuar mediciones en la estructura o recolección de testigos para la determinación de las características de los materiales.

Para la prueba de carga, será necesario cargar los tramos o paños con una distribución que garantice los máximos esfuerzos y deflexiones en las secciones críticas. De ser necesario se emplearán diferentes patrones de carga si uno sólo no conlleva a los mayores efectos: deflexiones, giros, esfuerzos, etc. que requieren ser investigados. Este tipo de pruebas no debe efectuarse a menos que el concreto tenga más de 56 días de colocado, sin embargo, si el constructor, el inspector y el propietario están de acuerdo, este plazo puede ser reducido.

La carga total, incluyendo la aplicada antes del inicio de la prueba, no será menor que $0.85(1.4D+1.7L)$. La carga viva podrá reducirse de acuerdo a los requerimientos de los códigos vigentes. Las cargas deberán ser aplicadas en, por lo menos, cuatro incrementos similares, garantizando su distribución uniforme sobre la estructura analizada y evitando los impactos.

Antes de aplicar la carga, se tomarán las mediciones de referencia. La primera medición de los parámetros de interés se efectuará a no más de una hora de aplicado el primer incremento de carga. Del mismo modo, es recomendable efectuar mediciones después de cada incremento adicional de carga y durante las 24 horas que siguen a la aplicación del último incremento de carga. Después de ello, la carga es removida y se efectúa una última medición 24 horas después.

Para considerar que la estructura ha pasado la prueba de carga, ésta no deberá mostrar signos visibles de falla tales como rajaduras, desprendimiento de concreto, deformaciones excesivas, etc.

Por su parte, las deflexiones medidas deberán satisfacer las siguientes condiciones:

$$\Delta_{\text{m}\acute{\text{a}}\text{x}} \leq \frac{l_t^2}{50800h} \quad (21-1)$$

(ACI-Ec(20-1))

$$\Delta_{\text{m}\acute{\text{a}}\text{x}} \leq \frac{\Delta_{\text{m}\acute{\text{a}}\text{x}}}{4} \quad (21-1)$$

(ACI-Ec(20-2))

donde: $\Delta_{\text{m}\acute{\text{a}}\text{x}}$: Máxima deflexi3n registrada.

l_t : Luz del elemento ensayado y si se trata de una losa armada en dos sentidos, la menor luz del paño. La luz se tomará igual a la menor entre la distancia a ejes de los apoyos y la luz libre entre apoyos más el peralte del elemento ensayado. Para un elemento en voladizo l_t será el doble de la distancia entre el apoyo el extremo del volado.

h : Peralte del elemento ensayado.

$\Delta_{\text{r}\text{m}\acute{\text{a}}\text{x}}$: Deflexi3n residual igual a la diferencia entre la deflexi3n antes de aplicar la carga y la deflexi3n después de retirarla.

Si no se satisfacen (21-1) 3 (21-2) el ensayo podrá repetirse pero, por lo menos, 72 horas después que la primera carga ha sido retirada. Se considera que la estructura pasa la prueba si:

$$\Delta_{\text{r}\text{m}\acute{\text{a}}\text{x}} \leq \frac{\Delta_{\text{f}\text{m}\acute{\text{a}}\text{x}}}{5} \quad (21-3)$$

(ACI-Ec(20-3))

donde $\Delta_{\text{f}\text{m}\acute{\text{a}}\text{x}}$: Deflexi3n máxima medida en la segunda prueba de carga respecto a la posici3n de la estructura al inicio del segundo ensayo.

Además de los requerimientos anteriores, la estructura no deberá presentar agrietamiento que d indicios de una falla por corte inminente. En los elementos sin refuerzo transversal que presenten fisuras cuya proyecci3n horizontal sea mayor que su peralte, se deberán efectuar evaluaciones adicionales para eliminar cualquier sospecha de una falla frágil por corte. Del mismo modo, las fisuras que se presenten en las zonas de anclaje o empalme del refuerzo a lo largo de la línea de éste, merecen especial atenci3n.

A todo lo largo de la prueba, deberá tomarse todas las precauciones necesarias para evitar accidentes, tales como colocaci3n de apuntalamientos, plataformas, etc. Estos no deberán interferir con el ensayo ni alterar sus resultados.

22. Estructuras prefabricadas

Las estructuras prefabricadas están constituidas total o parcialmente por elementos vaciados independientemente, los cuales son ensamblados posteriormente para formar la estructura total. El diseño de los elementos prefabricados consiste en definir su configuración no sólo en base a criterios de resistencia, sino tomando en cuenta otros factores como:

- Lugar de fabricación de las piezas
- Procedimiento constructivo de las mismas
- Peso de los elementos y equipos de izaje disponible
- Lugar de almacenamiento, curado y transporte
- Detallado de las conexiones entre piezas

Es difícil conseguir estructuras prefabricadas convenientemente proyectadas si no se tienen en cuenta todos estos factores.

El diseño y ejecución de obras que involucran el empleo de estructuras prefabricadas debe ser cuidadosamente planificado. La geometría de cada pieza, su ubicación final en la estructura, las tuberías e insertos que debe contener, las conexiones entre elementos, etc. deberán estar claramente definidos antes del inicio de la obra.

En general, el costo directo de las estructuras prefabricadas es mayor que el de las estructuras vaciadas en obra. Sin embargo, el tiempo de ejecución de obra se reduce ya que es posible efectuar actividades de erección y manufactura de piezas simultáneamente. Los costos que dependen del tiempo como la mano de obra disminuyen. A pesar de ello, en nuestro país, donde este insumo no es el de mayor incidencia en el costo total de la construcción, el ahorro no es sustancial. Desde este punto de vista, el empleo de estructuras prefabricadas puede resultar poco beneficioso. Sin embargo, si se toma en cuenta la reducción de los plazos de construcción, con la consecuente puesta en funcionamiento de la estructura en menor tiempo, se observa que el beneficio que resulta de ello puede llegar a compensar el gasto inicial e inclinar la balanza hacia esta solución. Además, es importante considerar que la fabricación de piezas en serie incrementa la eficiencia del proceso y permite un mayor control de calidad del mismo. La posibilidad de reutilización de equipos y encofrado se incrementa.

22.1 CRITERIOS DE DISEÑO DE ESTRUCTURAS PREFABRICADAS

22.1.1 Elementos prefabricados

La forma y tamaño de los elementos prefabricados se define en función de su proceso de manufactura, transporte y colocación. Está limitado por los equipos disponible (grúas, camiones, etc.)

así como por las características de las rutas de acceso de la zona de fabricación a la zona de erección. Si es necesario atravesar puentes o túneles en el trayecto se debe considerar la capacidad de carga de los primeros y las dimensiones de los segundos. Se debe estudiar si conviene prefabricar en taller o al pie de obra.

Al proyectar estructuras prefabricadas, se debe buscar la mayor uniformidad posible. A menor número de elementos típicos, mayor facilidad para reponerlos en caso de ser requerido.

Los tipos de pórticos y muros son los que se indicaron en el capítulo 16 Estructuras sometidas a la acción de cargas sísmicas, lo mismo que los anclajes.

El diseño de elementos prefabricados deberá considerar todas las condiciones de carga a que será sometida la pieza desde su fabricación hasta su colocación, incluyendo almacenamiento, transporte y erección. Las condiciones de apoyo y las restricciones que ofrecen a su de formación deberán ser claramente identificadas y consideradas en el diseño. Es necesario estudiar detenidamente el proceso constructivo y mostrarlo en los planos.

En este tipo de estructuras es sumamente importante definir las tolerancias en las medidas tanto de los elementos prefabricados como de los que les servirán de apoyo. El efecto de estas tolerancias deberá incluirse en el diseño ya que estas estructuras son particularmente sensibles a las mismas.

Los planos de cada elemento no deberán dejar ninguna duda respecto al mismo ya que usualmente el personal que los fabrica no es el mismo que los dispone en la estructura integral y por lo tanto, constituyen el único vínculo entre ellos. El refuerzo, los insertos, los accesorios para el izaje, etc. deberán estar claramente identificados y ubicados. También es importante indicar la resistencia del concreto requerida en las diversas etapas del procedimiento constructivo.

Para el diseño, se considerará que las fuerzas que actúan en el plano del elemento se transmiten continuamente a través de las conexiones. Las fuerzas de compresión y corte se asumen resistidas por el concreto, mientras que para las tensiones se dispone acero para transmitir las al refuerzo principal del elemento. La transmisión de las fuerzas perpendiculares al plano del elemento se determinará mediante análisis o ensayos.

Las losas y muros con un ancho menor que 3.65 m. que no presenten restricción considerable al desplazamiento en la dirección transversal, no necesitan satisfacer los requisitos mínimos de refuerzo por contracción y temperatura en esta dirección ya que en un ancho tan reducido, las fuerzas de contracción que se desarrollan no son apreciables. Lo anterior no es aplicable a elementos sometidos a flexión en la dirección transversal.

En muros prefabricados, es posible reducir la cuantía mínima de refuerzo vertical y horizontal a 0.001. El espaciamiento máximo entre varillas será menor que $5h$, 75 cm. para muros interiores y 45 cm. para exteriores. Esta reducción en la cuantía mínima obedece a que la mayor parte de la contracción de fragua en estas piezas se presenta antes de ser dispuestas en la estructura integral.

22.1.2 Conexiones

Se llama conexión a la región de la estructura que une dos o más elementos, uno o más de los cuales son prefabricados.

Se llama conexión dúctil la que fluye o pasa del límite elástico como resultado de los desplazamientos de diseño.

Se llama conexión fuerte la que permanece elástica mientras los miembros adyacentes experimentan fluencias como resultado de los desplazamientos de diseño.

Las conexiones estarán constituidas por juntas rellenas con *grout* o concreto líquido, llaves de corte, conectores mecánicos, conexiones de acero, etc. Las propiedades mecánicas de los elementos que constituyen la conexión: resistencia, ductilidad y rigidez relativas deberán ser consideradas en el diseño.

Las conexiones que transmitan fundamentalmente fuerzas de corte, se diseñarán por cortefricción. Los apoyos de losas y vigas simplemente apoyadas, deberán satisfacer los siguientes requerimientos:

1. Los esfuerzos de aplastamiento en los elementos involucrados en la transmisión de las cargas de la pieza prefabricada al apoyo no deberán superar los admisibles.
2. Los elementos prefabricados y sus apoyos deberán ser dimensionados de modo que, considerando las tolerancias aceptadas, la distancia del borde del apoyo al extremo del elemento prefabricado es al menos $1/180$ de la luz libre del mismo, pero por lo menos 5 cm. en losas y 7.5 cm. en vigas.
3. En los apoyos cuyos bordes no estén reforzados, la distancia entre la cara del apoyo y el borde del dispositivo de apoyo deberá ser por lo menos 1.5 cm. (ver figura 22.1).

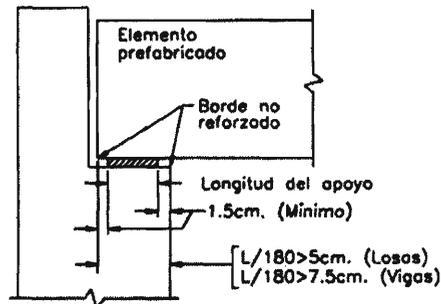


Figura 22.1. Apoyos de losas y vigas prefabricadas

Los dos últimos requisitos pueden ser obviados si se demuestra que la eficiencia de la conexión no se ve afectada. Para elementos simplemente apoyados se recomienda que por lo menos la tercera parte del refuerzo requerido por flexión se extienda hasta el eje del apoyo.

En el diseño de conexiones se deberá considerar las deformaciones debidas a contracción de fragua, *creep* y deformaciones por temperatura, aunque las primeras se dan, por lo general, antes que la pieza prefabricada forme parte del conjunto total. Si se considera que estas deformaciones están restringidas, las conexiones deberán tener la resistencia y ductilidad suficiente como para garantizar este comportamiento.

En las figuras 22.2, 22.3, 22.4 y 22.5 se muestran algunos detalles típicos de conexiones en estructuras prefabricadas.

Los anclajes instalados para transferir cargas entre los elementos conectados se diseñarán de acuerdo al apéndice D del ACI-318-00

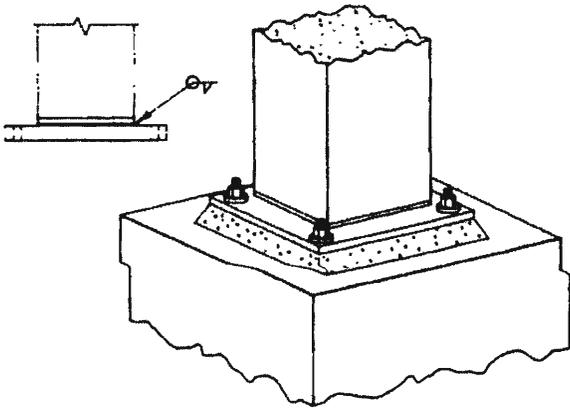


Figura 22.2. Conexión típica columna-cimentación

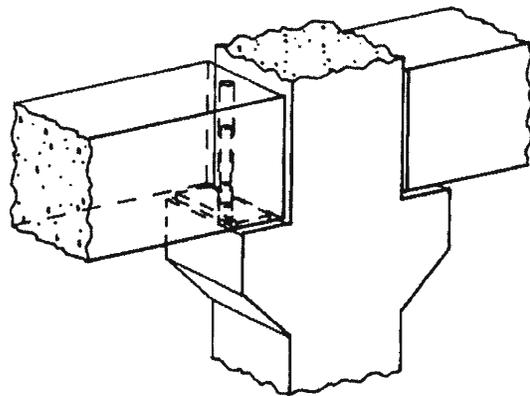


Figura 22.3. Unión típica columna-viga. (Ref. 33)

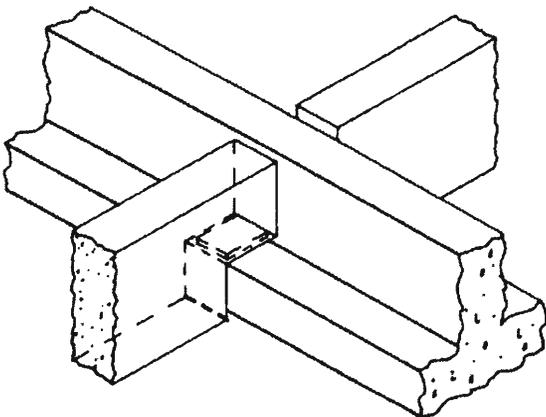


Figura 22.4. Conexión típica viga sobre viga. (Ref. 33)

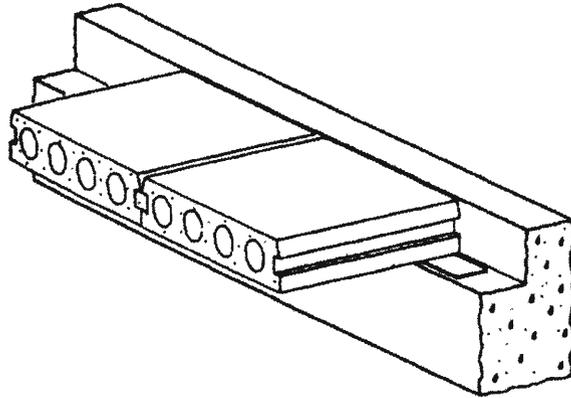


Figura 22.5. Conexión típica losa - viga. (Ref. 33)

22.1.3 Porticos especiales prefabricados

Hay dos tipos de porticos especiales: con conexiones dúctiles y con conexiones fuertes.

Los pórticos especiales con conexiones dúctiles deben satisfacer los requisitos de los vaciados *in situ* más los que se indican a continuación:

- a) Las fuerzas cortantes de diseño para la conexión $V_e \leq 0.5 V_n$ y V_n se calculan para corte-fricción de acuerdo a 11.7.4 del ACI.
- b) Los empalmes mecánicos del refuerzo de las vigas se colocarán mas allá de $h/2$ de la cara del nudo y cumplirán los requisitos indicados para empalmes mecánicos de 21.2.6 del ACI.

Los pórticos especiales con conexiones fuertes cumplirán los requisitos de pórticos especiales vaciados *in situ* más los requisitos siguientes:

- a) Los segmentos entre puntos donde ocurra fluencia a la flexión debida a los desplazamientos de diseño deberán tener un peralte igual o menor que la cuarta parte de la luz libre.
- b) En la conexión fuerte $S_e \leq \phi S_n$ donde S_e es el momento, fuerza cortante ó fuerza axial en la conexión correspondiente al desarrollo de la resistencia probable en los sitios de fluencia, basados en los mecanismos de deformación lateral inelástica, considerando las cargas verticales y las de sismo y S_n es la resistencia nominal de la conexión al momento, fuerza constante o fuerza axial.
- c) El refuerzo principal longitudinal del elemento se hará continuo a través de la conexión y desarrollará su anclaje fuera de la conexión y de las zonas de articulación plástica.
- d) En las conexiones de columna a columna $1.4 S_e \leq \phi S_n$ y $0.4 M_{pr}$ para la columna en la altura del piso $\leq \phi M_n$ y V_e calculado para las máximas fuerzas que pueden generarse en las caras de los nudos en ambos extremos de la columna será $\leq \phi V_n$

Los pórticos especiales prefabricados que no cumplan los requisitos anteriores deben satisfacer los del ACI estándar T1-01 “Criterios de aceptación para pórticos basados en pruebas estructurales” con adición de lo siguiente:

- a) Los detalles y materiales de los elementos que se prueban deben ser representativos de los que se usen en la estructura.
- b) El procedimiento de diseño para los modelos debe definir al mecanismo por el cual el pórtico resiste los efectos de las cargas de gravedad y de sismo y se debe establecer los valores para aceptar dicho mecanismo.

Los pórticos prefabricados que se asume no contribuyen a la resistencia lateral, incluyendo sus conexiones, deben satisfacer lo indicado para muros vaciados en sitio, más los requisitos siguientes:

- a) Los estribos especificados para columnas se colocarán en toda la altura de la columna incluyendo el peralte de la viga.
- b) Se colocará el refuerzo mínimo para la integridad estructural especificado en 16.5 del A.C.I.
- c) La longitud de apoyo en el soporte de una viga será por lo menos 5 cm mayor que lo determinado por el cálculo con los valores de resistencia a la compresión especificados para compresión pura (bearing)

En los muros prefabricados, las conexiones entre paneles de muro o entre paneles y cimentación se restringirá la fluencia a los elementos de acero o de refuerzo. Los no diseñados para fluir desarrollarán por lo menos $1.5 S_y$ la fluencia de la conexión.

22.1.4. Muros estructurales prefabricados

Los muros estructurales prefabricados deberán cumplir todos los requisitos de los muros vaciados en sitio a que se refiere el artículo 21-7 del A.C.I. y lo que se indica para muros prefabricados intermedios en 21-13 del A.C.I.

En los muros intermedios prefabricados, en las conexiones entre paneles de muro o entre paneles de muro y cimentaciones, se restringirá la fluencia a los elementos de acero o el refuerzo.

Los elementos de conexión no diseñados para fluir deben desarrollar por los menos $1.5 S_y$, donde S_y es la fluencia de la conexión basada en f_y .

Si la tracción controla la sección : $M_u \leq \phi M_n$

Donde $M_n = 1.33 \sqrt{f'_c} S$ donde S = módulo de la sección

Si la compresión controla la sección $M_u \leq \phi M_n$

Donde $M_n = 0.85 f'_c S$

22.2 RECOMENDACIONES PARA LA FABRICACIÓN

Los insertos embebidos en los elementos prefabricados podrán ser dispuestos mientras el concreto se encuentre en estado plástico, sin necesidad de fijarlos previamente al vaciado, siempre que:

1. El procedimiento sea aprobado por el Ingeniero responsable.
2. Los insertos no requieran amarrarse al refuerzo del elemento.
3. El inserto sea mantenido en su posición mientras el concreto se encuentre en estado plástico.
4. El concreto que rodea el inserto sea convenientemente consolidado.

Cada elemento deberá ser marcado, indicando su posición y orientación en la estructura, así como su fecha de fabricación. Las marcas que se dispongan deberán corresponder a las indicadas en los planos.

Los elementos prefabricados deberán ser apuntalados, fijados y alineados durante la erección de la estructura hasta que se completen las conexiones permanentes.

22.3 EVALUACIÓN DE ESTRUCTURAS PREFABRICADAS

Los elementos prefabricados que formarán parte de un conjunto estructural que incluye concreto vaciado 'in situ' podrán ser sometidos a pruebas de carga como las presentadas en el capítulo previo si:

1. El análisis demuestra que la falla de la pieza no se producirá por compresión o pandeo.
2. La carga de prueba aplicada en el elemento prefabricado inducirá una tensión total en el esfuerzo similar a la producida por las cargas especificadas en 21.2 aplicadas sobre la estructura compuesta.
3. Las condiciones de aceptación o rechazo de la prueba son las indicadas en 21.2.

23. Encofrados

23.1 INTRODUCCIÓN

Los encofrados son estructuras provisionales que son usadas para soportar y dar forma al concreto. Deben ser diseñados con sumo cuidado pues las fallas que en él se presentan constituyen la mayor fuente de accidentes en obra. Algunas de las principales causas de éstos son:

1. Remoción de puntales o desencofrado prematuro.
2. Arriostramiento deficiente de los pies derechos.
3. Vibración exagerada del concreto, ya sea ocasionada por los vibradores o por el tráfico de los equipos sobre el encofrado.
4. Apoyo del encofrado en terreno inestable o blando.
5. Vaciado incorrecto del concreto.
6. Falta de puntales permanentes.

El costo del encofrado constituye de un 25% a 40% del costo total de la estructura. Debe pues buscarse las mayores economías en esta partida, lo cual se consigue utilizándolo la mayor cantidad de veces que sea posible. Para ello, se debe procurar mantener constantes las alturas de entrepiso y el tamaño de las vigas, losas y columnas. Así mismo, es recomendable utilizar espesores similares en los muros de la edificación y reducir, dentro de lo posible, las aberturas o ubicarlas bajo patrones constantes.

23.2 MATERIALES PARA ENCOFRADOS

Los materiales más usados para encofrados son la madera y el acero aunque también se utiliza fibra de vidrio y plásticos con los que se logra dar texturas especiales a la superficie.

23.2.1 Madera

La madera es el material más utilizado en encofrados para concreto. La hay de diferentes calidades siendo las más usadas el pino oregón y el tornillo, además del *three ply* o *plywood*. El pino oregón no crece en nuestro país, por lo cual es importado. Por su parte, el tornillo, oriundo del Perú, presenta la desventaja que al humedecerse tiende a torcerse, siendo necesario fijarlo con mayor cantidad de clavos. A pesar de ello, éste último es el más utilizado pues es más económico. El *plywood* es usado eficientemente para encofrar las caras de los elementos de concreto. Es un material constituido por una serie de capas de madera pegadas entre sí. En

algunos casos, el pegamento utilizado no es a prueba de agua y después de 5 ó 10 usos, la plancha ya no puede ser reutilizada. Sin embargo, si se usan pegamentos especiales, el *plywood* puede utilizarse hasta 50 ó 60 veces. Para impedir la entrada de humedad entre capas, los bordes de la plancha deben protegerse.

La madera se comercializa en escuadrías expresadas en pulgadas y en largos expresados en pies. El *plywood* se presenta en planchas de 4'x8' y espesores de 1/2", 5/8", 3/4" y 1".

Los esfuerzos permitidos en la madera son, aproximadamente, los mostrados en la Tabla 23.1.

	Tornillo	Pino Oregón
Flexión	70 kg/cm ²	85 kg/cm ²
Compresión paralela a la fibra	70 kg/cm ²	85 kg/cm ²
Compresión perpendicular a la fibra	20 kg/cm ²	28 kg/cm ²
Esfuerzo cortante longitudinal	10 kg/cm ²	14 kg/cm ²
Módulo de elasticidad	85000 kg/cm ²	105000 kg/cm ²

Tabla 23.1 Esfuerzos admisibles en la madera para encofrados.

En el *plywood*, los esfuerzos admisibles son los mostrados en la Tabla 23.2.

	Normal (Nacional)	Calidad I (Importada)
Tracción o compresión paralela a la fibra	90 kg/cm ²	115 kg/cm ²
Compresión perpendicular a la fibra	12 kg/cm ²	15 kg/cm ²
Esfuerzo cortante longitudinal	4 kg/cm ²	5 kg/cm ²
Módulo de elasticidad	84500 kg/cm ²	105000 kg/cm ²

Tabla 23.2 Esfuerzos admisibles en el *plywood* (Ref. 7).

23.2.2 Acero

Los encofrados de acero pueden ser reutilizados más veces que los de madera. Tienen gran resistencia y se usan cuando se requiere cubrir grandes luces o cuando se desea dar formas especiales al concreto. Es común utilizarlos en combinación con madera. Los fabricantes presentan tablas especiales donde se muestran las capacidades de carga y deflexiones de los productos que ofrecen.

23.3 UTILIZACIÓN

Antes de utilizar los encofrados, éstos deben estar limpios de polvo, mortero, pedazos de madera o hielo. Si el fondo de los mismos es inaccesible, como en el caso de columnas, se deberá construir puertas de acceso para la limpieza. Antes de colocar el concreto, el encofrado de madera debe humedecerse para evitar que absorba el agua de la mezcla. Esta operación debe

efectuarse 12 horas antes del vaciado. También se les aceita o unta con productos especiales que lo protegen y facilitan el desencofrado. Los aceites pueden ser minerales o vegetales, puros o con emulsificantes. También se usan ceras insolubles o productos químicos disueltos en aceites, kerosene, alcohol polivinílico, etc.

La armadura e insertos (tuberías, cajas, etc.) deben ser colocados de modo que el encofrado no resulte dañado ni deformado. Ambos deben ubicarse simultáneamente para que el trabajo de unos no afecte el de los otros. El engrase del encofrado debe efectuarse antes del armado para no ensuciar el acero reduciendo su adherencia con el concreto.

Antes de iniciar el llenado, debe verificarse las dimensiones de los encofrados y sobretodo que los apuntalamientos sean adecuados. Cualquier desperfecto que se presente durante el colado debe ser inmediatamente corregido. La velocidad de vaciado influye en la presión que ejerce el concreto sobre el molde. Por ello deberá especificarse una velocidad máxima de vaciado para no someterlo a esfuerzos para los cuales no ha sido diseñado. El uso de vibradores internos no genera ningún problema en encofrados adecuadamente diseñados y construidos.

El desencofrado no debe efectuarse antes de los tiempos mínimos especificados por el proyectista. Estos dependen no sólo de la resistencia del concreto sino de las sobrecargas para las que la estructura ha sido diseñada. Mientras mayor es la sobrecarga de diseño, menor será el tiempo de desencofrado pues se requiere menos resistencia para que el elemento soporte su peso propio y las cargas vivas de construcción. En edificios normales, de oficinas o de departamentos se pueden tomar los tiempos mínimos presentados en la Tabla 23.3.

Tipo de elemento	Tiempo mínimo de desencofrado
Laterales de vigas, columnas y muros salvo que estén soportando fondos de losas o vigas	12 horas
Fondos de losas (CV<CM) Luz menor que 3 m. Luz menor que 6 m. Luz mayor que 6 m.	4 días 7 días 10 días
Fondos de losas (CV>CM) Luz menor que 3 m. Luz menor que 6 m. Luz mayor que 6 m.	3 días 4 días 7 días
Fondos de vigas (CV<CM) Luz menor que 3 m. Luz menor que 6 m. Luz mayor que 6 m.	7 días 14 días 21 días
Fondos de vigas (CV>CM) Luz menor que 3 m. Luz menor que 6 m. Luz mayor que 6 m.	4 días 7 días 14 días

Tabla 23.3 Tiempo mínimo para el desencofrado. (Ref. 7).

Algunos proyectistas prefieren especificar, en lugar de un tiempo mínimo para el desencofrado, la resistencia mínima que debe tener el concreto antes de efectuar esta operación. Esta debe ser suficiente para que los bordes y las esquinas no resulten dañados durante el proceso de desencofrado.

En climas calurosos en que es necesario curar el concreto lo antes posible, el encofrado debe tener la posibilidad de aflojarse para que el agua escurra dentro de él. En climas fríos, mientras el encofrado no sea retirado, el concreto mantendrá su humedad.

El desencofrado debe efectuarse paulatinamente para que el concreto no tome todas las cargas de una sola vez y para evitar el impacto. La secuencia de remoción de los puntales debe ser tal que no se generen esfuerzos en la estructura para los cuales no ha sido diseñada. Por ejemplo, los voladizos se desencofran de la punta al apoyo y no del apoyo a la punta. Los encofrados deben retirarse con cuidado para no dañarlos y poder reutilizarlos sin mayor trabajo de preparación.

Finalizadas las operaciones de encofrado y desencofrado, se debe revisar los moldes, resanarlos donde sea necesario, limpiarlos y protegerlos, ya sea engrasándolos o aplicándoles sustancias especiales.

23.4 DISEÑO DE ENCOFRADOS

En esta sección se presentarán algunos criterios para el diseño de los tipos de encofrados más utilizados como son los de losas, vigas, columnas y muros.

23.4.1 Cargas de diseño

Los encofrados se diseñan para resistir cargas verticales y horizontales hasta que el concreto pueda asumirlas.

Las cargas verticales están constituidas por el peso propio del encofrado, del concreto, del acero y de las cargas vivas de construcción. El encofrado puede pesar desde 15 kg/m² hasta 75 kg/m² dependiendo del tipo de madera. Para el diseño del entablado, la carga viva se considera 700 kg/m², valor que toma en cuenta la posibilidad que se almacene material sobre elementos todavía apuntalados o que se presenten cargas concentradas sobre el entablado. Para el resto de los elementos del encofrado, las cargas vivas de construcción se estiman en 250 kg/m² y si se emplea carretillas auto-propulsadas se incrementan a 350 kg/m².

Las cargas horizontales sobre el encofrado están constituidas por la presión hidrostática del concreto fluido o por cargas externas. Las primeras son consideradas para el diseño del encofrado de costado de vigas, columnas y muros. Algunos factores que influyen en ellas son:

- Velocidad del vaciado, a mayor velocidad, la presión del concreto es mayor.
- Temperatura del concreto, a menor temperatura la presión es mayor pues el concreto permanece más tiempo en estado semi-líquido. La presión puede ser hasta 25% mayor.

- Procedimiento de vaciado. Si se usa vibrado de alta frecuencia, el concreto se mantiene fluido hasta una profundidad más o menos considerable y se comporta como un líquido de densidad igual a la del concreto. La vibración incrementa la presión en 20% respecto al acomodado manualmente.
- Tamaño y forma del encofrado y la consistencia y proporcionamiento de la mezcla.

Las presiones laterales que ejerce el concreto sobre el encofrado son del orden de 7500 kg/m² a 9000 kg/m². En muros en los que la velocidad de llenado es menor que 7 pies/hora (2.1 m/hora) es igual a:

$$p \leq 150 + \frac{9000R}{T}$$

$$p \leq 2000 \text{ psf}$$

$$p \leq 150h$$

$$p \geq 600 \text{ psf}$$

donde: p: Presión equivalente máxima a cualquier nivel del encofrado, en psf.

R: Velocidad de llenado, en pies/hora.

T: Temperatura del concreto, en °F.

h: Altura de concreto fresco sobre el nivel considerado, en pies.

En muros en los que la velocidad de llenado es mayor o igual que 7 pies/hora (2.1 m/hora) y menor que 10 pies/hora (3 m/hora), la presión será:

$$p \leq 150 + \frac{43400}{T} + \frac{2800R}{T}$$

$$p \leq 3000 \text{ psf}$$

$$p \leq 150h$$

$$p \geq 600 \text{ psf}$$

En las columnas, la presión lateral del concreto sobre el encofrado es:

$$p \leq 150 + \frac{9000R}{T}$$

$$p \leq 2000 \text{ psf}$$

$$p \leq 150h$$

$$p \geq 600 \text{ psf}$$

En este caso, se considera columnas a los elementos verticales en los que la mayor dimensión de su sección transversal es menor que 1.8 m.

Las cargas externas horizontales que se consideran para el diseño de encofrados son: carga

sísmica, viento, tensión de cables, soportes inclinados, impacto, etc. Para el diseño de los arriostres de puntales del encofrado de losas se recomienda considerar una carga lateral de 100 lb/pie a lo largo del borde de la losa o el 2% de su carga muerta. Para el diseño de los encofrados de muros sometidos a la acción de viento se recomienda utilizar una carga de 15 psf y para el diseño de sus arriostres, una carga lateral de 100 lb/pie aplicada en la parte superior del muro.

23.4.2 Encofrado de vigas y losas

El encofrado es una estructura temporal cuyas cargas tienen un pico durante el vaciado y luego decaen rápidamente conforme el concreto endurece. Por ello, es común asumir un incremento en los esfuerzos admisibles de la madera por este efecto, el cual está basado en el tiempo total que el encofrado estará sometido a la acción de cargas durante su vida útil. Si éstos van a ser usados varias veces, el incremento será menor que si van a ser usados una sola vez. En este último caso, la resistencia se puede aumentar en un 25%.

Para el diseño por flexión los fondos de vigas y losas, se asume un momento máximo igual a $wL^2/10$ el cual corresponde a una viga de 3 o más tramos cargada uniformemente, donde w es la carga aplicada y L longitud del tramo entre apoyos. Por lo general, estos elementos son continuos en varios tramos de modo que el momento de diseño propuesto es conveniente.

El esfuerzo cortante horizontal en cualquier punto del elemento horizontal es igual que el esfuerzo cortante vertical. La madera tiene diferente resistencia en dirección paralela y perpendicular a la fibra. Generalmente, la fibra es paralela al eje del elemento. El esfuerzo cortante horizontal, llamado esfuerzo cortante longitudinal constituye la condición crítica para el diseño. El máximo corte que se presenta en una determinada sección es igual a:

$$f_v = \frac{3V}{2A} \quad (23-1)$$

donde: V: Fuerza cortante en la sección considerada.

A: Sección transversal de elemento.

La fuerza cortante se verifica en una sección ubicada a la cara del apoyo y para una viga simplemente apoyada será igual a $0.5wL$. Para vigas continuas de tres o más tramos, la fuerza cortante de diseño será aproximadamente $V=0.6wL$ sobre los apoyos.

El encofrado de vigas y losas debe estar proporcionado de modo que no presente flechas excesivas pues éstas se convertirán en flechas permanentes en el concreto cuando éste endurezca. Por lo general, la flecha se limita a $L/360$ ó $1/8''$, el que sea menor, y es calculada a través de la siguiente expresión:

$$\delta = \frac{wL^4}{145EI} \quad (23-2)$$

la cual corresponde a la deflexión en el centro de la luz para elementos continuos con tres o más tramos. El módulo de elasticidad de la madera no se incrementa aunque el encofrado vaya a ser usado sólo una vez. Si la madera está mojada, es más flexible y ocasiona mayores deformaciones. Para tener en cuenta este efecto, se suele multiplicar el módulo de elasticidad por 10/11.

En el diseño del encofrado de vigas y losas debe prestársele atención especial al proporcionamiento del apuntalamiento y sobretodo a la distribución de los arriostres. La mayor carga que puede resistir un pie derecho está dada por:

$$P = \frac{\pi^2 EA}{3(l/r)^2} \quad (23-3)$$

donde: A: Área de la sección transversal del apuntalamiento.

r: Radio de giro de la sección. Para secciones rectangulares puede asumirse igual a 0.3 veces la dimensión de la sección transversal en la dirección de análisis y para secciones circulares igual a 0.25 veces el diámetro.

l: Longitud no arriostrada del apuntalamiento.

En la determinación de la carga admisible de un pie derecho se está asumiendo un factor de seguridad de 3 como se aprecia en el denominador de la expresión (23-3). Se recomienda que la relación entre la longitud no arriostrada del apuntalamiento y la menor dimensión de su sección transversal no sea mayor que 50.

La carga admisible deberá calcularse en las dos direcciones y finalmente se considerará la menor. Si el encofrado será usado sólo en una oportunidad, la resistencia de la madera podrá ser incrementada en 25%.

23.4.3 Encofrado de columnas

El diseño del encofrado de columnas es muy similar al del encofrado de vigas. Los largueros sirven de apoyo a los entrepaños y éstos se analizan y diseñan por flexión y corte. Es recomendable verificar las flechas en ellos. Las expresiones para el diseño son las mismas que las presentadas en la sección previa.

23.4.4 Criterio general para el diseño de encofrados

En general, los encofrados se diseñan asumiendo una escuadría de madera y después se determina la distancia entre elementos de apoyo, arriostres o apuntalamientos, en función de la resistencia.

23.5 ENCOFRADOS TÍPICOS

En las siguientes figuras se presenta una serie de encofrados típicos.

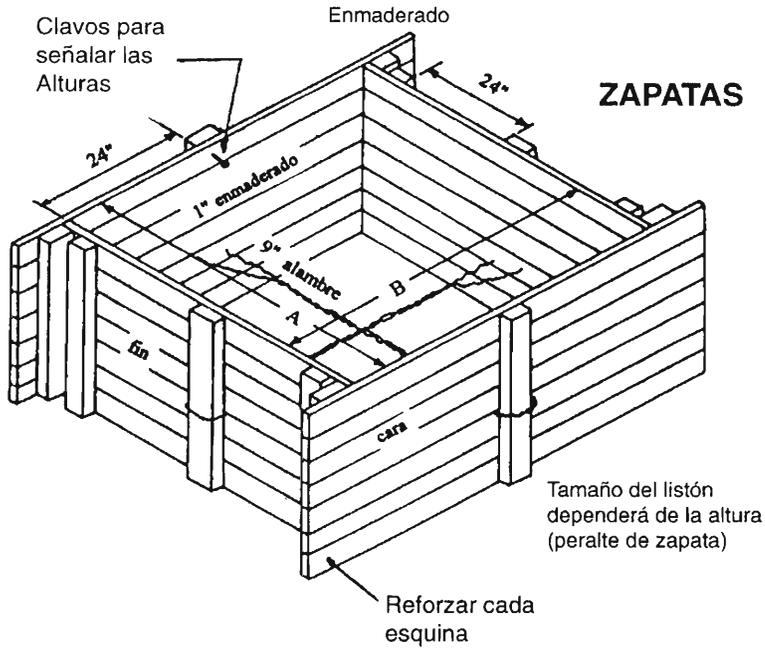


Figura 23.1. Encofrado de zapatas. (Ref. 7)

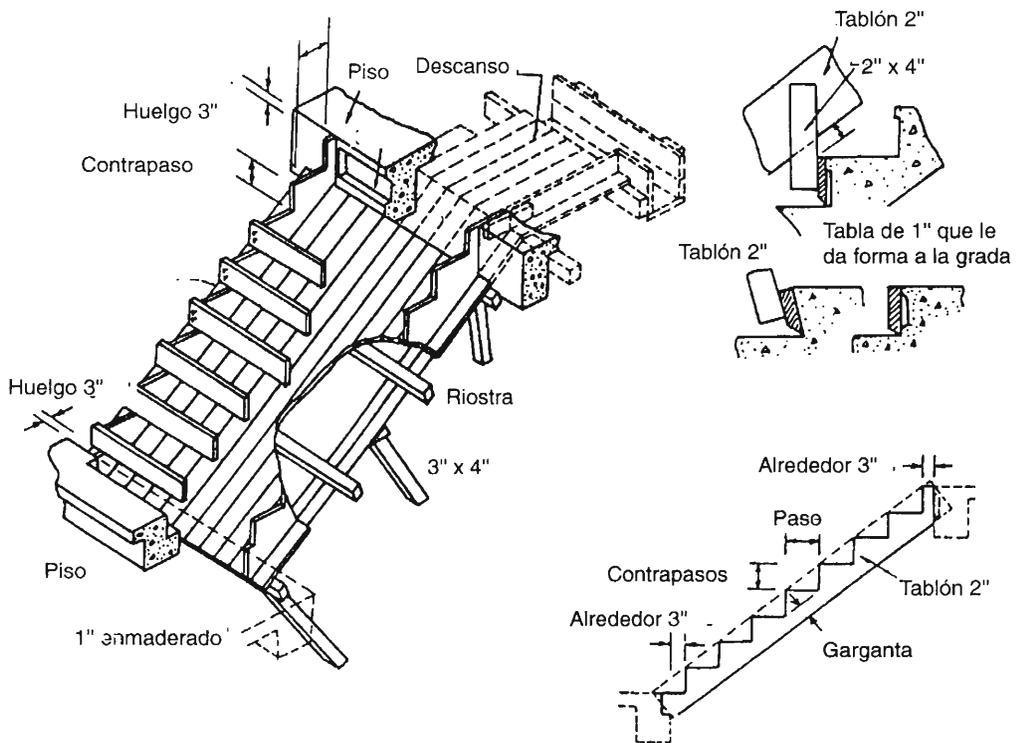


Figura 23.2. Encofrado de maderas. (Ref. 7)

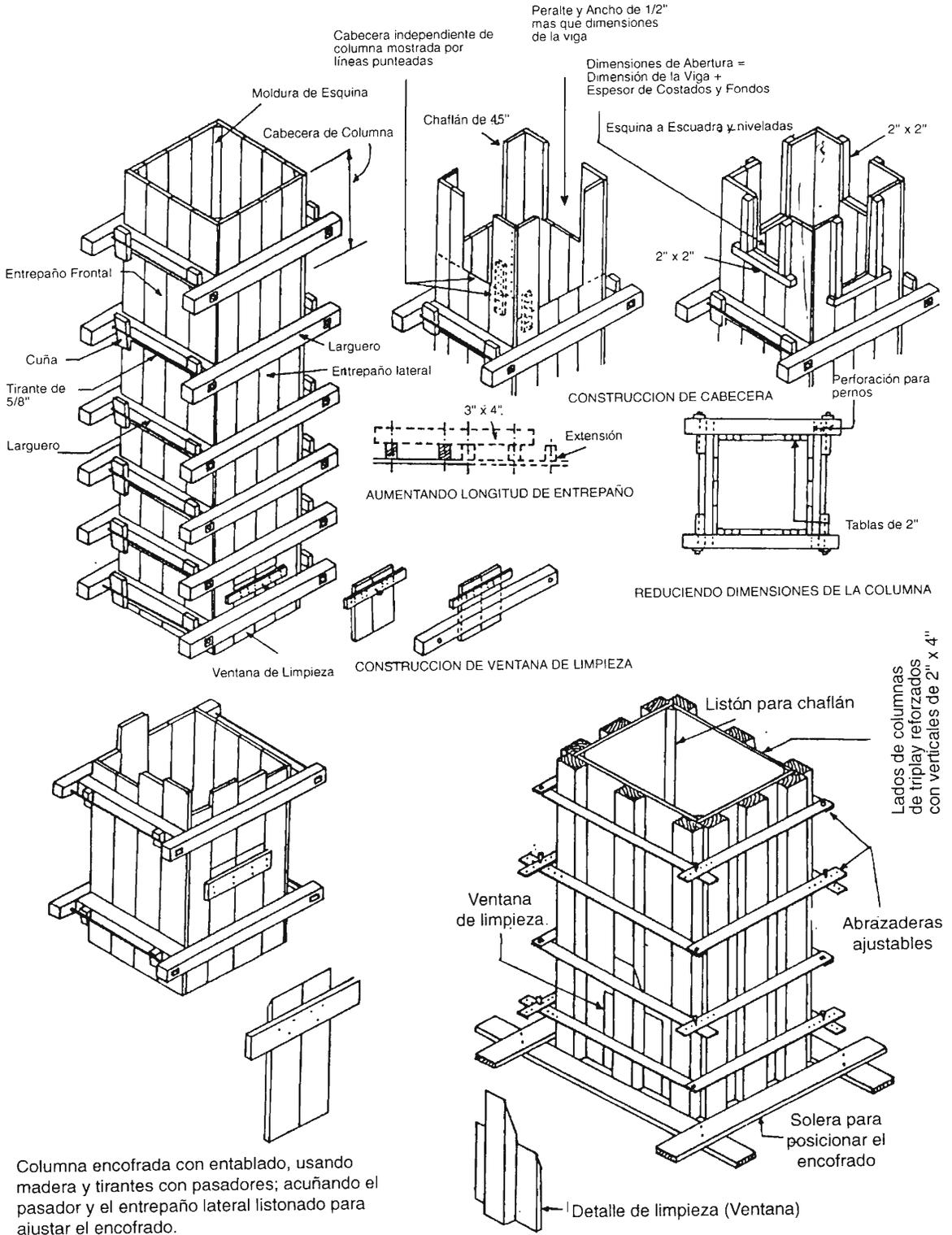
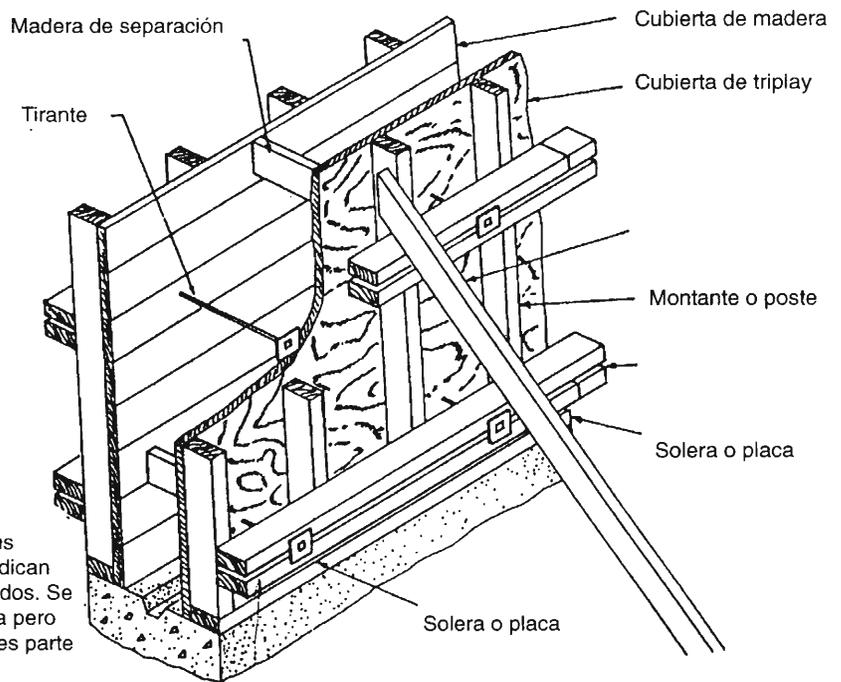
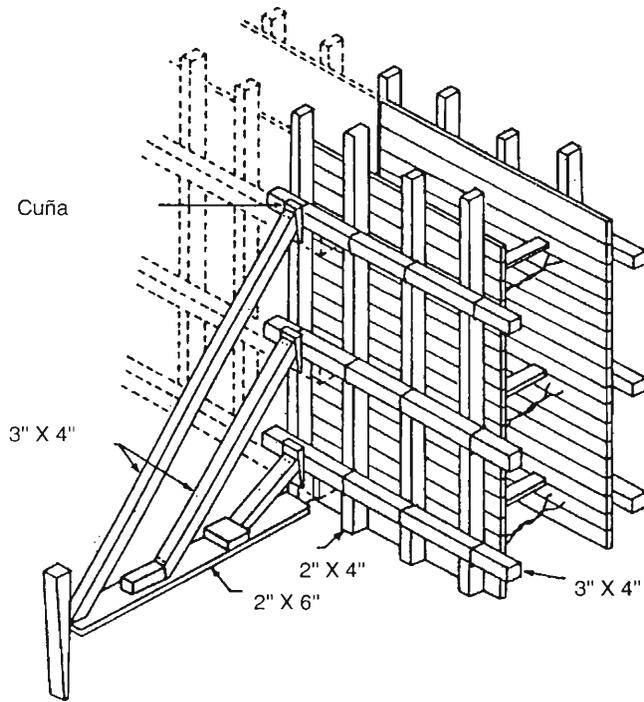
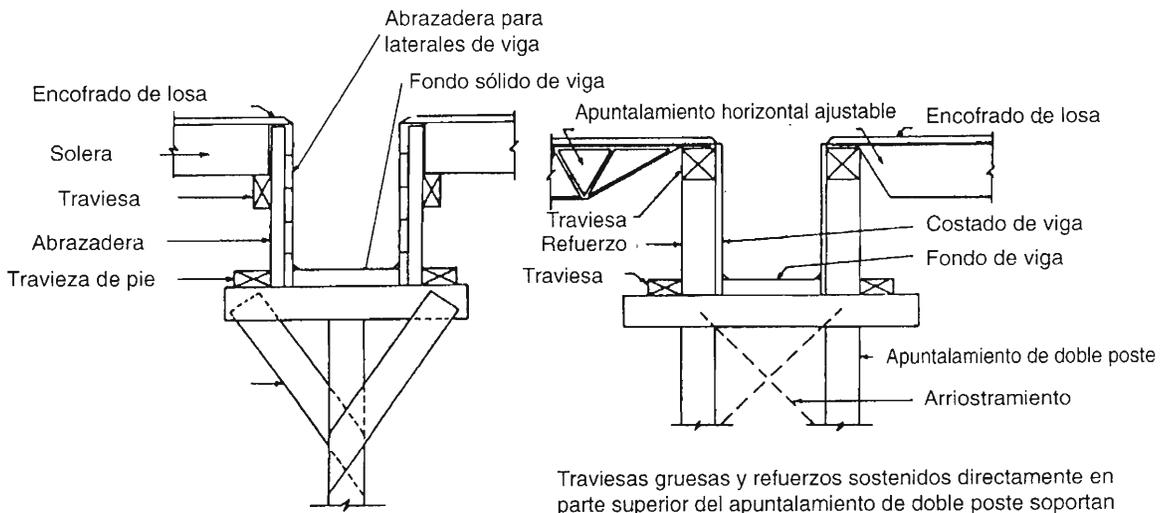


Figura 23.3. Encofrado de columnas. (Ref. 7)



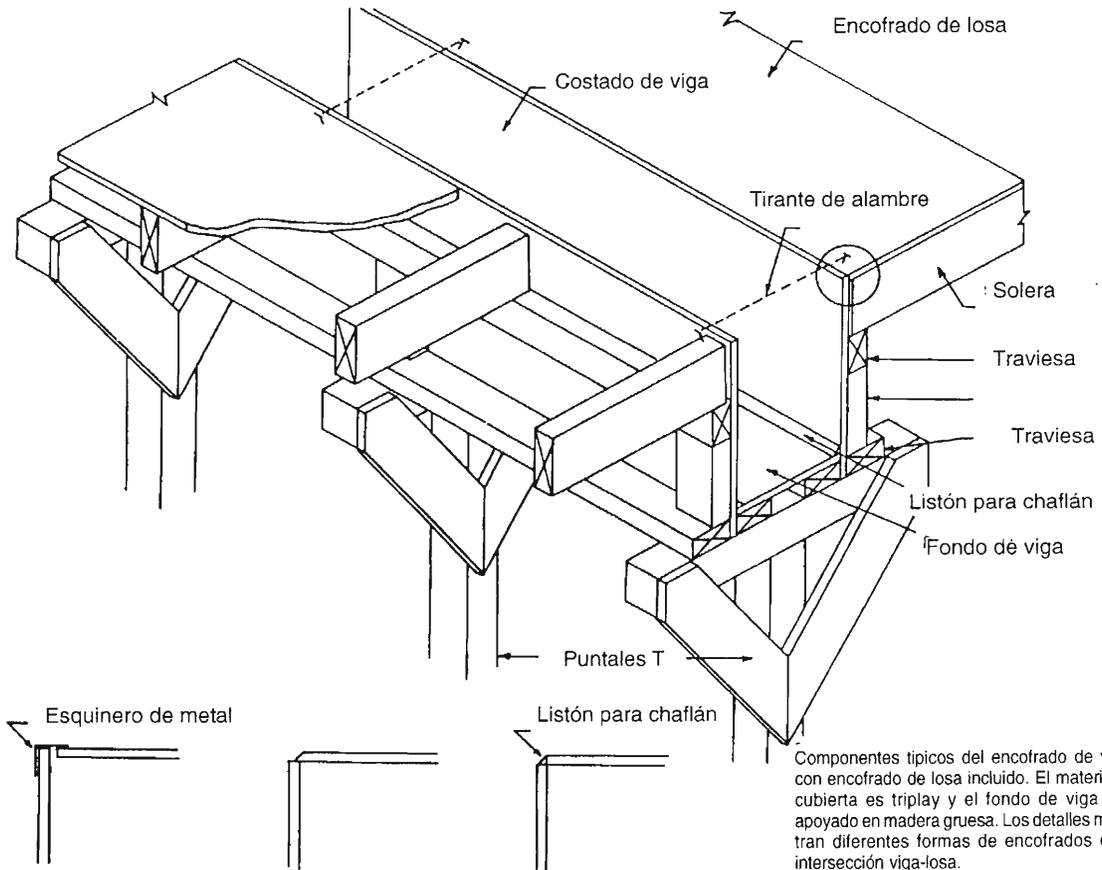
Encofrado típico de muros con sus componentes identificados. Se indican los materiales de cubierta alternados. Se muestran separadores de madera pero frecuentemente ésta separación es parte del amarre de prefabricación.

Figura 23.4. Encofrado de muros. (Ref. 7)



Detalles de encofrado de vigas cuando las abrazaderas sirven como costado de vigas y el fondo de viga es una pieza sólida.

Traviesas gruesas y refuerzos sostenidos directamente en parte superior del apuntalamiento de doble poste soportan la carga de la losa relativamente más pesada transferida por los elementos de apuntalamiento horizontal de luz amplia.



Componentes típicos del encofrado de vigas con encofrado de losa incluido. El material de cubierta es triplay y el fondo de viga está apoyado en madera gruesa. Los detalles muestran diferentes formas de encofrados de la intersección viga-losa.

Figura 23.5. Encofrado de vigas. (Ref. 7)

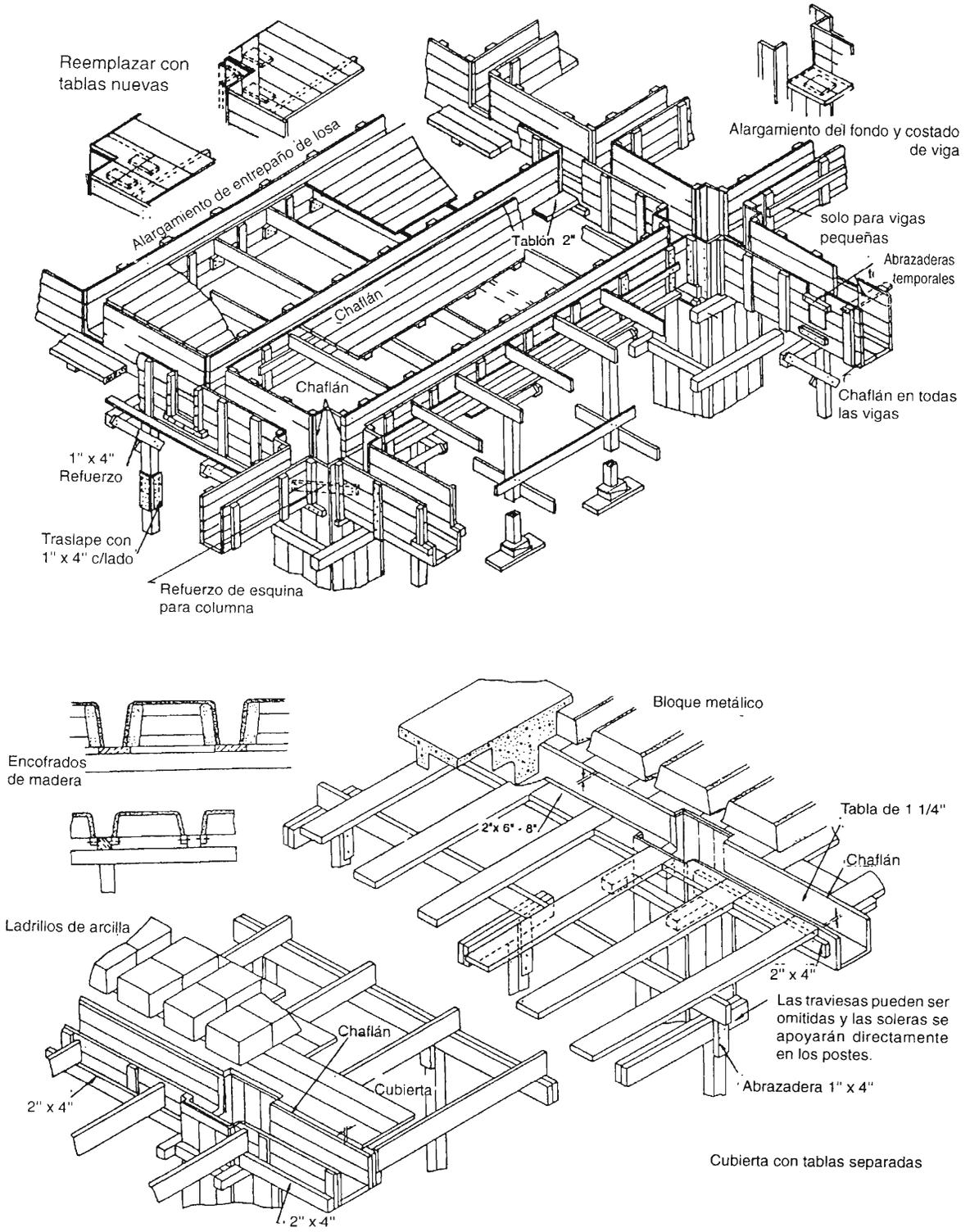


Figura 23.6. Encofrado de losa aligerada. (Ref. 7)

24. Estructuras de grandes luces

El acero es un material cuya relación resistencia/peso propio es mayor que la del concreto, por ello, es preferido cuando se trata de cubrir luces grandes. Sin embargo, también se pueden desarrollar soluciones eficientes en concreto. Entre éstas se tiene las estructuras pre-esforzadas, las estructuras de arco y los tijerales, muy utilizados en Europa. El presente capítulo es una muy breve reseña en torno a este tipo de estructuras.

24.1 ESTRUCTURAS PRETENSADAS Y POSTENSADAS

Este tipo de estructuras están constituidas por elementos de concreto sometidos a una fuerza de precompresión provista por cables de acero aplicada como parte del procedimiento constructivo de la estructura. De este modo, los esfuerzos normales que se generan en la estructura por efecto de las cargas externas son afectados. Los esfuerzos de tracción, en particular, son reducidos drásticamente. El criterio básico de diseño consiste en determinar la fuerza de precompresión requerida y su ubicación en la sección para que los mayores esfuerzos de tracción y compresión en el elemento no superen la resistencia del concreto en las diferentes etapas de carga. Dependiendo del procedimiento constructivo, las estructuras pre-esforzadas pueden ser pretensadas o postensadas. Cada una de ellas tiene sus propios criterios de diseño cuya presentación no es objetivo del presente texto.

24.2 ESTRUCTURAS DE ARCO

Este tipo de estructuras se usan especialmente en puentes, hangares, talleres, etc. Están constituidas por costillas o arcos propiamente dichos y una losa que se apoya sobre ellos (ver figura 24.1). Por economía, la separación entre arcos es de 3 a 6 m. Sin embargo, este espaciamiento puede ser incrementado si la losa se diseña convenientemente. Para lograr una adecuada ventilación e iluminación de los ambientes, se disponen ventanas en la cumbrera conocidas como ventanas de mariposa.

Las estructuras en arco se analizan por cualquier método de Análisis Estructural. Pueden ser empotradas, biarticuladas o triarticuladas. El arco está sometido a flexión compuesta o flexo-compresión, por lo que la teoría presentada en el capítulo 10 puede ser adaptada para su diseño. Los apoyos reciben reacciones tanto verticales como horizontales. Para absorber el empuje lateral se suele hacer uso de tirantes o en su defecto, el apoyo se diseña para resistir la carga horizontal. La primera solución es la más cómoda y eficiente.

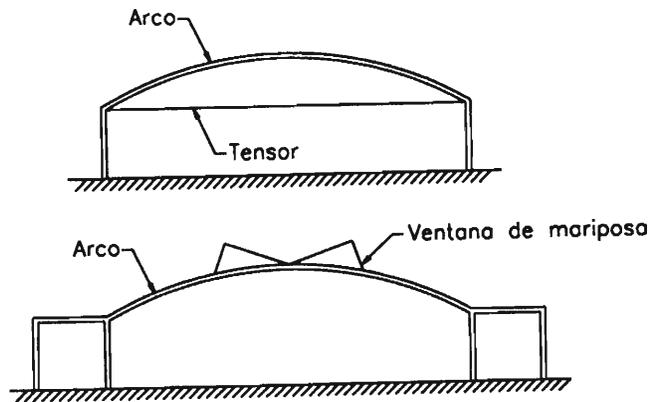


Figura 24.1. Estructuras en arco

24.2.1 Articulaciones de concreto armado

Existen diversos tipos de articulaciones que pueden ser utilizadas en las estructuras de concreto armado. Entre ellas se tiene: las articulaciones metálicas, la articulación alemana, la articulación Mesnager, la articulación Considère, la semiarticulación Freyssinet, etc. A continuación se presenta algunos criterios para el diseño de este tipo de elementos.

Apoyos metálicos

Los apoyos metálicos están constituidos por planchas cilíndricas o rodillos como se muestra en la figura 24.2.

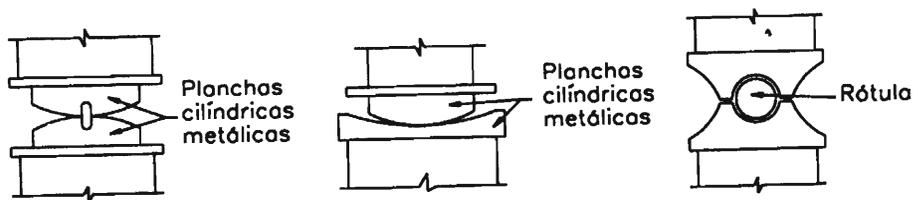


Figura 24.2. Apoyos metálicos

Articulación alemana

En la figura 24.3 se muestra una articulación alemana. En la unión, anteriormente se usaba plomo pero actualmente ha sido reemplazado por el neopreno. La carga axial, N , es resistida por el dado de plomo o neopreno y la fuerza transversal por las barras de acero. El área de acero requerida es:

$$A_s = \frac{H}{0.6f_y}$$

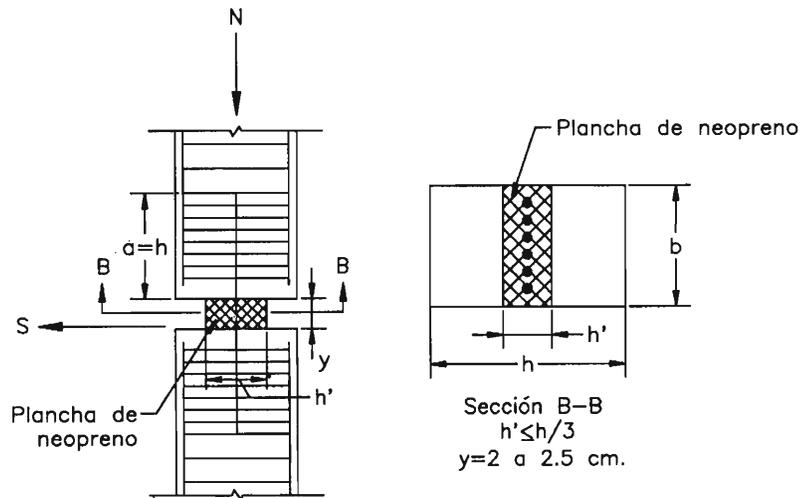


Figura 24.3. Articulación alemana

Los extremos de la articulación deben estar convenientemente zunchados para absorber la concentración de esfuerzos generados por la gran compresión en la plancha de apoyo. Además, se debe verificar que los elementos que llegan al nudo no fallen por aplastamiento.

Articulaciones Mesnager

Son las más usadas pues son relativamente sencillas de preparar. En la figura 24.4 se aprecia una articulación Mesnager. En este caso, tanto la carga axial N como la transversal S son resistidas por el acero. Este tipo de articulación permite rotaciones de hasta 0.02 radianes.

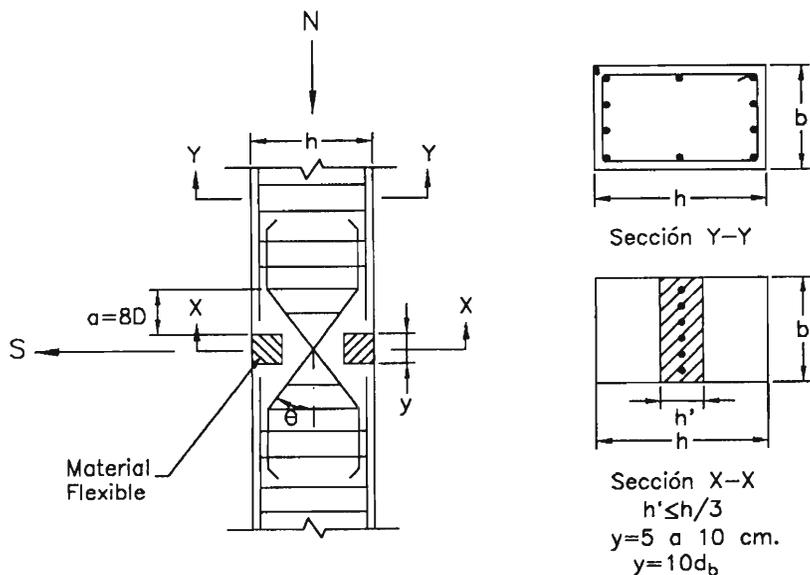


Figura 24.4. Articulaciones Mesnager

El ángulo de inclinación del refuerzo, θ , varía entre 30° y 60° . La resultante de las cargas transmitidas a través de la articulación debe ubicarse entre las dos varillas inclinadas, es decir:

$$\tan\theta > \frac{S}{N}$$

Si m es el número de pares de barras cruzadas que atraviesan el nudo, entonces:

$$F = \frac{1}{2m} \left(\frac{S}{\sin\theta} + \frac{N}{\cos\theta} \right) \quad (24-1)$$

donde: F : Fuerza en cada barra.

En el diseño por el método elástico, el esfuerzo admisible en las barras se considera igual a un tercio del esfuerzo de fluencia. Por lo tanto, el área de cada varilla será:

$$A_s = \frac{F}{\sigma_t} = \frac{3F}{f_y}$$

donde: σ_t : Esfuerzo admisible en el acero longitudinal.

Haciendo uso del método de diseño a la rotura, el área de cada varilla será:

$$A_s = \frac{F_u}{0.55f_y}$$

donde: F_u : Fuerza amplificada en cada varilla.

Los giros de la articulación generan esfuerzos secundarios de flexión en las varillas de acero inclinadas. Para obviar su tediosa evaluación, el esfuerzo de trabajo del acero se mantiene por debajo de lo convencionalmente empleado.

La dimensión 'y' en la figura 24.4 debe definirse del tamaño adecuado para que permita la rotación de la articulación y evite el pandeo de las varillas que atraviesan la rótula. Por lo general se recomienda usar $10d_t$.

Las barras inclinadas generan fuerzas perpendiculares al eje de la rótula que tienden a romper el concreto en la unión. Por ello, es necesario disponer refuerzo transversal en los extremos del nudo. La fuerza en ellos será igual a:

$$F_{est} = S + N \tan\theta$$

Empleando la expresión (24-1):

$$F_{est} = 2mF \sin\theta$$

El área de refuerzo transversal, haciendo uso del método elástico, será:

$$A_{est} = \frac{2mF \sin\theta}{\sigma_{test}} = \frac{2mA_s \sigma_t \sin\theta}{\sigma_{test}}$$

donde: σ_{test} : Esfuerzo admisible en el acero transversal, igual a 1/3 de su esfuerzo de fluencia.

De modo similar se determina el espaciamiento entre estribos haciendo uso del método de diseño a la rotura. Despreciando el aporte del concreto, el área de refuerzo transversal requerido será:

$$A_{est} = \frac{F_{u\ est}}{0.85f_y}$$

donde: $F_{u\ est}$: Fuerza amplificada resistida por los estribos.

El número de estribos será:

$$\text{Número de estribos} = \frac{A_{st}}{2 \left(\frac{\pi d_b^2}{4} \right)}$$

donde: d_b : Diámetro de las varillas de los estribos.

Se recomienda que los estribos se extiendan una longitud igual a 8 veces el diámetro de la varilla longitudinal. De este modo, el espaciamiento s entre estribos será:

$$s = \frac{8d_b}{\text{Número de estribos}}$$

La articulación Mesnager se puede emplear cuando las cargas no son muy elevadas, estando restringida su capacidad en función de la cantidad de acero que puede disponerse en los elementos que llegan a la articulación.

Articulación Considère

En la figura 24.5 se muestra una articulación de este tipo. Como se aprecia es muy parecida a la anterior, sin embargo, en este caso, se considera que la fuerza de compresión es transmitida por una serie de pequeños pilares zunchados y la fuerza transversal, a través de las varillas inclinadas. Los pilares se diseñan como columnas zunchadas sometidas a compresión pura empleando la expresión (10-1). El área de refuerzo de la sección se determina en función de las varillas encerradas por los zunchos. Se recomienda disponer estribos en la articulación hasta una altura igual a la mayor dimensión de la sección transversal de los elementos que llegan a la articulación.

Articulación formada por dos superficies curvas

Este tipo de articulación está formada por dos superficies de diferente curvatura en contacto, lo que le permite grandes giros (ver figura 24.6). El concreto de ambas superficies debe tener gran resistencia. El esfuerzo de compresión en el concreto está dado a través de la siguiente fórmula propuesta por Hertz:

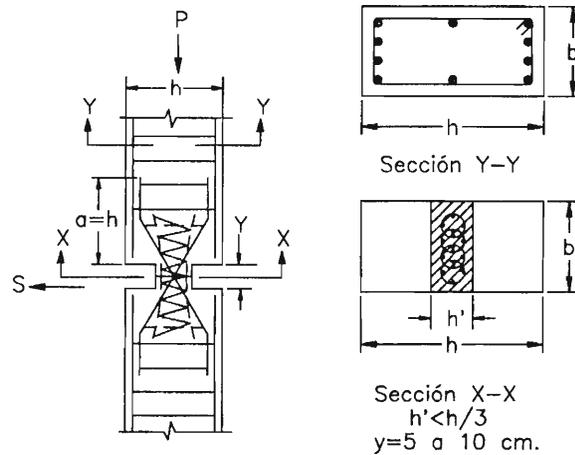


Figura 24.5. Articulación Considere

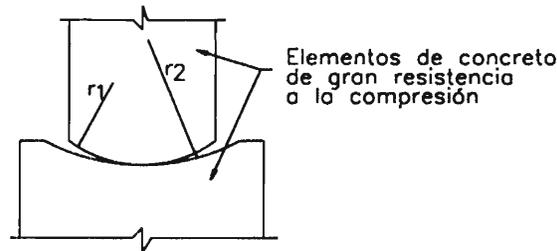


Figura 24.6. Articulación formada por superficies curvas

$$f_c = 200 \sqrt{\frac{r_2 - r_1}{r_1 r_2}} N$$

Si se trabaja con cargas últimas, este esfuerzo debe ser menor que $0.85ff'_c$, donde $f=0.70$ pues se trata de concreto sometido a aplastamiento. Si se trabaja a nivel de cargas de servicio, el esfuerzo máximo es $0.30f'_c$.

24.2.2 Tijerales de concreto armado

Los tijerales de concreto armado tienen la desventaja de ser mucho más caros que los de otros materiales pues la preparación de la armadura es complicada y el encofrado es sumamente costoso. Sin embargo, requieren poco material y en construcciones a prueba de fuego, son mucho más convenientes que los tijerales de acero estructural revestidos de concreto.

El peso propio del tijeral es función de su número de paños, por lo que el número de éstos se suele limitar a seis salvo raras excepciones.

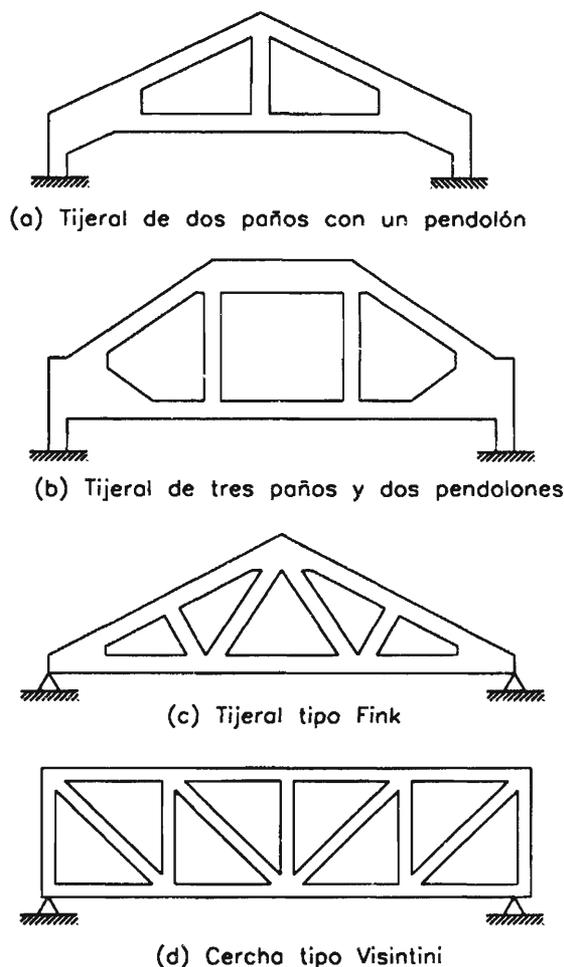


Figura 24.7. Tipos de tijaerales de concreto

Los tipos de tijaerales más usados son:

1. Tijeral de dos paños con un pendolón como el de la fábrica Ford en Chicago (ver figura 24.7.a). Se emplean para luces de aproximadamente 11 m.
2. Tijeral de tres paños y dos pendolones, que cubre luces de aproximadamente 15 m. (ver figura 24.7.b). En este tipo de tijeral, el techo se cuelga de la brida inferior presentándose totalmente liso.
3. Tijeral tipo Fink, muy usado en los Estados Unidos y que se aprecia en la figura 24.7.c. En este tipo de tijeral el techo puede colgarse de la brida inferior del tijeral o colocarse a media altura soportado por pilares apoyados en los nudos. Presenta el inconveniente que algunos nudos son muy complicados pues a ellos llegan muchos elementos.
4. Cercha tipo Visintini, usada en puentes. Está constituida por cuerdas paralelas unidas por pendolones o montantes y diagonales (figura 24.7.d). El cordón superior y las montantes trabajan a compresión mientras que el cordón inferior y las diagonales, a tracción.

En los tijerales presentados, los esfuerzos se calculan por cualquier método de Análisis Estructural. Los nudos de la estructura son rígidos y por lo tanto sus elementos no están sometidos a esfuerzos axiales puros sino a flexión compuesta.

Viga Vierendeel

Un tipo de cercha que es típica del concreto armado es la llamada *Vierendeel* en honor al ingeniero que la inventó. Esta constituida por dos cordones, uno superior y otro inferior, generalmente horizontales y montantes verticales. Es una estructura estáticamente indeterminada y su análisis exacto es muy laborioso resultando poco práctico desarrollarlo salvo que se usen programas especiales de cálculo. Por ello que se aplican métodos simplificados aproximados los cuales dan resultados bastante exactos para fines prácticos.

A continuación se presenta uno de los métodos aproximados que existe para el análisis de vigas Vierendeel. La notación utilizada para su desarrollo es la siguiente (ver figura 24.8):

- s: Peralte de la viga.
- I_o : Momento de inercia del cordón superior.
- I' : Momento de inercia del cordón inferior.
- I_i : Momento de inercia de la montante i .
- a_i : Tramo limitado por las montantes i e $i+1$.
- v_i : Distancia del punto de inflexión del montante i al cordón superior.
- w_i : Distancia del punto de inflexión del cordón superior e inferior en el tramo i a la montante izquierda inmediata.
- P_{oi} : Fuerzas en el cordón superior en el nudo i .
- P'_i : Fuerzas en el cordón inferior en el nudo i' .
- M_i : Momento flector de la viga en conjunto en la sección que contiene los nudos i e i' .
- M_{ai} : Momento flector de la viga en conjunto en la sección que contiene el punto de inflexión de los cordones superior e inferior del tramo a_i .
- M_{oi-j} : Momento flector del tramo a_i del cordón superior en el nudo i .
- M'_{i-j} : Momento flector del tramo a_i del cordón inferior en el nudo i' .
- M_{io} : Momento flector de la montante en el nudo i .
- M'_o : Momento flector de la montante en el nudo i' .
- V_{ai} : Fuerza cortante de la viga en conjunto en el tramo a_i .
- N_{oi} : Esfuerzo normal en el cordón superior en el tramo a_i .
- N'_i : Esfuerzo normal en el cordón inferior en el tramo a_i .
- N_i : Esfuerzo normal en la montante i .

Este método se basa en la suposición que los puntos de inflexión de los elementos se encuentran ubicados a una distancia de sus extremos proporcional a la raíz cuadrada del momento de inercia de los elementos en dichos extremos. Por ejemplo, en la montante 2 se tendrá:

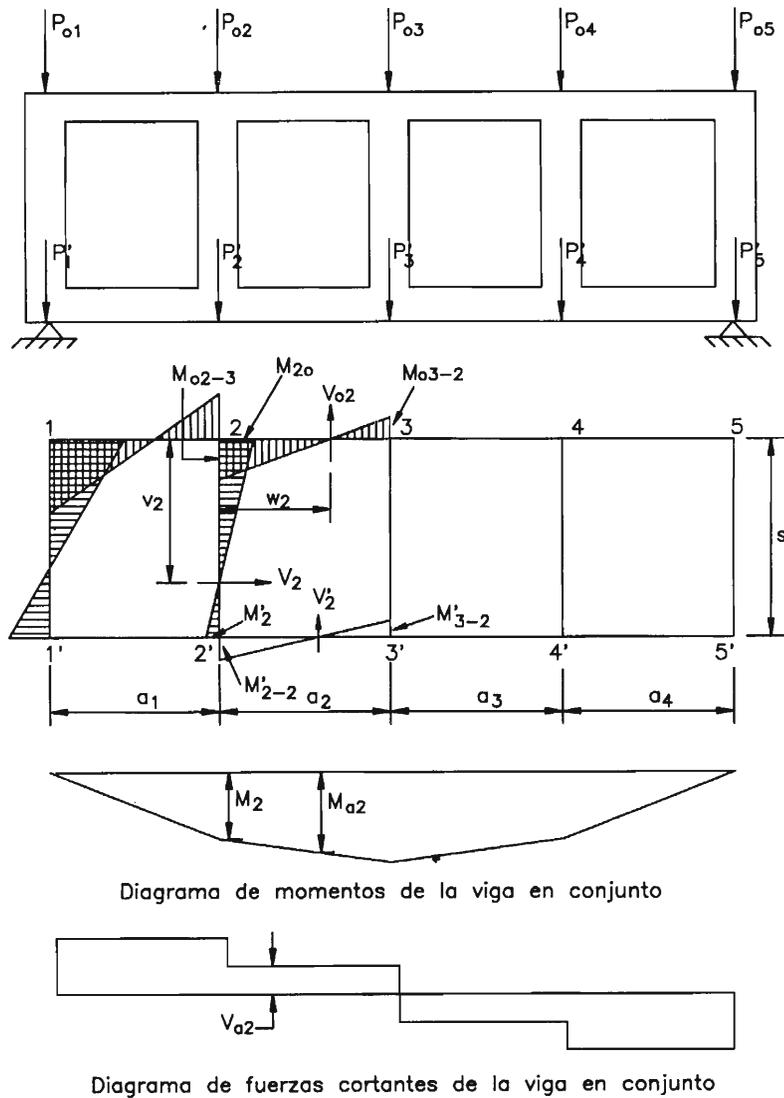


Figura 24.8. Viga Vierendeel

$$\frac{v_2}{\sqrt{I_o}} = \frac{s - v_2}{\sqrt{I'}}$$

Entonces:

$$v_2 = \frac{\sqrt{I_o}}{\sqrt{I_o} + \sqrt{I'}} s = k_{o2} s$$

Análogamente, en el tramo a_2 :

$$w_2 = \frac{\sqrt{I_2}}{\sqrt{I_2} + \sqrt{I_3}} a_2 = k_2 a_2$$

En los cordones superior e inferior actuará la fuerza N_{o2} :

$$N_{o2} = \frac{M_{a2}}{s} = -N'_2$$

La fuerza cortante en los cordones superior e inferior será la correspondiente a la viga en conjunto en ese tramo, repartida proporcionalmente a las raíces de sus momentos de inercia, es decir:

$$V_{o2} = k_{o2} V_{a2}$$

$$V'_2 = (1 - k_{o2}) V_{a2}$$

Los momentos flectores en los cordones superior y inferior serán:

$$M_{o2-3} = V_{o2} w_2$$

$$M_{o3-2} = V_{o2} (a_2 - w_2)$$

$$M'_{2-3} = V'_2 w_2$$

$$M'_{3-2} = V'_2 (a_2 - w_2)$$

La fuerza cortante en las montantes se determina por equilibrio del nudo superior (ver figura 24.9) y será la diferencia entre las fuerzas normales en el cordón superior a ambos lados del nudo.

$$V_2 = N_{o1} - N_{o2}$$

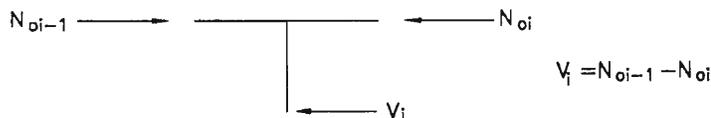


Fig. 24.9 Elibrio en los Nudos de la viga Vierendel

El momento flector en la montante será:

$$M_{2o} = V_2 v_2$$

$$M_{2.} = V_2 (s - v_2)$$

El fuerza normal en una montante se determina suponiendo que las cargas P_o y P' son tomadas por los cordones y la montante. La carga que recibe la última es:

$$N_2 = (1 - k_{o2})P_{o2} - k_{o2}P'_2$$

En la montante ubicada sobre el apoyo, la fuerza normal será:

$$N_1 = P_{o1} + V_{o1}$$

pero se sabe que:

$$V_{o1} = K_{o1} V_{a1}$$

Entonces:

$$N_1 = P_{o1} + k_{o1} V_{a1}$$

A través de las expresiones anteriores es posible determinar las fuerzas internas en los elementos de la viga y proceder con el diseño de los mismos. En caso que los diferentes elementos del tijeral tengan secciones iguales, los puntos de inflexión se ubicarán en la sección central de los mismos.

El procedimiento presentado es aplicable a vigas simplemente apoyadas, continuas o empotradas.

25. Método de los puntales y tirantes

25.1 INTRODUCCIÓN

El reglamento ACI - 318 -02 tiene un nuevo apéndice A llamado “Modelos de puntales y tirantes”. El antiguo apéndice A que se refería al “Método alternativo de diseño” se suprime del todo.

El ACI ha publicado el ACI - 455R-99 donde se detalla el método, que se aplica principalmente a las zonas D o en aquellas en que la sección plana no permanece plana después de la deformación. Las secciones B son aquellas en que la sección permanece plana después de la deformación.

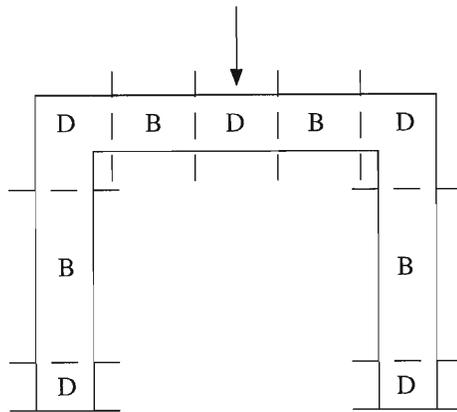


Figura 25.1. Zonas D y B

El método consiste en considerar dentro de la estructura unos tijerales teóricos donde hay elementos que trabajan a compresión (puntales) y otros que trabajan a tracción

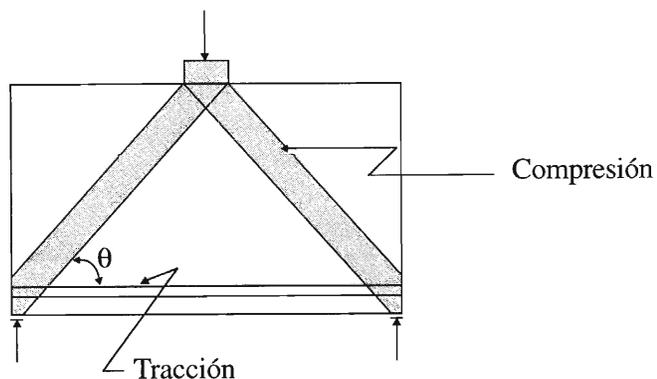


Figura 25.2 Viga peraltada

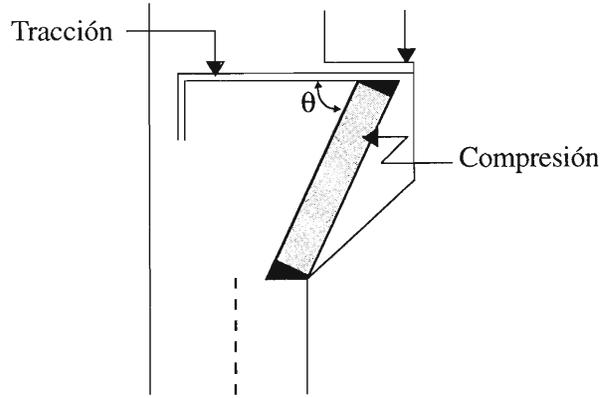
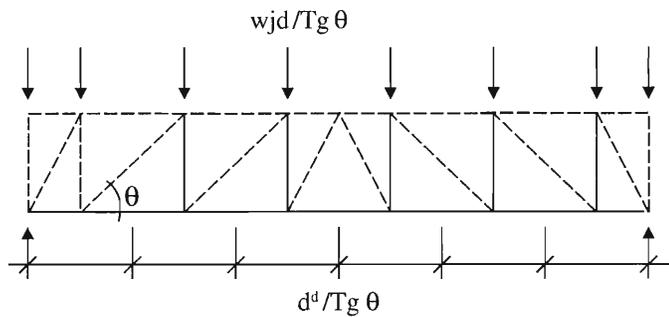


Fig. 25.3 Braquete

Figura 25.4 Portico equivalente para una viga con carga uniformemente repartida w Kg/ml.

25.2. DISEÑO EN REGIONES B

En la figura 25.4, se escoge un ángulo θ de la compresión principal. Típicamente varía entre 18° y 65° . Un ángulo razonable es 45° .

Una vez encontrada la fuerza diagonal D usando b_w como el ancho resistente al corte, y jd como el brazo de palanca, entonces cada grupo de estribos verticales estará en la longitud $jd \cot\theta$ y la tensión de compresión en el concreto será.

$$f_2 = \frac{D}{b_w jd \cot\theta} = \frac{V}{b_w jd} = \frac{1}{\text{sen}\theta/\text{cos}\theta} \quad (25-1)$$

Y la tracción en el tirante, considerando que $V_c=0$ será

$$T = \frac{wjd}{\text{tg}\theta} \quad (25-2)$$

Fuerza que debe ser tomada por el grupo de estribos en el ancho $jd/tg\theta$.

Alternativamente se puede seguir el procedimiento normal que indica el ACI al especificar fuerza cortante con la contribución de V_c .

25.3 DISEÑO EN REGIONES D

Ejemplos típicos son los indicados en las figuras 25.2 y 25.3

El procedimiento es el siguiente:

1. Se visualiza el flujo de fuerzas, los puntales a compresión y los tirantes a tracción. El ángulo θ entre el eje del puntal y el eje del elemento a tracción.
2. Se determina las áreas de carga y de reacciones para que estén debajo de los límites de compresión pura permitidos, lo que nos da el ancho de los elementos en compresión, como se muestra en la figura 25.5.

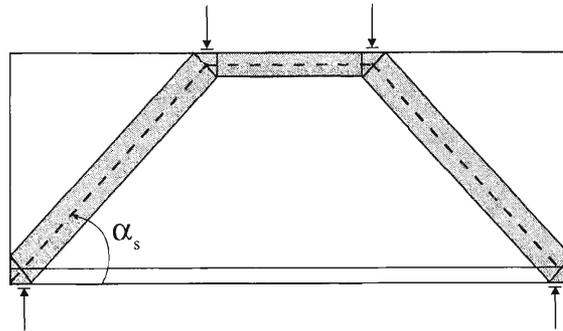


Figura 25.5 α_s entre ejes

3. La determina la geometría del tijeral.
4. Se determinan las fuerzas en los miembros del tijeral.
5. En los tirantes $N_u \leq \phi [A_{st} f_y + A_{ps} (f_{ps} - f_{se})]$ (25.3)

donde :

A_{st} = Área del elemento a tracción

A_{ps} = Área del refuerzo pretensado si lo hay

f_y = Límite elástico del elemento a tracción

f_{ps} = Tensión última del pretensado

f_{se} = Tensión del pretensado después de pérdidas.

$\phi = 0.9$

6. Se determinan los anclajes del elemento a tracción.
7. Se calculan los esfuerzos de compresión en los puntales.

$$f_{2\max} = \frac{f'_c}{0.8 + 170\epsilon_1} \leq 0.85 f'_c \quad (25-4)$$

$$\text{Donde: } \epsilon_1 = \epsilon_s + (\epsilon_s + 0.002) \cotg^2 \alpha_s \quad (25-5)$$

Donde: ϵ_s = deformación unitaria en el tirante, usualmente tomada como ϵ_y y 0.002 se considera la deformación unitaria en el puntal a compresión en la rotura.

α_s = el ángulo entre los ejes del puntal y del tirante. Normalmente = θ

La fuerza de compresión en el puntal

$$Nu \leq \emptyset A_{cs} f_{2\max} \quad (25-6)$$

donde A_{cs} = sección del puntal

$$\emptyset = 0.65$$

Si en el puntal hay fierros longitudinales y estribos

$$Nu \leq \emptyset (A_{cs} f_{2\max} + A_{ss} f_y) \quad (25-7)$$

Donde A_{ss} es el área del fierro longitudinal

Los estribos siguen las reglamentaciones de estribos.

26. Nociones de Concreto Presforzado

por: Ing. Luis Zegarra Ciqueros

26.1 HISTORIA DEL CONCRETO PRESFORZADO

El concreto es un material resistente en compresión pero débil en tracción, por lo que es necesario modificarlo para poderlo aprovechar como un material estructural en elementos en flexión. El presforzado es una de las técnicas que se han desarrollado para esta aplicación.

El concepto de presforzado podemos entenderlo cuando consideramos la manera como transportamos un grupo de libros, en que los comprimimos con las manos y podemos movilizar como una unidad estructural este conjunto de elementos sin ninguna ligazón entre ellos.

Eugene Freyssinet definió el presforzado de la siguiente manera: “presforzar una estructura es crear artificialmente en ella, antes de la aplicación de las cargas externas o simultáneamente con ellas, unas tensiones permanentes que superpuestas a las debidas a las cargas exteriores hagan que las tensiones totales, en todos los puntos de la estructura y para todas las hipótesis de carga, permanezcan dentro de las tensiones admisibles que puede soportar indefinidamente el material de la estructura”

Esta definición indica que se pueden presforzar diferentes materiales estructurales: concreto, acero, madera, etc. Vamos a tratar solamente las aplicaciones al concreto y en particular a los edificios.

Los principios básicos del presforzado se han conocido y aplicado desde hace mucho tiempo. En efecto, tenemos el ejemplo del zunchado de las ruedas de una carreta o de los toneles de madera. En este caso el zuncho metálico colocado a presión sobre las duelas, las somete a una compresión previa que aumenta al hincharse la madera por la humedad y elimina así las tracciones que abriendo las juntas permitirían el derrame del líquido.

Los primeros ensayos de los ingenieros alemanes Doebling (1868) y Koener (1907) ponían en tensión las armaduras hasta alcanzar las cargas de trabajo normales, comprimiendo el concreto antes de aplicarle las cargas externas, con el único objeto de evitar la fisuración y asegurar así la conservación de las estructuras. Después de numerosos ensayos estos investigadores abandonaron la idea porque encontraban que misteriosamente, la tracción inicial de la armadura, del orden de los 600 kg/cm² desaparecía después de un cierto tiempo, perdiéndose así el efecto que se trataba de conseguir.

Corresponde a Eugene Freyssinet el comprender las causas reales de las pérdidas de tensión por las deformaciones del concreto, a partir de sus ensayos para la construcción del puente en arco de Plougastel en 1928, y el haber ejecutado en forma práctica por primera vez elementos presforzados. Es justo reconocer que si bien Freyssinet disponía ya de materiales de alta calidad, supo utilizarlos correctamente y formar este nuevo material de construcción que es el concreto presforzado.

Cabe después de Freyssinet los honores de pioneros a Magnel, en Bélgica; Hoyer, Morsch, Dischinger, Finsterwalder y Leonhardt en Alemania; Lossier, Baret, Guyon, Vallete, Robinson y otros muchos en Francia; Emperger en Austria; Schorer, Lin y la firma Roebling en los EE.UU.; Mautner y Abeles en Inglaterra; Morandi, Rinaldi y Cestelli Guidi en Italia; Torroja en España y muchos otros.

El concreto presforzado desarrolló mucho a partir de 1950, particularmente por su uso en puentes y obras marítimas. El desarrollo de las aplicaciones en edificaciones ha estado muy orientado hacia la prefabricación, particularmente en los Estados Unidos. En las últimas décadas ha cobrado mucho auge el empleo de cables no adheridos, particularmente para la construcción de losas y elementos de piso.

26.2 PRETENSADO Y POSTENSADO

El presforzado puede ser ejecutado de dos maneras básicas. La primera es la denominada pretensado y consiste en sujetar firmemente los alambres o los cables a bases de apoyo sólidamente ancladas en el terreno o también a los moldes que van a dar forma a las piezas que deben vaciarse. Reaccionando sobre esas bases o sobre los mismos moldes, que en este último caso deben ser muy sólidos, se tensa la armadura con unos gatos hidráulicos, y se le sujeta con anclajes provisionales contra las mismas bases o moldes. Se vacía entonces el concreto sobre estas armaduras ya sometidas a tracción y se deja endurecer. Al soltar los anclajes de las armaduras, esta tracción se transfiere al concreto por adherencia y efecto de cuña en los extremos libres, quedando así comprimida la viga. En este caso se dice que se ha aplicado un pretensado, o tensión previa al endurecimiento del concreto.

La segunda manera, denominada postensado, consiste en colocar en los encofrados los cables protegidos por elementos aisladores, ductos, que impidan la adherencia del concreto con los cables. Estos ductos son usualmente de lámina metálica, de pequeño espesor, y juntamente con el cable quedan empotrados en el concreto, pero de manera tal que el cable es corredizo dentro del ducto. Una vez que el concreto se ha endurecido se aplica el gato que debe dar la tensión a los alambres y se sujetan éstos mediante un anclaje mecánico que impide su regreso, dejando en forma permanente un estado de coacción en la viga o elemento presforzado. Posteriormente al tensado de los cables es usual inyectar una pasta de arena y cemento dentro de los ductos, para conseguir la adherencia entre el concreto y el acero de refuerzo, lo que garantiza un adecuado comportamiento a la rotura. En este caso se dice que se ha aplicado un postensado, o tensión posterior al endurecimiento del concreto.

26.3 CONCEPTOS BÁSICOS DEL PRESFORZADO

Para aclarar los conceptos de lo que significa presforzar una sección, examinemos el comportamiento en flexión de una viga de concreto simplemente apoyada de 8.00m de luz, con una sección de 0.20m por 0.40m, y aceptando como esfuerzos admisibles 120 kg/cm² en compresión como máximo y 0 kg/cm² como mínimo.

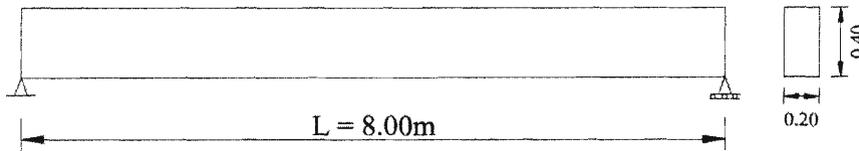


Figura 26.1

CASO I.- En este caso consideremos que la viga es de concreto simple, sin ningún tipo de refuerzo y esta sometida sólo a la acción de su peso propio:

$$w_1 = 0.2 \times 0.4 \times 2400 = 192 \text{ Kg/m}$$

El momento máximo de flexión producido es:

$$M = \frac{192 \times 8^2}{8} = 1536 \text{ kgxm}$$

Aceptando que por ser el esfuerzo mínimo admisible de 0 kg/cm^2 no se van a presentar fisuraciones en el concreto, se admite para la sección un comportamiento como material elástico y homogéneo, por lo que los esfuerzos máximos en la sección central van a ser:

$$\sigma_s = -\sigma_i = \frac{6 \times 1536 \times 100}{20 \times 40^2} = 28.8 \text{ kg/cm}^2$$

La compresión máxima, 28.8 kg/cm^2 , la resiste la viga porque no excede los 120 kg/cm^2 admisibles, pero la tracción máxima, -28.8 kg/cm^2 , no la resiste porque excede los 0 kg/cm^2 admisibles.

Bajo estas condiciones la viga no soporta su peso propio.

CASO II.- En este caso, colocamos en la viga un tubo metálico en el centro de la sección, antes de vaciarla. Por este tubo pasamos una barra de acero especial roscada en los extremos, con una gata la tensamos y luego la fijamos, por ejemplo con una tuerca, contra el concreto. De esta manera aplicamos a la barra una fuerza de tracción de 48 Ton., antes de aplicar la carga externa, y comprimimos la sección de concreto con la misma fuerza.

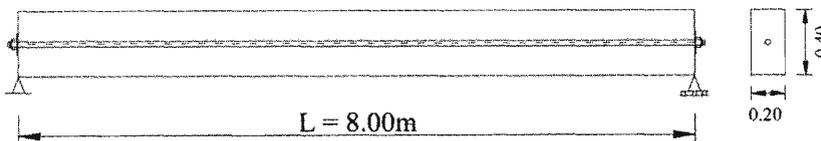


Figura 26.2

La compresión uniforme aplicada a la sección es:

$$\sigma_{PT} = \frac{4800}{20 \times 40} = +60 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

Vemos en el dibujo siguiente que la sección central de la viga puede resistir una carga externa que produzca como máximo el segundo diagrama de tensiones, sin que se excedan los esfuerzos admisibles en ningún punto de la viga y en ninguna condición de carga.

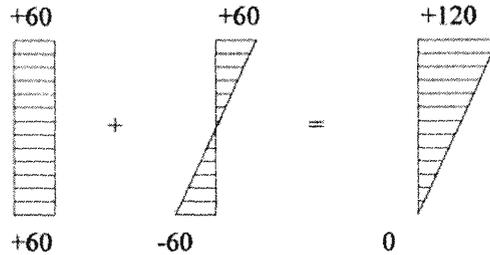


Figura 26.3

El momento de flexión que produce estos esfuerzos es:

$$60 = \frac{6M \times 100}{20 \times 40^2}; M = 3200 \text{ kgxm}$$

La carga w_s que produce este momento de flexión es:

$$3200 = \frac{w_s \times 8^2}{8}; w_s = 400 \text{ kg/m}$$

Como el peso propio es de 192 kg/m, la viga resiste una carga externa de 208 kg/m adicional al peso propio.

CASO III.- Consideremos en este caso que la barra de acero de presforzado, del caso anterior, la colocamos en el borde inferior del núcleo central de la sección, o sea con una excentricidad de:

$$e = \frac{40}{6} = 6.67 \text{ cm}$$

aplicamos la misma fuerza de precompresión de 48 Ton.

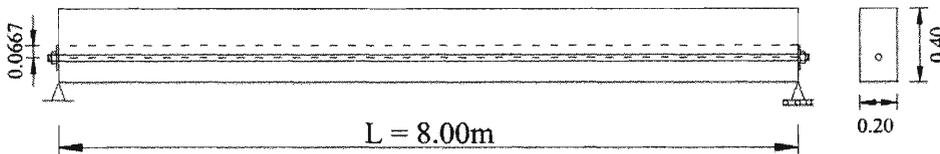


Figura 26.4

Los diagramas de tensión, que se presentan a continuación, muestran que la sección central de la viga puede resistir una carga externa que produzca como máximo el segundo diagrama, sin que se excedan los esfuerzos admisibles en ningún punto de la viga y en ninguna condición de carga.

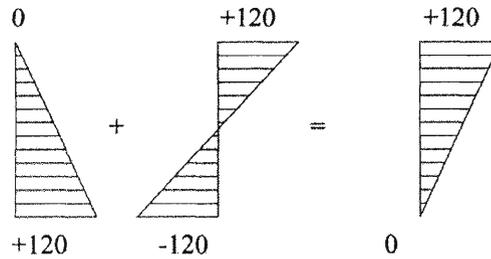


Figura 26.5

El momento de flexión que produce estos esfuerzos es:

$$120 = \frac{6M \times 100}{20 \times 40^2}; M = 6400 \text{ kgxm}$$

La carga w_s que produce este momento de flexión es:

$$6400 = \frac{w_s \times 8^2}{8}; w_s = 800 \text{ kg/m}$$

Como el peso propio es de 192 kg/m, la viga resiste una carga externa de 608 kg/m adicional al peso propio.

CASO IV.- Si examinamos el caso anterior, en que hemos aplicado un presforzado excéntrico que produce un momento negativo en la sección central, vemos que la viga tiene que curvarse hacia arriba, separándose del piso o del encofrado y apoyándose solo en sus extremos. Esto hace que simultáneamente con la aplicación del presforzado actúe el peso propio de la viga y que en este caso la condición de verificación no sea presforzado sólo sino presforzado mas peso propio.

Esto quiere decir que si en lugar de la barra rígida empleamos un cable flexible, podemos darle un trazado parabólico como aparece en la figura siguiente. Aplicamos la misma fuerza de precompresión de 48 Ton, con una excentricidad adicional que equilibre el momento de peso propio obtenido en el caso I:

$$M_{pp} = 1356 \text{ Kgxm}$$

$$\Delta = \frac{M}{N} = \frac{1356}{48000} = 0.028 \text{ m}$$

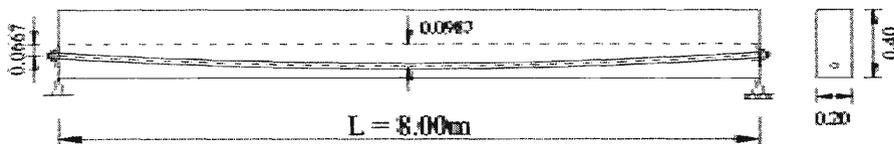


Figura 26.6

Las tensiones producidas por el presforzado, en la sección central, son:

$$\sigma_{PTS} = \frac{N}{A} \left(1 - \frac{e}{c_i}\right) = \frac{48000}{20 \times 40} \left(1 - \frac{0.0987}{0.0667}\right) = -28.8 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$\sigma_{PTS} = \frac{N}{A} \left(1 + \frac{e}{c_s}\right) = \frac{48000}{20 \times 40} \left(1 + \frac{0.0987}{0.0667}\right) = +148.8 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

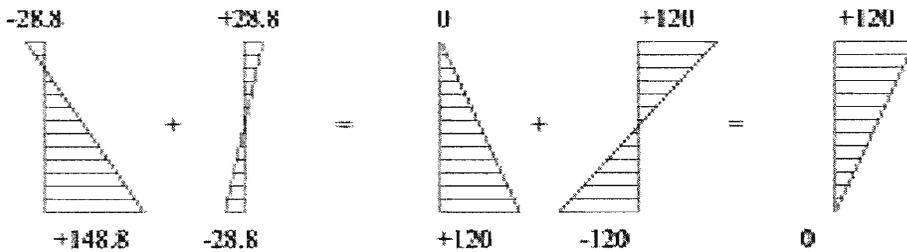


Figura 26.7

Los diagramas de tensión tienen los valores que aparecen en la figura, y se ve que la sección central de la viga puede resistir una carga externa que produzca como máximo el cuarto diagrama de tensiones, sin que se excedan los esfuerzos admisibles en ningún punto de la viga y en ninguna condición de carga.

El momento de flexión que produce estos esfuerzos es:

$$120 = \frac{6M \times 100}{20 \times 40^2}; M = 6400 \text{ kgxm}$$

La carga w_s que produce este momento de flexión es:

$$6400 = \frac{w_s \times 8^2}{8}; w_s = 800 \text{ kg/m}$$

Como el peso propio se ha resistido con un aumento de la excentricidad del cable, la viga resiste una carga externa de 800 kg/m adicional al peso propio.

26.4 MATERIALES

El concreto presforzado necesita emplear materiales de resistencia elevada, para conseguir que se reduzcan las pérdidas de tensión que están relacionadas con las deformaciones del elemento, instantáneas y lentas.

En nuestro país se emplea usualmente concretos con resistencias entre 350 y 420 kg/cm². Esto no significa que no se pueda hacer presforzado con concretos de menor resistencia, pero no es lo mas

económico ni conveniente. El concreto debe emplear agregado grueso de buena calidad, de un tamaño máximo que se aconseja no exceda de $\frac{3}{4}$ ", es mejor que sea de grava chancada o de piedra chancada que no contenga en su interior vetas de materiales blandos que reduzcan su resistencia o produzcan demasiados cambios volumétricos. Los agregados, en particular los agregados finos, deben ser limpios, sin tierra o polvo y sin sales; por estas razones es conveniente que los agregados para presforzado sean lavados cuando presenten este tipo de contaminaciones. Las sales en el agregado pueden acelerar un proceso de corrosión, que es peligroso en el presforzado, particularmente si se emplea curado con vapor.

Los aceros para presforzado tienen una alta resistencia a la tracción y no presentan un esfuerzo de fluencia bien definido. Se les emplea como alambres, torones o strands de siete alambres y como barras, debiendo cumplir con las especificaciones ASTM A 421, ASTM A 416 y ASTM A 722 respectivamente. En estos aceros se debe distinguir el esfuerzo especificado de fluencia f_{py} que es el esfuerzo medido al 1% de alargamiento bajo carga y la resistencia especificada a la tracción f_{pu} , siendo usual que se empleen aceros con f_{pu} igual a 17500 kg/cm².

26.5 PERDIDAS DE TENSION

Se consideran seis causas de pérdidas de tensión, que sirven para calcular el esfuerzo efectivo de presforzado, f_{se} , a partir del esfuerzo inicial de presforzado, f_{si} . Estas son:

- Bloqueo del anclaje en la transferencia de esfuerzos.
- Acortamiento elástico del concreto.
- Contracción de fragua del concreto.
- Deformación plástica del concreto.
- Relajación del acero.
- Fricción en tendones postensados.

Al poner en tensión, mediante un gato, el acero de presforzado se le somete a esfuerzos muy elevados que de acuerdo a la norma ACI-318-02 no deben exceder de $0.94f_{py}$ ni de $0.80 f_{pu}$ ni del máximo valor recomendado por el fabricante del acero o de los elementos de anclaje. Al transferir la fuerza de tracción del gato al anclaje, se va a producir una deformación de éste que se traduce en una pérdida de tensión en el acero.

Simultáneamente, la fuerza de tracción en el acero produce compresión en el concreto, presentándose inmediatamente un acortamiento elástico en la viga. Posteriormente, con el transcurso del tiempo se van a producir deformaciones lentas en el concreto, por contracción de fragua y deformación plástica, en un proceso que dura varios años. Estos acortamientos de la viga producen una disminución de longitud del acero de presforzado, lo que se traduce en pérdidas de tensión en el acero.

Otra causa de pérdida de tensión en el acero de presforzado es la relajación, que es un fenómeno de comportamiento plástico del acero a tensiones elevadas, produciéndose una disminución del

esfuerzo cuando se mantiene a longitud constante. Se puede estimar este valor en un 6% de la tensión inicial para aceros normales y en un 2% de la tensión inicial para aceros de baja relajación.

Una última causa de pérdida de tensiones, en el caso de tendones postensados, es la fricción que se produce al tensar el acero. Esta fricción depende del tipo de acero y del tipo de ducto empleado, por lo que es recomendable emplear los coeficientes de fricción proporcionados por el fabricante de los anclajes y tendones empleados.

La norma ACI-318-02 establece que inmediatamente después de la transferencia los esfuerzos en el acero no deben exceder de $0.82f_{py}$ ni de $0.74 f_{pu}$; igualmente establece que en los anclajes y acopladores, inmediatamente después de la transferencia, los esfuerzos en el acero no deben exceder de $0.70 f_{pu}$.

Debe tenerse presente que las pérdidas de tensión tienen muy poco efecto en la resistencia última de la viga, pero si afectan mucho a las condiciones de servicio, en particular a la fisuración y deflexiones iniciales.

26.6 DISEÑO DE ESTRUCTURAS

El ACI-318-02 establece que el diseño de los elementos presforzados se basará en resistencia y en el comportamiento en condiciones de servicio. Igualmente establece que las estructuras presforzadas en flexión van a tener un comportamiento en función del esfuerzo máximo de tracción f_t , calculado en condiciones de servicio en la zona donde se ha aplicado la fuerza de precompresión, debiendo pertenecer a las Clases U, T ó C.

Por las limitaciones del capítulo presente, solo se van a tratar estructuras isostáticas de la Clase U, que se comportan como elementos no fisurados, sin entrar a desarrollar procedimientos detallados del dimensionamiento de una estructura presforzada, que muchas veces se hace en base a experiencias con estructuras similares.

El procedimiento a seguirse es dimensionar la estructura y la fuerza de presforzado para cumplir las condiciones de servicio y verificar la resistencia última de la estructura. Esto exige hacer tres tipos de verificaciones:

- en etapa inicial, al aplicar la fuerza en el gato para el acero y cuando se ha producido la transferencia de esfuerzos para el concreto, donde los esfuerzos van a ser los más elevados para estos materiales;
- en condiciones de servicio, cuando se han producido todas las pérdidas de tensión, sin sobrecarga y con toda la sobrecarga aplicada;
- en etapa última, cuando se comprueba la resistencia última de la sección.

26.6.1 Esfuerzos Admisibles

El ACI-318-02 establece en su artículo 18.4.1 que los esfuerzos en el concreto inmediatamente después de la transferencia, antes de que se produzcan las pérdidas de tensión dependientes del tiempo, no excederán de:

(a) compresión en la fibra extrema	$0.60 \sqrt{f'_{ci}}$
(b) tracción en la fibra extrema, excepto como se permite en (c)	$0.80 \sqrt{f'_{ci}}$
(c) tracción en la fibra extrema, en los apoyos de elementos simplemente apoyados	$1.60 \sqrt{f'_{ci}}$

En el artículo 18.4.2 establece que para elementos de la Clase U los esfuerzos en el concreto bajo cargas de servicio, calculados en una sección sin fisurar y después que se han producido todas las pérdidas de tensión, no excederán de:

(a) compresión en la fibra extrema, debida al presforzado mas cargas permanentes mas la parte de sobrecarga que esta aplicada por periodos largos de tiempo	$0.45f'_c$
(b) compresión en la fibra extrema, debida al presforzado mas carga total	$0.60f'_c$
(c) tracción en la fibra extrema, debida al presforzado mas carga total	$2.00f'_c$

Los esfuerzos admisibles en el acero de presforzado han sido dados en el artículo anterior.

26.6.2 Módulos Mínimos de una Sección

Las condiciones de verificación que se deben cumplir para un diseño en condiciones de servicio, para una estructura de Clase U, son que no se excedan los esfuerzos admisibles en ninguna de las etapas de carga. El cumplimiento de estas condiciones en la etapa de transferencia y en la de carga total permite establecer los valores mínimos que deben tener los módulos de sección en la fibra superior y en la inferior. Para la fibra superior este valor es:

$$S^s \leq \frac{M_a + (1 - \eta) M_1}{\eta f_{ci} - f_{ti}}$$

Para la fibra inferior el valor es:

$$S^i \leq \frac{M_a + (1 - \eta) M_1}{\eta f_{ci} - f_t}$$

en donde:

S^s = módulo de sección de la fibra superior

S^i = módulo de sección de la fibra inferior

M_2 = momento para carga total

M_1 = momento para la carga existente en la transferencia

$$M_a = M_2 - M_1$$

$\eta = f_{se} / f_{si}$ = esfuerzo estable/esfuerzo en la transferencia

f_{ci} = esfuerzo admisible de compresión en la transferencia

f_{ti} = esfuerzo admisible de tracción en la transferencia

f_c = esfuerzo admisible de compresión bajo carga total

f_t = esfuerzo admisible de tracción bajo carga total

Se debe elegir una sección que satisfaga estos módulos mínimos y luego verificar en todas las etapas de carga que no se excedan los esfuerzos admisibles. Cuando la relación M_1/M_a excede de 0.30 hay una condición de verificación en la fibra superior que no se puede satisfacer, y el esfuerzo va a ser siempre menor que el admisible; esto hace que no se pueda emplear el módulo de sección superior y sólo se busca cumplir el módulo de sección inferior elevando el centro de gravedad de la sección.

26.6.3 Resistencia en Flexión

El ACI-318-02 establece en 18.7.1 que la resistencia en flexión de elementos presforzados se puede calcular empleando ecuaciones similares a las empleadas para los elementos de concreto armado. Para el acero presforzado se reemplazará el valor de f_y por el valor de f_{ps} , esfuerzo en el acero de presforzado en la resistencia nominal.

La condición de verificación es:

$$M_u \leq \phi M_n$$

donde:

M_u = momento último requerido, de acuerdo con 9.2.1 del ACI-318-02

ϕ = factor de reducción de resistencia, de acuerdo con 9.3.2 del ACI-318-02

M_n = momento nominal resistente

Para secciones controladas en tracción en las que la zona en compresión es rectangular, se tiene que:

$$M_n = A_s f_{ps} (d - a/2)$$

$$\phi = 0.90$$

El valor de f_{ps} se puede determinar compatibilizando las deformaciones y con el equilibrio de fuerzas. Cuando los porcentajes de acero no son altos se puede emplear la ecuación dada por el ACI-318-02 en el artículo 18.7.2, para tendones adheridos:

$$f_{ps} = f_{pu} \left\{ 1 - \frac{\gamma_p}{\beta_1} \left[\rho_p \frac{f_{pu}}{f_c} + \frac{d}{d_p} (\omega - \omega') \right] \right\}$$

en donde:

- f_{ps} = esfuerzo en el acero de presforzado en la resistencia nominal
 f_{pu} = resistencia especificada a la tracción del acero de presforzado
 f_{py} = esfuerzo especificado de fluencia del acero presforzado
 γ_p = factor por el tipo de acero de presforzado
 = 0.55 para f_{py}/f_{pu} no menor que 0.80
 = 0.40 para f_{py}/f_{pu} no menor que 0.85
 = 0.28 para f_{py}/f_{pu} no menor que 0.90
 β_1 = factor definido en 10.2.7.3 del ACI-318-02
 A_{ps} = área de acero presforzado en la zona de tracción
 A_s = área de acero no presforzado en la zona de tracción
 d_p = peralte útil al centroide del acero presforzado
 d = peralte útil al centroide del acero no presforzado
 ρ_p = cuantía de acero presforzado = A_{ps}/bd_p
 ρ = cuantía de acero en tracción no presforzado = A_s/bd
 ρ' = cuantía de acero en compresión no presforzado = A'_s/bd
 ω = $\rho f_y / f'_c$
 ω' = $\rho' f_y / f'_c$

26.6.4 Seguridad respecto a la Fisuración

Para evitar que se presente una falla repentina de flexión inmediatamente después de la fisuración del concreto, que es muy peligrosa porque habría muy poca deflexión de la viga que avise lo inminente de la falla, el ACI-318-02 en el artículo 18.2.2 exige que exista una cantidad de acero presforzado y no presforzado que permita resistir una carga amplificada de por lo menos 1.2 veces la carga de fisuración calculada en base a un valor de f_r de $2\sqrt{f'_c}$.

No es necesario cumplir con esta disposición si la resistencia en flexión y corte es por lo menos el doble de la resistencia requerida por el ACI-318-02.

Si se emplean concretos con agregados livianos, el valor de f_r se determinara de acuerdo a lo indicado en el artículo 9.5.2.3 del ACI-318-02.

EJEMPLOS

Ejemplo 26.1

Diseñar una viga postensada simplemente apoyada, con espaciamientos de 5.00m entre ejes, de 20.00m de luz y que soporta una losa de techo que pesa 300 kg/m², un material de cobertura que pesa 100 kg/m² y una sobrecarga de 500 kg/m². Se considera que el 40% de la sobrecarga tiene aplicación de larga duración.

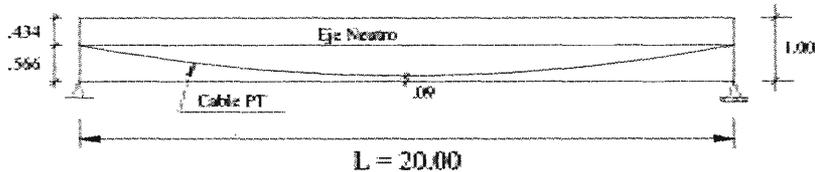


Figura 26.8

Se va a emplear concreto de $f'_c = 350 \text{ kg/cm}^2$, con una resistencia f'_{ci} en la transferencia de 280 kg/cm². El acero de postensado será de torones de 1/2" de calidad 175/150 ($f_{pu} = 17500 \text{ kg/cm}^2$ y $f_{py} = 15000 \text{ kg/cm}^2$). Se asume un coeficiente de pérdidas de tensión $\zeta = f_{se}/f_{si} = 0.82$

Los esfuerzos admisibles son:

- $f_{ci} = 0.6 \times 280 = 168 \text{ kg/cm}^2$
- $f_{ti} = -0.8 \sqrt{280} = -13.4 \text{ kg/cm}^2$
- $f_c = 0.45 \times 350 = 157.5 \text{ kg/cm}^2$ (para cargas permanentes)
- $f_c = 0.60 \times 350 = 210 \text{ kg/cm}^2$ (para carga total)
- $f_t = -2 \sqrt{350} = -37.4 \text{ kg/cm}^2$

Para determinar los módulos mínimos de la sección, calculamos los momentos actuantes:

- peso propio = estimado = 1000 kg/m
- losa = 300 kg/m² x 5m = 1500 kg/m
- $w_1 = 1000 + 1500 = 2500 \text{ kg/m}$
- $M_1 = 2500 \times 20^2 / 8 = 125000 \text{ kgxm}$
- cobertura = 100 kg/m² x 5m = 500 kg/m
- sobrecarga = 500 kg/m² x 5m = 2500 kg/m
- $w_a = 500 + 2500 = 3000 \text{ kg/m}$
- $M_a = 3000 \times 20^2 / 8 = 150000 \text{ kgxm}$

Hallamos los módulos mínimos:

$$S^s = \frac{150000 \times 100 + (1 - 0.82)125000 \times 100}{210 - 0.82 \times (-37.4)}$$

$$S^s = 78059 \text{ cm}^3$$

$$S^i = \frac{150000 \times 100 + (1 - 0.82)125000 \times 100}{0.82 \times 168 - (-37.4)}$$

$$S^i = 98481 \text{ cm}^3$$

Calculamos la relación:

$$M_i/M_a = 125000/150000 = 0.833 > 0.30$$

Esto nos indica que solo vamos a buscar el módulo inferior y que el centro de gravedad debe estar por encima de la mitad de la altura de la sección. Escogemos la sección que se muestra en la figura:

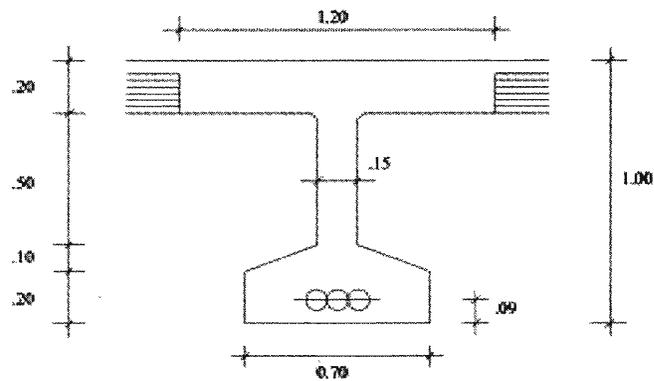


Figura 26.9

Calculamos las características geométricas de esta sección:

$$A = 4975 \text{ cm}^2$$

$$y_s = 43.4 \text{ cm}$$

$$y_i = 56.6 \text{ cm}$$

$$I = 6459300 \text{ cm}^4$$

$$S_s = 148832 \text{ cm}^3$$

$$S_i = 114122 \text{ cm}^3$$

$$c_s = I/Ay_s = 22.9 \text{ cm}$$

$$c_i = I/Ay_i = 29.9 \text{ cm}$$

$$e = 56.6 - 9 = 47.6 \text{ cm}$$

La fuerza de presforzado esta dada por 3 cables de 12 torones de 1/2" cada uno, con una fuerza inicial de 420 toneladas y una fuerza estable de 345 toneladas, con un trazado parabólico con una excentricidad de 47.6 cm en el centro de la luz y de 0.00 cm en los apoyos.

Calculamos el peso propio de la viga y los momentos actuantes en servicio:

$$pp = 0.4975 \text{ m}^2 \times 2400 \text{ kg/m}^3 - 1.20\text{m} \times 300 \text{ kg/m}^2 = 834 \text{ kg/m}$$

$$w_1 = 834 + 1500 = 2334 \text{ kg/m}$$

$$M_1 = 2334 \times 20^2 / 8 = 116700 \text{ kgxm}$$

$$w_{D+Lp} = (2334 + 500) + 0.4 \times 2500 = 3834 \text{ kg/m}$$

$$M_{D+Lp} = 3834 \times 20^2 / 8 = 191700 \text{ kgxm}$$

$$w_2 = 2334 + 500 + 2500 = 5334 \text{ kg/m}$$

$$M_2 = 5334 \times 20^2 / 8 = 266700 \text{ kgxm}$$

Calculamos los esfuerzos en fibra superior y fibra inferior para el presforzado y los distintos momentos actuantes:

$$PT \text{ inicial} = 420000/4975 \times (1 - 47.6/29.9) = -50.0 \text{ kg/cm}^2$$

$$420000/4975 \times (1 + 47.6/22.9) = +259.9 \text{ kg/cm}^2$$

$$PT \text{ estable} = 345000/4975 \times (1 - 47.6/29.9) = -41.1 \text{ kg/cm}^2$$

$$345000/4975 \times (1 + 47.6/22.9) = +213.5 \text{ kg/cm}^2$$

$$M_1 = 116700 \times 100/148832 = +78.4 \text{ kg/cm}^2$$

$$116700 \times 100/114122 = -102.3 \text{ kg/cm}^2$$

$$M_{D+Lp} = 191700 \times 100/148832 = +128.8 \text{ kg/cm}^2$$

$$191700 \times 100/114122 = -168.0 \text{ kg/cm}^2$$

$$M_2 = 266700 \times 100/148832 = +179.2 \text{ kg/cm}^2$$

$$266700 \times 100/114122 = -233.7 \text{ kg/cm}^2$$

Efectuamos la verificación de esfuerzos. En etapa inicial:

PT inicial:	-50.0	+259.9
M ₁ :	<u>+78.4</u>	<u>-102.3</u>
	+28.4 > -13.4	+157.6 < +168.0

Es conforme. En etapa estable:

$$\begin{array}{lcl} \text{PT} & : & -41.1 \qquad \qquad \qquad +213.5 \\ M_1 & : & \underline{+78.4} \qquad \qquad \qquad \underline{-102.3} \\ & & +37.3 > -37.4 \qquad \qquad +111.2 < +157.5 \end{array}$$

Es conforme. En etapa de carga permanente:

$$\begin{array}{lcl} \text{PT} & : & -41.1 \qquad \qquad \qquad +213.5 \\ M_{D+Lp} & : & \underline{+128.8} \qquad \qquad \qquad \underline{-168.0} \\ & & +87.7 < +157.5 \qquad \qquad +45.5 > -37.4 \end{array}$$

Es conforme. En etapa de carga total:

$$\begin{array}{lcl} \text{PT} & : & -41.1 \qquad \qquad \qquad +213.5 \\ M_2 & : & \underline{+179.2} \qquad \qquad \qquad \underline{-233.7} \\ & & +138.1 < +157.5 \qquad \qquad -20.2 > -37.4 \end{array}$$

Es conforme.

Verificamos la resistencia de la viga.

La carga última y el momento último son:

$$w_u = 1.2 \times 2834 + 1.6 \times 2500 = 7400.8 \text{ kg/m}$$

$$M_u = 7400.8 \times 20^2 / 8 = 370040 \text{ kgxm}$$

El área de acero es:

$$A_{ps} = 3 \text{ cables} \times 12 \text{ torones} \times 0.929 \text{ cm}^2 = 33.44 \text{ cm}^2$$

$$f_{pu} = 17500 \text{ kg/cm}^2$$

Calculamos f_{ps} .

$$f_{py}/f_{pu} = 15000/17500 = 0.857 > 0.85, \text{ luego: } \gamma_p = 0.40$$

$$f'c = 350 \text{ kg/cm}^2, \text{ luego: } \beta_1 = 0.80$$

$$\rho_p = A_{ps}/bd_p = 33.44 / (120 \times 91) = 0.00306$$

$$f_{ps} = 17500(1 - 0.40 \times 0.00306 \times 17500 / (0.80 \times 350)) = 16161 \text{ kg/cm}^2$$

Calculamos ϕM_n :

$$\phi M_n = 0.9 \times 33.44 \times 16161 \times (91 - 33.44 \times 16161 / (2 \times 0.85 \times 350 \times 120)) / 100$$

$$\phi M_n = 405793 \text{ kgxm} > 370040 \text{ kgxm}$$

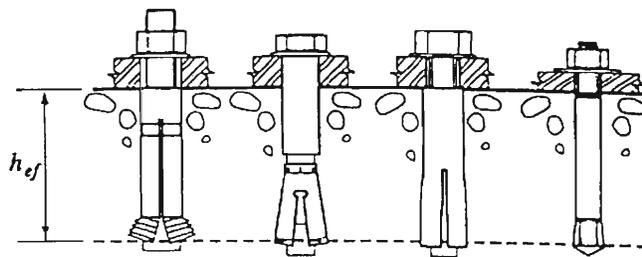
Es conforme.

27. Pernos de Anclajes

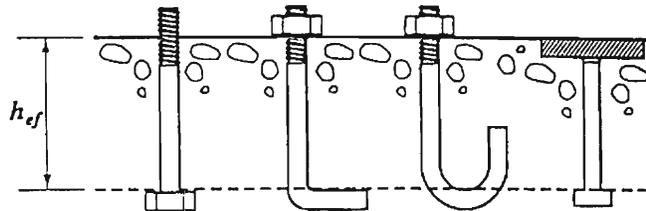
Este capítulo está de acuerdo al apéndice D del ACI-318-02

27.1 TIPO DE PERNOS

Pueden ser colocados antes de la llena o posteriormente a ésta.



(a) anclajes post-instalados.



(b) anclajes vaciados in situ

Figura 27.1 Tipos de anclajes

Si el perno está empotrado en una losa o en un muro de espesor h , la altura del perno h_f deberá cumplir:

$$h_{ef} \leq 2/3 h$$

$$h_{ef} \leq h - 10 \text{ cm.}$$

Si la distancia al borde $C_{\max} = 1.5 h_f$ la altura del perno se limitará a:

$$h_f \leq \frac{C_{\max}}{1.5}$$

Si d_0 es el diámetro del perno, y n_t es el número de hilos por pulgada de la rosca del perno, el área útil del mismo será:

$$A_{se} = \frac{\pi}{4} \left(d_0 - \frac{0.9743}{n_t} \right)^2 \quad (\text{ACI-Ec(D-0)})$$

27.2 TIPO DE FALLAS

Un perno puede fallar por su resistencia en si o por la resistencia del concreto que lo rodea. Las formas típicas de falla son:

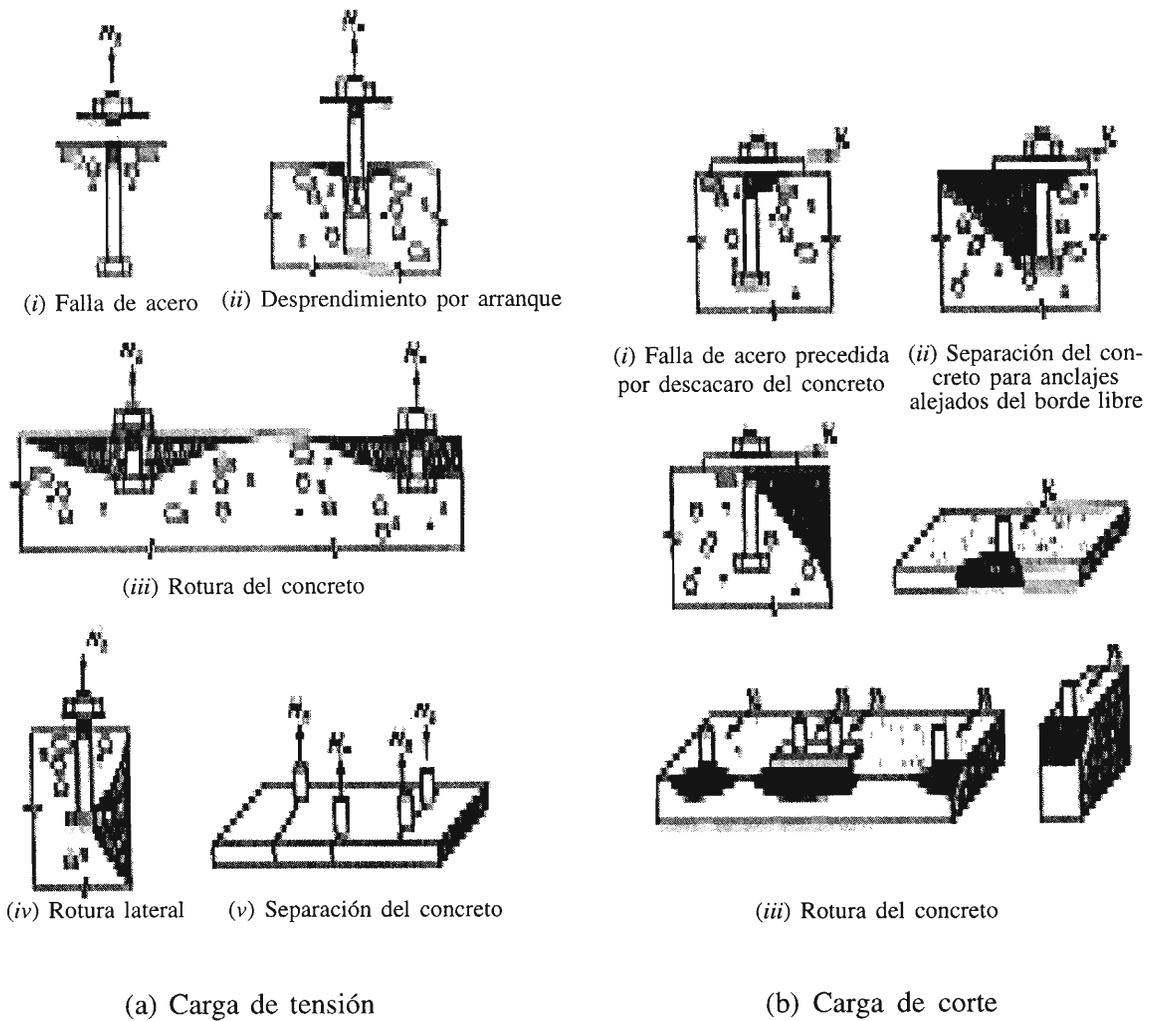


Figura 27.2 Modos de falla para anclajes

Si N_n es la carga nominal a la tracción del perno y V_n la carga nominal al corte, las máximas cargas a la rotura serán:

$$N_u \leq \phi N_n$$

$$V_u = \phi V_n$$

Los factores ϕ que se emplean son:

a) Anclajes con resistencia gobernada por el acero dúctil del perno:

$$\text{Tracción} \quad \phi = 0.75$$

$$\text{Corte} \quad \phi = 0.65$$

b) Anclaje con resistencia gobernada por el acero quebradizo o frágil:

$$\text{Tracción} \quad \phi = 0.65$$

$$\text{Corte} \quad \phi = 0.60$$

c) Anclajes con resistencia gobernada por la rotura del concreto, "A" cuando se coloca refuerzo adicional para evitar la rotura del concreto y "B" cuando no se coloca refuerzo adicional.

	"A"	"B"
Corte	$\phi = 0.75$	$\phi = 0.70$
Tracción:		
a) Pernos instalados antes de la llena, con cabeza o gancho	$\phi = 0.75$	$\phi = 0.70$
b) Pernos instalados posteriormente a la llena (ACI 355.2)		
- Categoría 1 con baja sensibilidad a la instalación y alta resolución	$\phi = 0.75$	$\phi = 0.70$
- Categoría 2 con sensibilidad media a la instalación y mediana sensibilidad	$\phi = 0.65$	$\phi = 0.55$
Categoría 3 con alta sensibilidad a la instalación y baja resolución	$\phi = 0.55$	$\phi = 0.45$

En regiones sísmicas en lugar de tomar los factores ϕ indicados, se tomará $\phi = 0.75$

27.3 RESISTENCIA DE LOS PERNOS A LA TRACCIÓN

a) ROTURA POR EL PERNO:

Si N_s es la resistencia nominal a la tracción de un grupo de n pernos

$$N_s = A_{sc} f_{ub} \quad (\text{ACI-Ec(D-3)})$$

Donde : $f_{ut} \leq 1.9 f_y$

$$f_{ut} \leq 8800 \text{ Kg/cm}^2$$

b) ROTURA POR EL CONCRETO

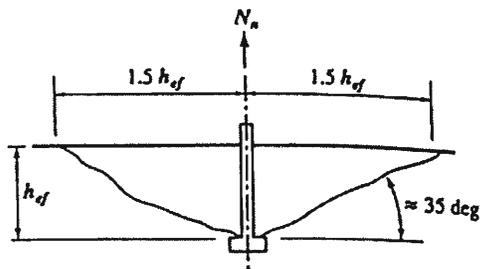
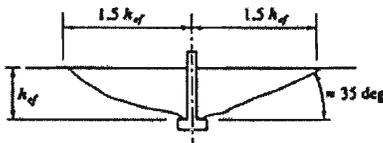


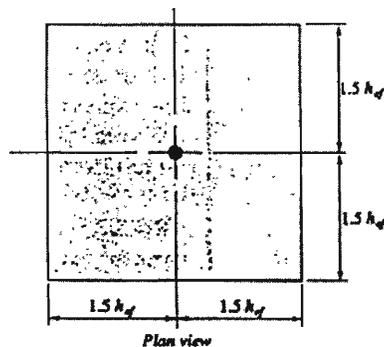
Figura 27.3 Cono de rotura para tensión

Sea A_n el área resistente de un perno lejos del borde del elemento considerando la pirámide de rotura con lados a $1.5 h_f$ del centro del perno.

La distancia al borde crítica para pernos y anclajes es $1.5 h_{ef}$.



Sección a través del cono de falla

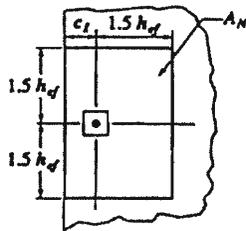


$$A_{Nc} = [2(1.5) h_{ef}] [2(1.5) h_{ef}] = 9h_{ef}^2$$

Figura 27.4 cálculo de A_n

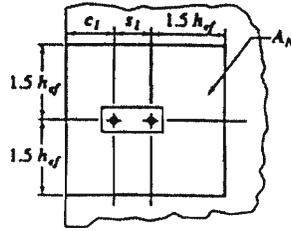
$$A_N = (2 \times 1.5 h_{ef}) (2 \times 1.5 h_{ef}) = 9 h_{ef}^2 \quad (\text{ACI-Ec(D-6)})$$

Si N_b es la resistencia a la rotura del concreto para un perno individual a la tracción y A_N es el área resistente del concreto.



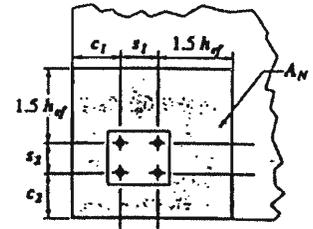
$$A_N = (c_1 + 1.5 h_{ef}) (2 \times 1.5 h_{ef})$$

si $c_1 < 1.5 h_{ef}$



$$A_N = (c_1 + s_1 + 1.5 h_{ef}) (2 \times 1.5 h_{ef})$$

si $c_1 < 1.5 h_{ef}$ y $s_1 < 3 h_{ef}$



$$A_N = (c_1 + s_1 + 1.5 h_{ef}) (c_2 + s_2 + 1.5 h_{ef})$$

si c_1 y $c_2 < 1.5 h_{ef}$
y s_1 y $s_2 < 3 h_{ef}$

Figura 27.5 Áreas proyectadas para anclajes simples y grupos de anclajes y cálculo de A_N

La resistencia a la rotura de un perno será:

$$N_{cb} = \frac{A_N}{A_{NO}} \psi_2 \psi_3 N_b \quad (\text{ACI-Ec(D-4)})$$

Y para un grupo de pernos

$$N_{cbg} = \frac{A_N}{A_{NO}} \psi_1 \psi_2 \psi_3 N_b \quad (\text{ACI-Ec(D-5)})$$

N_b es la resistencia a la rotura del concreto de un perno simple

$$N_b = K \sqrt{f'_c} h_{ef}^{1.5} \quad (\text{ACI-Ec(D-7)})$$

Donde $K = 10.2$ para anclajes colocados antes de la llena

$K = 7.2$ para anclajes colocados después de la llena

Alternativamente para pernos con $h_f \geq 28$ cm y $h_f \leq 64$ cm se puede formar

$$N_b = 5.8 \sqrt{f'_c} h_{ef}^{5/3} \quad (\text{ACI-Ec(D-8)})$$

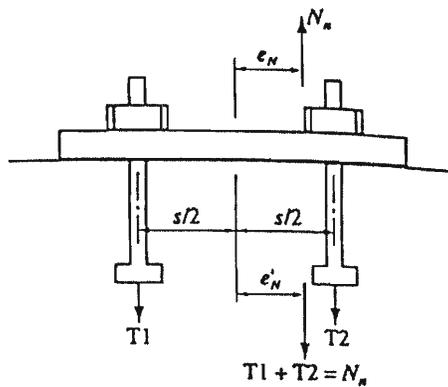
En estas fórmulas $f'_c \leq 700 \text{ kg/cm}^2$ para anclajes colocados antes de la llena y $f'_c \leq 560 \text{ kg/cm}^2$, para anclajes colocados después de la llena. Cuando se usa concretos con $f'_c > 560 \text{ kg/cm}^2$ se deberá efectuar pruebas posteriores a la instalación.

Para concretos con agregados livianos se multiplicará $\sqrt{f'_c}$ por 0.75 y para concretos con arena normal y agregados livianos $\sqrt{f'_c}$ se multiplicará por 0.85.

Los factores ψ que se indican en las fórmulas anteriores son:

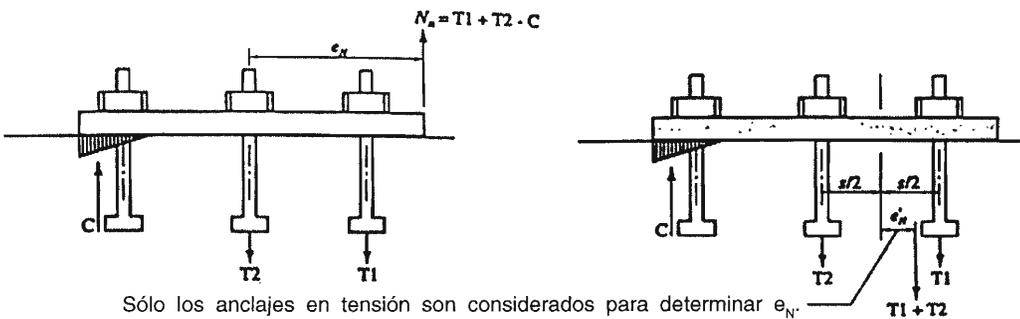
Cuando la carga de tracción está centrada con el grupo de pernos $\psi_1 = 1$

Cuando hay una excentricidad e'_N como se muestra en las figuras:



Si $e_N < s/2$ entonces $e'_N = e_N$

a) Cuando todos los anclajes en grupo están en tensión



b) Sólo cuando algunos anclajes del grupo están en tensión

Figura 27.6 Definición de la dimensión e'_N para grupo de anclajes

$$\psi_1 = \frac{1}{\left(1 + \frac{2e'_N}{3h_f}\right)} \leq 1 \quad (\text{ACI-Ec(D-9)})$$

Cuando hay excentricidad en dos direcciones se calculará ψ_1 para cada dirección y el factor a aplicar en la fórmula (ACI-Ec(D-5)) será el producto de estos dos ψ_1 .

El factor de borde ψ_2 si $c_{\min} \geq 1.5 h_{ef}$

$$\psi_2 = 1 \quad (\text{ACI-Ec(D-10)})$$

Si $c_{\min} < 1.5 h_{ef}$

$$\psi_2 = 0.7 + 0.3 \frac{c_{\min}}{1.5h_{ef}} \quad (\text{ACI-Ec(D-11)})$$

El factor ψ_3 que toma en cuenta las rajaduras del concreto, cuando $f_t < f_r$ en cargas de servicio.

Para pernos colocados antes de la llena $\psi_3 = 1.25$

Para pernos colocados después de la llena $\psi_3 = 1.4$

Cuando el cálculo indica rajaduras con las cargas de servicio

$$f_t > f_r \quad \psi_3 = 1$$

27.4 PRUEBAS A LA TRACCIÓN

La resistencia máxima a la tracción N_{pr} será

$$N_{pr} \leq \psi_4 N_p \quad (\text{ACI-Ec(D-12)})$$

Donde N_p se basará en 5 pruebas de acuerdo a ACI - 355.2.

Para pernos con cabeza colocados antes de la llena se puede calcular también N_p como sigue:

$$N_p \leq A_{brg} 8 f'_c \quad (\text{ACI-Ec(D-13)})$$

Donde A_{brg} es el área a la compresión de la cabeza del perno

Para pernos que terminan en gancho.

$$N_p \leq 0.9 f'_c l_h d_o \quad (\text{ACI-Ec(D-14)})$$

Donde l_h es la distancia del borde interior del perno a la parte exterior del gancho y debe cumplir:

$$l_h \geq 3d_o$$

$$l_h \leq 4.5 d_o$$

El factor ψ_4 cuando el concreto no raja con las cargas de

$$\text{servicio} \quad (f_t < f_r) \quad \psi_4 = 1.4$$

$$\text{Para otros Casos} \quad \psi_4 = 1.0$$

27.5 ROTURA LATERAL DEL CONCRETO EN PERNOS A TRACCIÓN

Cuando $c < 0.4 h_f$, la resistencia nominal N_{sb} del perno será:

$$N_{sb} \leq 42.6 c \sqrt{A_{brg}} \sqrt{f'_c} \quad (\text{ACI-Ec(D-15)})$$

Cuando un perno individual tiene la distancia perpendicular c_2 a menos de $3c$ del borde, el valor

$$N_{sb} \text{ se multiplicará por el factor } \frac{1 + \frac{c_2}{c}}{4} \text{ donde } \frac{c_2}{c} \geq 1 \text{ y } \frac{c_2}{c} \leq 3$$

Para el caso de varios pernos con $c < 0.4 h_{ef}$ y espaciados entre ellos a menos de $6c$, la resistencia a la tracción será.

$$N_{shg} \leq \left(1 + \frac{S_o}{6c}\right) N_{sb} \quad (\text{ACI-Ec(D-16)})$$

Donde S_o es el espaciamiento de los pernos exteriores cercanos al borde y N_{sb} se calcula por la fórmula (ACI-Ec(D-15))

27.6 DISEÑO DE PERNOS SOMETIDOS A FUERZA CORTANTE

A) ROTURA POR EL PERNO

La resistencia a la rotura de un grupo de "studs" o pernos con cabeza al corte V_s será:

a) Para anclajes "studs" con cabeza colocados antes de la llena

$$V_s = n A_{se} f_{ut} \quad (\text{ACI-Ec(D-17)})$$

$$\text{Donde } f_{ut} \leq 1.9 f_y \quad f_{ut} = 8880 \text{ kg/cm}^2$$

b) Para pernos con cabeza o gancho colocados antes de la llena:

$$V_s = n 0.6 A_{se} f_{ut} \quad (\text{ACI-Ec(D-18)})$$

$$\text{Donde } f_{ut} \leq 1.9 f_y \quad \text{y} \quad f_{ut} \leq 8880 \text{ kg/cm}^2$$

c) Para pernos instalados después de la llena del concreto

$$V_s \leq n(0.6A_{se} f_{ut} + 0.4 A_{sf} f_{utsi}) \quad (\text{ACI-Ec(D-19)})$$

Donde A_{si} es el área de la funda del perno y f_{utsi} la resistencia de la funda o manguito del perno

$$f_{ut} \leq 1.9 f_y \quad f_{ut} \leq 8800 \text{ Kg/cm}^2$$

Cuando los pernos se colocan con "grouting" los valores anteriores de V_s se multiplicarán por 0.8

B) ROTURA POR EL CONCRETO

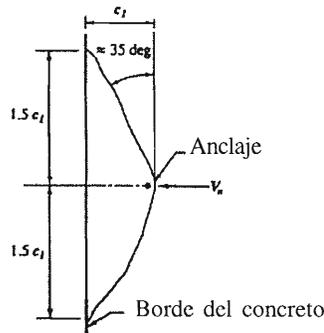


Figura 27.7 Cono de rotura para corte

Las formas de rotura por el concreto se indican en la figura 27.7 y 27.8

Las distancia al borde crítica para pernos y anclajes es $1.5c_1$

Centro de anclaje donde cruza la superficie libre

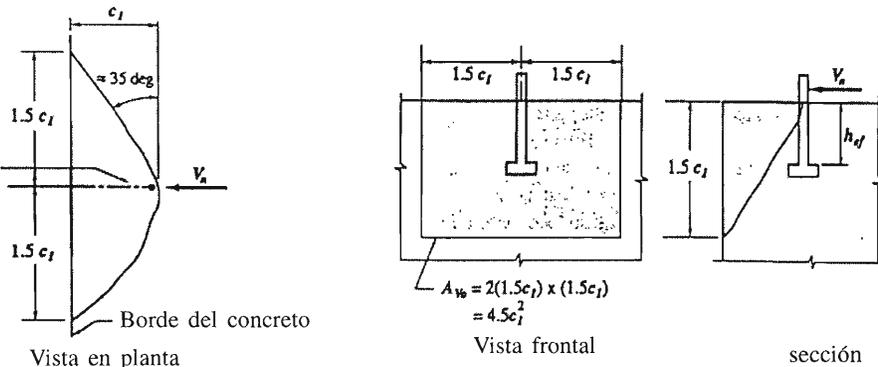
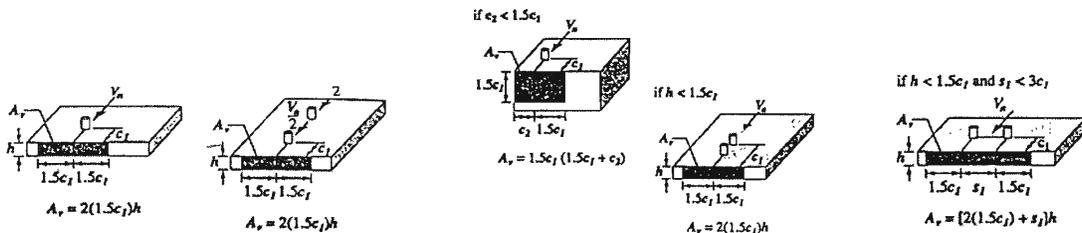


Figura 27.8(a) Cálculo de A_{vo}



Nota: La suposición de la distribución de fuerzas indica que la mitad del corte sería crítica en el anclaje frontal y su área proyectada.

Nota: La otra suposición de la distribución fuerzas de (que es aplicable sólo donde los anclajes están rígidamente conectados al adjunto) indica que la fuerza cortante total sería crítica en el anclaje posterior y su área proyectada

Figura 27.8(b) Area proyectada para anclajes simples y grupo de anclajes y cálculo de A_v

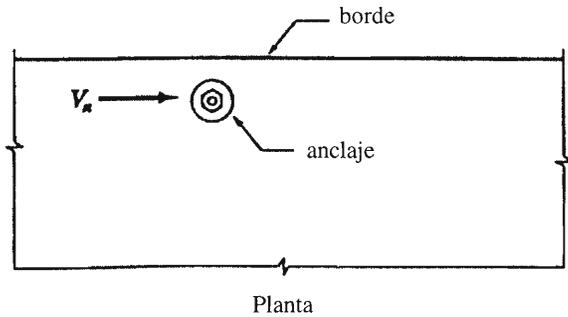


Figura 27.8(c) Fuerza de corte paralela a un borde

La fuerza nominal de corte de un perno simple será:

$$V_{cb} \leq \frac{A_v}{A_{vo}} \Psi_6 \Psi_7 V_b \quad (\text{ACI-Ec(D-20)})$$

y para un grupo de pernos:

$$V_{cbq} \leq \frac{A_v}{A_{vo}} \Psi_5 \Psi_6 \Psi_7 V_b \quad (\text{ACI-Ec(D-21)})$$

Donde $A_{vo} = 4.5 c_1^2$ como se ve en la figura 28.8(a) y A_v depende del espesor del concreto como se muestra en la figura 28.8(b).

(ACI-Ec(D-22))

La fuerza básica de rotura del concreto V_b para un perno será:

$$V_b = 1.86 \left(\frac{l}{d_p} \right)^{0.2} \sqrt{d_o} \sqrt{f'_c} (c_1)^{1.5} \quad (\text{ACI-Ec(D-23)})$$

Para "studs" o pernos con cabeza o pernos con gancho soldados a planchas o platinas con espesor mínimo de 3/8" ó $d_o/2$, la fuerza básica de rotura será:

$$V_b = 2.13 \left(\frac{l}{d_o} \right)^{0.2} \sqrt{d_o} \sqrt{f'_c} (c_1)^{1.5} \quad (\text{ACI-Ec(D-24)})$$

Teniendo en cuenta lo siguiente:

- Para un grupo de anclajes la resistencia está determinada en la resistencia de la fila de anclajes más alejada del borde.

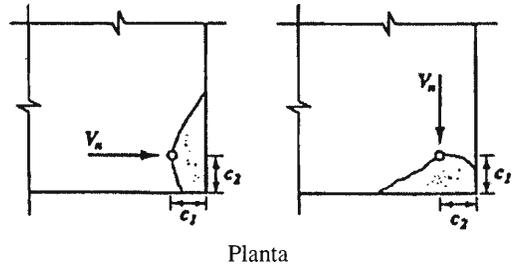


Figura 27.8(d) Fuerza de corte cerca a esquina

b) La distancia entre pernos centro a centro sea mayor o igual a 6.5cm.

c) En las esquinas se coloque refuerzo adicional si $c_2 = 1.5h_{ef}$

En el caso especial de anclajes con 3 o más bordes c_1 se limitará a $h/1.5$.

En la fórmula (ACI-Ec(D-21)) el factor de excentricidad será:

$$\psi_5 = \frac{1}{1 + \frac{2e'_v}{3c_1}} \leq 1 \quad (\text{ACI-Ec(D-25)})$$

Donde e'_v es la excentricidad de la fuerza de corte con relación al centro de gravedad de los pernos de anclaje. Esta fórmula vale para $e'_v = s/2$ donde s es la distancia entre ejes de pernos (ver figura 28.9).

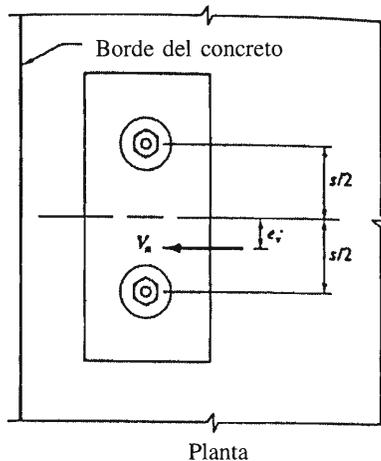


Figura 28.9 Definición de dimensiones e'_v

El factor ψ_6 para tomar en cuenta el efecto del borde será:

$$\psi_6 = 0.7 \text{ si } c_2 \geq 1.5c_1 \quad (\text{ACI-Ec(D-26)})$$

$$\psi_6 = 0.7 + 0.3 \frac{c_2}{1.5c_1} \quad (\text{ACI-Ec(D-27)})$$

$$\text{Si } c_2 < 1.5 c_1$$

El factor ψ_7 se tomará como sigue:

Cuando el análisis indica que no hay rajadura en el concreto para las cargas de servicio, o sea cuando

$$f_t < f_r \quad \psi_7 = 1.4$$

Cuando reproducen rajaduras en el concreto se tomará como sigue:

$\psi_7 = 1$ Cuando no hay refuerzo adicional o el refuerzo de las esquinas es menor a un fierro # 4.

$\psi_7=1.2$ Cuando hay refuerzo adicional $\geq 1 \# 4$ entre el anclaje y el borde.

$\psi_7=1.4$ Cuando hay refuerzo adicional $\geq 1 \# 4$ entre el perno y el borde y con refuerzo suplementario encerrado con estribos espaciados a menos de 10 cm.

La tensión nominal para arrancar (pryout) un perno será:

$$V_{cp} \leq K_{cp} N_{cb} \tag{ACI-Ec(D-28)}$$

Donde N_{cb} se calcula por la fórmula (ACI-Ec(D-4)) y

$$K_{cp} = 1.0 \text{ para } h_{ef} < 6.5 \text{ cm.}$$

$$K_{cp} = 2.0 \text{ para } h_{ef} \geq 6.5 \text{ cm.}$$

27.7 INTERACCIÓN DE LAS FUERZAS DE TRACCIÓN Y DE CORTE

Si $V_u \leq 0.2 \phi V_n$ se permite la tensión total de tracción $N_u \leq \phi N_n$

Si $N_u \leq 0.2 \phi N_n$ se permite la tensión total de corte $V_u \leq \phi V_n$

Si $V_u > 0.2 \phi V_n$ y $N_u > 0.2 \phi N_n$

$$\frac{N_u}{\phi N_n} + \frac{V_u}{\phi V_n} \leq 1.2 \tag{ACI-Ec(D-29)}$$

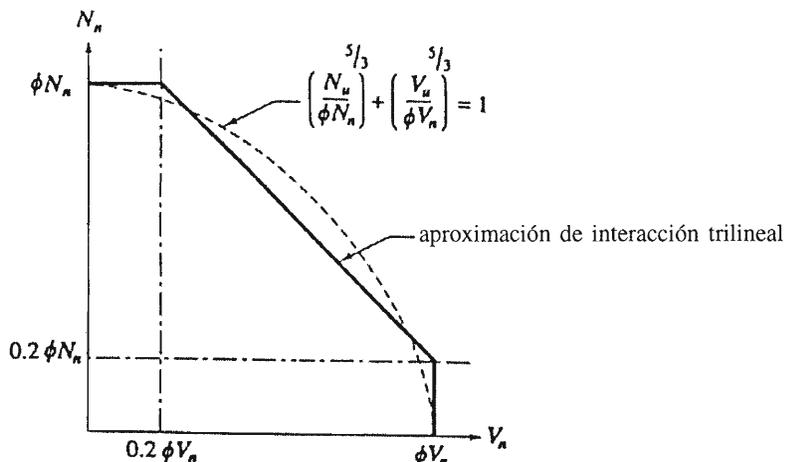


Figura 28.10 Ecuación de interacción de carga de corte y tensión

27.8 RECUBRIMIENTOS Y DISTANCIAS ENTRE PERNOS:

La distancia s entre centros de pernos será:

$s \geq 4d_o$ para pernos colocados antes de la llena y que no tengan torsión.

$s \geq 6d_o$ para pernos colocados antes de la llena y que tengan torsión y para pernos colocados después de la llena.

La distancia mínima a los bordes para pernos colocados antes de la llena, si no hay torsión, será el recubrimiento mínimo especificado para el refuerzo, y si hay torsión será $\geq 6d_o$

El recubrimiento mínimo para pernos colocados posteriormente a la llena será:

2 veces el tamaño máximo del agregado grueso

$6d_o$ para pernos socavados

$8d_o$ para pernos controlados por torsión

$10d_o$ para pernos controlados por desplazamiento.

Apéndice A

El apéndice A incluye tablas de ayuda para el detallado del refuerzo, en las cuales se muestra la longitud de anclaje de acero tanto en tracción como en compresión. Las tablas están presentadas en centímetros.

Tabla A.1. Longitud de anclaje de refuerzo en tensión con espaciamiento libre y recubrimiento mayor que el diámetro de la varilla, provisto de estribos mínimos a lo largo de la longitud de anclaje. Válida también para refuerzo con espaciamiento libre mayor que 2 veces el diámetro de la varilla y recubrimiento mayor que dicho diámetro.

Tabla A.2. Longitud de anclaje del refuerzo en tensión no contemplado en la tabla A.1.

Tabla A.3. Longitud básica de anclaje del refuerzo en compresión.

Tabla A.4. Longitud básica de anclaje de ganchos estándar.

	d_b (cm)	$f'_c=210$ (kg/cm ²)	$f'_c=280$ (kg/cm ²)	$f'_c=350$ (kg/cm ²)	$f'_c=420$ (kg/cm ²)	$f'_c=560$ (kg/cm ²)	$f'_c=700$ (kg/cm ²)
3	0.952	42	36	32	30	30	30
4	1.270	56	48	43	39	34	30
5	1.588	70	60	54	49	43	38
6	1.905	84	72	65	59	51	46
7	2.222	122	104	93	87	76	67
8	2.540	140	119	107	99	86	76
9	2.865	158	135	120	112	97	86
10	3.226	177	152	135	126	110	97
11	3.580	197	168	150	140	122	107
14	4.300	237	202	181	168	146	129
18	5.733	315	269	241	224	195	172

Tabla A.1. Longitud de anclaje de refuerzo en tensión con espaciamiento libre y recubrimiento mayor que el diámetro de la varilla, provisto de estribos mínimos a lo largo de la longitud de anclaje. Válida también para refuerzo con espaciamiento libre mayor que 2 veces el diámetro de la varilla y recubrimiento mayor que dicho diámetro.

	d_b (cm)	$f'_c=210$ (kg/cm ²)	$f'_c=280$ (kg/cm ²)	$f'_c=350$ (kg/cm ²)	$f'_c=420$ (kg/cm ²)	$f'_c=560$ (kg/cm ²)	$f'_c=700$ (kg/cm ²)
3	0.952	63	54	49	44	38	34
4	1.270	84	72	65	58	51	46
5	1.588	105	91	81	73	64	57
6	1.905	126	109	97	88	76	69
7	2.222	182	158	142	129	111	100
8	2.540	208	180	163	147	127	114
9	2.865	235	203	183	166	143	129
10	3.226	265	229	206	187	161	145
11	3.580	294	254	229	208	179	161
14	4.300	353	305	275	249	215	194
18	5.733	470	407	367	333	287	258

Tabla A.2. Longitud de anclaje del refuerzo en tensión no contemplado en la tabla A.1.

	d_b (cm)	$f'_c=210$ (kg/cm ²)	$f'_c=280$ (kg/cm ²)	$f'_c=350$ (kg/cm ²)	$f'_c=420$ (kg/cm ²)	$f'_c=560$ (kg/cm ²)	$f'_c=700$ (kg/cm ²)
3	0.952	22	19	17	16	16	16
4	1.270	29	26	23	21	21	21
5	1.588	37	32	29	27	27	27
6	1.905	44	38	34	32	32	32
7	2.222	52	45	40	37	37	37
8	2.540	59	51	46	43	43	43
9	2.865	66	58	51	48	48	48
10	3.226	75	65	58	54	54	54
11	3.580	83	72	64	60	60	60
14	4.300	100	86	77	72	72	72
18	5.733	133	115	103	96	96	96

Tabla A.3. Longitud básica de anclaje del refuerzo en compresión.

	d_b (cm)	$f'_c=210$ (kg/cm ²)	$f'_c=280$ (kg/cm ²)	$f'_c=350$ (kg/cm ²)	$f'_c=420$ (kg/cm ²)	$f'_c=560$ (kg/cm ²)	$f'_c=700$ (kg/cm ²)
3	0.952	21	18	16	15	13	11
4	1.270	28	24	22	20	17	15
5	1.588	35	30	27	25	21	19
6	1.905	42	36	32	30	26	23
7	2.222	49	42	38	34	30	27
8	2.540	56	48	43	39	34	31
9	2.865	63	54	49	44	38	34
10	3.226	71	61	55	50	43	39
11	3.580	79	68	61	56	48	43
14	4.300	94	82	73	67	58	52
18	5.733	126	109	97	89	77	69

Tabla A.4. Longitud básica de anclaje de ganchos estándar.

Apéndice B

En el apéndice B se presentan esquemas donde se muestran los puntos de corte del refuerzo en elementos analizados a través del método de los coeficientes propuesto por el ACI.

Figura B.1. Corte del refuerzo en tramo interior de elemento continuo.

Figura B.2. Corte del refuerzo en tramo exterior de elemento continuo con apoyo exterior solidario provisto por columna.

Figura B.3. Corte del refuerzo en tramo exterior de elemento continuo con apoyo exterior solidario provisto por viga.

Figura B.4. Corte del refuerzo en tramo exterior de elemento continuo con apoyo exterior no solidario.

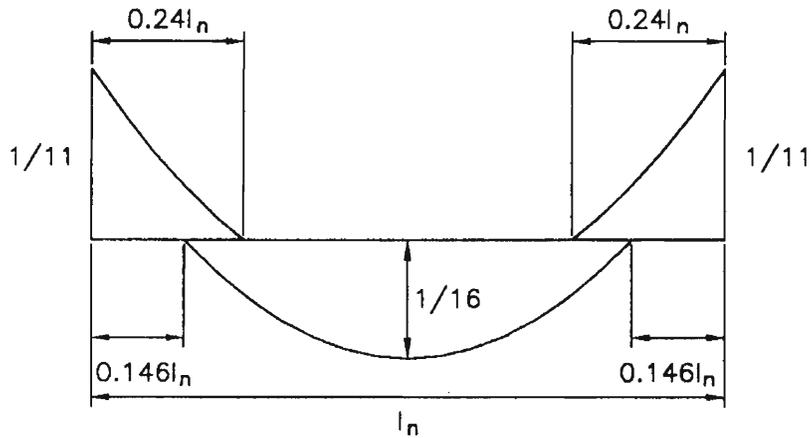


Figura B.1. Corte del refuerzo en tramo interior de elemento continuo

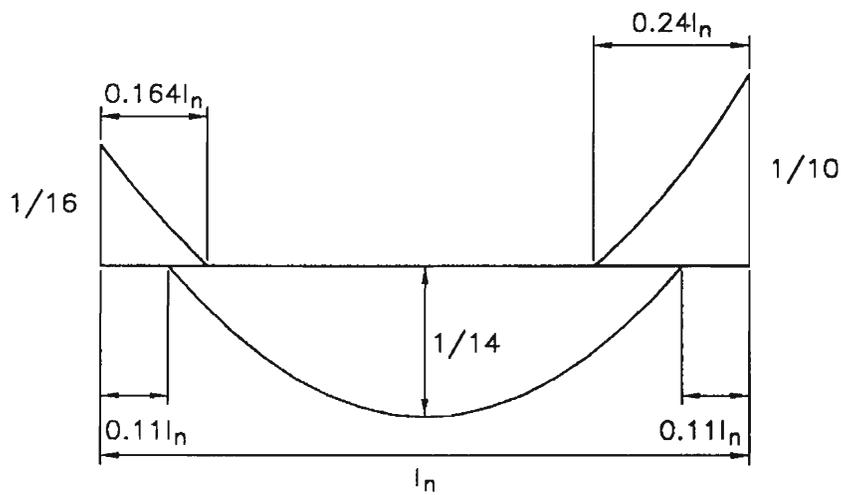


Figura B.2. Corte del refuerzo en tramo exterior de elemento continuo con apoyo exterior solidario provisto por columna

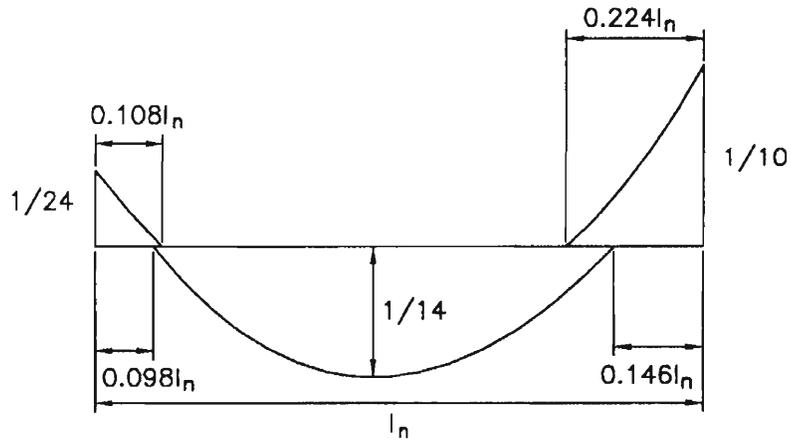


Figura B.3. Corte del refuerzo en tramo exterior de elemento continuo con apoyo exterior solidario provisto por viga

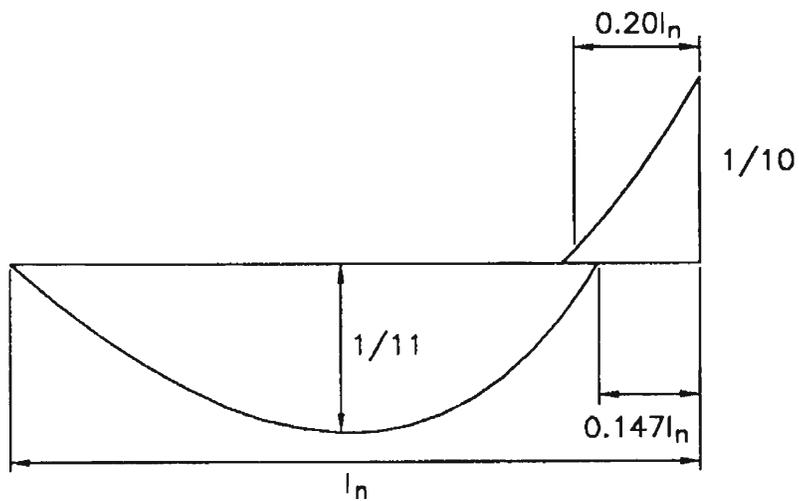


Figura B.4. Corte del refuerzo en tramo exterior de elemento continuo con apoyo exterior no solidario

Apéndice C

El apéndice C presenta una selección de los diagramas de interacción más utilizados en el diseño de columnas de concreto armado con acero de $f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$, los que se listan a continuación:

#	Columna	Refuerzo	f'_c (kg/cm^2)	γ	# ACI	Página
C.1	Rectangular	4 caras	210	0.6	R3-60.6	583
C.2	Rectangular	4 caras	210	0.7	R3-60.7	583
C.3	Rectangular	4 caras	210	0.8	R3-60.8	584
C.4	Rectangular	4 caras	210	0.9	R3-60.9	584
C.5	Rectangular	4 caras	280	0.6	R4-60.6	585
C.6	Rectangular	4 caras	280	0.7	R4-60.7	585
C.7	Rectangular	4 caras	280	0.8	R4-60.8	586
C.8	Rectangular	4 caras	280	0.9	R4-60.9	586
C.9	Rectangular	4 caras	350	0.6	R5-60.6	587
C.10	Rectangular	4 caras	350	0.7	R5-60.7	587
C.11	Rectangular	4 caras	350	0.8	R5-60.8	588
C.12	Rectangular	4 caras	350	0.9	R5-60.9	588
C.13	Rectangular	4 caras	420	0.6	R6-60.6	589
C.14	Rectangular	4 caras	420	0.7	R6-60.7	589
C.15	Rectangular	4 caras	420	0.8	R6-60.8	590
C.16	Rectangular	4 caras	420	0.9	R6-60.9	590
C.17	Rectangular	2 caras	210	0.6	L3-60.6	591
C.18	Rectangular	2 caras	210	0.7	L3-60.7	591
C.19	Rectangular	2 caras	210	0.8	L3-60.8	592
C.20	Rectangular	2 caras	210	0.9	L3-60.9	592
C.21	Rectangular	2 caras	280	0.6	L4-60.6	593
C.22	Rectangular	2 caras	280	0.7	L4-60.7	593
C.23	Rectangular	2 caras	280	0.8	L4-60.8	594
C.24	Rectangular	2 caras	280	0.9	L4-60.9	594
C.25	Rectangular	2 caras	350	0.6	L5-60.6	595
C.26	Rectangular	2 caras	350	0.7	L5-60.7	595
C.27	Rectangular	2 caras	350	0.8	L5-60.8	596
C.28	Rectangular	2 caras	350	0.9	L5-60.9	596
C.29	Rectangular	2 caras	420	0.6	L6-60.6	597
C.30	Rectangular	2 caras	420	0.7	L6-60.7	597
C.31	Rectangular	2 caras	420	0.8	L6-60.8	598
C.32	Rectangular	2 caras	420	0.9	L6-60.9	598

#	Columna	Refuerzo	f'_c (kg/cm ²)	γ	# ACI	Página
C.33	Circular	Uniforme	210	0.6	C3-60.6	599
C.34	Circular	Uniforme	210	0.7	C3-60.7	599
C.35	Circular	Uniforme	210	0.8	C3-60.8	600
C.36	Circular	Uniforme	210	0.9	C3-60.9	600
C.37	Circular	Uniforme	280	0.6	C4-60.6	601
C.38	Circular	Uniforme	280	0.7	C4-60.7	601
C.39	Circular	Uniforme	280	0.8	C4-60.8	602
C.40	Circular	Uniforme	280	0.9	C4-60.9	602
C.41	Circular	Uniforme	350	0.6	C5-60.6	603
C.42	Circular	Uniforme	350	0.7	C5-60.7	603
C.43	Circular	Uniforme	350	0.8	C5-60.8	604
C.44	Circular	Uniforme	350	0.9	C5-60.9	604
C.45	Circular	Uniforme	420	0.6	C6-60.6	605
C.46	Circular	Uniforme	420	0.7	C6-60.7	605
C.47	Circular	Uniforme	420	0.8	C6-60.8	606
C.48	Circular	Uniforme	420	0.9	C6-60.9	606
C.49	Cuadrada	Circular	210	0.6	S3-60.6	607
C.50	Cuadrada	Circular	210	0.7	S3-60.7	607
C.51	Cuadrada	Circular	210	0.8	S3-60.8	608
C.52	Cuadrada	Circular	210	0.9	S3-60.9	608
C.53	Cuadrada	Circular	280	0.6	S4-60.6	609
C.54	Cuadrada	Circular	280	0.7	S4-60.7	609
C.55	Cuadrada	Circular	280	0.8	S4-60.8	610
C.56	Cuadrada	Circular	280	0.9	S4-60.9	610
C.57	Cuadrada	Circular	350	0.6	S5-60.6	611
C.58	Cuadrada	Circular	350	0.7	S5-60.7	611
C.59	Cuadrada	Circular	350	0.8	S5-60.8	612
C.60	Cuadrada	Circular	350	0.9	S5-60.9	612
C.61	Cuadrada	Circular	420	0.6	S6-60.6	613
C.62	Cuadrada	Circular	420	0.7	S6-60.7	613
C.63	Cuadrada	Circular	420	0.8	S6-60.8	614
C.64	Cuadrada	Circular	420	0.9	S6-60.9	614

Referencias:

- Building Code Requirements for Structural Concrete ACI-318-99
- Ultimate Strength Design of Reinforced Concrete Columns. ACI-SP-7-1964
- ACI Design Handbook SP-17-1997
- Estos diagramas han sido tomados de esta última referencia con autorización del ACI. Fueron originalmente dibujados con un programa desarrollado por el Dr. Noel J. Everard, con información para dibujo por computadora de diagramas por Dr. Mohsen A. Issa y Alfred A. Yousif.

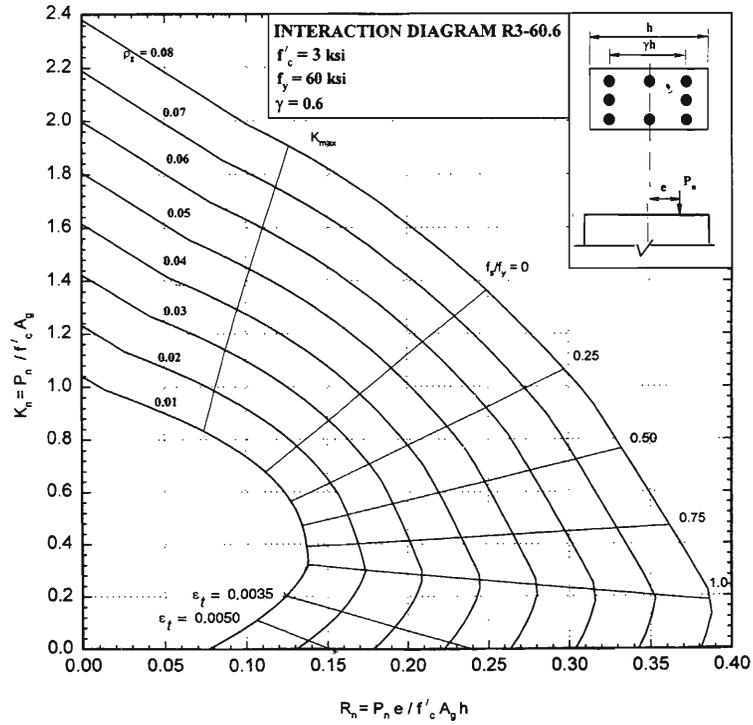


Diagrama C.1. Columna Rectangular, Refuerzo 4 caras. $f'_c = 210 \text{ kg/cm}^2$ ACI # R3-60.6

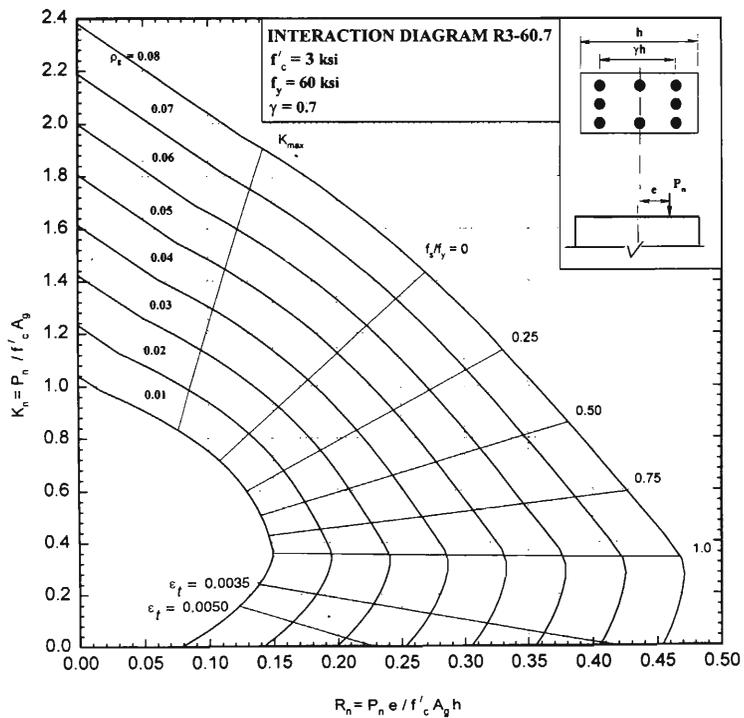


Diagrama C.2. Columna Rectangular, Refuerzo 4 caras, $f'_c = 210 \text{ kg/cm}^2$ ACI # R3-60.7

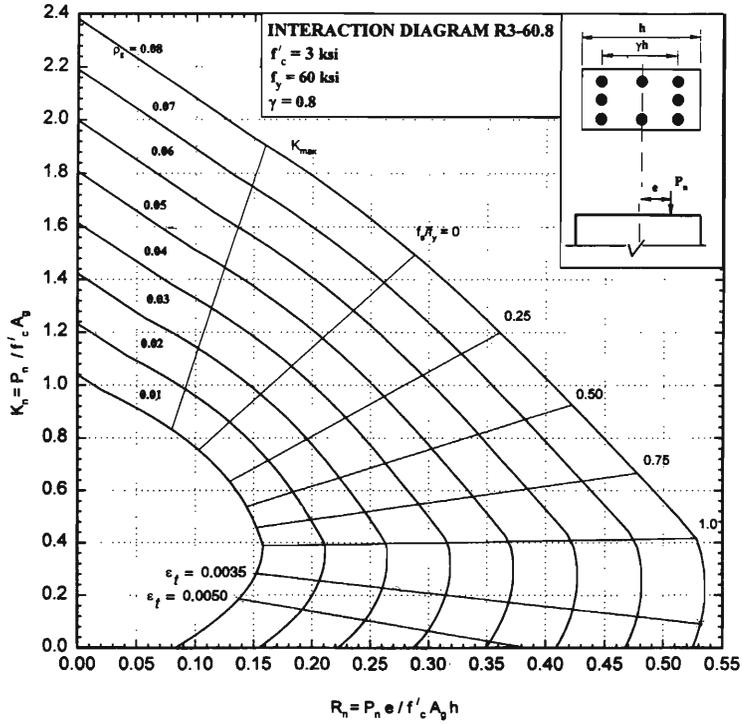


Diagrama C.3. Columna Rectangular, Refuerzo 4 caras, $f'c = 210 \text{ kg/cm}^2$ ACI # R3-60.8

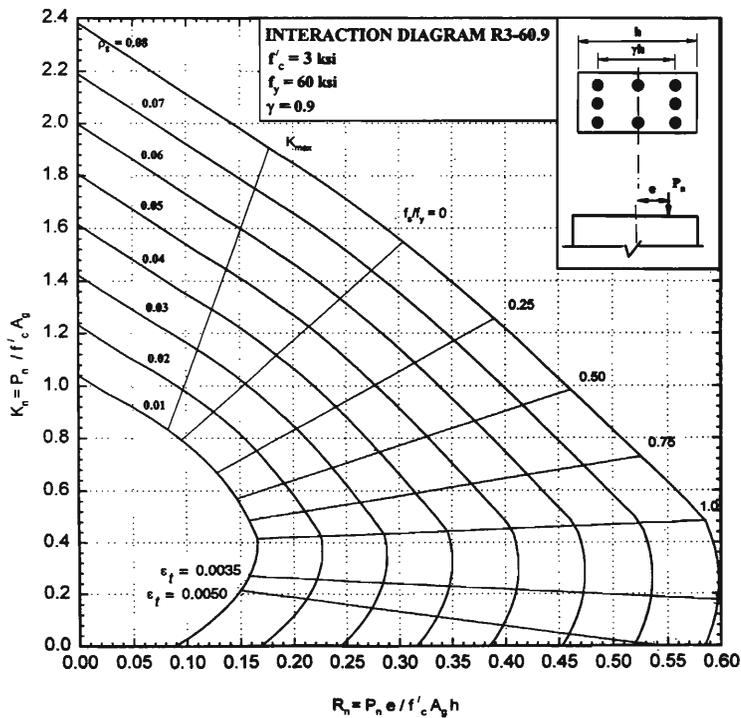


Diagrama C.4. Columna Rectangular, Refuerzo 4 caras, $f'c = 210 \text{ kg/cm}^2$ ACI # R3-60.9

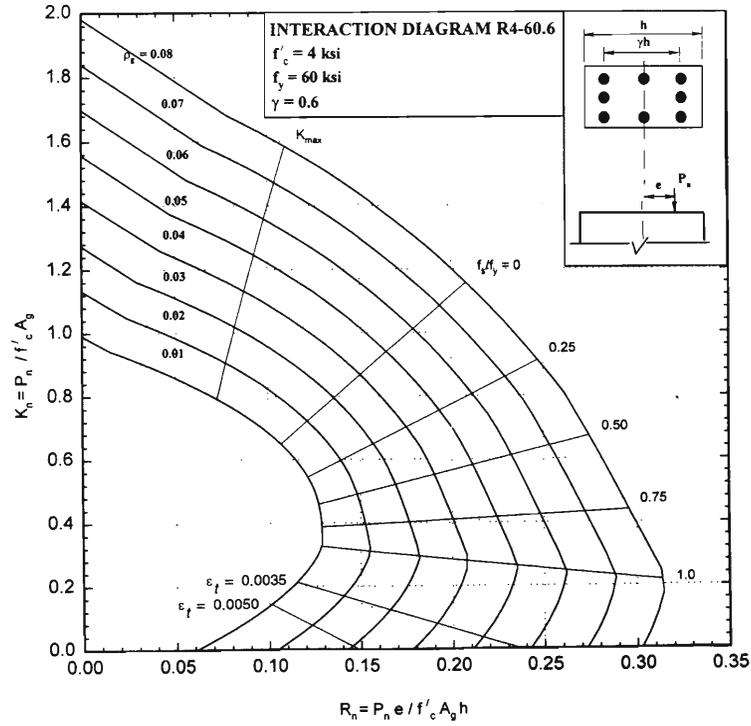


Diagrama C.5. Columna Rectangular, Refuerzo 4 caras, $f'_c = 280 \text{ kg/cm}^2$ ACI # R4-60.6

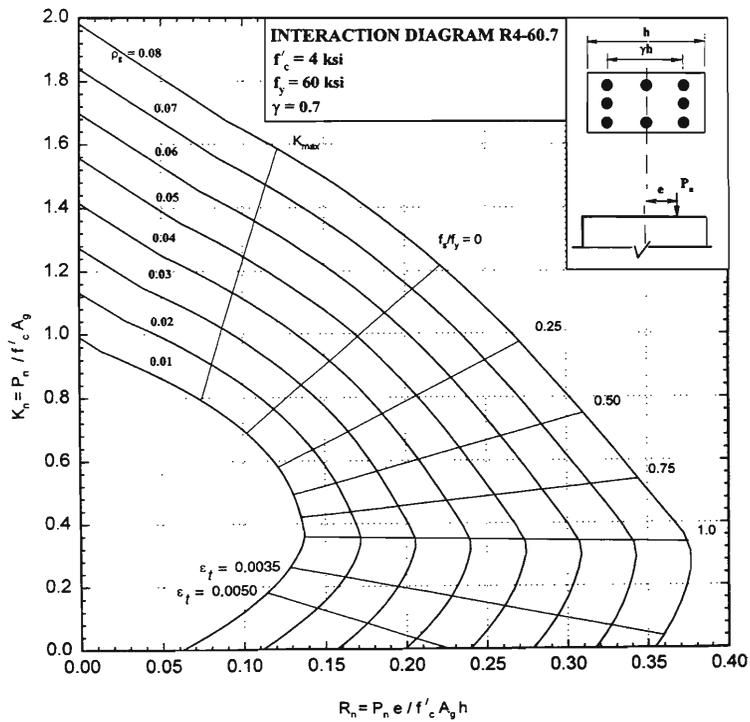


Diagrama C.6. Columna Rectangular, Refuerzo 4 caras, $f'_c = 280 \text{ kg/cm}^2$ ACI # R4-60.7

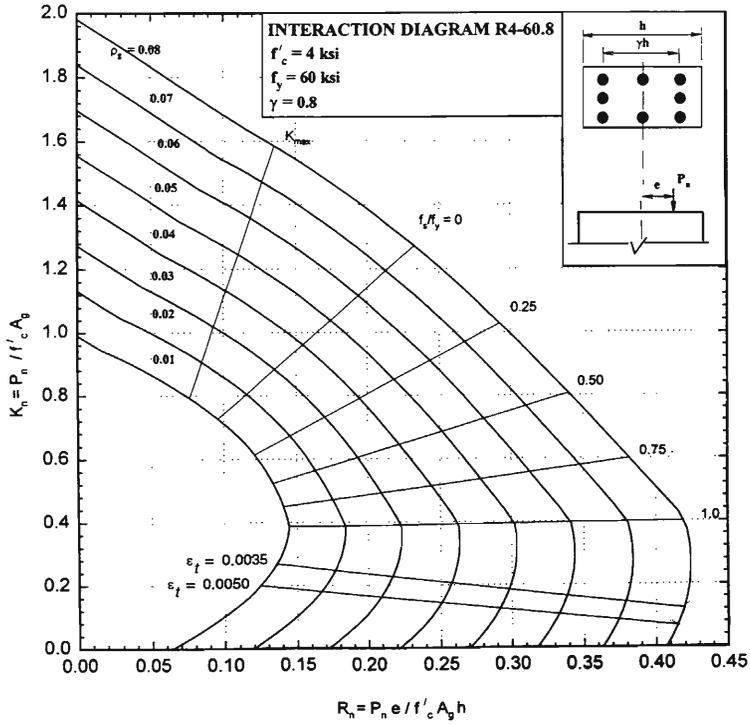


Diagrama C.7. Columna Rectangular, Refuerzo 4 caras, $f'c = 280 \text{ kg/cm}^2$ ACI # R4-60.8

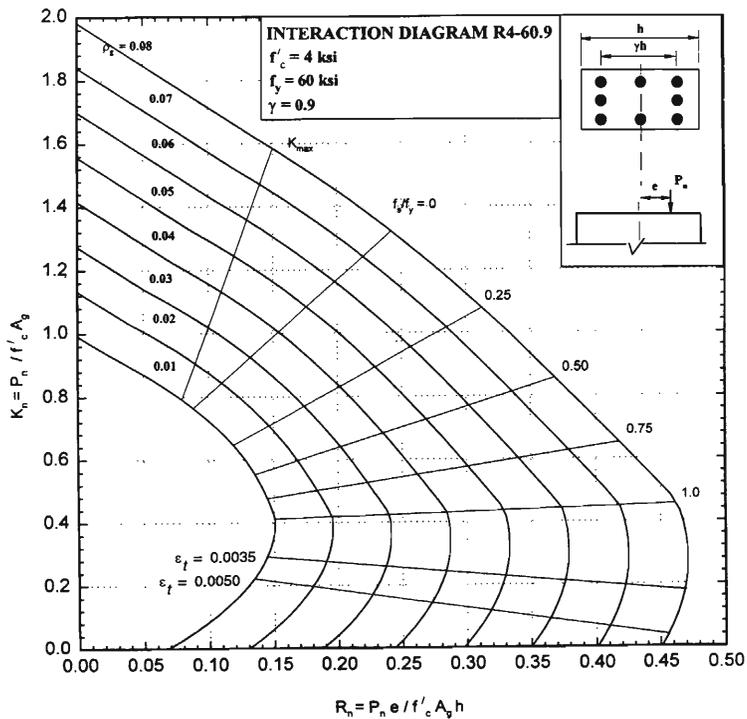


Diagrama C.8. Columna Rectangular, Refuerzo 4 caras, $f'c = 280 \text{ kg/cm}^2$ ACI # R4-60.9

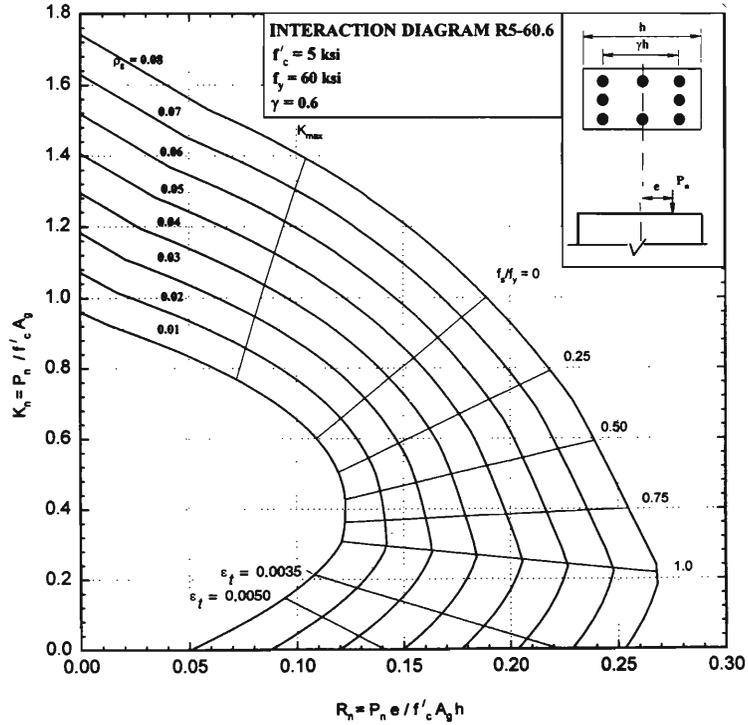


Diagrama C.9. Columna Rectangular, Refuerzo 4 caras, $f'c = 350 \text{ kg/cm}^2$ ACI # R5-60.6

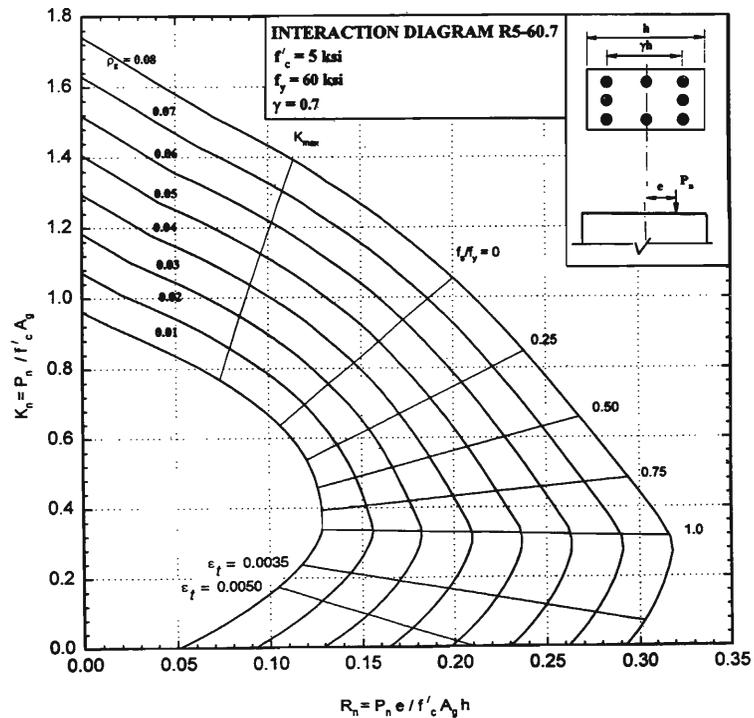


Diagrama C.10. Columna Rectangular, Refuerzo 4 caras, $f'c = 350 \text{ kg/cm}^2$ ACI # R5-60.7

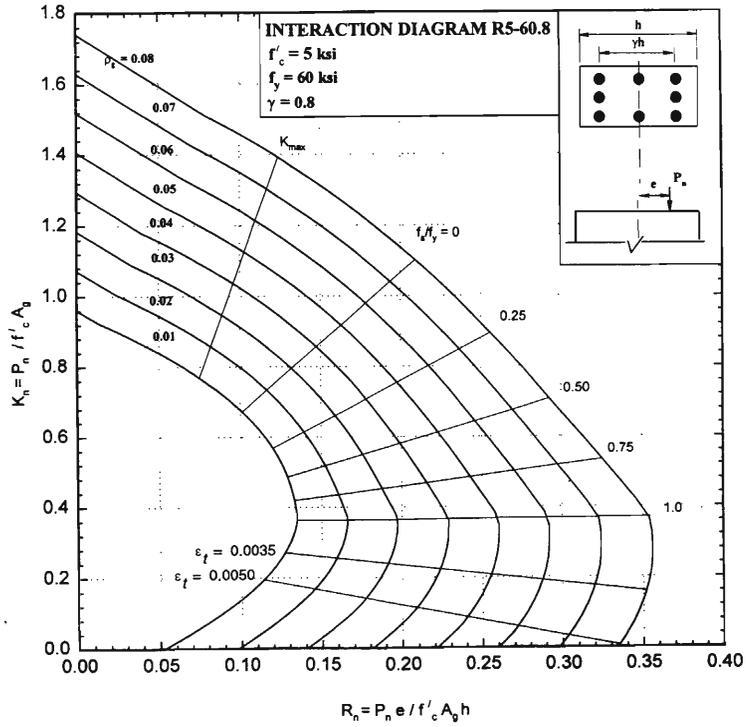


Diagrama C.11. Columna Rectangular, Refuerzo 4 caras, $f'_c = 350 \text{ kg/cm}^2$ ACI # R5-60.8

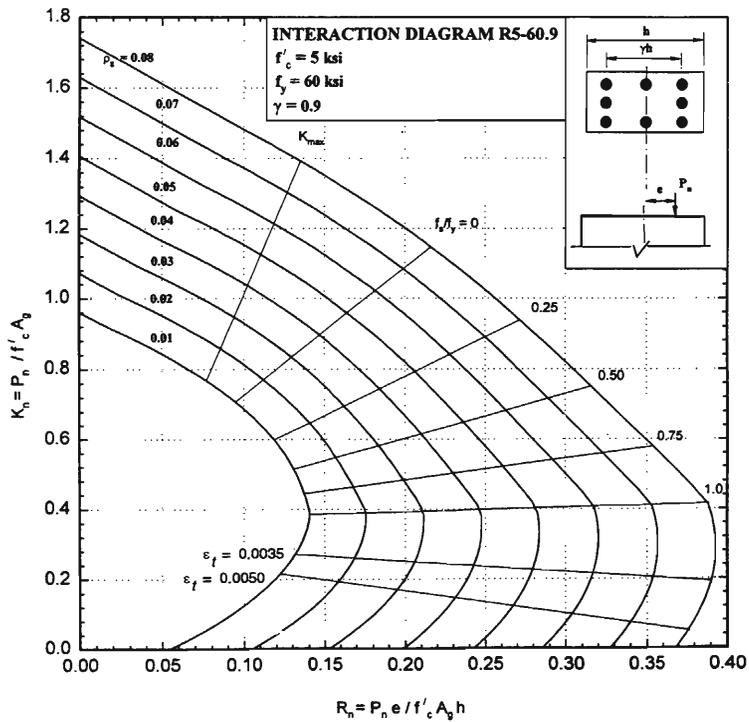


Diagrama C.12. Columna Rectangular, Refuerzo 4 caras, $f'_c = 350 \text{ kg/cm}^2$ ACI # R5-60.9

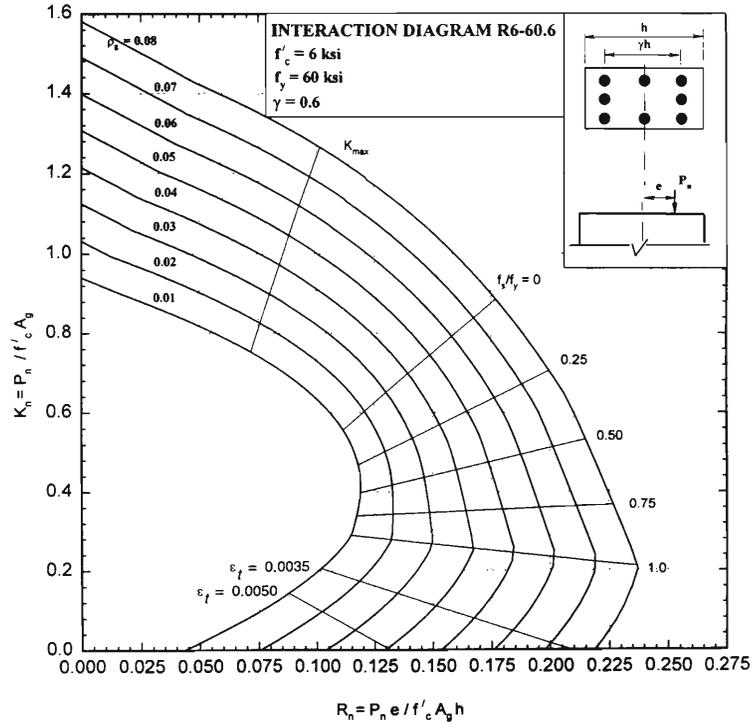


Diagrama C.13. Columna Rectangular, Refuerzo 4 caras, $f'_c = 420 \text{ kg/cm}^2$ ACI # R6-60.6

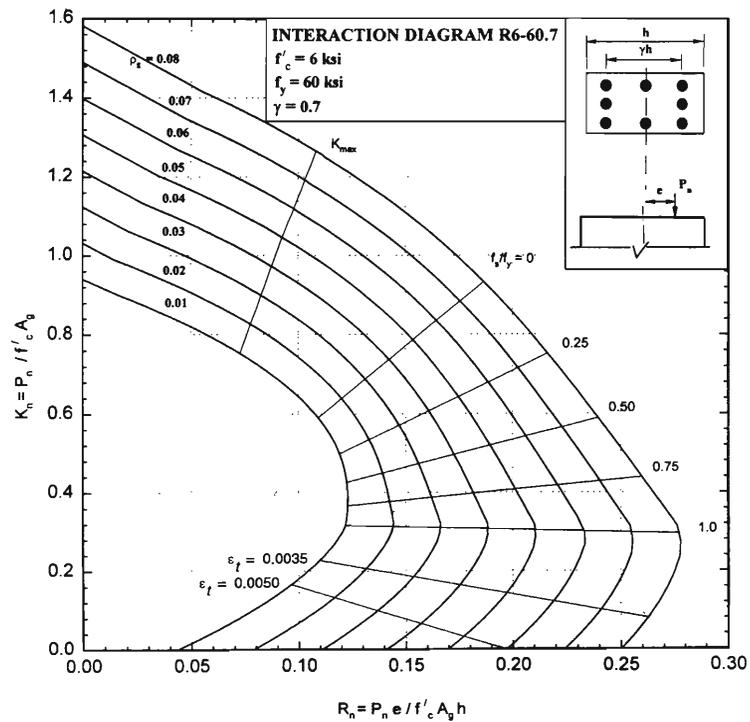


Diagrama C.14. Columna Rectangular, Refuerzo 4 caras, $f'_c = 420 \text{ kg/cm}^2$ ACI # R6-60.7

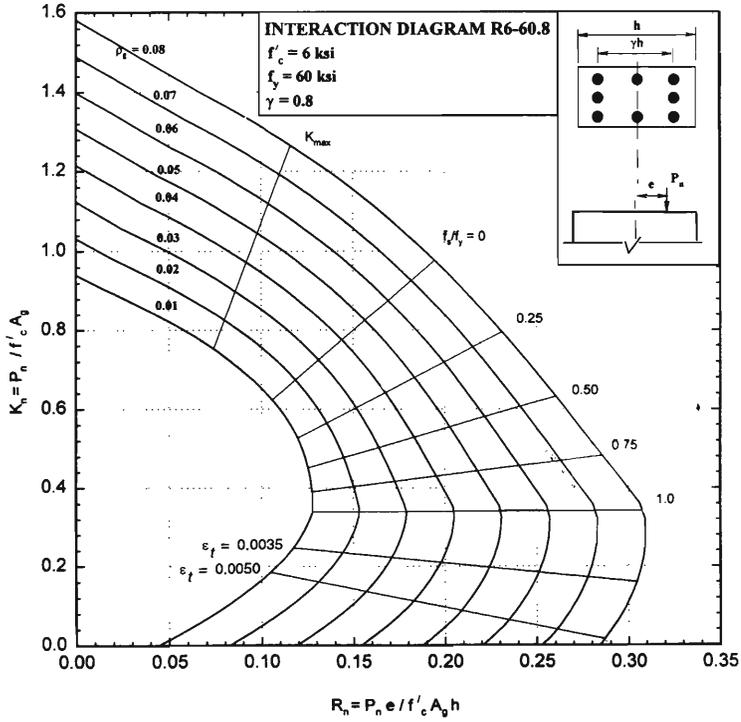


Diagrama C.15. Columna Rectangular, Refuerzo 4 caras, $f^{\prime}c = 420 \text{ kg/cm}^2$ ACI # R6-60.8

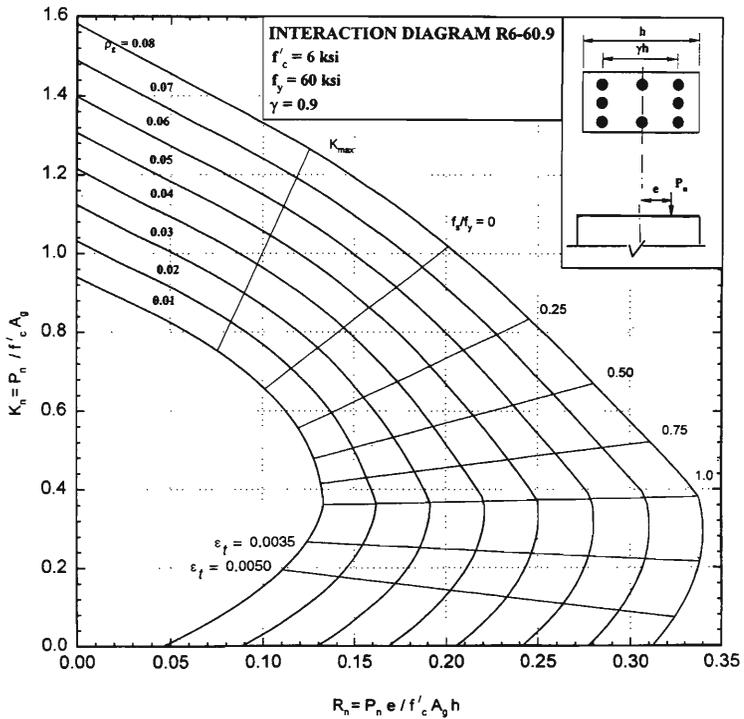


Diagrama C.16. Columna Rectangular, Refuerzo 4 caras, $f^{\prime}c = 420 \text{ kg/cm}^2$ ACI # R6-60.9

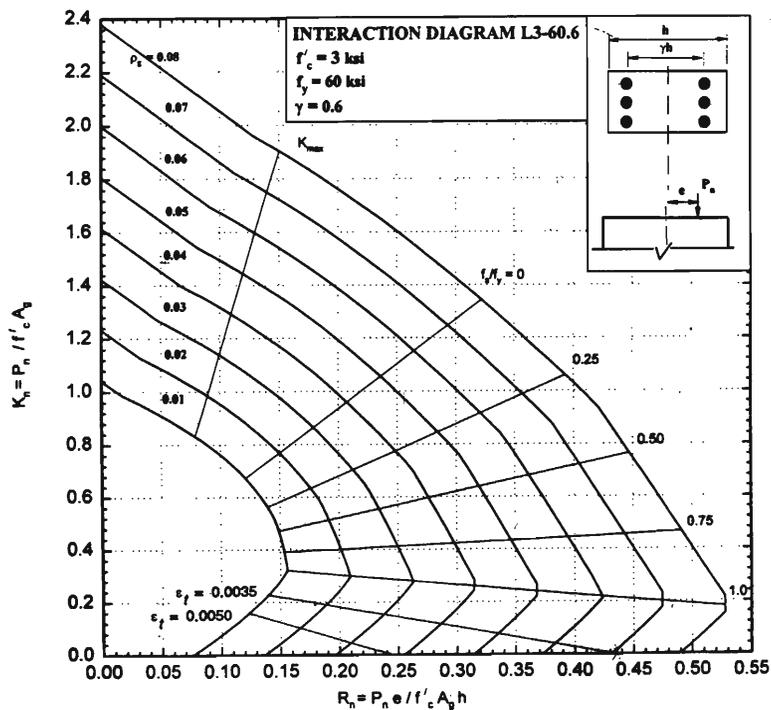


Diagrama C.17. Columna Rectangular, Refuerzo 2 caras, $f'_c = 210 \text{ kg/cm}^2$ ACI # L3-60.6

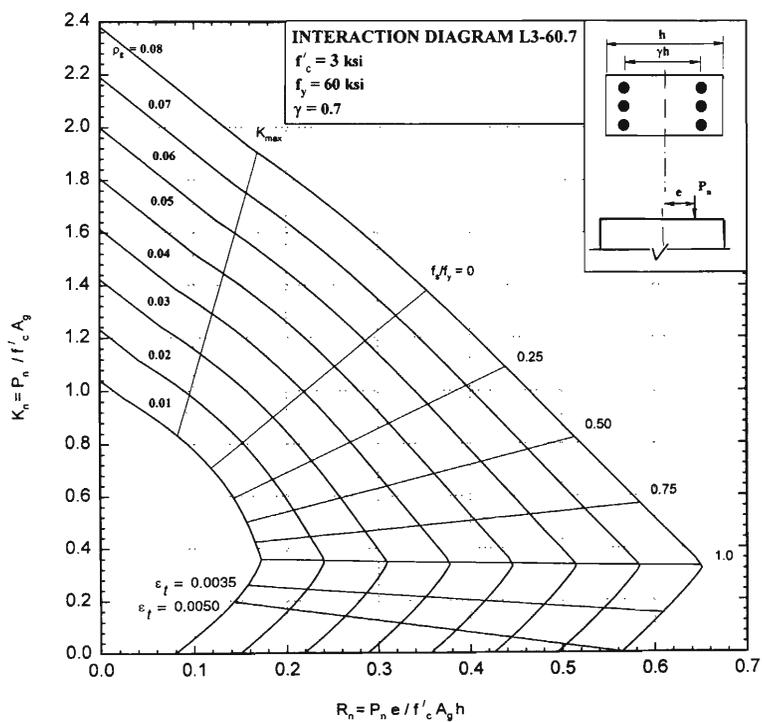


Diagrama C.18. Columna Rectangular, Refuerzo 2 caras, $f'_c = 210 \text{ kg/cm}^2$ ACI # L3-60.7

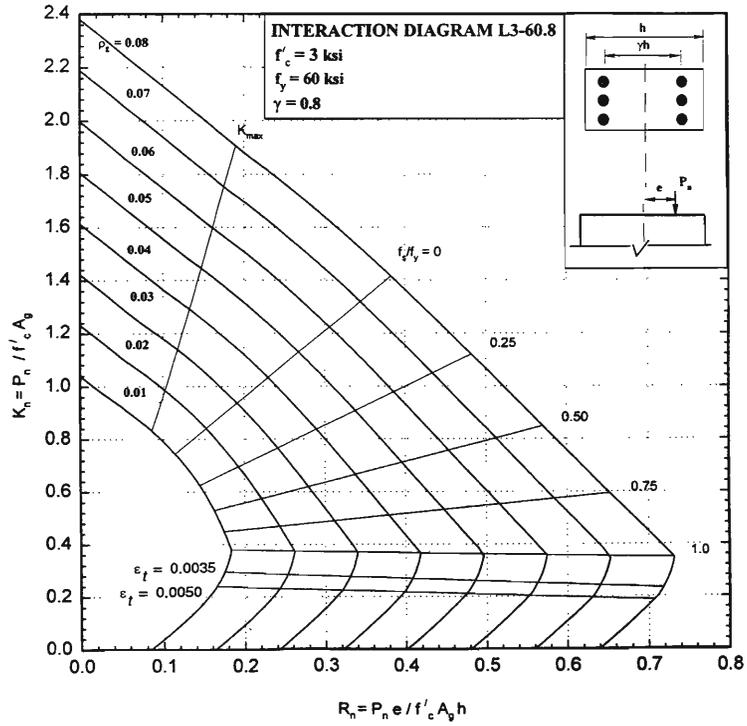


Diagrama C.19. Columna Rectangular, Refuerzo 2 caras, $f'c = 210 \text{ kg/cm}^2$ ACI # L3-60.8

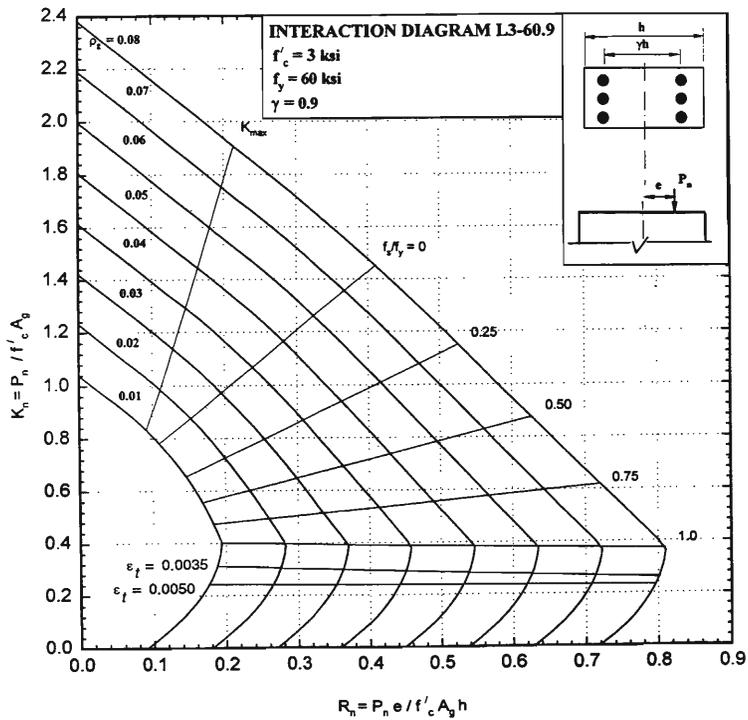


Diagrama C.20. Columna Rectangular, Refuerzo 2 caras, $f'c = 210 \text{ kg/cm}^2$ ACI # L3-60.9

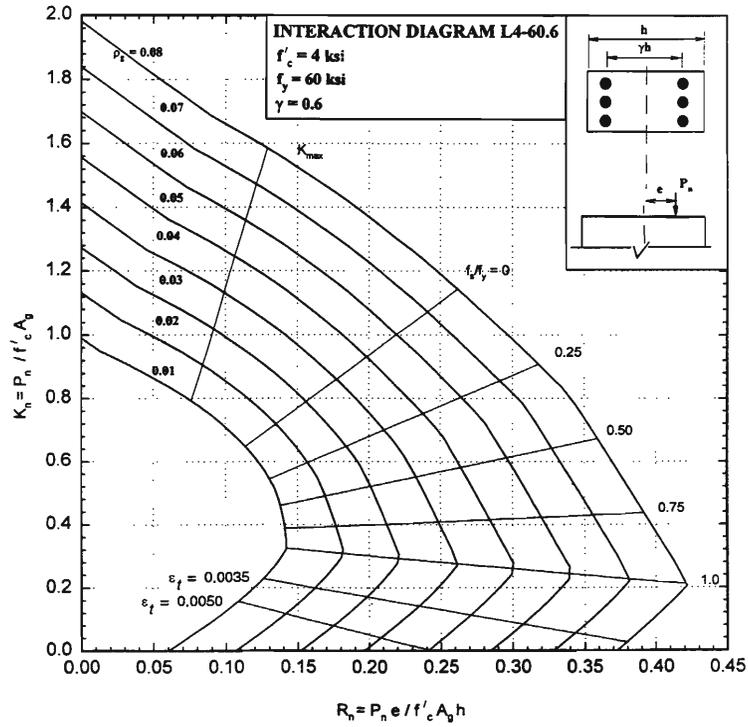


Diagrama C.21. Columna Rectangular, Refuerzo 2 caras, $f'c = 280 \text{ kg/cm}^2$ ACI # L4-60.6

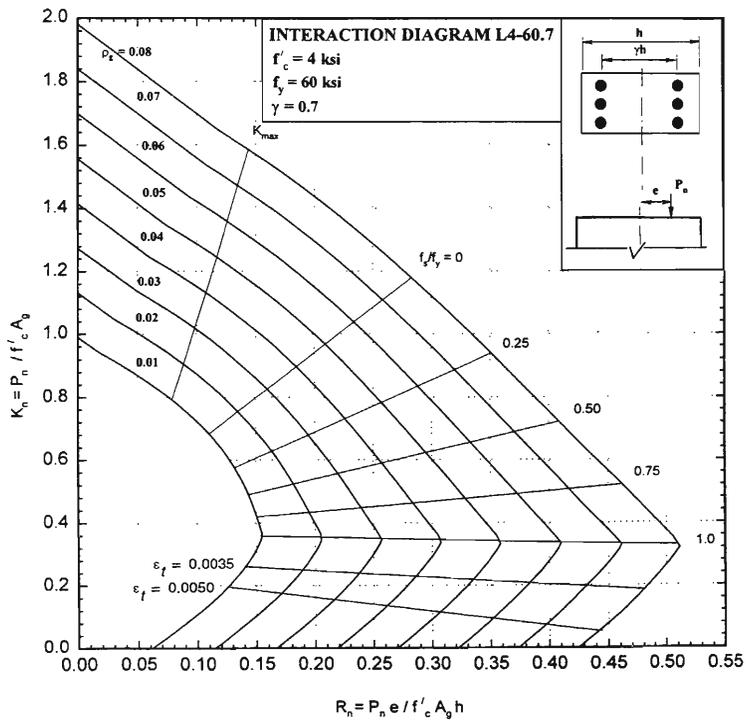


Diagrama C.22. Columna Rectangular, Refuerzo 2 caras, $f'c = 280 \text{ kg/cm}^2$ ACI # L4-60.7

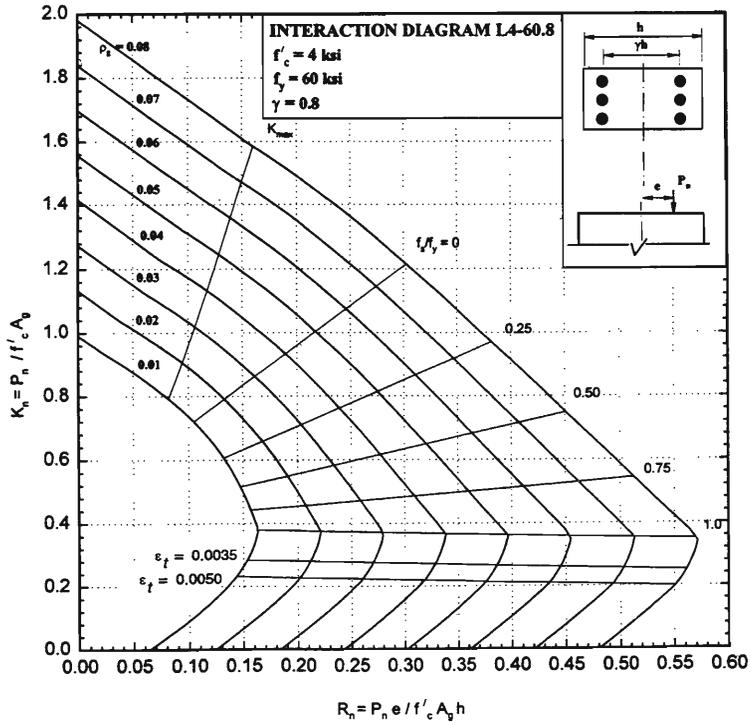


Diagrama C.23. Columna Rectangular, Refuerzo 2 caras, $f'c = 280 \text{ kg/cm}^2$ ACI # L4-60.8

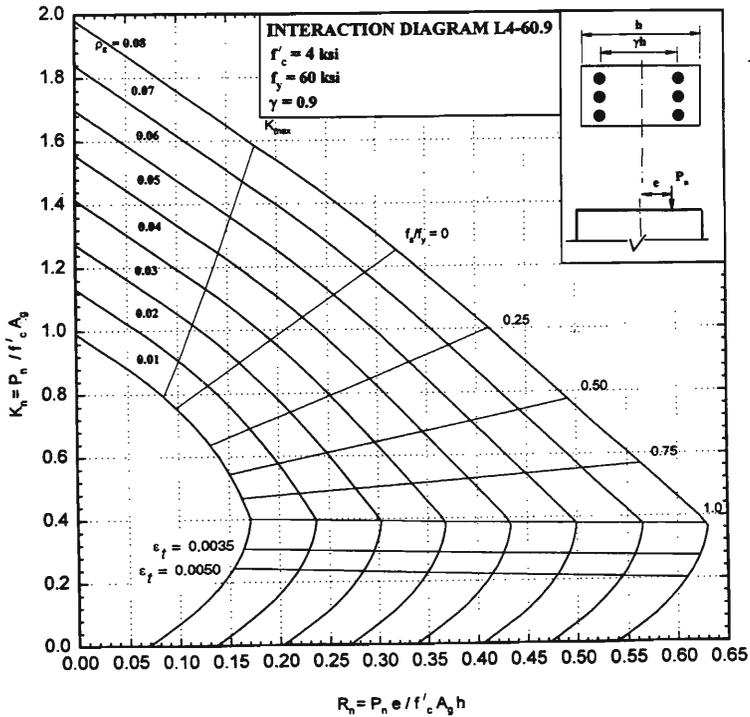


Diagrama C.24. Columna Rectangular, Refuerzo 2 caras, $f'c = 280 \text{ kg/cm}^2$ ACI # L4-60.9

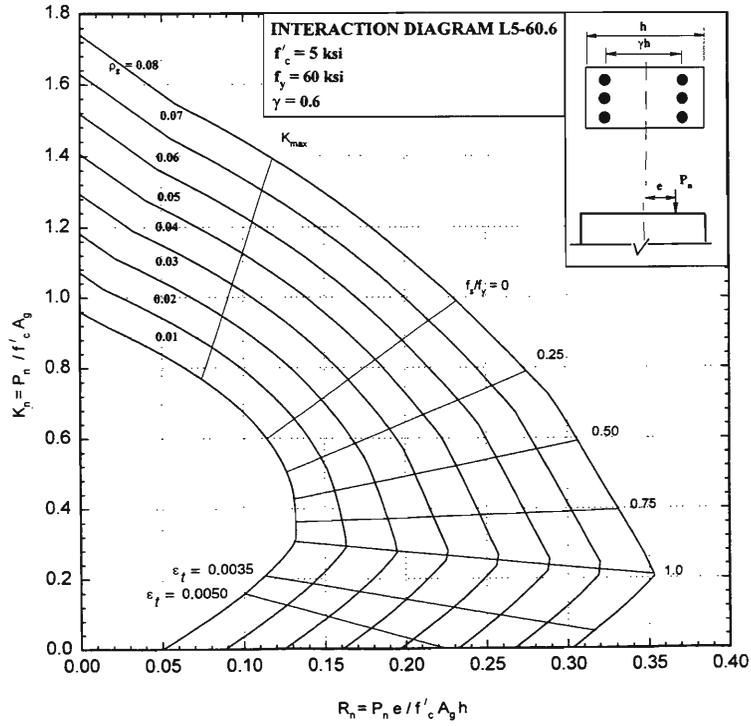


Diagrama C.25. Columna Rectangular, Refuerzo 2 caras, $f'c = 350 \text{ kg/cm}^2$ ACI # L5-60.6

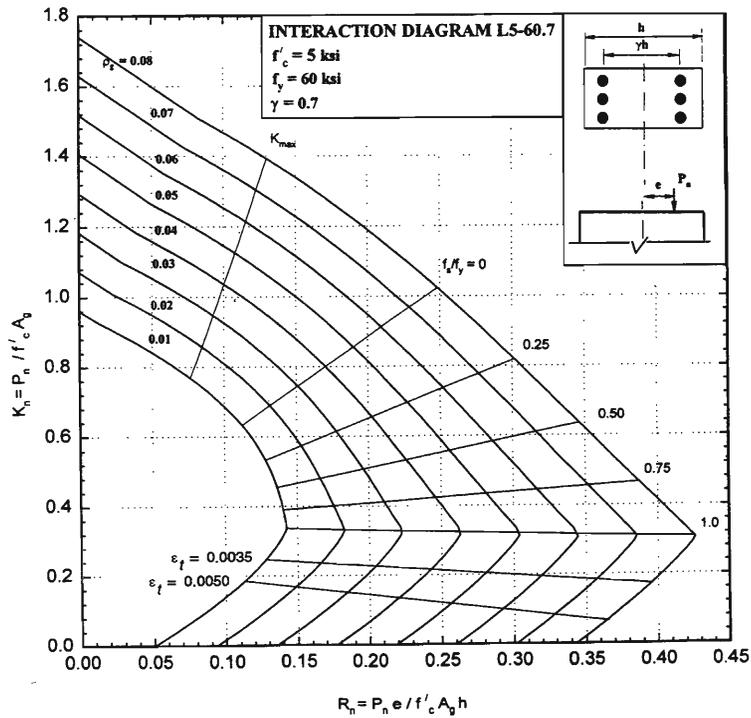


Diagrama C.26. Columna Rectangular, Refuerzo 2 caras, $f'c = 350 \text{ kg/cm}^2$ ACI # L5-60.7

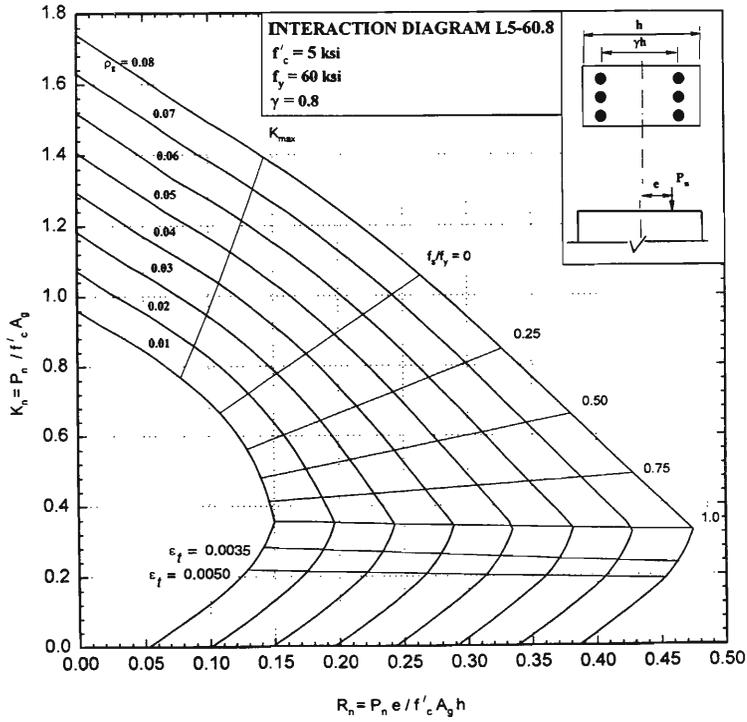


Diagrama C.27. Columna Rectangular, Refuerzo 2 caras, $f'c = 350 \text{ kg/cm}^2$ ACI # L5-60.8

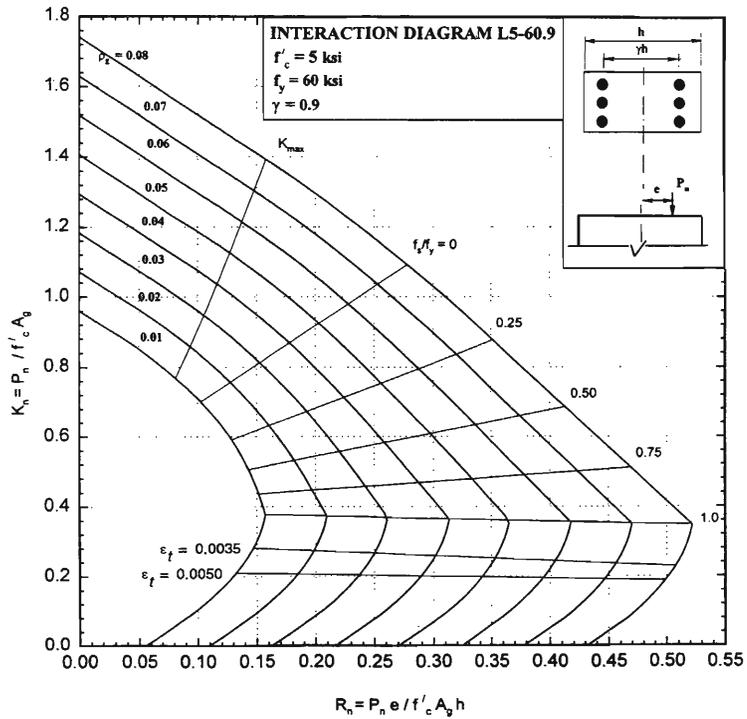


Diagrama C.28. Columna Rectangular, Refuerzo 2 caras, $f'c = 350 \text{ kg/cm}^2$ ACI # L5-60.9

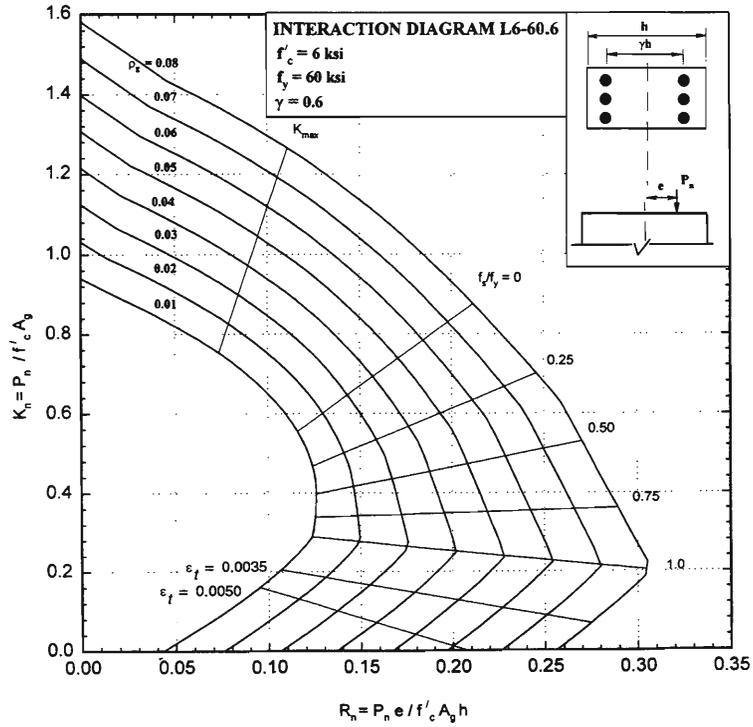


Diagrama C.29. Columna Rectangular, Refuerzo 2 caras, $f'_c = 420 \text{ kg/cm}^2$ ACI # L6-60.6

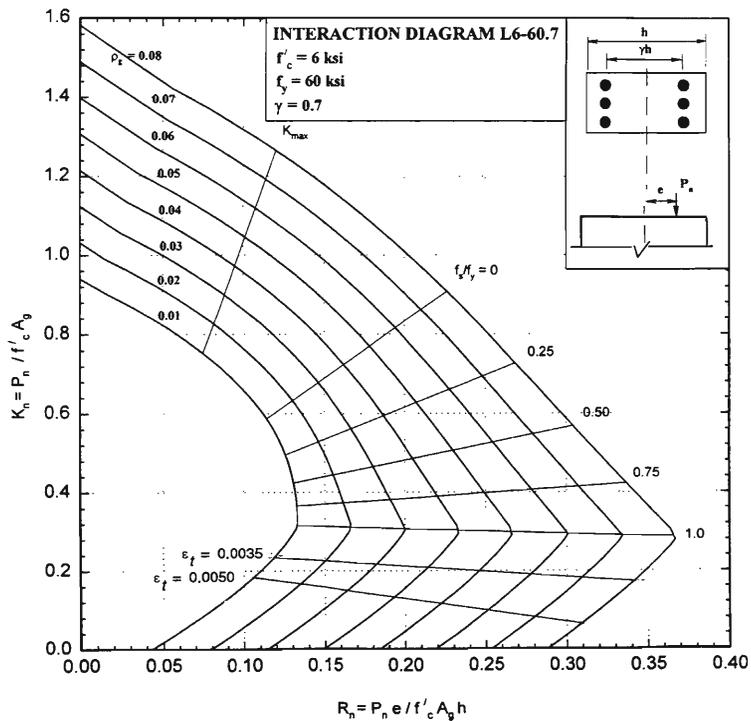


Diagrama C.30. Columna Rectangular, Refuerzo 2 caras, $f'_c = 420 \text{ kg/cm}^2$ ACI # L6-60.7

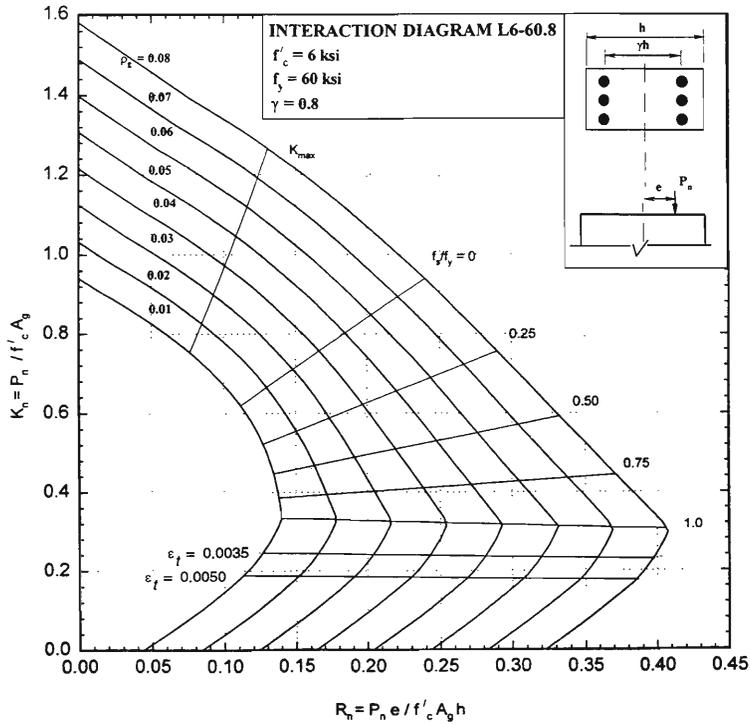


Diagrama C.31. Columna Rectangular, Refuerzo 2 caras. $f^c = 420 \text{ kg/cm}^2$ ACI # L6-60.8

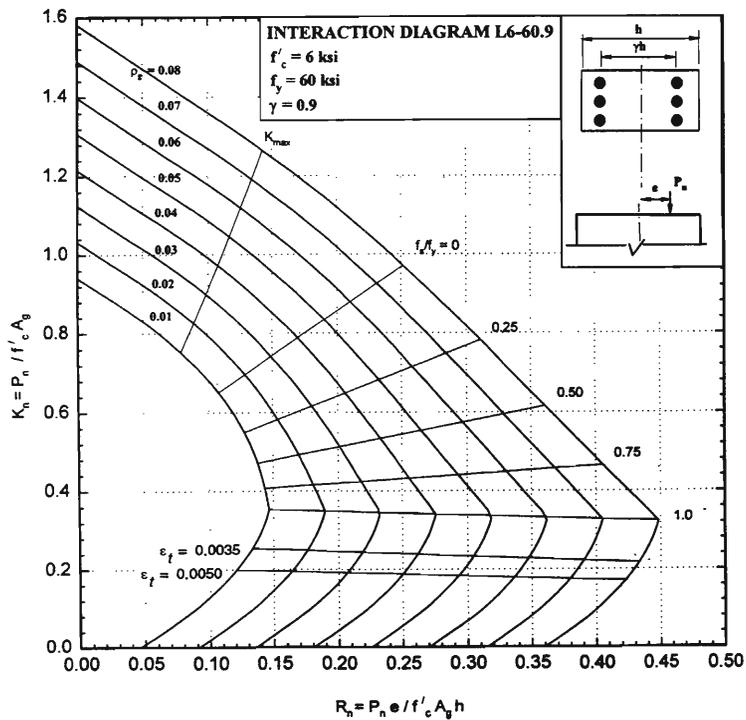


Diagrama C.32. Columna Rectangular, Refuerzo 2 caras, $f^c = 420 \text{ kg/cm}^2$ ACI # L6-60.9

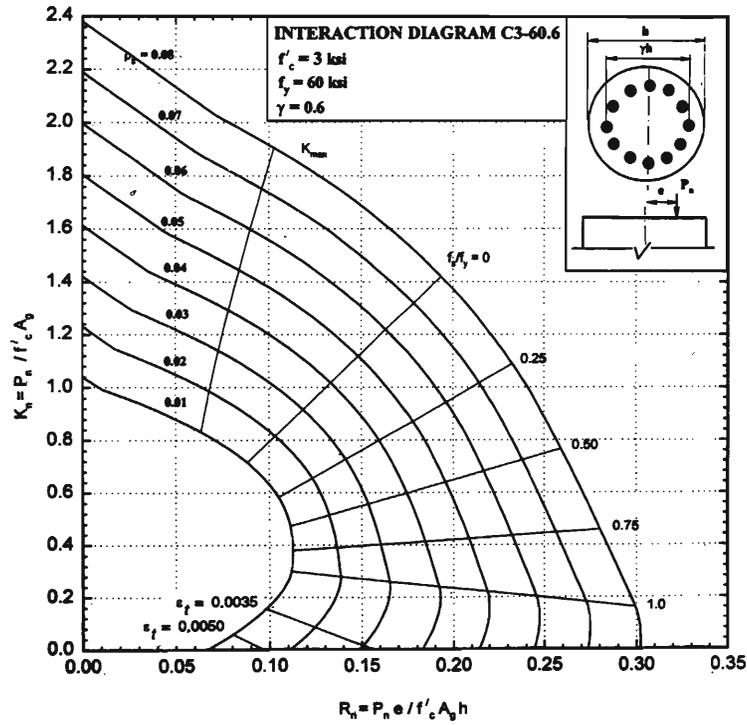


Diagrama C.33. Columna Circular, Refuerzo Uniforme, $f'c = 210 \text{ kg/cm}^2$ ACI # C3-60.6

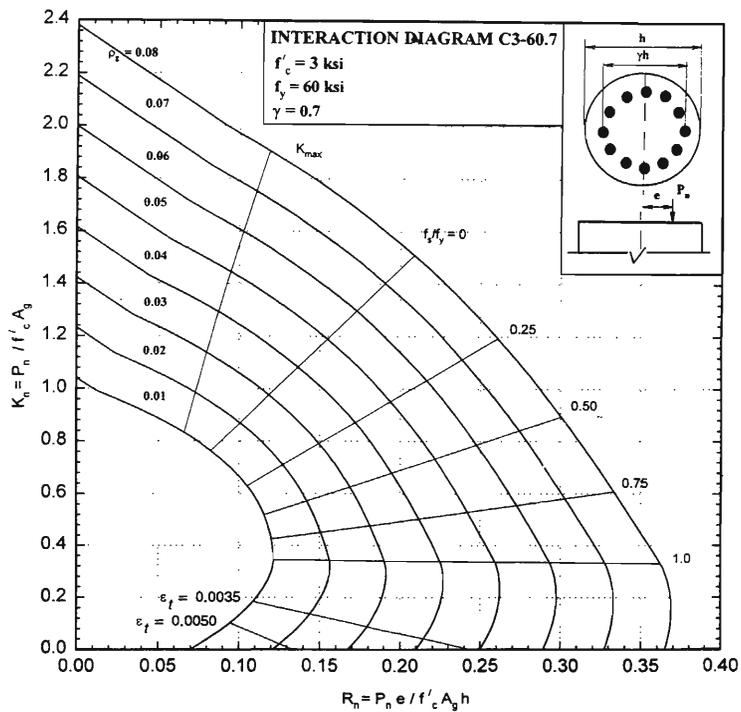


Diagrama C.34. Columna Circular, Refuerzo Uniforme, $f'c = 210 \text{ kg/cm}^2$ ACI # C3-60.7

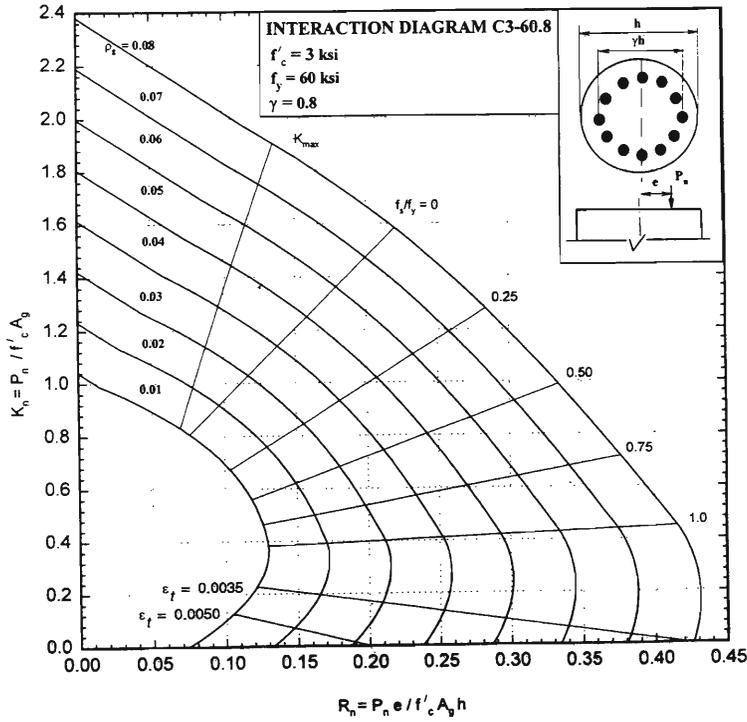


Diagrama C.35. Columna Circular. Refuerzo Uniforme, $f^c = 210 \text{ kg/cm}^2$ ACI # C3-60.8

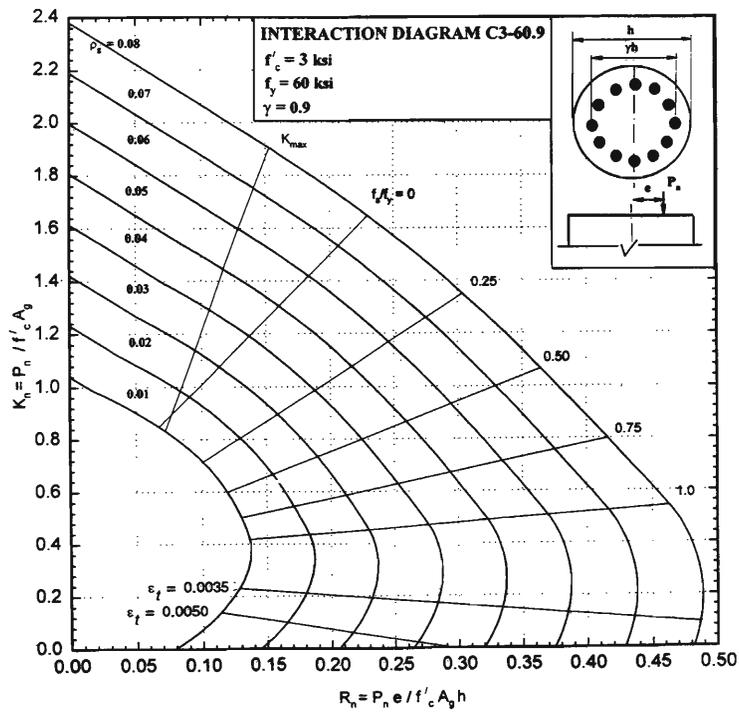


Diagrama C.36. Columna Circular, Refuerzo Uniforme, $f^c = 210 \text{ kg/cm}^2$ ACI # C3-60.9

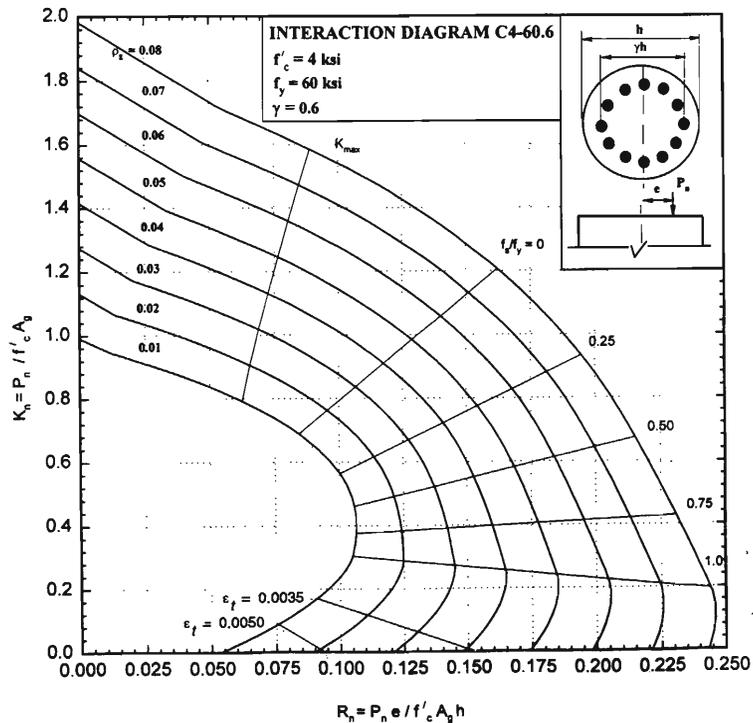


Diagrama C.37. Columna Circular, Refuerzo Uniforme, $f'_c = 280 \text{ kg/cm}^2$ ACI # C4-60.6

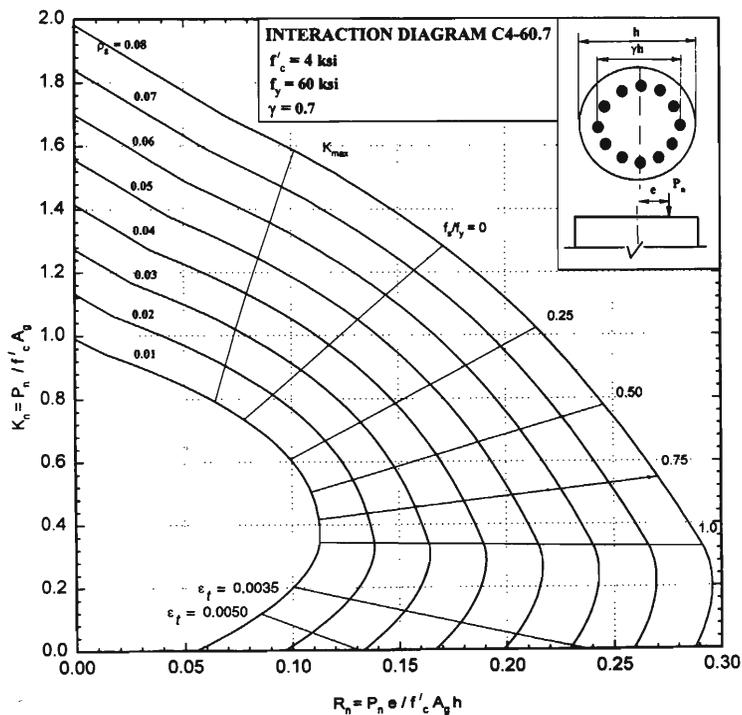


Diagrama C.38. Columna Circular, Refuerzo Uniforme, $f'_c = 280 \text{ kg/cm}^2$ ACI # C4-60.7

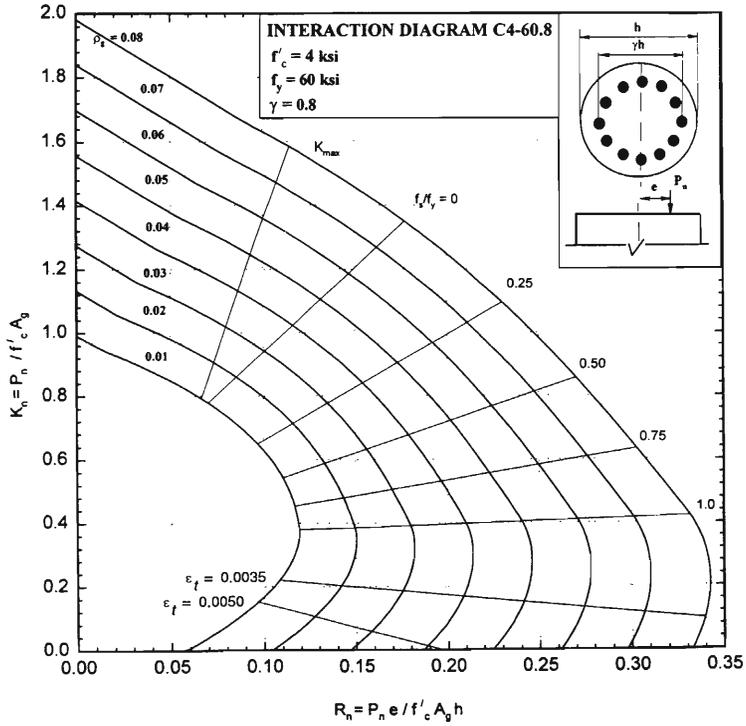


Diagrama C.39. Columna Circular, Refuerzo Uniforme. $f'c = 280 \text{ kg/cm}^2$ ACI # C4-60.8

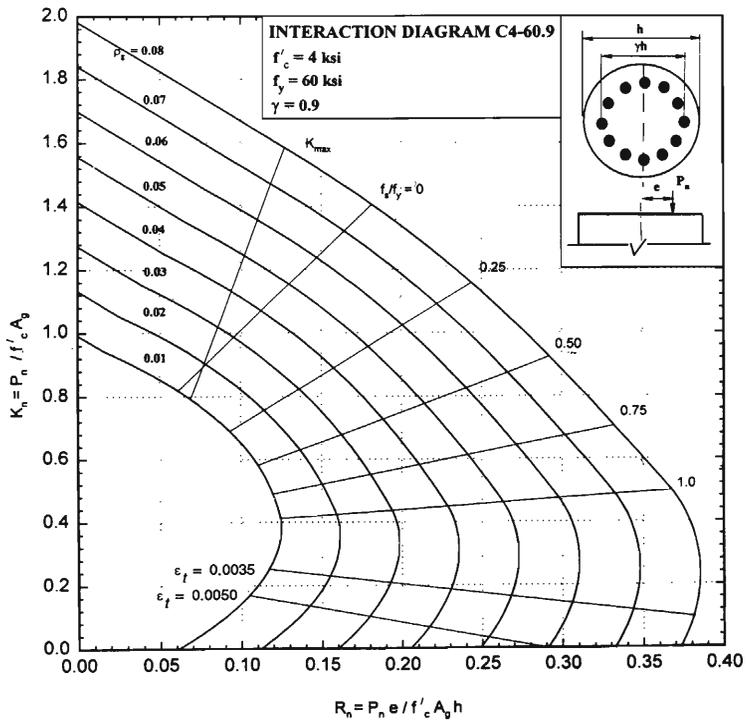


Diagrama C.40. Columna Circular, Refuerzo Uniforme, $f'c = 280 \text{ kg/cm}^2$ ACI # C4-60.9

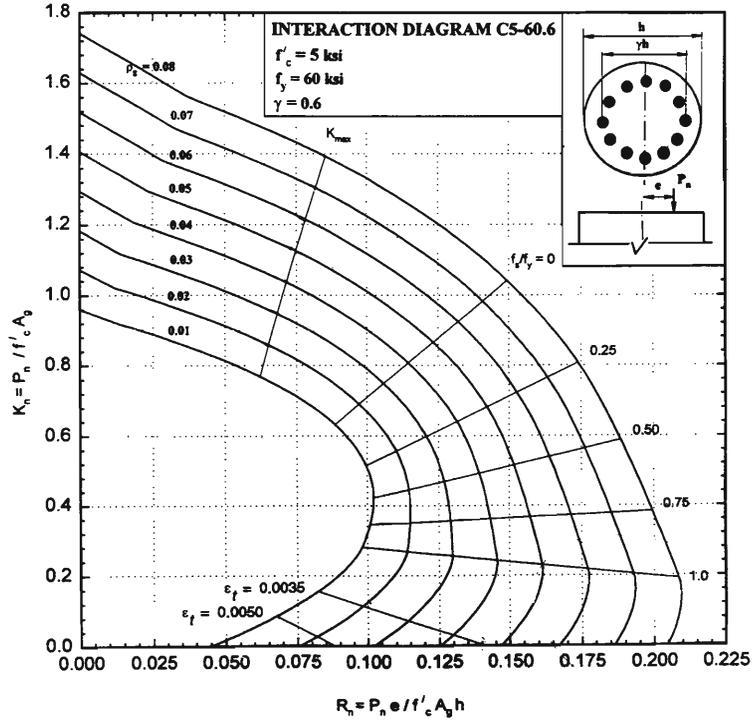


Diagrama C.41. Columna Circular, Refuerzo Uniforme, $f'c = 350 \text{ kg/cm}^2$ ACI # C5-60.6

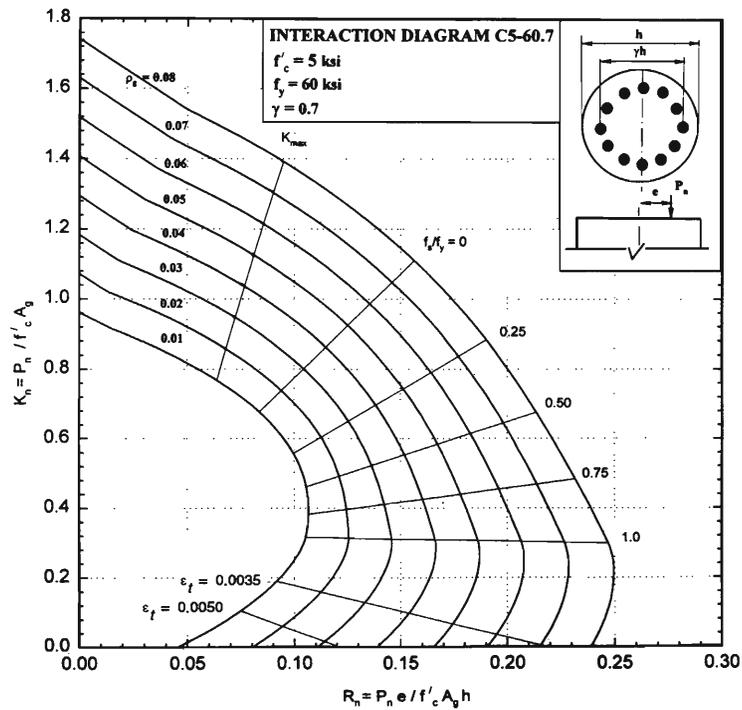


Diagrama C.42. Columna Circular, Refuerzo Uniforme, $f'c = 350 \text{ kg/cm}^2$ ACI # C5-60.7

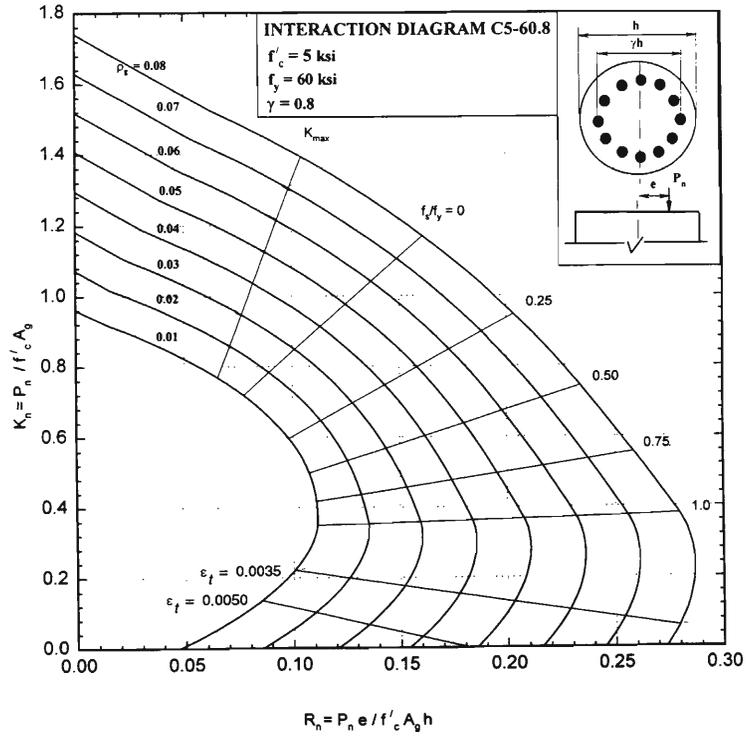


Diagrama C.43. Columna Circular, Refuerzo Uniforme, $f'c = 350 \text{ kg/cm}^2$ ACI # C5-60.8

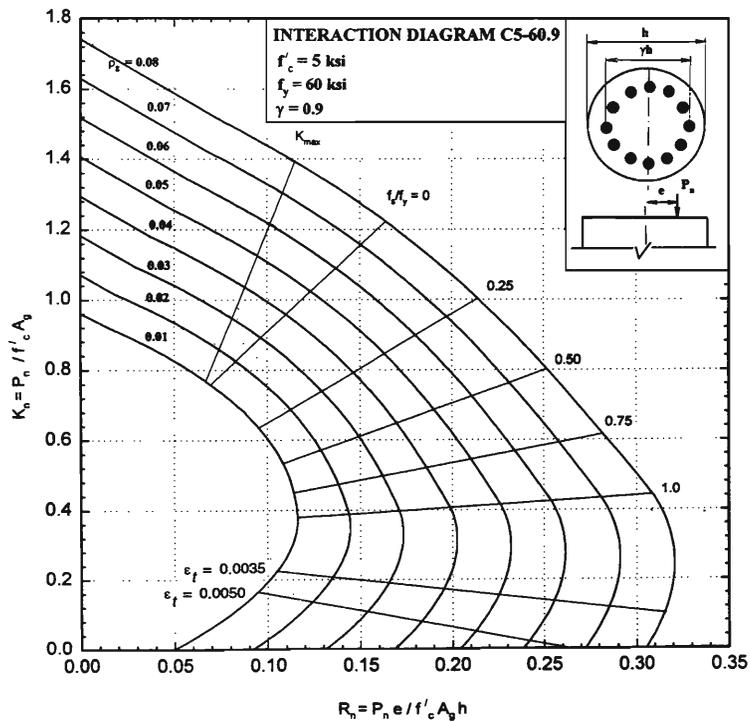


Diagrama C.44. Columna Circular, Refuerzo Uniforme, $f'c = 350 \text{ kg/cm}^2$ ACI # C5-60.9

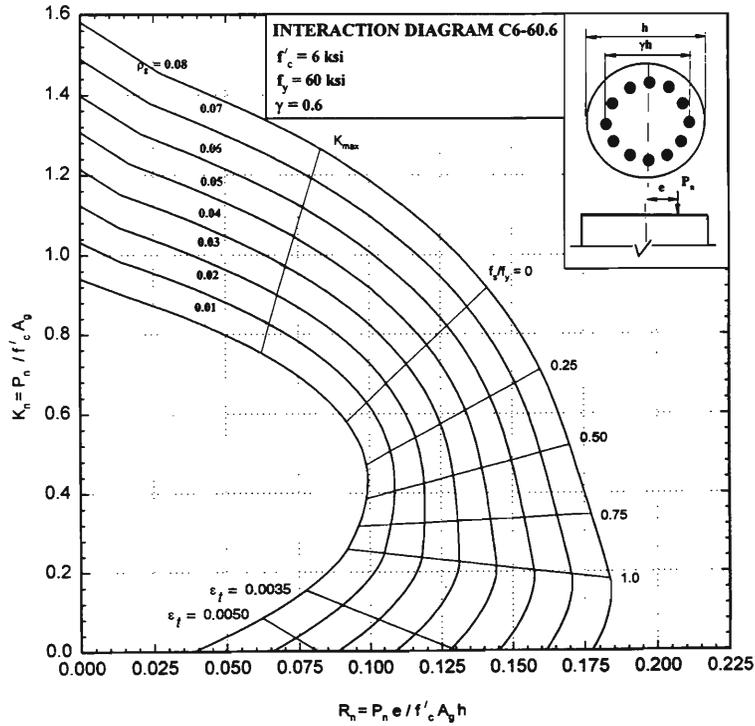


Diagrama C.45. Columna Circular, Refuerzo Uniforme, $f'c = 420 \text{ kg/cm}^2$ ACI # C6-60.6

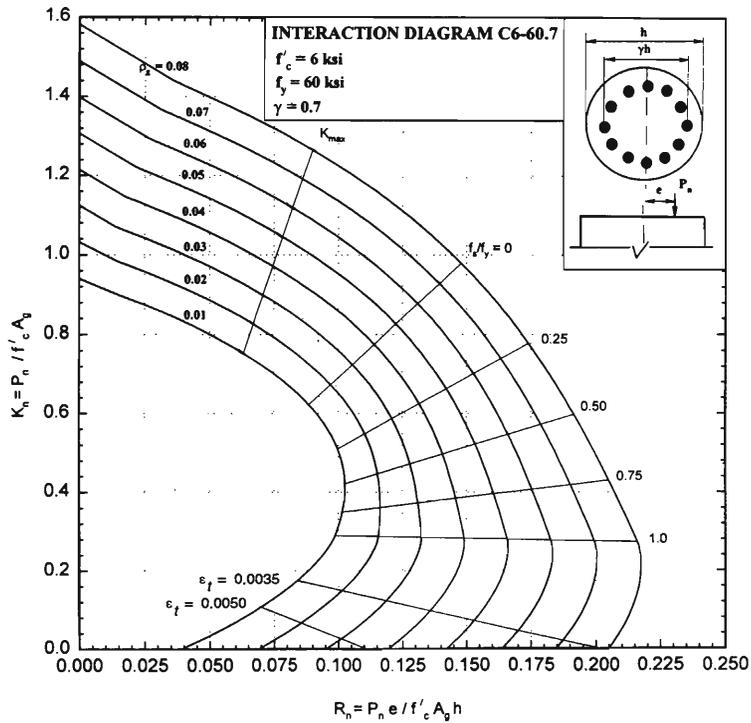


Diagrama C.46. Columna Circular, Refuerzo Uniforme, $f'c = 420 \text{ kg/cm}^2$ ACI # C6-60.7

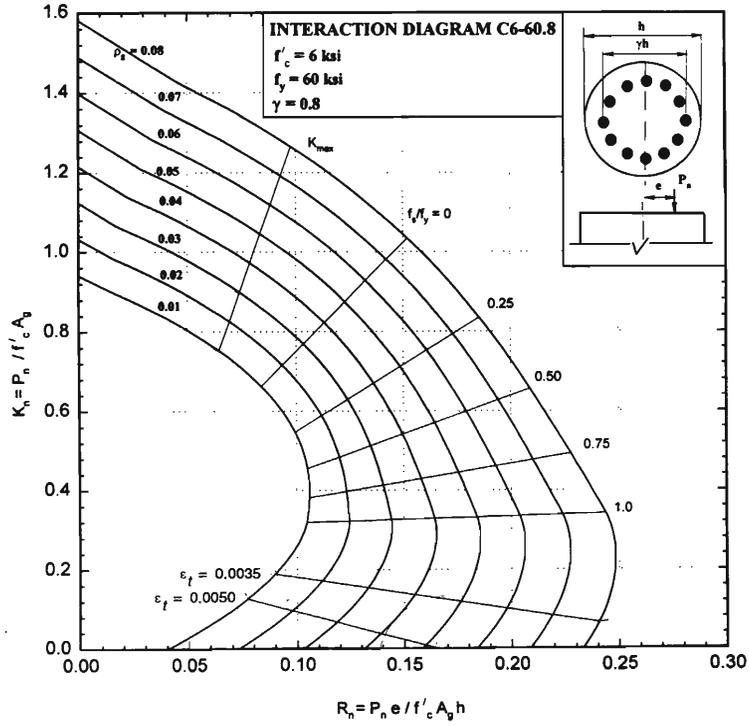


Diagrama C.47. Columna Circular, Refuerzo Uniforme. $f'_c = 420 \text{ kg/cm}^2$ ACI # C6-60.8

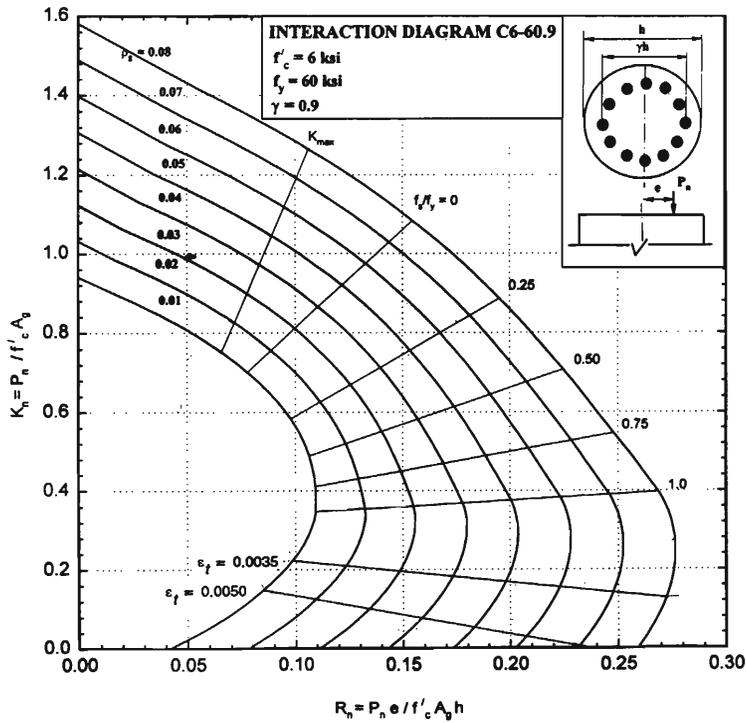


Diagrama C.48. Columna Circular, Refuerzo Uniforme, $f'_c = 420 \text{ kg/cm}^2$ ACI # C6-60.9

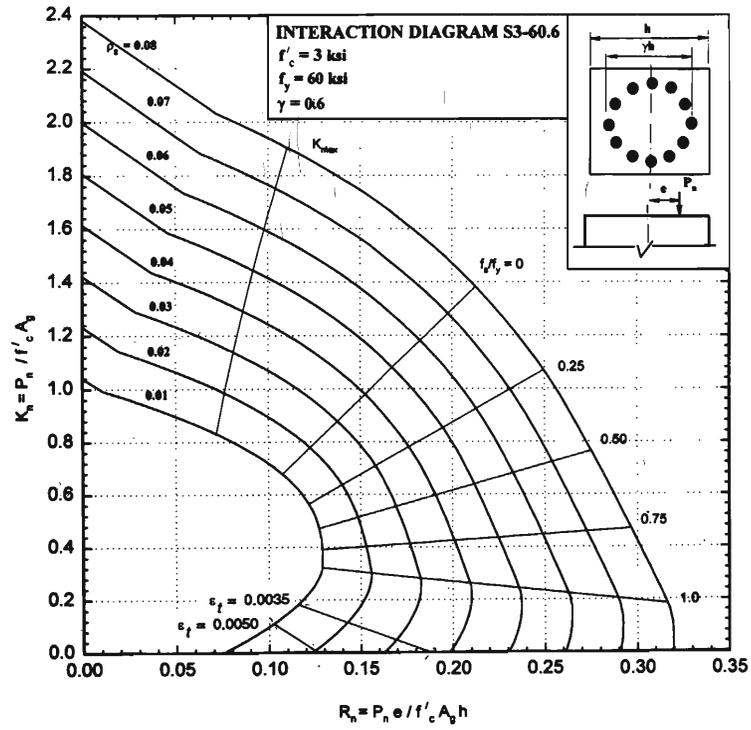


Diagrama C.49. Columna Cuadrada, Refuerzo Circular, $f'_c = 210 \text{ kg/cm}^2$ ACI # S3-60.6

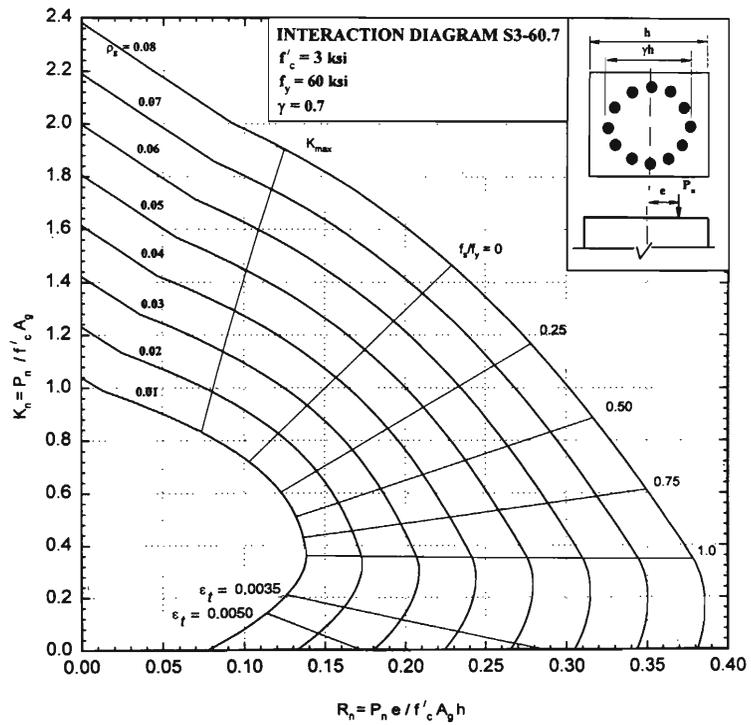


Diagrama C.50. Columna Cuadrada, Refuerzo Circular, $f'_c = 210 \text{ kg/cm}^2$ ACI # S3-60.7

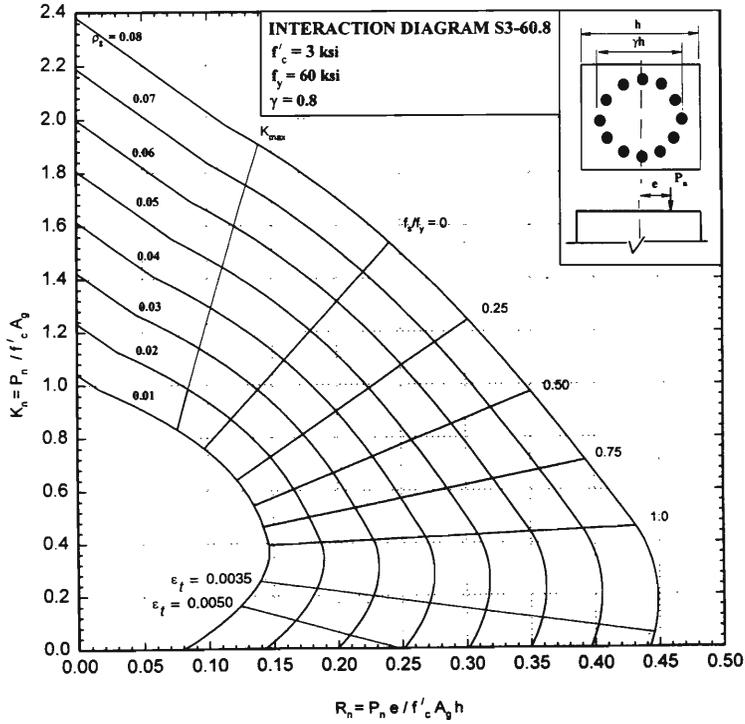


Diagrama C.51. Columna Cuadrada, Refuerzo Circular, $f'c = 210 \text{ kg/cm}^2$ ACI # S3-60.8

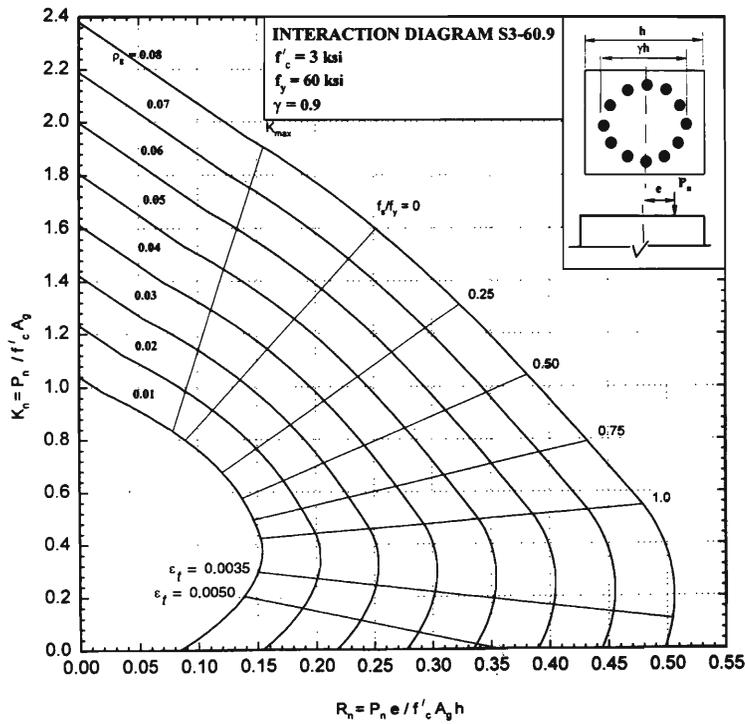


Diagrama C.52. Columna Cuadrada, Refuerzo Circular, $f'c = 210 \text{ kg/cm}^2$ ACI # S3-60.9

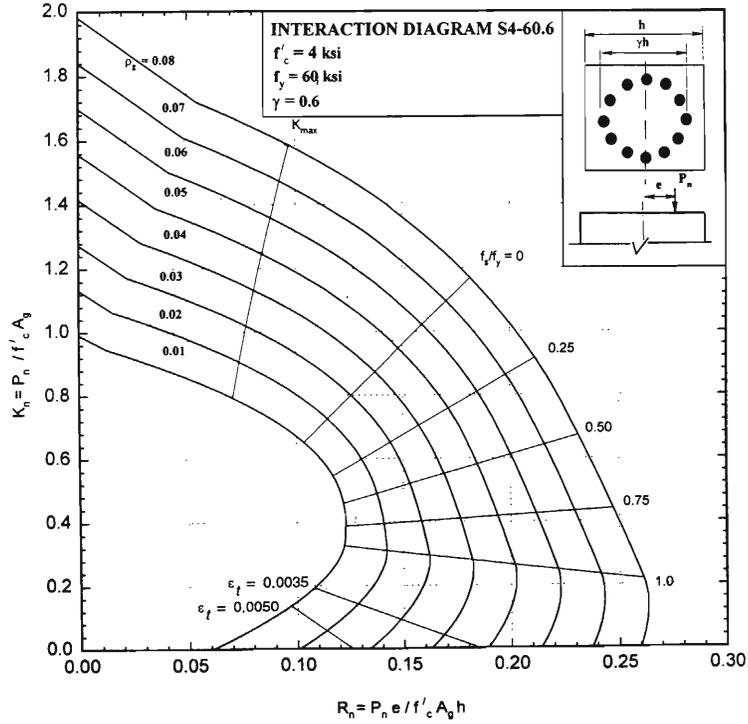


Diagrama C.53. Columna Cuadrada, Refuerzo Circular, $f'c = 280 \text{ kg/cm}^2$ ACI # S4-60.6

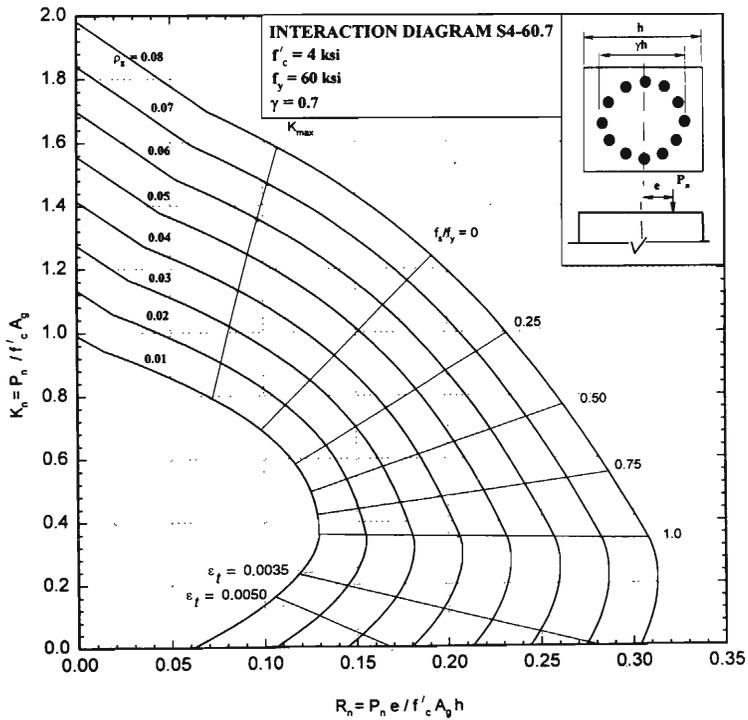


Diagrama C.54. Columna Cuadrada, Refuerzo Circular, $f'c = 280 \text{ kg/cm}^2$ ACI # S4-60.7

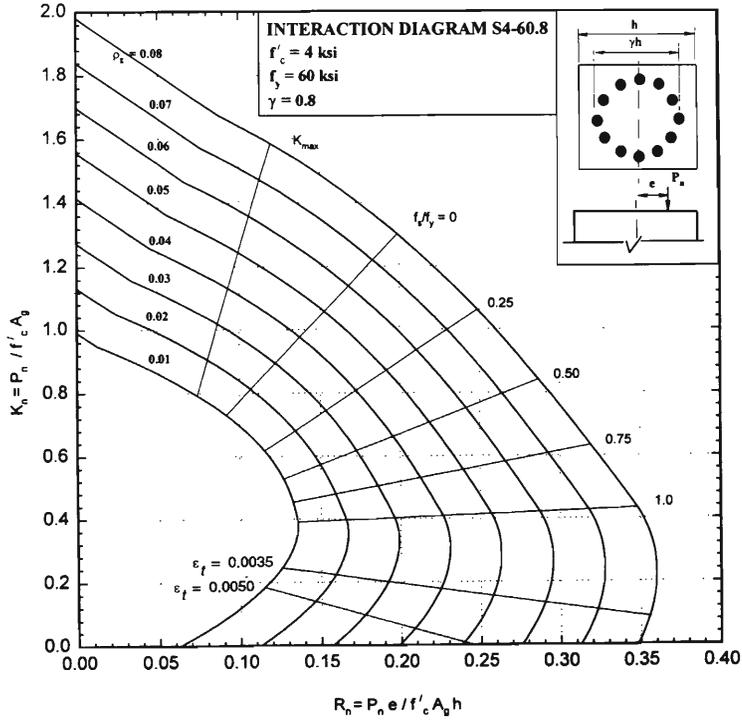


Diagrama C.55. Columna Cuadrada, Refuerzo Circular, $f'_c = 280 \text{ kg/cm}^2$ ACI # S4-60.8

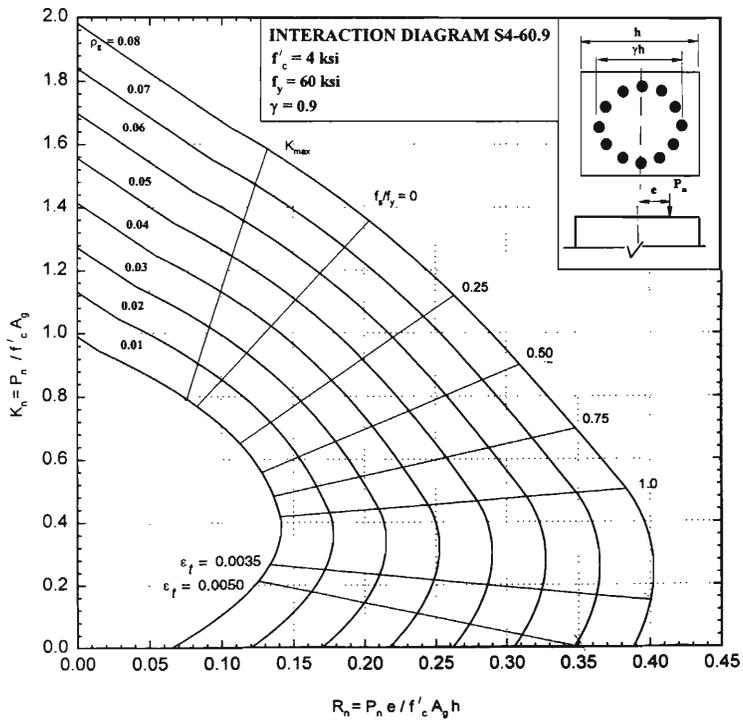


Diagrama C.56. Columna Cuadrada, Refuerzo Circular, $f'_c = 280 \text{ kg/cm}^2$ ACI # S4-60.9

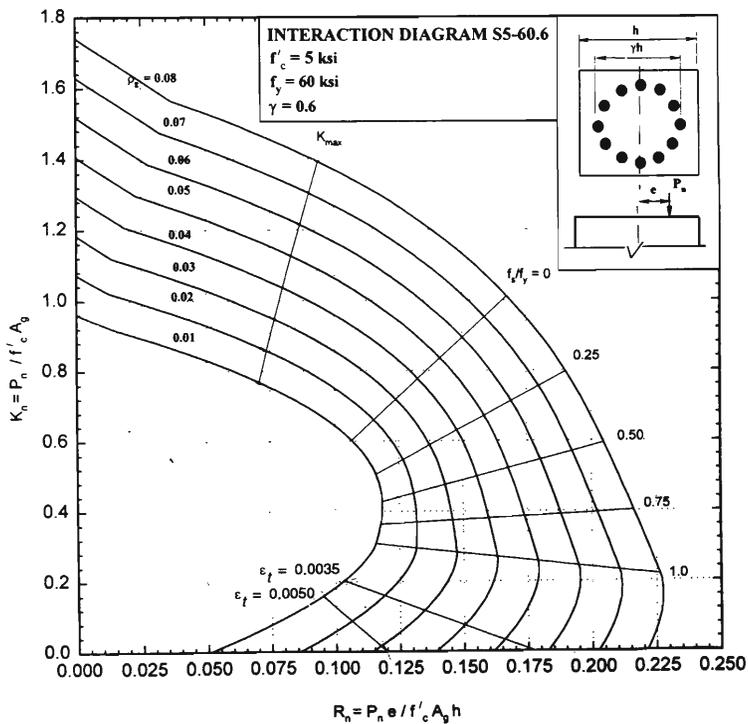


Diagrama C.57. Columna Cuadrada, Refuerzo Circular, $f'c = 350 \text{ kg/cm}^2$ ACI # S5-60.6

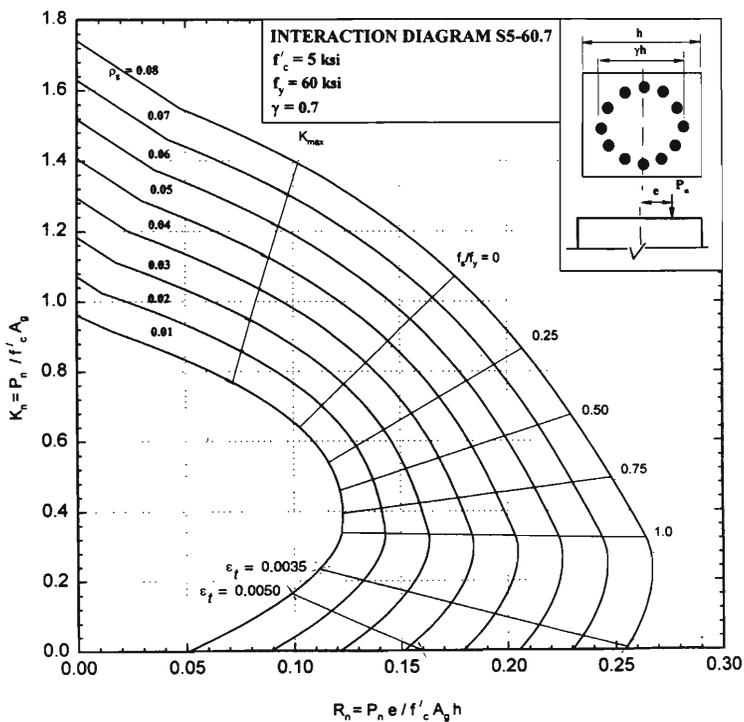


Diagrama C.58. Columna Cuadrada, Refuerzo Circular, $f'c = 350 \text{ kg/cm}^2$ ACI # S5-60.7

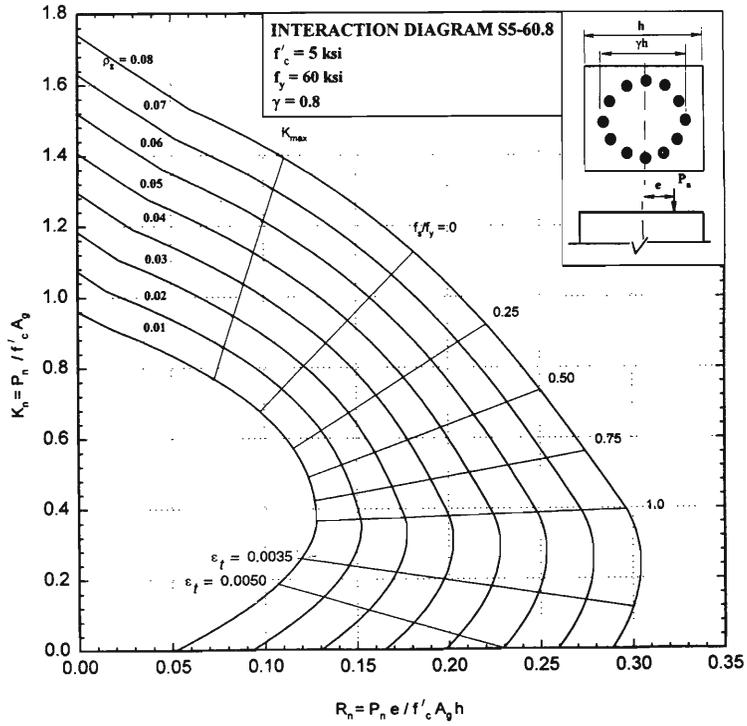


Diagrama C.59. Columna Cuadrada, Refuerzo Circular, $f^c = 350 \text{ kg/cm}^2$ ACI # S5-60.8

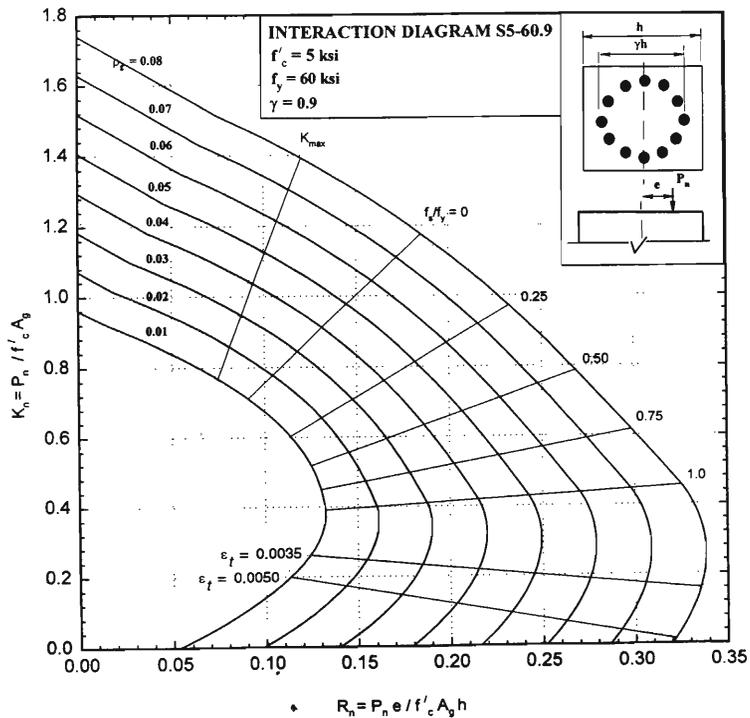


Diagrama C.60. Columna Cuadrada, Refuerzo Circular, $f^c = 350 \text{ kg/cm}^2$ ACI # S5-60.9

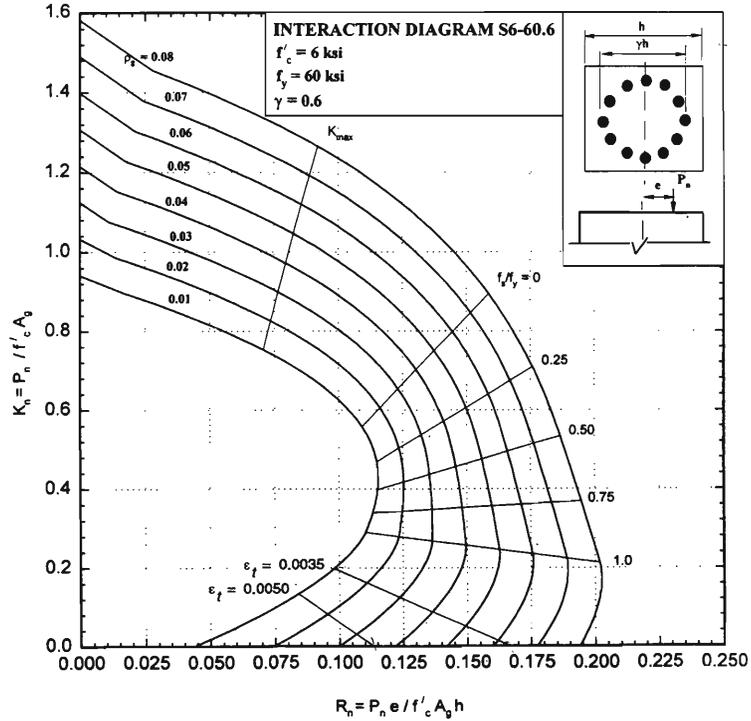


Diagrama C.61. Columna Cuadrada, Refuerzo Circular, $f^{\prime}c = 420 \text{ kg/cm}^2$ ACI # S6-60.6

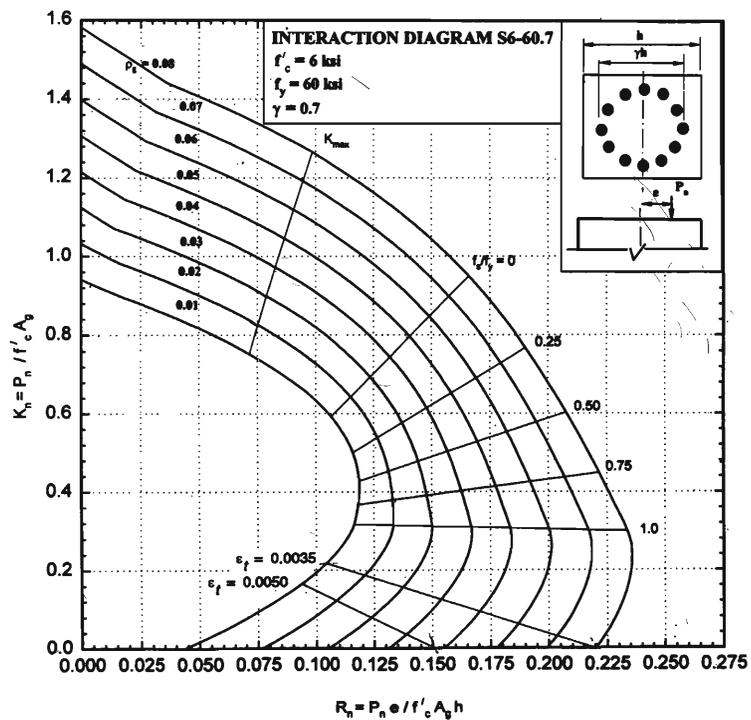


Diagrama C.62. Columna Cuadrada, Refuerzo Circular, $f^{\prime}c = 420 \text{ kg/cm}^2$ ACI # S6-60.7

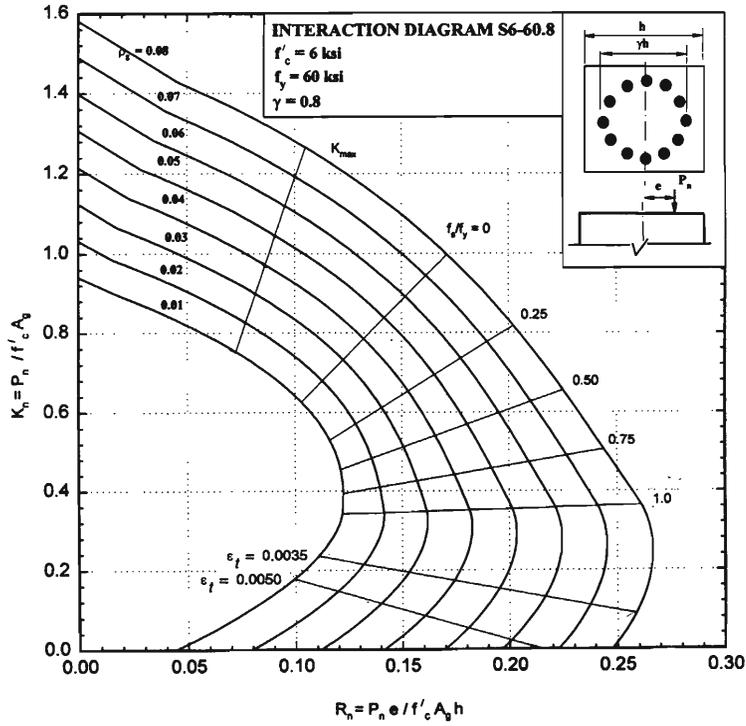


Diagrama C.63. Columna Cuadrada. Refuerzo Circular, $f'c = 420 \text{ kg/cm}^2$ ACI # S6-60.8

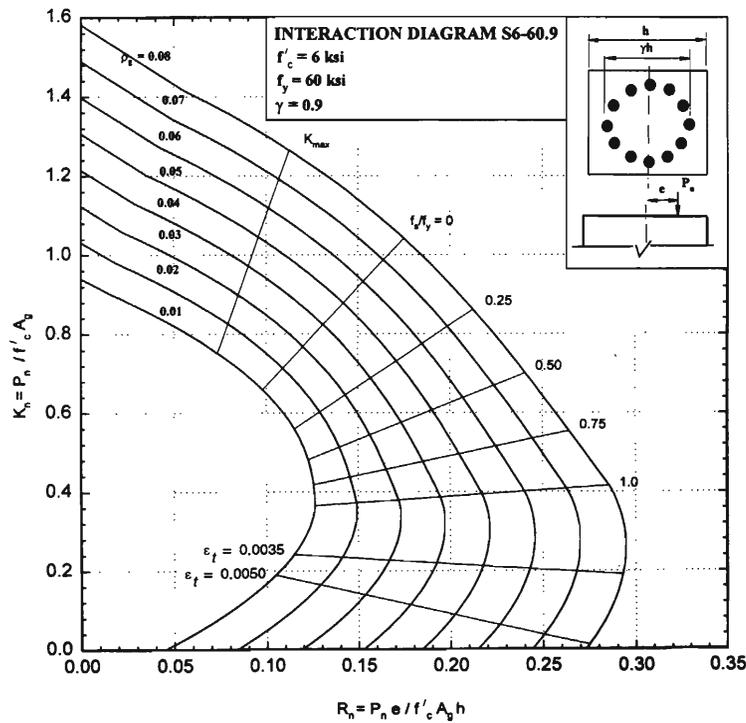


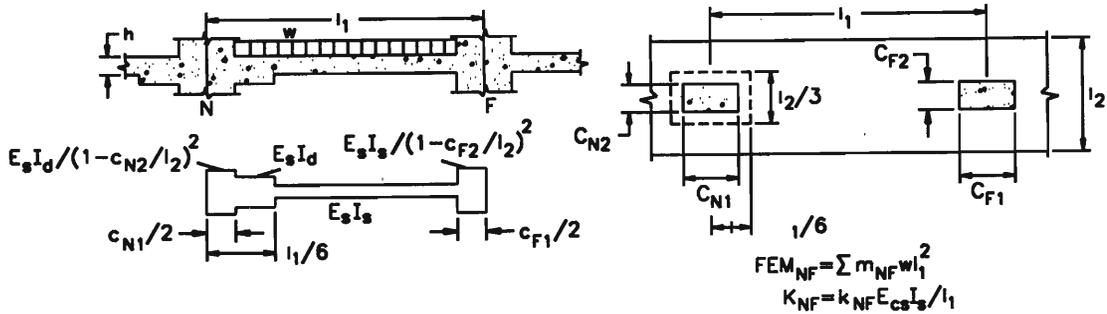
Diagrama C.64. Columna Cuadrada. Refuerzo Circular, $f'c = 420 \text{ kg/cm}^2$ ACI # S6-60.9

Apéndice D

El apéndice D incluye tablas que permiten determinar las constantes requeridas para el análisis de sistemas de losas sin vigas por el método del pórtico equivalente con ayuda del método de redistribución de momentos. En ellas, los parámetros K_{NF} , C_{NF} Y M_{NF} , corresponden al factor de rigidez, factor de transporte y momento de empotramiento respectivamente. Las tablas presentadas han sido tomadas de la referencia 31.

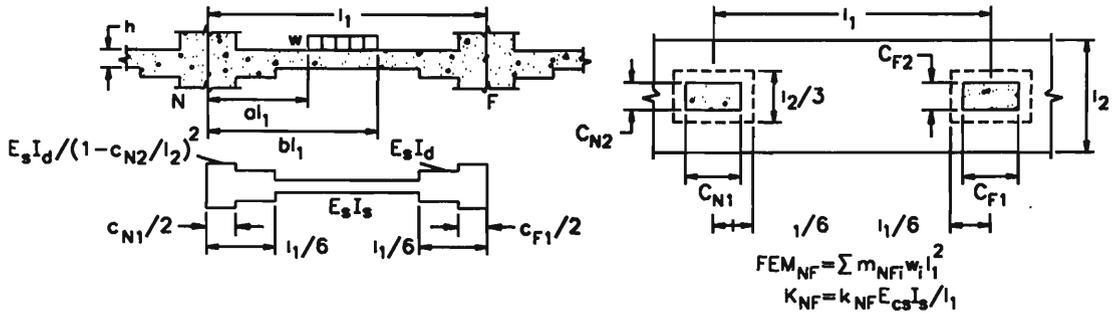
Tabla D.1.	Constantes de redistribución de momentos de la losa. Las columnas en los extremos N y F tiene las mismas dimensiones ($c_{F1}=c_{N1}$ y $c_{F2}=c_{N2}$)	616
Tabla D.2.	Constantes de redistribución de momentos de la losa. (Altura del panel=0.25h)	617
Tabla D.3.	Constantes de redistribución de momentos de la losa. (Altura del panel=0.50h)	618
Tabla D.4.	Constantes de redistribución de momentos de la losa. (Altura del panel=0.75h)	619
Tabla D.5.	Constantes de redistribución de momentos de la losa. (Altura del panel=h)	620
Tabla D.6.	Constantes de redistribución de momentos de las columnas.	621
Tabla D.7.	Constantes de redistribución de momentos de la losa.	622

Tabla D.1. Constantes de redistribución de momentos de la losa. Las columnas en los extremos N y F tiene las mismas dimensiones ($c_{F1}=c_{N1}$ y $c_{F2}=c_{N2}$)



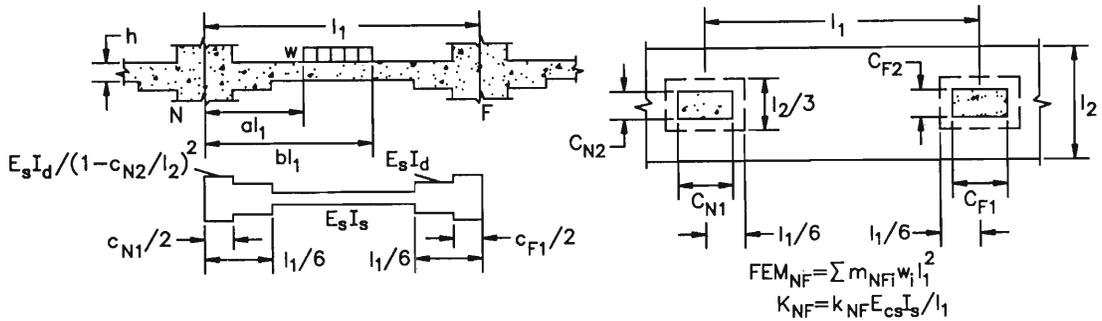
C_1/l_1	C_2/l_2	$t = 1.5h$						$t = 2h$					
		k _{NF}	C _{NF}	m_{NF}	k _{FN}	C _{FN}	m_{FN}	k _{NF}	C _{NF}	m_{NF}	k _{FN}	C _{FN}	m_{FN}
0.00	—	5.39	0.49	0.1023	4.26	0.60	0.0749	6.63	0.49	0.1190	4.49	0.65	0.0676
0.10	0.00	5.39	0.49	0.1023	4.26	0.60	0.0749	6.63	0.49	0.1190	4.49	0.65	0.0676
	0.10	5.65	0.52	0.1012	4.65	0.60	0.0794	7.03	0.54	0.1145	5.19	0.66	0.0757
	0.20	5.86	0.54	0.1012	4.91	0.61	0.0818	7.22	0.56	0.1140	5.43	0.67	0.0778
	0.30	6.05	0.55	0.1025	5.10	0.62	0.0838	7.36	0.56	0.1142	5.57	0.67	0.0786
0.20	0.00	5.39	0.49	0.1023	4.26	0.60	0.0749	6.63	0.49	0.1190	4.49	0.65	0.0676
	0.10	5.88	0.54	0.1006	5.04	0.61	0.0826	7.41	0.58	0.1111	5.96	0.66	0.0823
	0.20	6.33	0.58	0.1003	5.63	0.62	0.0874	7.85	0.61	0.1094	6.57	0.67	0.0872
	0.30	6.75	0.60	0.1008	6.10	0.64	0.0903	8.18	0.63	0.1093	6.94	0.68	0.0892
0.30	0.00	5.39	0.49	0.1023	4.26	0.60	0.075	6.63	0.49	0.1190	4.49	0.65	0.0676
	0.10	6.08	0.56	0.1003	5.40	0.61	0.085	7.76	0.62	0.1087	6.77	0.67	0.0873
	0.20	6.78	0.61	0.0996	6.38	0.63	0.092	8.49	0.66	0.1055	7.91	0.68	0.0952
	0.30	7.48	0.64	0.0997	7.25	0.65	0.096	9.06	0.68	0.1047	8.66	0.69	0.0991

Tabla D.2. Constantes de redistribución de momentos de la losa. (Altura del panel=0.25h)



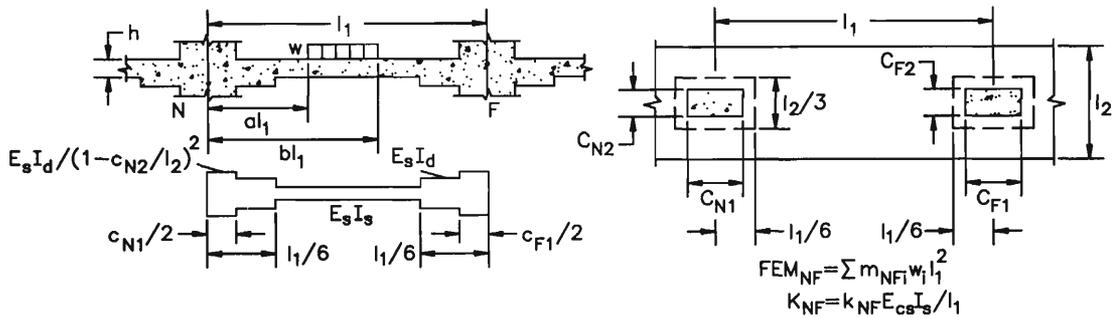
C_{N1}/l_1	C_{N2}/l_2	K_{NF}	C_{NF}	M_{NF}	MOMENTO DE EMPOTRAMIENTO PARA (b - a) = 0.2				
					a = 0.0	a = 0.2	a = 0.4	a = 0.6	a = 0.8
$C_{F1} = C_{N1}; C_{F2} = C_{N2}$									
0.00	—	4.79	0.54	0.0879	0.0157	0.0309	0.0263	0.0129	0.0022
0.10	0.00	4.79	0.54	0.0879	0.0157	0.0309	0.0263	0.0129	0.0022
	0.10	4.99	0.55	0.0890	0.0160	0.0316	0.0266	0.0128	0.0020
	0.20	5.18	0.56	0.0901	0.0163	0.0322	0.0270	0.0127	0.0019
0.20	0.30	5.37	0.57	0.0911	0.0167	0.0328	0.0273	0.0126	0.0018
	0.00	4.79	0.54	0.0879	0.0157	0.0309	0.0263	0.0129	0.0022
	0.10	5.17	0.56	0.0900	0.0161	0.0320	0.0269	0.0128	0.0020
0.30	0.20	5.56	0.58	0.0918	0.0166	0.0332	0.0276	0.0126	0.0018
	0.30	5.96	0.60	0.0936	0.0171	0.0344	0.0282	0.0124	0.0016
	0.00	4.79	0.54	0.0879	0.0157	0.0309	0.0263	0.0129	0.0022
0.30	0.10	5.32	0.57	0.0905	0.0161	0.0323	0.0272	0.0128	0.0021
	0.20	5.90	0.59	0.0930	0.0166	0.0338	0.0281	0.0127	0.0019
	0.30	6.55	0.62	0.0955	0.0171	0.0354	0.0290	0.0124	0.0017
$C_{F1} = 0.5C_{N1}; C_{F2} = 0.5C_{N2}$									
0.00	—	4.79	0.54	0.0879	0.0157	0.0309	0.0263	0.0129	0.0022
0.10	0.00	4.79	0.54	0.0879	0.0157	0.0309	0.0263	0.0129	0.0022
	0.10	4.96	0.55	0.0900	0.0160	0.0317	0.0269	0.0131	0.0022
	0.20	5.12	0.56	0.0920	0.0164	0.0325	0.0276	0.0134	0.0022
0.20	0.00	4.79	0.54	0.0879	0.0157	0.0309	0.0263	0.0129	0.0022
	0.10	5.11	0.56	0.0914	0.0162	0.0323	0.0275	0.0133	0.0022
	0.20	5.43	0.58	0.0950	0.0167	0.0337	0.0286	0.0138	0.0022
$C_{F1} = 2C_{N1}; C_{F2} = 2C_{N2}$									
0.00	—	4.79	0.54	0.0879	0.0157	0.0309	0.0263	0.0129	0.0022
0.10	0.00	4.79	0.54	0.0879	0.0157	0.0309	0.0263	0.0129	0.0022
	0.10	5.10	0.55	0.0880	0.0159	0.0311	0.0256	0.0117	0.0017

Tabla D.3. Constantes de redistribución de momentos de la losa. (Altura del panel=0.50h)



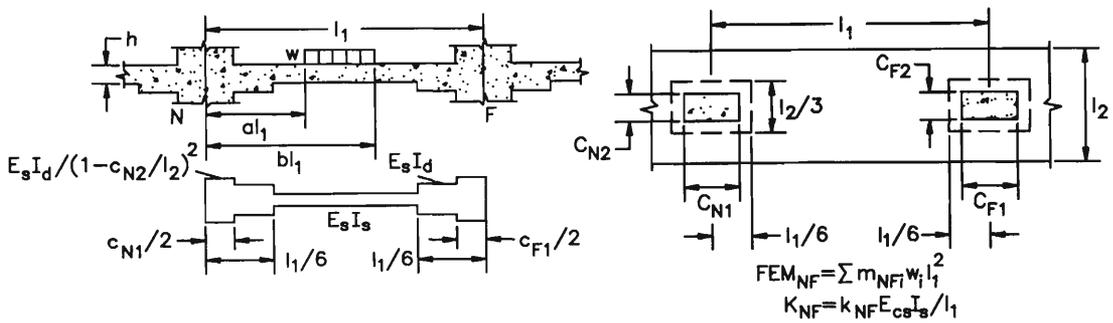
C_{N1}/l_1	C_{N2}/l_2	K_{NF}	C_{NF}	M_{NF}	MOMENTO DE EMPOTRAMIENTO PARA (b - a) = 0.2					
					a = 0.0	a = 0.2	a = 0.4	a = 0.6	a = 0.8	
$C_{F1} = C_{N1}; C_{F2} = C_{N2}$										
0.00	—	5.84	0.59	0.0926	0.0164	0.0335	0.0279	0.0128	0.0020	
	0.10	0.00	5.84	0.59	0.0926	0.0164	0.0335	0.0279	0.0128	0.0020
		0.10	6.04	0.60	0.0936	0.0167	0.0341	0.0282	0.0126	0.0018
		0.20	6.24	0.61	0.0940	0.0170	0.0347	0.0285	0.0125	0.0017
0.20	0.30	6.43	0.61	0.0952	0.0173	0.0353	0.0287	0.0123	0.0016	
	0.10	0.00	5.84	0.59	0.0926	0.0164	0.0335	0.0279	0.0128	0.0020
		0.10	6.22	0.61	0.0942	0.0168	0.0346	0.0285	0.0126	0.0018
		0.20	6.62	0.62	0.0957	0.0172	0.0356	0.0290	0.0123	0.0016
0.30	0.30	7.01	0.64	0.0971	0.0177	0.0366	0.0294	0.0120	0.0014	
	0.10	0.00	5.84	0.59	0.0926	0.0164	0.0335	0.0279	0.0128	0.0020
		0.10	6.37	0.61	0.0947	0.0168	0.0348	0.0287	0.0126	0.0018
		0.20	6.95	0.63	0.0967	0.0172	0.0362	0.0294	0.0123	0.0016
0.30	0.30	7.57	0.65	0.0986	0.0177	0.0375	0.0300	0.0119	0.0014	
	$C_{F1} = 0.5C_{N1}; C_{F2} = 0.5C_{N2}$									
	0.00	—	5.84	0.59	0.0926	0.0164	0.0335	0.0279	0.0128	0.0020
		0.10	0.00	5.84	0.59	0.0926	0.0164	0.0335	0.0279	0.0128
0.10			6.00	0.60	0.0945	0.0167	0.0343	0.0285	0.0130	0.0020
0.20	0.20	6.16	0.60	0.0962	0.0170	0.0350	0.0291	0.0132	0.0020	
	0.10	0.00	5.84	0.59	0.0926	0.0164	0.0335	0.0279	0.0128	0.0020
		0.10	6.15	0.60	0.0957	0.0169	0.0348	0.0290	0.0131	0.0020
		0.20	6.47	0.62	0.0987	0.0173	0.0360	0.0300	0.0134	0.0020
$C_{F1} = 2C_{N1}; C_{F2} = 2C_{N2}$										
0.00	—	5.84	0.59	0.0926	0.0164	0.0335	0.0279	0.0128	0.0020	
	0.10	0.00	5.84	0.59	0.0926	0.0164	0.0335	0.0279	0.0128	0.0020
		0.10	6.17	0.60	0.0907	0.0166	0.0337	0.0273	0.0116	0.0015

Tabla D.4. Constantes de redistribución de momentos de la losa. (Altura del panel=0.75h)



C_{N1}/l_1	C_{N2}/l_2	K_{NF}	C_{NF}	M_{NF}	MOMENTO DE EMPOTRAMIENTO PARA (b - a) = 0.2				
					a = 0.0	a = 0.2	a = 0.4	a = 0.6	a = 0.8
$C_{F1} = C_{N1}; C_{F2} = C_{N2}$									
0.00	—	6.92	0.63	0.0965	0.0171	0.0360	0.0293	0.0124	0.0017
	0.00	6.92	0.63	0.0965	0.0171	0.0360	0.0293	0.0124	0.0017
	0.10	7.12	0.64	0.0972	0.0174	0.0365	0.0295	0.0122	0.0016
	0.20	7.31	0.64	0.0978	0.0176	0.0370	0.0297	0.0120	0.0014
0.10	0.30	7.48	0.65	0.0984	0.0179	0.0375	0.0299	0.0118	0.0013
	0.00	6.92	0.63	0.0965	0.0171	0.0360	0.0293	0.0124	0.0017
	0.10	7.12	0.64	0.0977	0.0175	0.0369	0.0297	0.0121	0.0015
	0.20	7.31	0.65	0.0988	0.0178	0.0378	0.0301	0.0118	0.0013
0.20	0.30	7.48	0.67	0.0999	0.0182	0.0386	0.0304	0.0115	0.0011
	0.00	6.92	0.63	0.0965	0.0171	0.0360	0.0293	0.0124	0.0017
	0.10	7.29	0.65	0.0981	0.0175	0.0371	0.0299	0.0121	0.0015
	0.20	7.66	0.66	0.0996	0.0179	0.0383	0.0304	0.0117	0.0013
0.30	0.30	8.02	0.68	0.1009	0.0182	0.0394	0.0309	0.0113	0.0011
	0.00	6.92	0.63	0.0965	0.0171	0.0360	0.0293	0.0124	0.0017
	0.10	7.29	0.65	0.0981	0.0175	0.0371	0.0299	0.0121	0.0015
	0.20	7.66	0.66	0.0996	0.0179	0.0383	0.0304	0.0117	0.0013
$C_{F1} = 0.5C_{N1}; C_{F2} = 0.5C_{N2}$									
0.00	—	6.92	0.63	0.0965	0.0171	0.0360	0.0293	0.0124	0.0017
	0.00	6.92	0.63	0.0965	0.0171	0.0360	0.0293	0.0124	0.0017
	0.10	7.08	0.64	0.0980	0.0174	0.0366	0.0298	0.0125	0.0017
0.10	0.20	7.23	0.64	0.0993	0.0177	0.0372	0.0302	0.0126	0.0016
	0.00	6.92	0.63	0.0965	0.0171	0.0360	0.0293	0.0124	0.0017
	0.10	7.21	0.64	0.0991	0.0175	0.0371	0.0302	0.0126	0.0017
0.20	0.20	7.51	0.65	0.1014	0.0179	0.0381	0.0310	0.0128	0.0016
	0.00	6.92	0.63	0.0965	0.0171	0.0360	0.0293	0.0124	0.0017
$C_{F1} = 2C_{N1}; C_{F2} = 2C_{N2}$									
0.00	—	6.92	0.63	0.0965	0.0171	0.0360	0.0293	0.0124	0.0017
	0.00	6.92	0.63	0.0965	0.0171	0.0360	0.0293	0.0124	0.0017
0.10	0.10	7.26	0.64	0.0946	0.0173	0.0361	0.0287	0.0112	0.0013

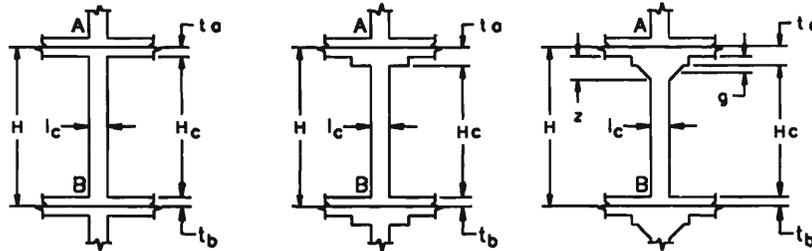
Tabla D.5. Constantes de redistribución de momentos de la losa. (Altura del panel=h)



C_{N1}/l_1	C_{N2}/l_2	K_{NF}	C_{NF}	M_{NF}	MOMENTO DE EMPOTRAMIENTO PARA (b - a) = 0.2				
					a = 0.0	a = 0.2	a = 0.4	a = 0.6	a = 0.8
$C_{F1} = C_{N1}; C_{F2} = C_{N2}$									
0.00	—	7.89	0.66	0.0993	0.0177	0.0380	0.0303	0.0118	0.0014
0.10	0.00	7.89	0.66	0.0993	0.0177	0.0380	0.0303	0.0118	0.0014
	0.10	8.07	0.66	0.0998	0.0180	0.0385	0.0305	0.0118	0.0013
	0.20	8.24	0.67	0.1003	0.0182	0.0389	0.0306	0.0115	0.0012
0.20	0.30	8.40	0.67	0.1007	0.0183	0.0393	0.0307	0.0113	0.0011
	0.00	7.89	0.66	0.0993	0.0177	0.0380	0.0303	0.0118	0.0014
	0.10	8.22	0.67	0.1002	0.0180	0.0388	0.0306	0.0115	0.0012
0.30	0.20	8.55	0.68	0.1010	0.0183	0.0395	0.0309	0.0112	0.0011
	0.30	9.87	0.69	0.1018	0.0186	0.0402	0.0311	0.0109	0.0009
	0.00	7.89	0.66	0.0993	0.0177	0.0380	0.0303	0.0118	0.0014
0.30	0.10	8.35	0.67	0.1005	0.0181	0.0390	0.0307	0.0115	0.0012
	0.20	8.82	0.68	0.1016	0.0184	0.0399	0.0311	0.0111	0.0011
	0.30	9.28	0.70	0.1026	0.0187	0.0409	0.0314	0.0107	0.0009
$C_{F1} = 0.5C_{N1}; C_{F2} = 0.5C_{N2}$									
0.00	—	7.89	0.66	0.0993	0.0177	0.0380	0.0303	0.0118	0.0014
0.10	0.00	7.89	0.66	0.0993	0.0177	0.0380	0.0303	0.0118	0.0014
	0.10	8.03	0.66	0.1006	0.0180	0.0386	0.0307	0.0119	0.0014
	0.20	8.16	0.67	0.1016	0.0182	0.0390	0.0310	0.0120	0.0014
0.20	0.00	7.89	0.66	0.0993	0.0177	0.0380	0.0303	0.0118	0.0014
	0.10	8.15	0.67	0.1014	0.0181	0.0389	0.0310	0.0120	0.0014
	0.20	8.41	0.68	0.1032	0.0184	0.0398	0.0316	0.0121	0.0013
$C_{F1} = 2C_{N1}; C_{F2} = 0.5C_{N2}$									
0.00	—	7.89	0.66	0.0993	0.0177	0.0380	0.0303	0.0118	0.0014
0.10	0.00	7.79	0.66	0.0993	0.0177	0.0380	0.0303	0.0118	0.0014
	0.10	8.20	0.67	0.0981	0.0179	0.0382	0.0297	0.0113	0.0010

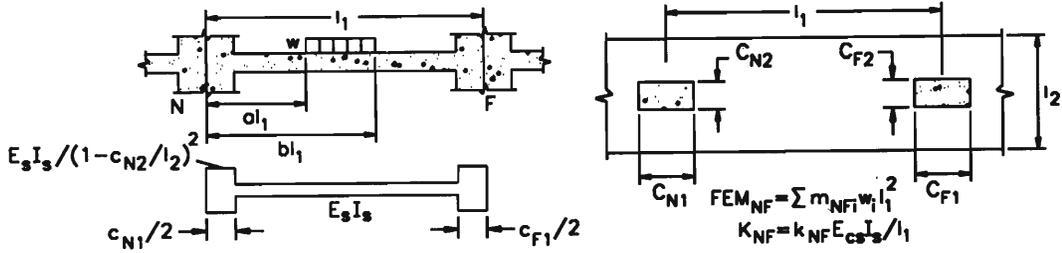
Tabla D.6. Constantes de redistribución de momentos de las columnas.

Para calcular k_{ba} y c_{ba} considerar t_a/t_b en lugar de t_b/t_a . Se sugiere tomar g igual a $z/2$.



t_a/t_b	H/H_c	1.05	1.10	1.15	1.20	1.25	1.30	1.35	1.40	1.45	1.50
0.00	KAB	4.29	4.40	4.60	4.80	5.00	5.20	5.40	5.60	5.80	6.00
	CAB	0.57	0.65	0.73	0.80	0.87	0.93	1.03	1.10	1.17	1.25
0.2	KAB	4.31	4.62	4.95	5.30	5.65	6.02	6.40	6.79	7.20	7.62
	CAB	0.56	0.62	0.68	0.74	0.80	0.85	0.91	0.96	1.01	1.07
0.4	KAB	4.38	4.79	5.22	5.67	6.15	6.65	7.18	7.74	8.32	8.94
	CAB	0.55	0.60	0.65	0.70	0.74	0.79	0.83	0.87	0.91	0.94
0.6	KAB	4.44	4.91	5.42	5.98	6.54	7.15	7.81	8.50	9.23	10.01
	CAB	0.55	0.59	0.63	0.67	0.70	0.74	0.77	0.80	0.83	0.85
0.8	KAB	4.49	5.01	5.58	6.19	6.85	7.56	8.31	9.12	9.98	10.89
	CAB	0.54	0.58	0.61	0.64	0.67	0.70	0.72	0.75	0.77	0.79
1.0	KAB	4.52	5.09	5.71	6.38	7.11	7.89	8.73	9.63	10.60	11.62
	CAB	0.54	0.57	0.60	0.62	0.65	0.67	0.69	0.71	0.73	0.74
1.2	KAB	4.55	5.16	5.82	6.54	7.32	8.17	9.08	10.07	11.12	12.25
	CAB	0.53	0.56	0.59	0.61	0.63	0.65	0.66	0.68	0.69	0.70
1.4	KAB	4.58	5.21	5.91	6.68	7.51	8.41	9.38	10.43	11.57	12.78
	CAB	0.53	0.55	0.58	0.60	0.61	0.63	0.64	0.65	0.66	0.67
1.6	KAB	4.60	5.26	5.99	6.79	7.66	8.61	9.64	10.75	11.95	13.24
	CAB	0.53	0.55	0.57	0.59	0.60	0.61	0.62	0.63	0.64	0.65
1.8	KAB	4.62	5.30	6.06	6.89	7.80	8.79	9.87	11.03	12.29	13.65
	CAB	0.52	0.55	0.56	0.58	0.59	0.60	0.61	0.61	0.62	0.63
2.0	KAB	4.63	5.34	6.12	6.98	7.92	8.94	10.06	11.27	12.59	14.00
	CAB	0.52	0.54	0.56	0.57	0.58	0.59	0.59	0.60	0.60	0.61
2.2	KAB	4.65	5.37	6.17	7.05	8.02	9.08	10.24	11.49	12.85	14.31
	CAB	0.52	0.54	0.55	0.56	0.57	0.58	0.58	0.59	0.59	0.59
2.4	KAB	4.66	5.40	6.22	7.12	8.11	9.20	10.39	11.68	13.08	14.60
	CAB	0.52	0.53	0.55	0.56	0.56	0.57	0.57	0.58	0.58	0.58
2.6	KAB	4.67	5.42	6.26	7.18	8.20	9.31	10.53	11.86	13.29	14.85
	CAB	0.52	0.53	0.54	0.55	0.56	0.56	0.56	0.57	0.57	0.57
2.8	KAB	4.68	5.44	6.29	7.23	8.27	9.41	10.66	12.01	13.48	15.07
	CAB	0.52	0.53	0.54	0.55	0.55	0.55	0.56	0.56	0.56	0.56
3.0	KAB	4.69	5.46	6.33	7.28	8.34	9.50	10.77	12.15	13.65	15.28
	CAB	0.52	0.53	0.54	0.54	0.55	0.55	0.55	0.55	0.55	0.55
3.2	KAB	4.70	5.48	6.36	7.33	8.40	9.58	10.87	12.28	13.81	15.47
	CAB	0.52	0.53	0.53	0.54	0.54	0.54	0.54	0.54	0.54	0.54
3.4	KAB	4.71	5.50	6.38	7.37	8.46	9.65	10.97	12.40	13.95	15.64
	CAB	0.51	0.52	0.53	0.53	0.54	0.54	0.54	0.53	0.53	0.53
3.6	KAB	4.71	5.51	6.41	7.41	8.51	9.72	11.05	12.51	14.09	15.80
	CAB	0.51	0.52	0.53	0.53	0.53	0.53	0.53	0.53	0.53	0.52
3.8	KAB	4.72	5.53	6.43	7.44	8.56	9.78	11.13	12.60	14.21	15.95
	CAB	0.51	0.52	0.53	0.53	0.53	0.53	0.53	0.52	0.52	0.52
4.0	KAB	4.72	5.54	6.45	7.47	8.60	9.84	11.21	12.70	14.32	16.08
	CAB	0.51	0.52	0.52	0.53	0.53	0.52	0.52	0.52	0.52	0.51
4.2	KAB	4.73	5.55	6.47	7.50	8.64	9.90	11.27	12.78	14.42	16.20
	CAB	0.51	0.52	0.52	0.52	0.52	0.52	0.52	0.51	0.51	0.51
4.4	KAB	4.73	5.56	6.49	7.53	8.68	9.95	11.34	12.86	14.52	16.32
	CAB	0.51	0.52	0.52	0.52	0.52	0.52	0.51	0.51	0.51	0.50
4.6	KAB	4.74	5.57	6.51	7.55	8.71	9.99	11.40	12.93	14.61	16.43
	CAB	0.51	0.52	0.52	0.52	0.52	0.52	0.51	0.51	0.50	0.50
4.8	KAB	4.74	5.58	6.53	7.58	8.75	10.03	11.45	13.00	14.69	16.53
	CAB	0.51	0.52	0.52	0.52	0.52	0.51	0.51	0.50	0.50	0.49
5.0	KAB	4.75	5.59	6.54	7.60	8.78	10.07	11.50	13.07	14.77	16.62
	CAB	0.51	0.51	0.52	0.52	0.51	0.51	0.51	0.50	0.49	0.49
6.0	KAB	4.76	5.63	6.60	7.69	8.90	10.24	11.72	13.33	15.10	17.02
	CAB	0.51	0.51	0.51	0.51	0.50	0.50	0.49	0.49	0.48	0.47

Tabla D.7. Constantes de redistribución de momentos de la losa.



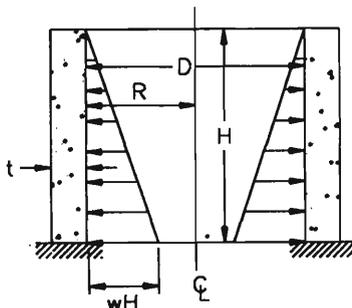
C_{N1}/l_1	C_{N2}/l_2	K_{NF}	C_{NF}	M_{NF}	MOMENTO DE EMPOTRAMIENTO PARA (b - a) = 0.2					
					a = 0.0	a = 0.2	a = 0.4	a = 0.6	a = 0.8	
$C_{F1} = C_{N1}; C_{F2} = C_{N2}$										
0.00	—	4.00	0.50	0.0833	0.0151	0.0287	0.0247	0.0127	0.00226	
	0.00	4.00	0.50	0.0833	0.0151	0.0287	0.0247	0.0127	0.00226	
	0.10	4.18	0.51	0.0847	0.0154	0.0293	0.0251	0.0126	0.00214	
	0.20	4.36	0.52	0.0860	0.0158	0.0300	0.0255	0.0126	0.00201	
	0.30	4.53	0.54	0.0872	0.0161	0.0301	0.0259	0.0125	0.00188	
0.10	0.40	4.70	0.55	0.0882	0.0165	0.0314	0.0262	0.0124	0.00174	
	0.00	4.00	0.50	0.0833	0.0151	0.0287	0.0247	0.0127	0.00226	
	0.10	4.35	0.52	0.0857	0.0155	0.0299	0.0254	0.0127	0.00213	
	0.20	4.72	0.54	0.0880	0.0161	0.0311	0.0262	0.0126	0.00197	
	0.30	5.11	0.56	0.0901	0.0166	0.0324	0.0269	0.0125	0.00178	
0.20	0.40	5.51	0.58	0.0921	0.0171	0.0336	0.0276	0.0123	0.00156	
	0.00	4.00	0.50	0.0833	0.0151	0.0287	0.0247	0.0127	0.00226	
	0.10	4.49	0.53	0.0863	0.0155	0.0301	0.0257	0.0128	0.00219	
	0.20	5.05	0.56	0.0893	0.0160	0.0317	0.0267	0.0128	0.00207	
	0.30	5.69	0.59	0.0923	0.0165	0.0334	0.0278	0.0127	0.00190	
0.30	0.40	6.41	0.61	0.0951	0.0171	0.0352	0.0287	0.0124	0.00167	
	0.00	4.00	0.50	0.0833	0.0151	0.0287	0.0247	0.0127	0.00226	
	0.10	4.61	0.53	0.0866	0.0154	0.0302	0.0259	0.0129	0.00225	
	0.20	5.35	0.56	0.0901	0.0158	0.0318	0.0271	0.0131	0.00221	
	0.30	6.25	0.60	0.0936	0.0162	0.0337	0.0284	0.0131	0.00211	
0.40	0.40	7.37	0.64	0.0971	0.0168	0.0359	0.0297	0.0128	0.00195	
	0.00	4.00	0.50	0.0833	0.0151	0.0287	0.0247	0.0127	0.00226	
	0.10	4.61	0.53	0.0866	0.0154	0.0302	0.0259	0.0129	0.00225	
	0.20	5.35	0.56	0.0901	0.0158	0.0318	0.0271	0.0131	0.00221	
	0.30	6.25	0.60	0.0936	0.0162	0.0337	0.0284	0.0131	0.00211	
$C_{F1} = 0.5C_{N1}; C_{F2} = 0.5C_{N2}$	0.00	—	4.00	0.50	0.0833	0.0151	0.0287	0.0247	0.0127	0.00223
	0.00	4.00	0.50	0.0833	0.0151	0.0287	0.0247	0.0127	0.00223	
	0.10	4.16	0.51	0.0857	0.0155	0.0296	0.0254	0.0130	0.00223	
	0.20	4.31	0.52	0.0879	0.0158	0.0304	0.0261	0.0133	0.00223	
	0.30	4.45	0.54	0.0900	0.0162	0.0312	0.0267	0.0135	0.00223	
	0.40	4.58	0.54	0.0918	0.0165	0.0319	0.0273	0.0136	0.00223	
	0.00	4.00	0.50	0.0833	0.0151	0.0287	0.0247	0.0127	0.00223	
	0.10	4.30	0.52	0.0872	0.0156	0.0301	0.0259	0.0132	0.00223	
	0.20	4.61	0.55	0.0912	0.0161	0.0317	0.0272	0.0136	0.00223	
	0.30	4.92	0.57	0.0951	0.0167	0.0332	0.0285	0.0143	0.00224	
$C_{F1} = 2C_{N1}; C_{F2} = 2C_{N2}$	0.00	—	4.00	0.50	0.0833	0.0151	0.0287	0.0247	0.0127	0.00223
	0.00	4.00	0.50	0.0833	0.0151	0.0287	0.0247	0.0127	0.00223	
	0.10	4.27	0.51	0.0873	0.0153	0.0289	0.0241	0.0116	0.0018	
	0.20	4.56	0.52	0.0908	0.0156	0.0290	0.0234	0.0103	0.0013	
	0.00	4.00	0.50	0.0833	0.0151	0.0287	0.0247	0.0127	0.00223	
	0.10	4.49	0.51	0.0819	0.0154	0.0291	0.0240	0.0114	0.0019	
	0.20	5.11	0.53	0.0780	0.0158	0.0283	0.0228	0.0096	0.0014	

Apéndice E

El apéndice E presenta tablas con coeficientes para facilitar el diseño de tanques circulares de concreto armado. Ellas permiten evaluar las tensiones y momentos flectores en diversas secciones de las paredes y tapa de la estructura. Las tablas mostradas han sido tomadas de la referencia 32.

- Tabla E.1. Tensión en los anillos circulares de la pared del tanque con base empotrada y borde superior libre sometida a carga triangular.
- Tabla E.2. Momentos flectores en la pared del tanque con base empotrada y borde superior libre sometida a carga triangular.
- Tabla E.3. Tensión en los anillos circulares de la pared del tanque con base empotrada y borde superior libre sometida a carga concentrada en el borde superior.
- Tabla E.4. Momentos flectores en la pared del tanque con base empotrada y borde superior libre sometida a carga concentrada en el borde superior.
- Tabla E.5. Fuerza cortante en la base de la pared del tanque sometida a carga triangular.
- Tabla E.6. Momentos flectores en losa circular sin apoyo central sometida a carga uniforme.

Tabla E.1. Tensión en los anillos circulares de la pared del tanque con base empotrada y borde superior libre sometida a carga triangular.

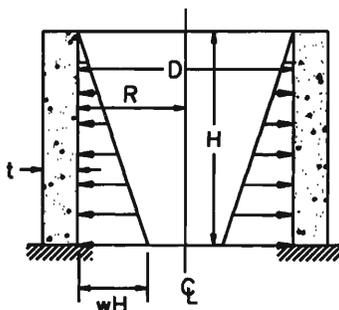


$$T = \text{coeficiente} \times wHR$$

El signo positivo indica tensión.

Coeficientes en el punto										
$\frac{H^2}{Dt}$	0.0H	0.1H	0.2H	0.3H	0.4H	0.5H	0.6H	0.7H	0.8H	0.9H
0.4	+0.149	+0.134	+0.120	+0.101	+0.082	+0.066	+0.049	+0.029	+0.014	+0.004
0.8	+0.263	+0.239	+0.215	+0.190	+0.160	+0.130	+0.096	+0.063	+0.034	+0.010
1.2	+0.283	+0.271	+0.254	+0.234	+0.209	+0.180	+0.142	+0.099	+0.054	+0.016
1.6	+0.265	+0.268	+0.268	+0.266	+0.250	+0.226	+0.185	+0.134	+0.075	+0.023
2.0	+0.234	+0.251	+0.273	+0.285	+0.285	+0.274	+0.232	+0.172	+0.104	+0.031
3.0	+0.134	+0.203	+0.267	+0.322	+0.357	+0.362	+0.330	+0.262	+0.157	+0.052
4.0	+0.067	+0.164	+0.256	+0.339	+0.403	+0.429	+0.409	+0.334	+0.210	+0.073
5.0	+0.025	+0.137	+0.245	+0.346	+0.428	+0.477	+0.469	+0.398	+0.259	+0.092
6.0	+0.018	+0.119	+0.234	+0.344	+0.441	+0.504	+0.514	+0.447	+0.301	+0.112
8.0	+0.011	+0.104	+0.218	+0.335	+0.443	+0.534	+0.575	+0.530	+0.381	+0.151
10.0	+0.011	+0.098	+0.208	+0.323	+0.437	+0.542	+0.608	+0.589	+0.440	+0.179
12.0	+0.005	+0.097	+0.202	+0.312	+0.429	+0.543	+0.628	+0.633	+0.494	+0.211
14.0	+0.002	+0.098	+0.200	+0.306	+0.420	+0.539	+0.639	+0.666	+0.541	+0.241
16.0	0.000	+0.099	+0.199	+0.304	+0.412	+0.531	+0.641	+0.687	+0.582	+0.265

Tabla E.2. Momentos flectores en la pared del tanque con base empotrada y borde superior libre sometida a carga triangular.

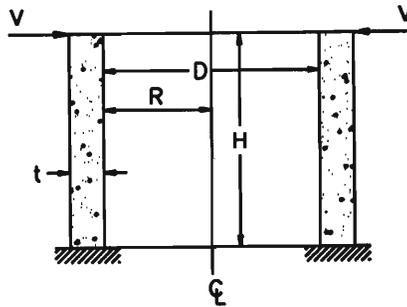


$$M = \text{coeficiente} \times wH^3$$

El signo positivo indica tensión en la cara exterior.

Coeficientes en el punto										
$\frac{H^2}{Dt}$	0.1H	0.2H	0.3H	0.4H	0.5H	0.6H	0.7H	0.8H	0.9H	1.0H
0.4	+0.0005	+0.0014	+0.0021	+0.0007	-0.0042	-0.0150	-0.0302	-0.0529	-0.0816	-0.1205
0.8	+0.0011	+0.0037	+0.0063	+0.0080	+0.0070	+0.0023	-0.0068	-0.0224	-0.0465	-0.0795
1.2	+0.0012	+0.0042	+0.0077	+0.0103	+0.0112	+0.0090	+0.0022	-0.0108	-0.0311	-0.0602
1.6	+0.0011	+0.0041	+0.0075	+0.0107	+0.0121	+0.0111	+0.0058	-0.0051	-0.0232	-0.0505
2.0	+0.0010	+0.0035	+0.0068	+0.0099	+0.0120	+0.0115	+0.0075	-0.0021	-0.0185	-0.0436
3.0	+0.0006	+0.0024	+0.0047	+0.0071	+0.0090	+0.0097	+0.0077	+0.0012	-0.0119	-0.0333
4.0	+0.0003	+0.0015	+0.0028	+0.0047	+0.0066	+0.0077	+0.0069	+0.0023	-0.0080	-0.0268
5.0	+0.0002	+0.0008	+0.0016	+0.0029	+0.0046	+0.0059	+0.0059	+0.0028	-0.0058	-0.0222
6.0	+0.0001	+0.0003	+0.0008	+0.0019	+0.0032	+0.0046	+0.0051	+0.0029	-0.0041	-0.0187
8.0	0.0000	+0.0001	+0.0002	+0.0008	+0.0016	+0.0028	+0.0038	+0.0029	-0.0022	-0.0146
10.0	0.0000	0.0000	+0.0001	+0.0004	+0.0007	+0.0019	+0.0029	+0.0028	-0.0012	-0.0122
12.0	0.0000	-0.0000	+0.0001	+0.0002	+0.0003	+0.0013	+0.0023	+0.0026	-0.0005	-0.0104
14.0	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	+0.0001	+0.0008	+0.0019	+0.0023	-0.0001	-0.0090
16.0	0.0000	0.0000	-0.0001	-0.0002	-0.0001	+0.0004	+0.0013	+0.0019	+0.0001	-0.0079

Tabla E.3. Tensión en los anillos circulares de la pared del tanque con base empotrada y borde superior libre sometida a carga concentrada en el borde superior.

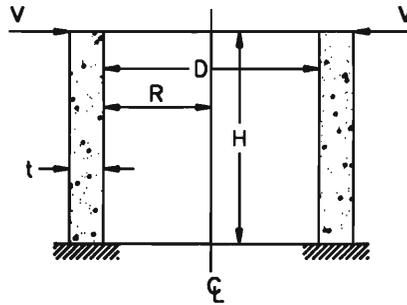


$$T = \text{coeficiente} \times VR/H$$

El signo positivo indica tensión.

$\frac{H^2}{Dt}$	Coeficientes en el punto									
	0.0H	0.1H	0.2H	0.3H	0.4H	0.5H	0.6H	0.7H	0.8H	0.9H
0.4	-1.57	-1.32	-1.08	-0.86	-0.65	-0.47	-0.31	-0.18	-0.08	-0.02
0.8	-3.09	-2.55	-2.04	-1.57	-1.15	-0.80	-0.51	-0.28	-0.13	-0.03
1.2	-3.95	-3.17	-2.44	-1.79	-1.25	-0.81	-0.48	-0.25	-0.10	-0.02
1.6	-4.57	-3.54	-2.60	-1.80	-1.17	-0.69	-0.36	-0.16	-0.05	-0.01
2.0	-5.12	-3.83	-2.68	-1.74	-1.02	-0.52	-0.21	-0.05	+0.01	+0.01
3.0	-6.32	-4.37	-2.70	-1.43	-0.58	-0.02	+0.15	+0.19	+0.13	+0.04
4.0	-7.34	-4.73	-2.60	-1.10	-0.19	+0.26	+0.38	+0.33	+0.19	+0.06
5.0	-8.22	-4.99	-2.45	-0.79	+0.11	+0.47	+0.50	+0.37	+0.20	+0.06
6.0	-9.02	-5.17	-2.27	-0.50	+0.34	+0.59	+0.53	+0.35	+0.17	+0.01
8.0	-10.42	-5.36	-1.85	-0.02	+0.63	+0.66	+0.46	+0.24	+0.09	+0.01
10.0	-11.67	-5.43	-1.43	+0.36	+0.78	+0.62	+0.33	+0.12	+0.02	0.00
12.0	-12.76	-5.41	-1.03	+0.63	+0.83	+0.52	+0.21	+0.04	-0.02	0.00
14.0	-13.77	-5.34	-0.68	+0.80	+0.81	+0.42	+0.13	0.00	-0.03	-0.01
16.0	-14.74	-5.22	-0.33	+0.96	+0.76	+0.32	+0.05	-0.04	-0.05	-0.02

Tabla E.4. Momentos flectores en la pared del tanque con base empotrada y borde superior libre sometida a carga concentrada en el borde superior.



$$M = \text{coeficiente} \times V H$$

El signo positivo indica tensión en la cara exterior.

Coeficientes en el punto										
$\frac{H^2}{Dt}$	0.1H	0.2H	0.3H	0.4H	0.5H	0.6H	0.7H	0.8H	0.9H	1.0H
0.4	+0.093	+0.172	+0.240	+0.300	+0.354	+0.402	+0.448	+0.492	+0.535	+0.578
0.8	+0.085	+0.145	+0.185	+0.208	+0.220	+0.224	+0.223	+0.219	+0.214	+0.208
1.2	+0.082	+0.132	+0.157	+0.164	+0.159	+0.145	+0.127	+0.106	+0.084	+0.062
1.6	+0.079	+0.122	+0.139	+0.138	+0.125	+0.105	+0.081	+0.056	+0.030	+0.004
2.0	+0.077	+0.115	+0.126	+0.119	+0.103	+0.080	+0.056	+0.031	+0.006	-0.019
3.0	+0.072	+0.100	+0.100	+0.086	+0.066	+0.044	+0.025	+0.006	-0.010	-0.024
4.0	+0.068	+0.088	+0.081	+0.063	+0.043	+0.025	+0.010	-0.001	-0.010	-0.019
5.0	+0.064	+0.078	+0.067	+0.047	+0.028	+0.013	+0.003	-0.003	-0.007	-0.011
6.0	+0.062	+0.070	+0.056	+0.036	+0.018	+0.006	0.000	-0.003	-0.005	-0.006
8.0	+0.057	+0.058	+0.041	+0.021	+0.007	0.000	-0.002	-0.003	-0.002	-0.001
10.0	+0.053	+0.049	+0.029	+0.012	+0.002	-0.002	-0.002	-0.002	-0.001	0.000
12.0	+0.049	+0.042	+0.022	+0.007	+0.000	-0.002	-0.002	-0.001	0.000	0.000
14.0	+0.046	+0.036	+0.017	+0.004	-0.001	-0.002	-0.001	-0.001	0.000	0.000
16.0	+0.044	+0.031	+0.012	+0.001	-0.002	-0.002	-0.001	0.000	0.000	0.000

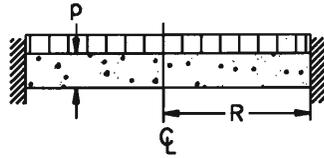
Tabla E.5. Fuerza cortante en la base de la pared del tanque sometida a carga triangular.

$$V = \text{coeficiente} \times wH^2$$

El signo positivo indica que la fuerza cortante está actuando hacia dentro del tanque.

$\frac{H^2}{Dt}$	Carga triangular, base empotrada	Carga rectangular, base empotrada	Carga triangular o rectangular, base rotulada	Momento en el borde
0.4	+0.436	+0.755	+0.245	-1.58
0.8	+0.374	+0.552	+0.234	-1.75
1.2	+0.339	+0.460	+0.220	-2.00
1.6	+0.317	+0.407	+0.204	-2.28
2.0	+0.299	+0.370	+0.189	-2.57
3.0	+0.262	+0.310	+0.158	-3.18
4.0	+0.236	+0.271	+0.137	-3.68
5.0	+0.213	+0.243	+0.121	-4.10
6.0	+0.197	+0.222	+0.110	-4.49
8.0	+0.174	+0.193	+0.096	-5.18
10.0	+0.158	+0.172	+0.087	-5.81
12.0	+0.145	+0.158	+0.079	-6.38
14.0	+0.135	+0.147	+0.073	-6.88
16.0	+0.127	+0.137	+0.068	-7.36
20.0	+0.114	+0.122	+0.062	-8.20
24.0	+0.102	+0.111	+0.055	-8.94
32.0	+0.089	+0.096	+0.048	-10.36
40.0	+0.080	+0.086	+0.043	-10.62
48.0	+0.072	+0.079	+0.039	-12.76
56.0	+0.067	+0.074	+0.036	-13.76

Tabla E.6. Momentos flectores en losa circular sin apoyo central sometida a carga uniforme.



$$M = \text{coeficiente} \times pR^2$$

El signo positivo indica compresión en la cara cargada.

Coeficientes en el punto										
0.00R	0.10R	0.20R	0.30R	0.40R	0.50R	0.60R	0.70R	0.80R	0.90R	1.00R
Momento radial, M_r										
+0.075	+0.073	+0.067	+0.057	+0.043	+0.025	+0.003	-0.023	-0.053	-0.087	-0.125
Momento tangencial, M_t										
+0.075	+0.074	+0.071	+0.066	+0.059	+0.050	+0.039	+0.026	+0.011	-0.006	-0.025

Apéndice F

El apéndice F incluye la equivalencia de las fórmulas presentadas a lo largo del presente trabajo al sistema internacional.

Fórmula presentada	Fórmula en el Sistema Internacional	Número
$f_r = 2\sqrt{f'_c}$	$f_r = 0.63\sqrt{f'_c}$	2-4
$E_c = 15100\sqrt{f'_c}$	$E_c = 4770\sqrt{f'_c}$	2-7
$l_d = \frac{d_b}{354} \frac{f_y}{\sqrt{f'_c}} \frac{\alpha\beta\gamma\lambda}{\left(\frac{c + K_{tr}}{d_b}\right)}$	$l_d = \frac{3d_b}{40} \frac{f_y}{\sqrt{f'_c}} \frac{\alpha\beta\gamma\lambda}{\left(\frac{c + K_{tr}}{d_b}\right)}$	3-3
$K_{tr} = \frac{A_{tr}f_{yt}}{105.6sn}$	$K_{tr} = \frac{A_{tr}f_{yt}}{260sn}$	3-4
$l_{db} \geq 1.02 \frac{A_w}{S_w} \frac{f_y}{\sqrt{f'_c}} \lambda$	$l_d \geq 2.43 \frac{A_w}{S_w} \frac{f_y}{\sqrt{f'_c}} \lambda$	3-5
$l_{db} = 0.08d_b \frac{f_y}{\sqrt{f'_c}}$	$l_{db} = 0.25d_b \frac{f_y}{\sqrt{f'_c}}$	3-6
$l_{db} \geq 0.004d_b f_y$	$l_{db} \geq 0.04d_b f_y$	3-7
$l_{dh} = 318 \frac{d_b}{\sqrt{f'_c}}$	$l_{dh} = 102 \frac{d_b}{\sqrt{f'_c}}$	3-8
$l_s = 0.007f_y d_b$	$l_s = 0.071f_y d_b$	3-10
$l_s = (0.013f_y - 24)d_b$	$l_s = (0.132f_y - 24)d_b$	3-11
$\bar{\rho}_b = \frac{0.85f'_c \beta_1}{f_y} \left(\frac{6117}{f_y + 6117} \right)$	$\bar{\rho}_b = \frac{0.85f'_c \beta_1}{f_y} \left(\frac{600}{f_y + 600} \right)$	5-9
$A_{smin} = 0.8 \frac{\sqrt{f'_c}}{f_y} b_w d$	$A_{smin} = \frac{\sqrt{f'_c}}{2f_y} b_w d$	5-12

$A_{smin} = \frac{14.1}{f_y} b_w d$	$A_{smin} = \frac{1.4b_w d}{f_y}$	5-13
$f'_s = 6117 \left(1 - \frac{d'}{d} \frac{6117 + f_y}{6117} \right)$	$f'_s = 600 \left(1 - \frac{d'}{d} \frac{600 + f_y}{600} \right)$	5-24
$V_c = \left(0.50 \sqrt{f'_c} + 176 \rho_w \frac{V_u d}{M_u} \right) b_w d$	$V_c = \left(0.16 \sqrt{f'_c} + 17.2 \rho_w \frac{V_u d}{M_u} \right) b_w d$	6-5
$V_c \leq 0.93 \sqrt{f'_c} b_w d$	$V_c \leq 0.30 \sqrt{f'_c} b_w d$	6-6
$V_c = 0.53 \sqrt{f'_c} b_w d$	$V_c = 0.17 \sqrt{f'_c} b_w d$	6-7
$V_c = 0.53 \left(1 + \frac{N_u}{140A_g} \right) \sqrt{f'_c} b_w d$	$V_c = 0.17 \left(1 + \frac{0.07N_u}{A_g} \right) \sqrt{f'_c} b_w d$	6-8
$V_c \leq 0.93 \sqrt{f'_c} b_w d \sqrt{1 + \frac{N_u}{35A_g}}$	$V_c \leq 0.3 \sqrt{f'_c} b_w d \sqrt{1 + \frac{0.3N_u}{A_g}}$	6-10
$V_c = 0.53 \left(1 + \frac{N_u}{35A_g} \right) \sqrt{f'_c} b_w d$	$V_c = 0.17 \left(1 + \frac{0.3N_u}{A_g} \right) \sqrt{f'_c} b_w d$	6-11
$A_{vmin} = 3.5 \frac{b_w s}{f_y}$	$A_{vmin} = 0.35 \frac{b_w s}{f_y}$	6-14
$V_n \leq 56A_c$	$V_n \leq 5.5A_c$	6-38
$T_u \leq 0.27 \phi \sqrt{f'_c} \left(\frac{A_{cp}^2}{P_{cp}} \right)$	$T_u \leq \frac{\phi \sqrt{f'_c}}{12} \left(\frac{A_{cp}^2}{P_{cp}} \right)$	7-15
$T_u \leq 0.27 \phi \left(\frac{A_{cp}^2}{P_{cp}} \right) \sqrt{1 + \frac{N_u}{1.06A_g \sqrt{f'_c}}}$	$T_u \leq \frac{\phi \sqrt{f'_c}}{12} \left(\frac{A_{cp}^2}{P_{cp}} \right) \sqrt{1 + \frac{N_u}{0.34A_g \sqrt{f'_c}}}$	7-16
$T_u \leq 1.06 \phi \sqrt{f'_c} \left(\frac{A_{cp}^2}{P_{cp}} \right)$	$T_u \leq \frac{\phi \sqrt{f'_c}}{3} \left(\frac{A_{cp}^2}{P_{cp}} \right)$	7-17
$T_u \leq 1.06 \phi \sqrt{f'_c} \left(\frac{A_{cp}^2}{P_{cp}} \right) \sqrt{1 + \frac{N_u}{1.06A_g \sqrt{f'_c}}}$	$T_u \leq 1.06 \phi \sqrt{f'_c} \left(\frac{A_{cp}^2}{P_{cp}} \right) \sqrt{1 + \frac{N_u}{0.34A_g \sqrt{f'_c}}}$	7-18

$\sqrt{\left(\frac{V_u}{b_w d}\right)^2 + \left(\frac{T_u p_h}{1.7A_{ch}^2}\right)^2} \leq \phi \left(\frac{V_c}{b_w d} + 2.12\sqrt{f'_c}\right)$	$\sqrt{\left(\frac{V_u}{b_w d}\right)^2 + \left(\frac{T_u p_h}{1.7A_{ch}^2}\right)^2} \leq \phi \left(\frac{V_c}{b_w d} + \frac{8\sqrt{f'_c}}{12}\right)$	7-19
$\left(\frac{V_u}{b_w d}\right) + \left(\frac{T_u p_h}{1.7A_{ch}^2}\right) \leq \phi \left(\frac{V_c}{b_w d} + 2.1\sqrt{f'_c}\right)$	$\left(\frac{V_u}{b_w d}\right) + \left(\frac{T_u p_h}{1.7A_{ch}^2}\right) \leq \phi \left(\frac{V_c}{b_w d} + \frac{8\sqrt{f'_c}}{12}\right)$	7-20
$(A_v + 2A_t)_{\min} = 0.2\sqrt{f'_c} \frac{b_w s}{f_y}$	$(A_v + 2A_t)_{\min} = 0.06\sqrt{f'_c} \frac{b_w s}{f_y}$	7-24
$A_{\min} = \frac{1.33\sqrt{f'_c} A_{cp}}{f_{yl}} - \left(\frac{A_t}{s}\right) p_h \frac{f_{yv}}{f_{yl}}$	$A_{\min} = \frac{5\sqrt{f'_c} A_{cp}}{12f_{yl}} - \left(\frac{A_t}{s}\right) p_h \frac{f_{yv}}{f_{yl}}$	7-28
$\frac{A_t}{s} \geq \frac{1.76b_w}{f_{yv}}$	$\frac{A_t}{s} \geq \frac{0.175b_w}{f_{yv}}$	7-29
$S \leq \frac{96600}{fs} - 2.5C_c$	$S \leq \frac{9850}{fs} - 2.5C_c$	8-8
$S \leq 30 \left(\frac{2520}{fs}\right)$	$S \leq 30 \left(\frac{259}{fs}\right)$	8-9
$a_b = \beta_1 \frac{6117}{6117 + f_y} d$	$a_b = \beta_1 \frac{600}{600 + f_y} d$	10-9
$M_{2,\min} = P_u (1.5 + 0.03h)$	$M_{2,\min} = P_u (1.5 + 0.03h)$	10-29
$V_c = 0.88\sqrt{f'_c} hd + \frac{N_u d}{41w}$	$V_c = 0.28\sqrt{f'_c} hd + \frac{N_u d}{41w}$	11-3
$V_c = \left[0.16\sqrt{f'_c} + \frac{1_w(0.33\sqrt{f'_c} + 0.2N_u/1_w h)}{M_u/V_u - 1_w/2}\right] hd$	$V_c = \left[0.05\sqrt{f'_c} + \frac{1_w(0.10\sqrt{f'_c} + 0.2N_u/1_w h)}{M_u/V_u - 1_w/2}\right] hd$	11-4
$V_c = 0.53 \left(1 + \frac{0.029N_u}{A_g}\right) \sqrt{f'_c} b_w d$	$V_c = 0.17 \left(1 + \frac{0.3N_u}{A_g}\right) \sqrt{f'_c} hd$	11-6
$V_n \leq 2.7\sqrt{f'_c} hd$	$V_n \leq 0.85\sqrt{f'_c} hd$	11-7
$V_c = 0.27 \left(2 + \frac{4}{\beta_c}\right) \sqrt{f'_c} b_o d$	$V_c = 0.27 \left(2 + \frac{4}{\beta_c}\right) \sqrt{f'_c} b_o d$	12-8

$V_c = 0.27 \left(\frac{\alpha_s d}{b_o} + 2 \right) \sqrt{f'_c} b_o d$	$V_c = 0.083 \left(\frac{\alpha_s d}{b_o} + 2 \right) \sqrt{f'_c} b_o d$	12-9
$V_c = 1.1 \sqrt{f'_c} b_o d$	$V_c = 0.35 \sqrt{f'_c} b_o d$	12-10
$M_n = 1.3 \sqrt{f'_c} S$	$M_n = 0.4 \sqrt{f'_c} S$	ACI(22-2)
$M_u / S - P_u / A_g \leq 1.3 \phi \sqrt{f'_c}$	$M_u / S - P_u / A_g \leq 0.4 \phi \sqrt{f'_c}$	ACI(22-7)
$V_n = 0.35 \sqrt{f'_c} b h$	$V_n = \frac{1}{9} \sqrt{f'_c} b h$	ACI(22-9)
$V_n = \left(0.35 + \frac{0.71}{\beta_c} \right) \sqrt{f'_c} b_o h \leq 0.71 \sqrt{f'_c} b_o h$	$V_n = \left(1 + \frac{2}{\beta_c} \right) \sqrt{f'_c} b_o h \leq \frac{2}{9} \sqrt{f'_c} b_o h$	ACI(22-10)
$h = \frac{1_n \left(0.8 + \frac{f_y}{14000} \right)}{36 + 5\beta(\alpha_m - 0.2)}$	$h = \frac{1_n \left(0.8 + \frac{f_y}{1400} \right)}{36 + 5\beta(\alpha_m - 0.2)}$	15-2
$h = \frac{1_n \left(0.8 + \frac{f_y}{14000} \right)}{36 + 9\beta}$	$h = \frac{1_n \left(0.8 + \frac{f_y}{1400} \right)}{36 + 9\beta}$	15-3
$V_c = 0.53 \sqrt{f'_c} 1_2 d$	$V_c = 0.17 \sqrt{f'_c} 1_2 d$	15-12
$V_c = 0.27 \left(2 + \frac{4}{\beta_c} \right) \sqrt{f'_c} b_o d$	$V_c = 0.08 \left(2 + \frac{4}{\beta_c} \right) \sqrt{f'_c} b_o d$	15-13
$V_c = 0.27 \left(\frac{\alpha_s d}{b_o} + 2 \right) \sqrt{f'_c} b_o d$	$V_c = 0.08 \left(\frac{\alpha_s d}{b_o} + 2 \right) \sqrt{f'_c} b_o d$	15-14
$V_c = 1.1 \sqrt{f'_c} b_o d$	$V_c = 0.34 \sqrt{f'_c} b_o d$	15-15
$\phi V_n = 1.1 \phi \sqrt{f'_c}$	$\phi V_n = 0.34 \phi \sqrt{f'_c}$	15-26
$V_n = 5.3 \sqrt{f'_c} A_j$	$V_n = 1.7 \sqrt{f'_c} A_j$	16-6
$V_n = 4 \sqrt{f'_c} A_j$	$V_n = 1.3 \sqrt{f'_c} A_j$	16-7
$V_n = 3.2 \sqrt{f'_c} A_j$	$V_n = 1.0 \sqrt{f'_c} A_j$	16-8

$V_n = A_{cv} (0.53 \sqrt{f'_c} + \rho_n f_y)$	$V_n = A_{cv} (0.17 \sqrt{f'_c} + \rho_n f_y)$	16-10
$l_{dh} \geq \frac{f_y}{17.2 \sqrt{f'_c}} d_b$	$l_{dh} \geq \frac{f_y}{5.4 \sqrt{f'_c}} d_b$	16-12

Bibliografía

1. ABBET, ROBERT W., *American Civil Engineering Practice*, John Wiley & Sons, Inc., New York, 1957.
2. AMERICAN CONCRETE INSTITUTE, *Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI 318-02)*, ACI, 2002, Michigan, 2002.
3. AMERICAN CONCRETE INSTITUTE, *Standard Practice for the Design and Construction of Cast-in-Place Reinforced Concrete Chimneys (ACI 307-88)*, ACI, Detroit, Michigan, 1988.
4. AMERICAN CONCRETE INSTITUTE, *Recommended Practice for the Design and Construction of Concrete Bins, Silos and Bunkers for Storing Granular Materials (ACI 313-72)*, ACI, Detroit, Michigan, 1972.
5. AMERICAN CONCRETE INSTITUTE, *Design Handbook Volume 2 Columns*, ACI 340.2R-90 Publication SP-17A(90), ACI, Detroit, Michigan, 1990.
6. AMERICAN CONCRETE INSTITUTE, Capítulo de Estudiantes de la Pontificia Universidad Católica del Perú, *Construcciones especiales y nuevas tecnologías*, ACI-PUCP, Lima.
7. AMERICAN CONCRETE INSTITUTE, Capítulo de Estudiantes de la Universidad Nacional de Ingeniería, *Supervisión de Obras de Concreto*, ACI-UNI, Lima, 1993, 12ª Edición.
8. AMERICAN CONCRETE INSTITUTE, Capítulo de Estudiantes de la Universidad Nacional de Ingeniería, *Cimentaciones de concreto en edificaciones*, ACI-UNI, Lima, 1993, 2ª Edición.
9. AMERICAN CONCRETE INSTITUTE, Capítulo de Estudiantes de la Universidad Ricardo Palma, *Revista Técnica #1*, ACI-URP, Lima, 1990.
10. AMERICAN INSTITUTE OF STEEL CONSTRUCTION, *Manual of Steel Construction-Allowable Stress Design*, Illinois, 1989, 9ª Edición.
11. AMERICAN SOCIETY FOR TESTING AND MATERIALS, *Annual Book of ASTM Standards*, ASTM, 1994, Easton.
12. BLANCO BLASCO, ANTONIO, *Estructuración y diseño de edificaciones de concreto armado*, Libro 2 de la colección del Ingeniero Civil, Lima, 1990-1991.
13. BOWLES, JOSEPH E., *Foundation Analysis and Design*, Mc. Graw Hill, Singapur, 1982, 3ª Edición.

14. COOK, JOHN P., *Construcciones compuestas*, Editorial Limusa, México, 1981.
15. FERGUSON, PHIL M., *Fundamentos del concreto reforzado*, Compañía Editorial Continental, Trad. Luis Ordoñez Reyna, México, 1983, 4ª Edición.
16. FINTEL, MARK, *Handbook of Concrete Engineering*, Van Nostrand Reinhold Company, Estados Unidos, 1974.
17. GHIO, VIRGILIO, *Tecnología del concreto: eficiencia y competitividad en la construcción*, American Concrete Institute Capítulo Peruano, Lima, 1974.
18. GERRIN, LAVAUUR y LECROQ, *Hormigón Armado Tratado Práctico*, Editores Técnicos Asociados S.A., Barcelona, 1978.
19. GAYLORD, GAYLORD y ROBINSON, *Estructuras de Concreto*, Mc. Graw Hill Interamericana de México, México 1993.
20. GONZALEZ, OSCAR M. & ROBLES, FRANCISCO, *Aspectos fundamentales del concreto reforzado*, Editorial Limusa, México, 1986, 2ª Edición.
21. HASSOUN, M. NADIM, *Design of reinforced concrete structures*, PWS Publishers, Boston, 1985, 1ª Edición.
22. JUNTA DEL ACUERDO DE CARTAGENA, *Manual de Diseño para Maderas del Grupo Andino*, JUNAC, Lima, 1984, 3ª Edición.
23. LEET KENNETH, *Reinforced Concrete Design*, McGraw-Hill Inc., Estados Unidos, 1982, 1ª Edición.
24. MAC.GREGOR, JAMES G., *Reinforced Concrete, Mechanics & Design*, Prentice-Hall, New Jersey, 1992, 2ª Edición.
25. MC.CORMAC, *Design of Reinforced Concrete*, Haper Collins College Publishers, Nueva York, 1993, 3ª Edición.
26. MORTON NEWMAN, *Structural Details for Concrete Construction* Mc Graw Hill, 1988.
27. NAWY, EDWARD G., *Concreto reforzado, un enfoque básico*, Prentice-Hall Hispanoamericana, Ed José de Jesús Muñoz Zazueta, México, 1990, 2ª Edición.
28. NEVILLE, A.M., *Tecnología del Concreto*, Editorial Limusa, México, 1984, Tomos I y III.
29. PARK, R & PAULAY, T, *Estructuras de concreto reforzado*, Editorial Limusa, Trad. Sergio Fernández Everest, México, 1975, 1ª Edición.
30. PASQUEL CARBAJAL E., *Tópicos de tecnología del concreto en el Perú*, Libro 17 de la colección del Ingeniero Civil, Lima, 1992-1993.

31. PORTLAND CEMENT ASSOCIATION, *Notes on ACI-318-95 Building Code Requirements for Structural Concrete with Design Applications*, Editado por S.K. Ghosh, David A. Fanelle y Basile G. Rabbat, PCA, Estados Unidos, 1996.
32. PORTLAND CEMENT ASSOCIATION, *Design of Concrete Tanks without Prestressing*, PCA, Estados Unidos, 1993.
33. PRESTRESSED CONCRETE INSTITUTE, *Design and typical details of connections for precast and prestressed concrete*, PCI, Chicago, 1988, 2ª Edición.
34. *Reglamento Nacional de Construcciones*, CAPECO, Lima, 1994, 10ª Edición.
35. RICHARDSON, J.G., *Precast Concrete Production*, Cement and Concrete Association, Estados Unidos, 1973.
36. SPIEGEL L. Y LIMBRUNNER G., *Reinforced Concrete Design*, Prentice Hall, New Jersey, 1992, 3ª Edición.
37. WINTER, GEORGE, *Proyecto de estructuras de Hormigón*, Editorial Reverté, Trad. Sebastián Ruscalleda Gallart, Barcelona, 1977, 1ª Edición.
38. ZAVEN DAVIDIAN, *Pilotes y cimentaciones sobre pilotes*, Editores Técnicos Asociados S.A., Barcelona, 1972.

